

FONKSİYONLARLA İLGİLİ UYGULAMALAR

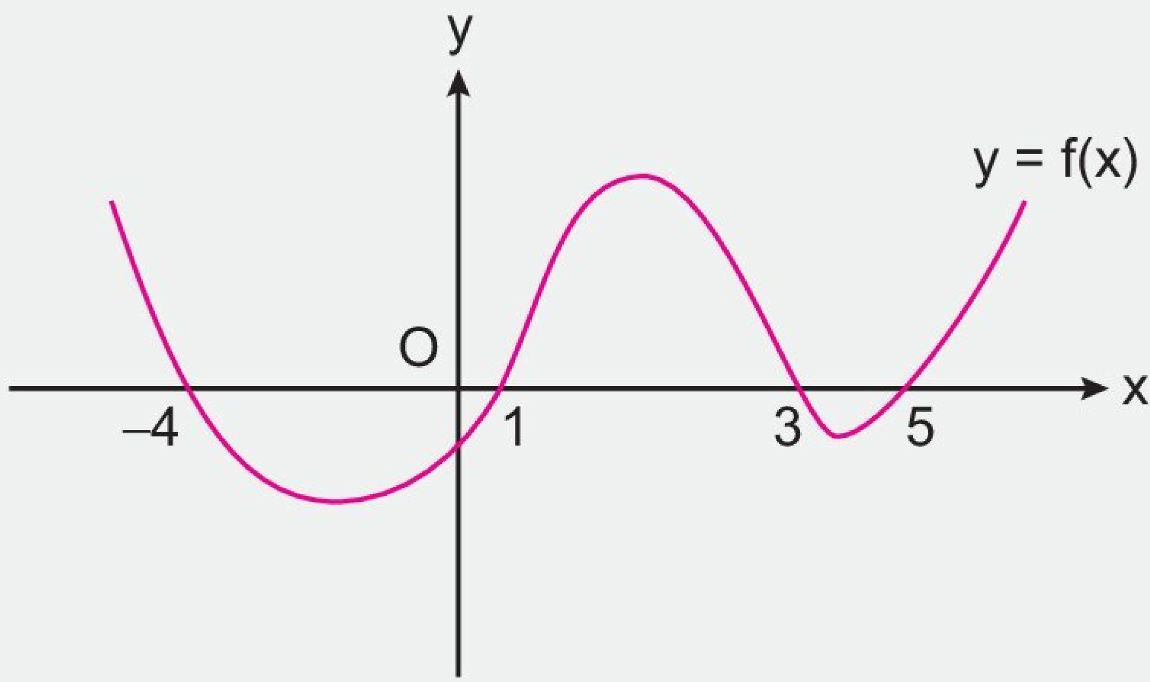
I. Pozitif ve Negatif Fonksiyonlar:

f: A → B tanımlı y = f(x) fonksiyonu (a, b) ⊂ A olmak üzere,

(a, b) aralığındaki her x gerçek sayısı için;

- f(x) < 0 eşitsizliğini sağlıyorsa (a, b) aralığında negatif değerli fonksiyondur. Fonksiyonun grafiği, (a, b) aralığında x ekseninin altındadır.
- f(x) > 0 eşitsizliğini sağlıyorsa (a, b) aralığında pozitif değerli fonksiyondur. Fonksiyonun grafiği, (a, b) aralığında x ekseninin üstündedir.
- f(x), $x_0 \in \mathbb{R}$ için
  $f(x_0) = 0$ eşitliği sağlanıyorsa x_0, f(x) = 0 denkleminin köküdür. Fonksiyonun grafiği x_0 da x eksenini keser.

Örnek 1



Yukarıdaki grafiği verilen y = f(x) fonksiyonunda

I. f(x) > 0 eşitsizliğini sağlayan en küçük pozitif x tam sayısı 2 dir.

II. f(x) < 0 eşitsizliğini sağlayan en küçük negatif x tam sayısı –3 tür.

III. f(x) = 0 eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı 5'tir.

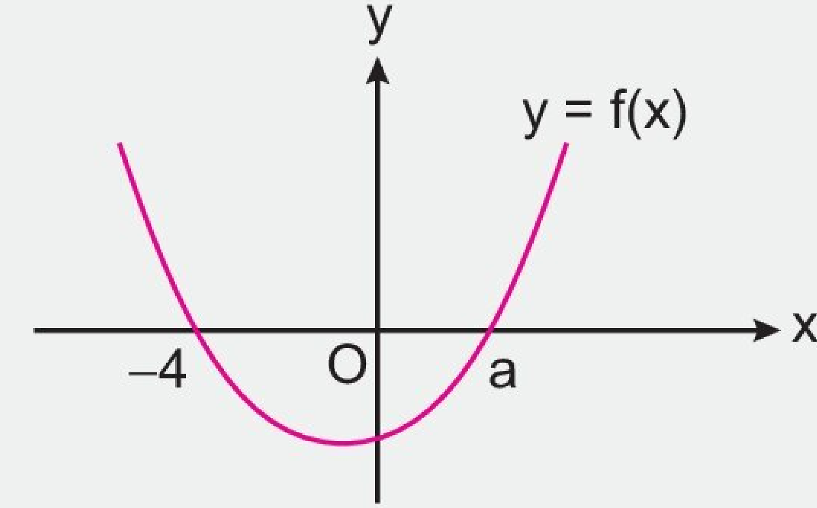
ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) II ve III E) I, II ve III

I. Doğru, II. Doğru, III. Doğru

Cevap E

Örnek 2

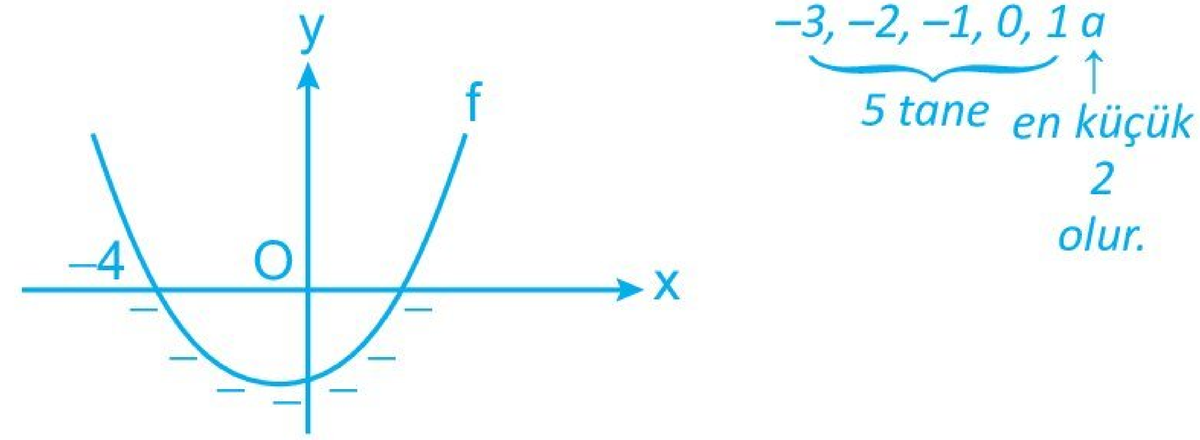


Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

- f(x) < 0 eşitsizliğini sağlayan 5 tane tam sayı olduğuna göre,

a nın en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



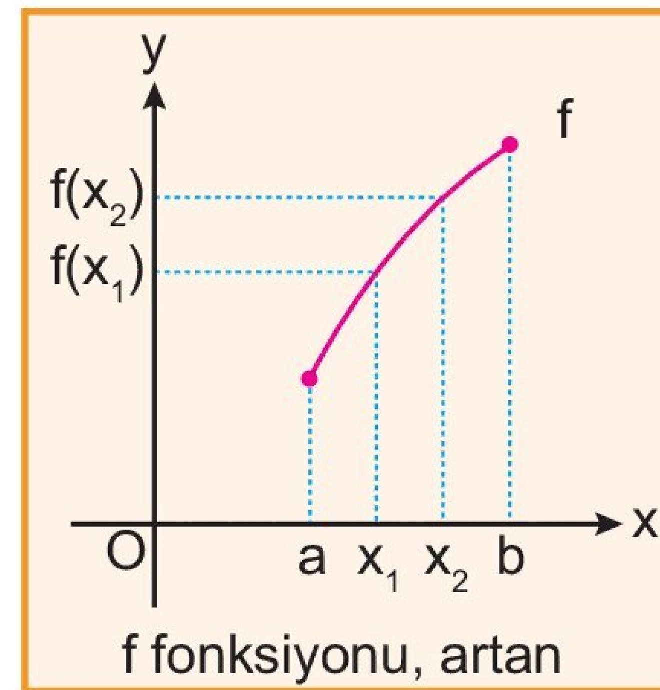
Cevap B

II. Artan ve Azalan Fonksiyonlar

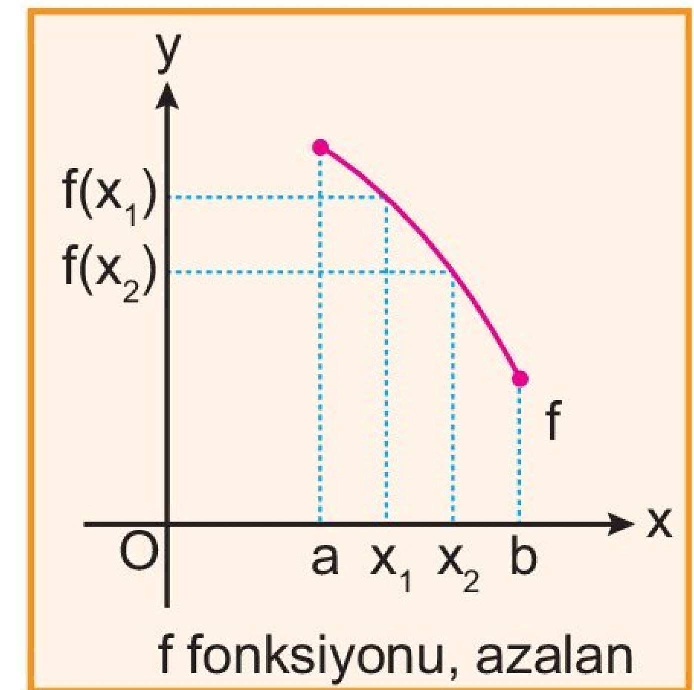
f: A → B tanımlı y = f(x) fonksiyonu için [a, b] ⊂ A olmak üzere

Her $x_1 < x_2 \in [a, b]$ için

- $f(x_1) < f(x_2)$ ise y = f(x), [a, b] aralığında artandır.
- $f(x_1) > f(x_2)$ ise y = f(x), [a, b] aralığında azalandır.

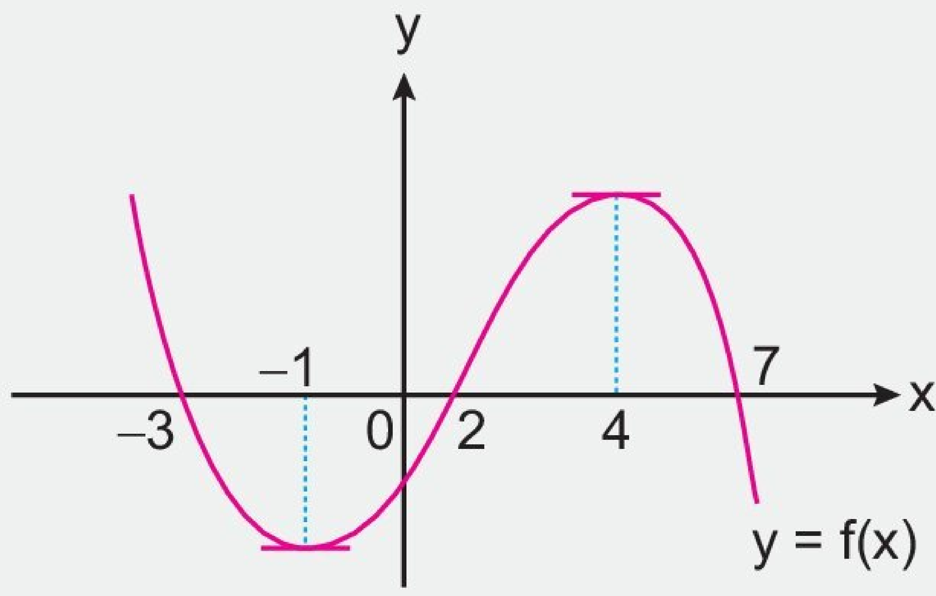


f fonksiyonu, artan



f fonksiyonu, azalan

Örnek 3



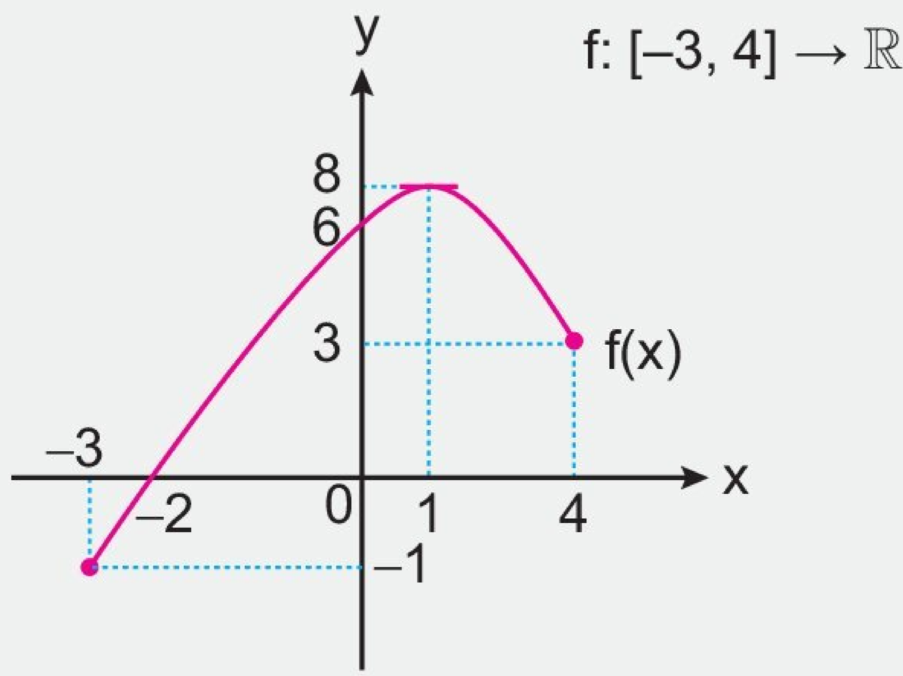
Yukarıda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonunun artan olduğu aralıkta kaç tam sayı değeri vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

f(x) in artan olduğu aralık [–1, 4] tür.

–1, 0, 1, 2, 3, 4 6 tane tam sayı vardır. *Cevap D*

Örnek 4



Yukarıda tanımlanan ve grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu için

- f(x) in artan olduğu aralık I_1 dir.
- f(x) in pozitif olduğu aralık I_2 dir.

Buna göre, $I_1 \cap I_2$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) [–3, 1] B) (–2, 0) C) (–2, 4) D) (–2, 2] E) (–2, 1]

$I_1 = [-3, 1]$

$I_2 = (-2, 4]$

$I_1 \cap I_2 = (-2, 1]$ olur.

Cevap E

Örnek 5

Pozitif gerçek sayılarda f(x) fonksiyonu artan ve g(x) fonksiyonu azalan olarak veriliyor. Buna göre,

I. x.f(x) artandır
II. f(x) + g(x) artandır
III. (gof)(x) azalandır

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III D) I ve II E) II ve III

I. $x_1 < x_2$ x artan ve f(x) artan $x_1 f(x_1) < x_2 f(x_2)$ x.f(x) artandır. (Doğru)

II. Bilemeyiz f(x) in artış ve g(x) in azalış miktarlarına bağlı. (Yanlış)

III. $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ iken $g(f(x_1)) > g(f(x_2))$ (Doğru) *Cevap C*

Örnek 6

f(x) = mx + n şeklindeki fonksiyonlara doğrusal fonksiyon denir. Gerçek sayılar kümesinde,

f(x) = (a – 8)x – b azalan doğrusal bir fonksiyondur.

g(x) = (a + 3)x + c artan doğrusal bir fonksiyondur.

Buna göre, a nın alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

f(x) doğrusal fonksiyonunda $a - 8 < 0$ ve $a + 3 > 0$

m > 0 ise f(x) artandır. $a < 8$ $a > -3 \rightarrow -3 < a < 8$

m < 0 ise f(x) azalandır. $a = -2, -1, 0, 1, ..., 7$

a nın 10 tane tam sayı değeri vardır. *Cevap C*

Örnek 7

Gerçek sayılar kümesinde

$f(x) = (m - 4)x^2 + (n + 3)x + 2m + n$

fonksiyonu sabit bir fonksiyondur.

Buna göre, m . f(n) değeri kaça eşittir?

A) –5 B) –1 C) 12 D) 20 E) 24

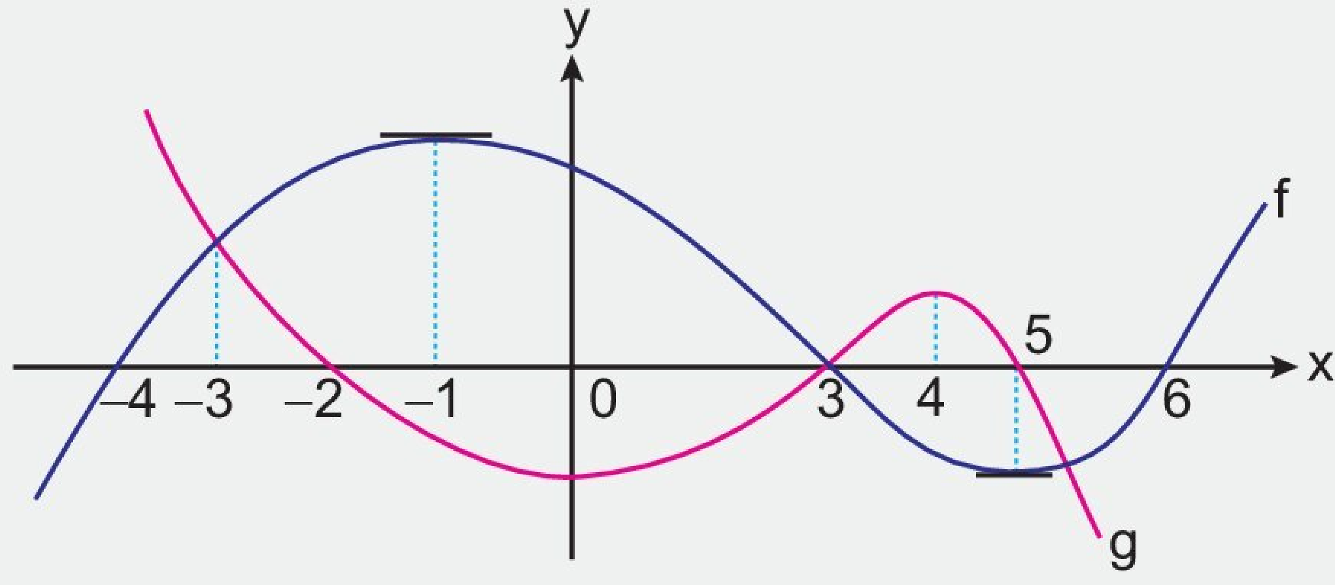
O hâlde fonksiyon f(x) = c (c ∈ ℝ) şeklindedir. m = 4 n = –3 olmalıdır.

Bu durumda f(x) = 5 bulunur.

m . f(x) = 4f(–3) = 4 . 5 = 20 olur.

Cevap D

Örnek 8



Yukarıdaki grafikte f ve g fonksiyonları verilmiştir.

a ve b birer tam sayı olmak üzere

- [a, b] aralığında f artandır.
- [a, b] aralığında g azalandır.
- (a, b) aralığında f . g pozitiftir.

Buna göre, a . b çarpımının aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) –6 B) –2 C) 0 D) 8 E) 9

[a, b] = [–4, –2] (–4) . (–2) = 8 olabilir. *Cevap D*

III. Fonksiyonun En Büyük ve En Küçük Değerleri:(Maksimum ve Minimum Noktalar)

[a, b] aralığında tanımlı f fonksiyonu için,

$x \in [a, b]$ olmak üzere,

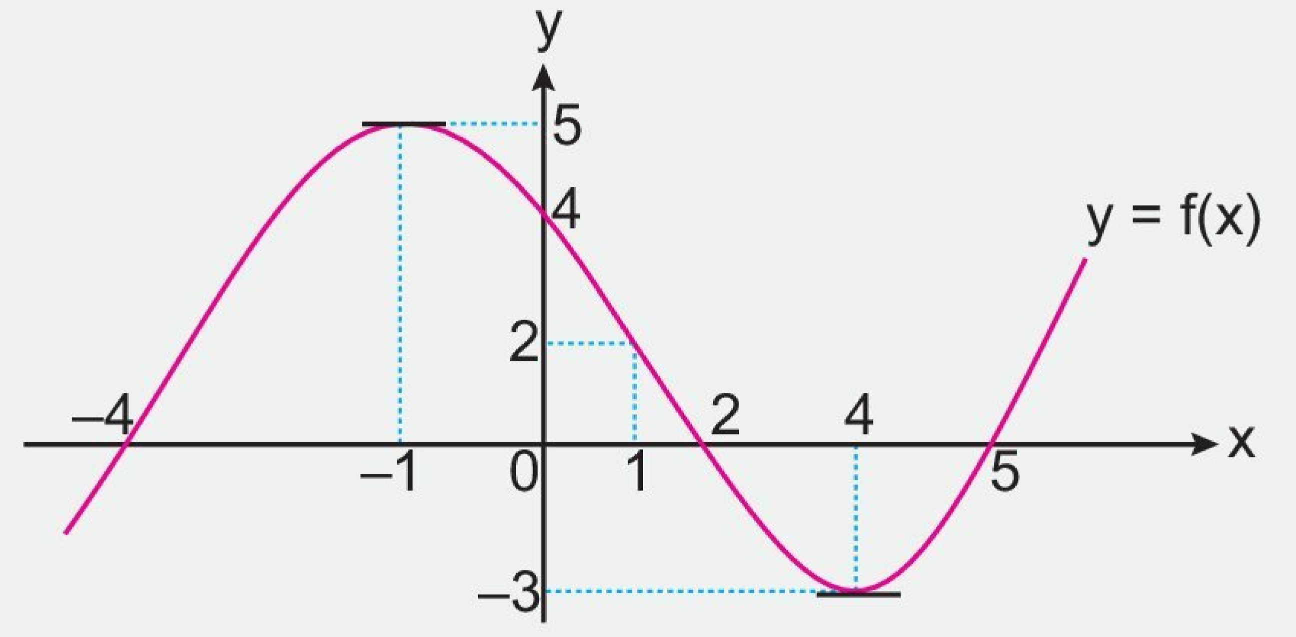
> Her $x \in [a, b]$ için $f(x) \leq f(x_0)$ oluyorsa y = f(x), [a, b] aralığında en büyük değerini $x = x_0$ da alır ve bu değer $f(x_0)$ dır.

> Her $x \in [a, b]$ için $f(x) \geq f(x_0)$ oluyorsa y = f(x), [a, b] aralığında en küçük değerini $x = x_0$ da alır ve bu değer $f(x_0)$ dır.

> [a, b] aralığında f(x) artan olduğunda (a, f(a)) minimum ve (b, f(b)) maksimum noktalarıdır.

> [a, b] aralığında f(x) azalan olduğunda (a, f(a)) maksimum ve (b, f(b)) minimum noktalarıdır.

Örnek 9



Yukarıda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonun için, [–4, 5] aralığında

- fonksiyonun en büyük değeri a dır.
- fonksiyonun en küçük değerini aldığı x değeri b dir.

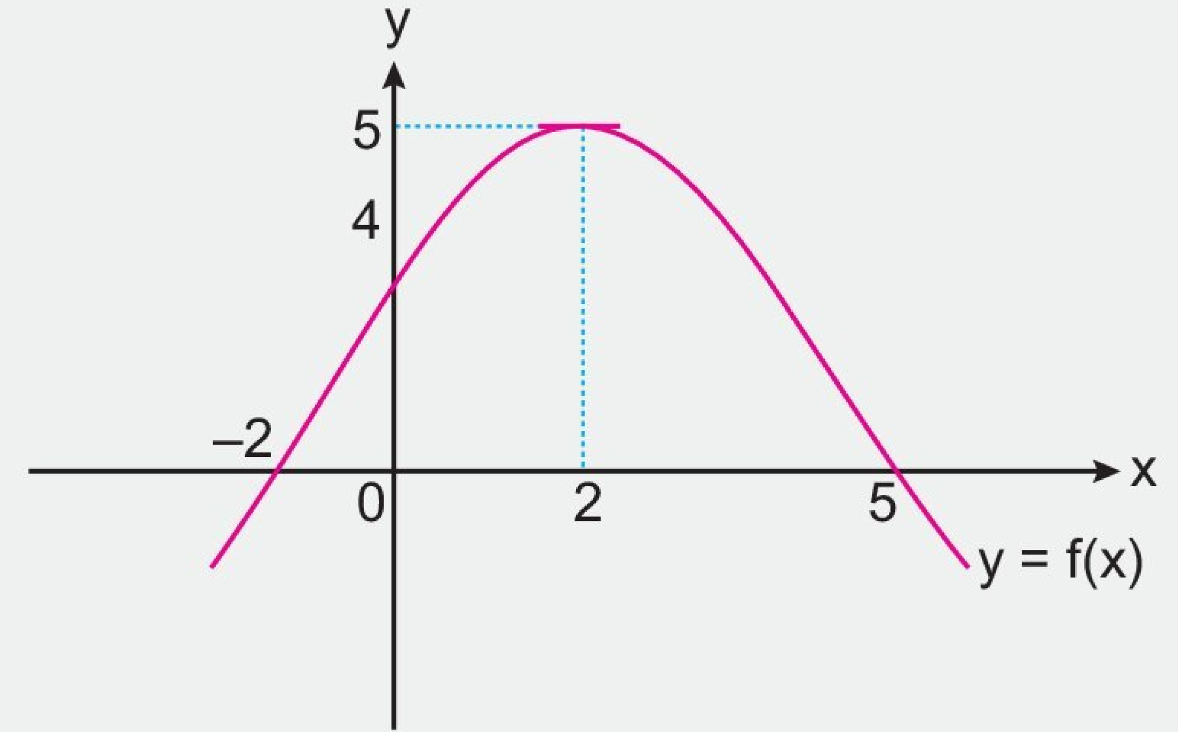
Buna göre a + b toplamı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 2 D) 7 E) 9

f(–1) en büyük değer f(–1) = 5
f(x) en küçük değerini x = 4 te alır.
a = 5 ve b = 4 a + b = 5 + 4 = 9 *Cevap E*

Örnek 10

Aşağıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, y = f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

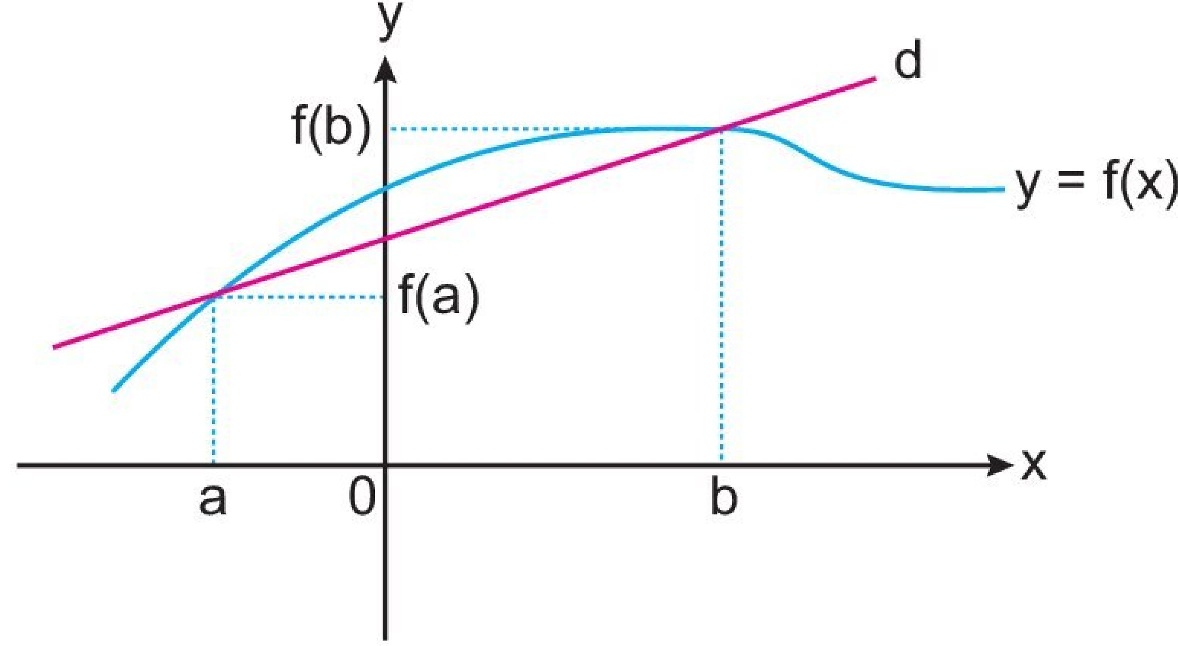
A) f(x) = 0 denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı 3 tür.
B) (–∞, 2] aralığında artandır.
C) En büyük değeri 5 tir.
D) Pozitif olduğu aralıkta 8 tam sayı vardır.
E) Negatif değer aldığı en küçük pozitif tam sayı 6 dır.

f(x)'in pozitif olduğu aralık (–2, 5) tir. Bu aralıkta 6 tam sayı vardır. *Cevap D*

IV. Ortalama Değişim Oranı (Hız):

f: A → B tanımlı y = f(x) fonksiyonunun [a, b] ∈ A aralığındaki ortalama değişim oranı (hız);

$\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$ oranının değerine eşittir.



Yukarıdaki grafikte (a, f(a)) ve (b, f(b)) noktalarından geçen d doğrusunun eğiminin

$\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$ olduğuna dikkat ediniz.

Örnek 11

$f(x) = x^3 + 1$

fonksiyonunun [–2, 3] aralığındaki ortalama değişim oranı kaçtır?

A) 5   B) $\dfrac{11}{2}$ C) 6   D) $\dfrac{13}{2}$ E) 7

$\dfrac{f(3) - f(-2)}{3 - (-2)} = \dfrac{3^3 + 1 - ((-2)^3 + 1)}{5}$

$= \dfrac{28 + 7}{5} = 7$

Cevap E

Örnek 12

Gerçek sayılar kümesinde tanımlı y = f(x) fonksiyonu için

I. f(x) artan olursa ortalama değişim oranı pozitiftir.
II. f(x) azalan olursa ortalama değişim oranı negatiftir.
III. Ortalama değişim oranının sıfır olduğu aralıkta f(x) sabit fonksiyondur.

ifadelerinden hangileri <u>kesinlikle</u> doğrudur?

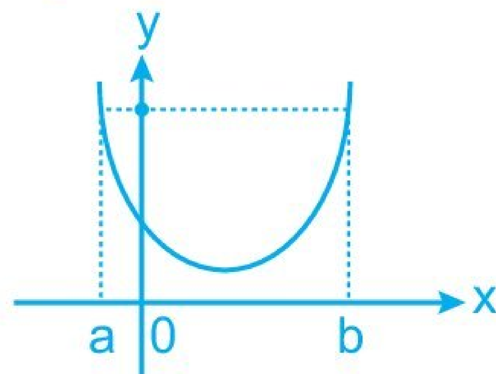
A) Yalnız I   B) Yalnız II   C) I ve II
D) II ve III   E) I, II ve III

I. Doğru $x_1 < x_2$ $f(x_1) < f(x_2)$

$\dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$

II. Doğru $\dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$

III. Yanlış



$\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} = 0$

Cevap C

Örnek 13

Gerçek sayılar kümesinde,

$f(x) = x^2 + x$ ve $g(x) = x^2 + ax$

fonksiyonları ile tanımlanan

(gof)(x) fonksiyonunun [0, 1] aralığında ortalama değişim oranı –2 olduğuna göre, a kaçtır?

A) –4   B) –3   C) –2   D) 5   E) 11

$\dfrac{(gof)(1) - (gof)(0)}{1 - 0} = \dfrac{g(f(1)) - g(f(0))}{1}$

$= g(2) - g(0)$

$= 4 + 2a = -2$

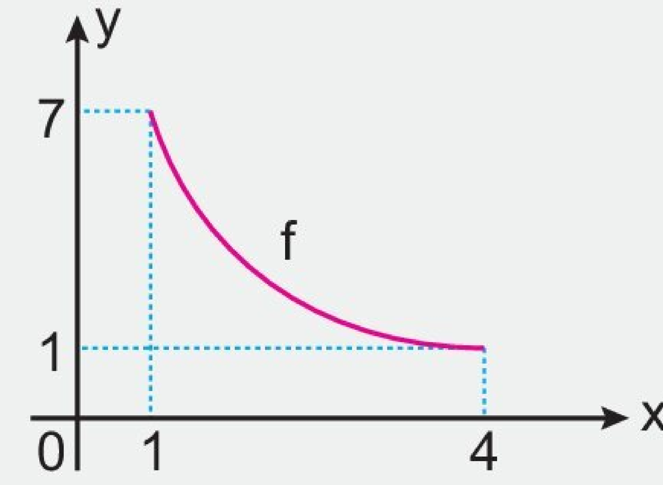
$6 = -2a$

$a = -3$

Cevap B

Örnek 14

Gerçek sayılar kümesinde tanımlı bire bir ve örten f(x) fonksiyonunun [1, 4] aralığındaki görüntüsü aşağıda verilmiştir.



Buna göre, $y = f^{-1}(x)$ fonksiyonunun [1, 7] aralığındaki ortalama değişim oranı kaçtır?

A) –2   B) –1   C) $-\dfrac{1}{2}$ D) $\dfrac{1}{2}$ E) $\dfrac{1}{3}$

$f(1) = 7 \rightarrow f{-}1(7) = 1$

$f(7) = 1 \rightarrow f{-}1(1) = 4$

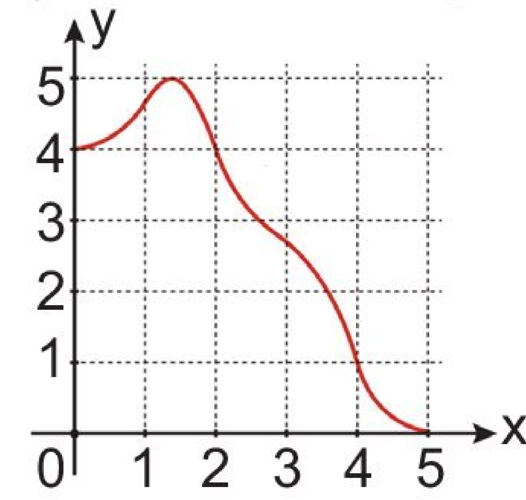
$\dfrac{f^{-1}(7) - f^{-1}(1)}{7 - 1}$

$= -\dfrac{1}{2}$

Cevap C

Çıkmış Soru 1

Dik koordinat düzleminde [0, 5] kapalı aralığında tanımlı f(x) fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir.



(fofof)(x) fonksiyonu <u>en büyük değerini</u> x = a noktasında <u>aldığına</u> göre, a sayısı aşağıdaki açık aralıkları hangisindedir?

A) (0, 1)   B) (1, 2)   C) (2, 3)   D) (3, 4)   E) (4, 5)

AYT/2021

f(f(f(a)))=5
1<f(f(a))<2
3<f(a)<4
2<a<3

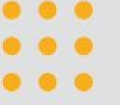
Cevap C

Örnek Cevapları

1. E	2. B	3. D	4. E	5. C	6. C	7. D	8. D	9. E	10. D
11. E	12.C	13. B	14. C						

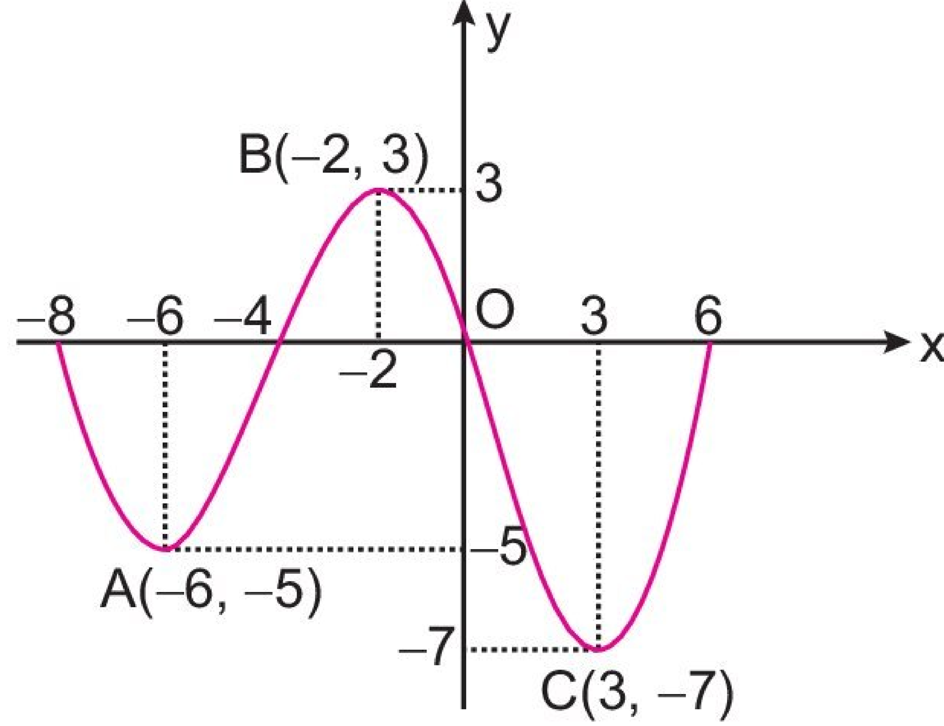
Çıkmış Soru Cevapları

1. C



1. – 4. soruları aşağıdaki grafiğe göre cevaplayınız.

f: [–8, 6] → [–7, 3] aralığında tanımlı f fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



1. **|f(x)| = 3 denkleminin kaç farklı kökü vardır?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

y = 3 doğrusu grafiği 1 noktada keser.

y = –3 doğrusu grafiği 4 noktada keser.

Öyleyse denklemin 5 farklı kökü vardır. *Cevap B*

2. **f(x – 2) = 0 denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

f(–8) = 0	*f(–4) = 0*	*f(0) = 0*	*f(6) = 0*
x – 2 = –8	*x – 2 = –4*	*x – 2 = 0*	*x – 2 = 6*
x = –6	*x = –2*	*x = 2*	*x = 8*

Ç. K. = {–6, –2, 2, 8}

Toplam = –6 – 2 + 2 + 8 = 2 *Cevap B*

3. **f(x) ≥ 0 eşitsizliğinin çözüm kümesinde kaç farklı x tam sayısı vardır?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

[–4, 0] ∪ {–8, 6} olmak üzere 7 farklı x tam sayısı vardır.

Cevap D

4. a < b < c < d olmak üzere fonksiyonun azalan olduğu aralıklar [a, b] ∪ [c, d] dir.

Buna göre, a + b + c + d toplamı kaçtır?

A) –16 B) –15 C) –14 D) –13 E) –12

f nin azalan olduğu aralıklar

[–8, –6] ∪ [–2, –3]

↓ ↓ ↓ ↓

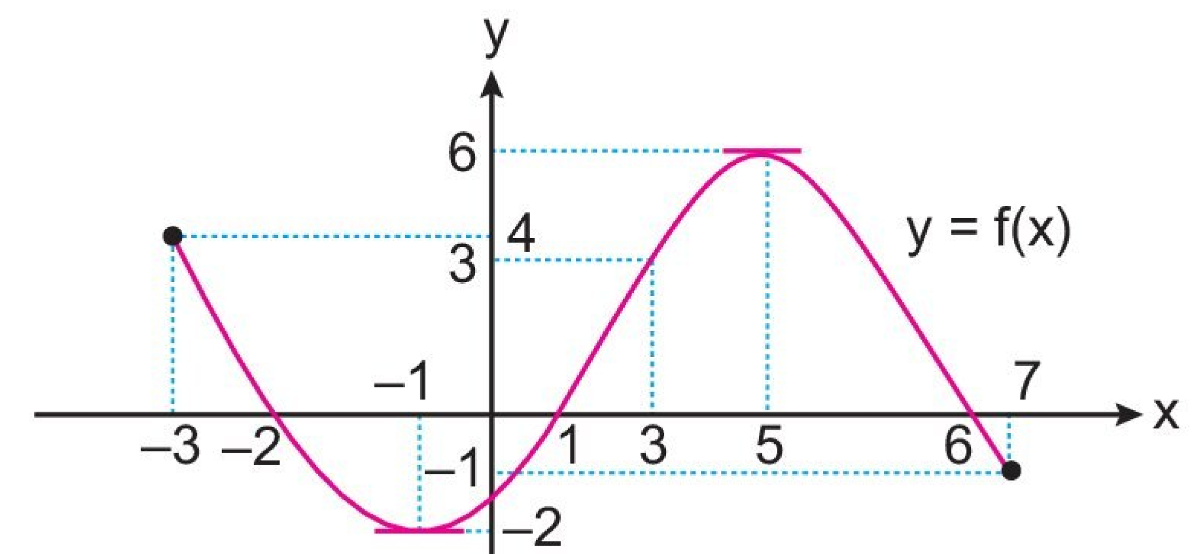
a b c d

a+b+c+d=(-8)+(-6)+(-2)+(3)

= -13

Cevap: D

5. Aşağıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



f: [–3, 7] → [–2, 6]

f(x), en küçük değerini x = a noktasında alır.

f(x) en büyük değerini x = b noktasında alır.

Buna göre, [a, b] aralığında fonksiyonun ortalama değişim hızı kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 1 D) 2 E) $\frac{12}{5}$

a = –1 b = 5 *[–1, 5] aralığında ortalama değişim oranı*

$\frac{f(5) - f(-1)}{5 - (-1)} = \frac{6 - (-2)}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

Cevap B

6. f: ℝ → ℝ

f(x) = –2 fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) f artan fonksiyondur.
B) f birebir fonksiyondur.
C) f örten fonksiyondur.
D) f sabit fonksiyondur.
E) f azalan fonksiyondur.

f sabit fonksiyondur.

Cevap D

7.

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	9	10	12	8	14	11

Yukarıda değer tablosu verilen y = f(x) fonksiyonunun [1, m] aralığındaki ortalama değişim hızı negatiftir.

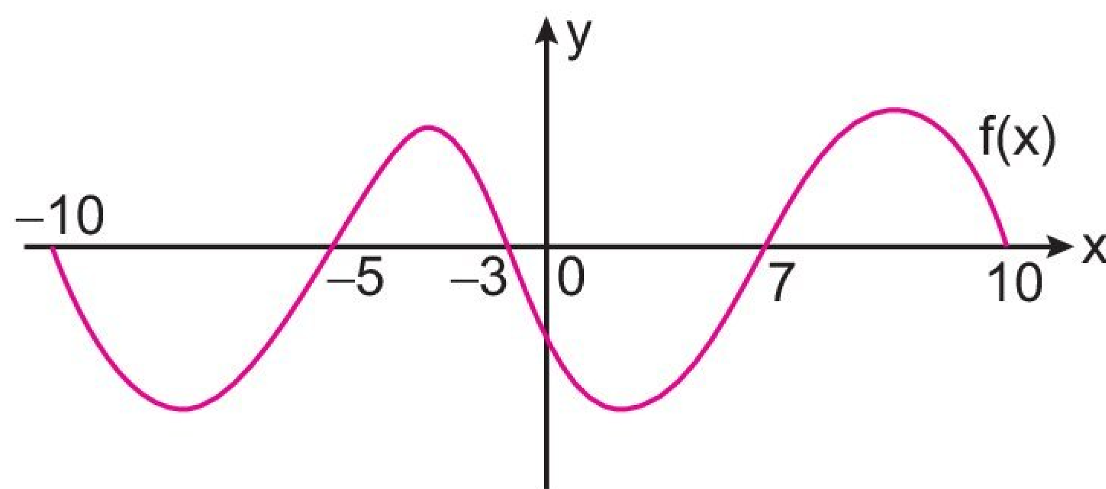
Buna göre, m tam sayısı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$m = 4 \Rightarrow [1, 4]$ için O.D.H = $\frac{8-9}{4-1} = -\frac{1}{3}$

Cevap C

8. Şekilde [–10, 10] aralığında tanımlı f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, f(x) > 0 eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

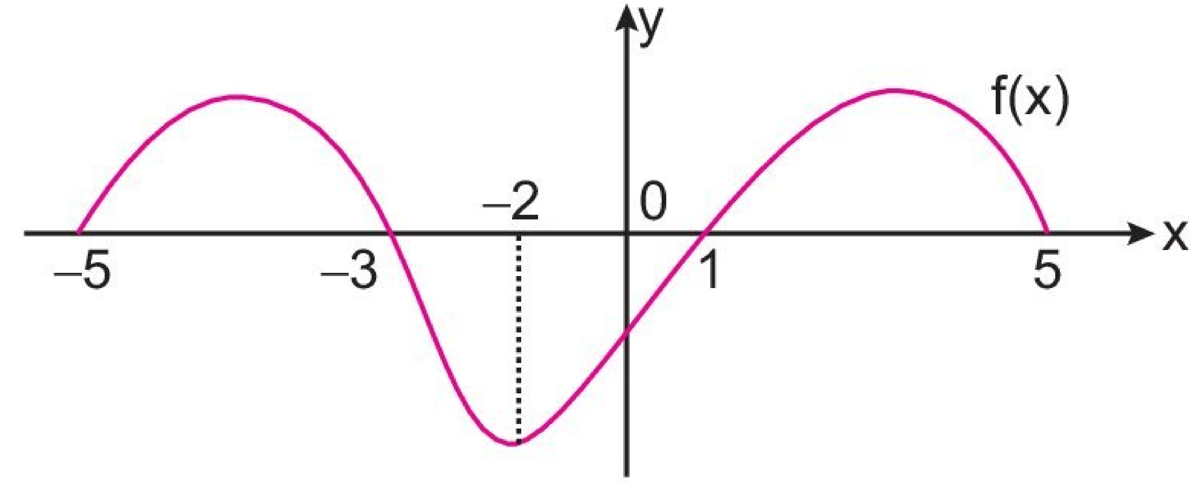
A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

(–4) + 8 + 9 = 13

Cevap B

9. f: [–5, 5] → R

f(x) fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre, f(x) ≥ 0 eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 14 E) 5

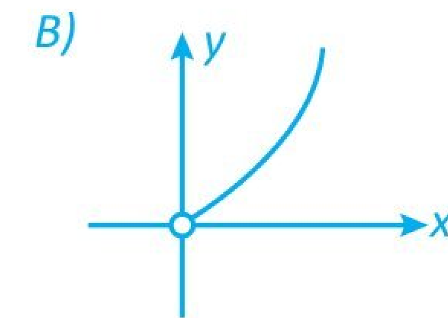
Ç. K. = [–5, –3] ∪ [1, 5]
Tamsayıların toplamı = 3

Cevap C

10. Aşağıda tanımlı fonksiyonlardan hangisi tanım aralığında daima artandır?

A) $f : R^- \to R^+$, $f(x) = x^2$
B) $f : R^+ \to R^+$, $f(x) = x^2$
C) $f : R \to R$, $f(x) = -x^3$
D) $f : R \to R$, $f(x) = 4$
E) $f : R \to R$, $f(x) = 3 - x$

B)



Cevap B

11. A = {1, 3, 5} ve B = {0, 2, 4, 6, 8} olmak üzere

f: A → B fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre, kaç farklı azalan f fonksiyonu tanımlanabilir?

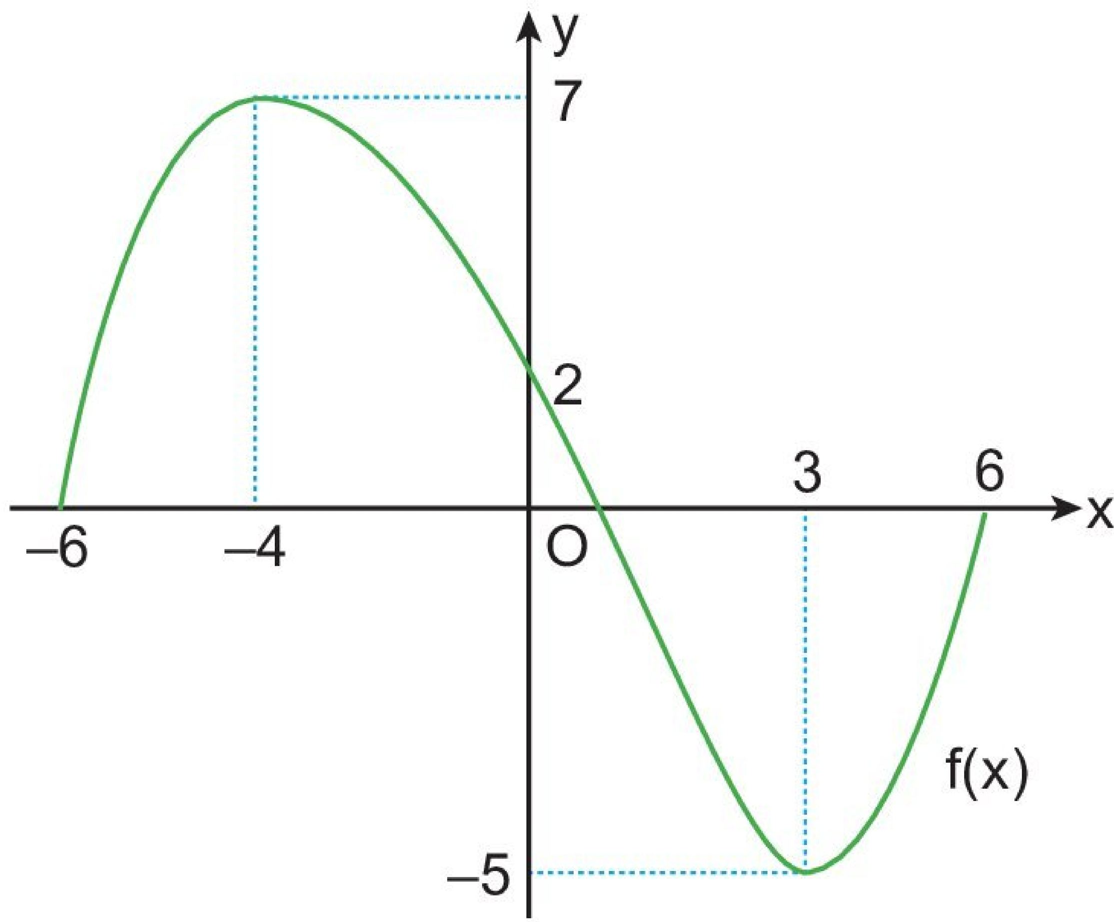
A) 5 B) 8 C) 10 D) 15 E) 20

B kümesindeki 5 elemandan 3 eleman
$\binom{5}{3}$ = 10 farklı biçimde seçilir.
Her seçim için A dan B ye 10 tane azalan fonksiyon tanımlanır.

Cevap C

1.B 2.B 3.D 4.D 5.B 6.D 7.C 8.B 9.C 10.B 11.C

1. f: [–6, 6] → R



Grafiği yukarıda verilen f(x) fonksiyonunun

minimum noktasının apsisi a,

minimum değeri b,

maksimum noktasının apsisi c,

maksimum değeri d dir.

Buna göre, (a – b) . (2c + d) işleminin sonucu kaçtır?

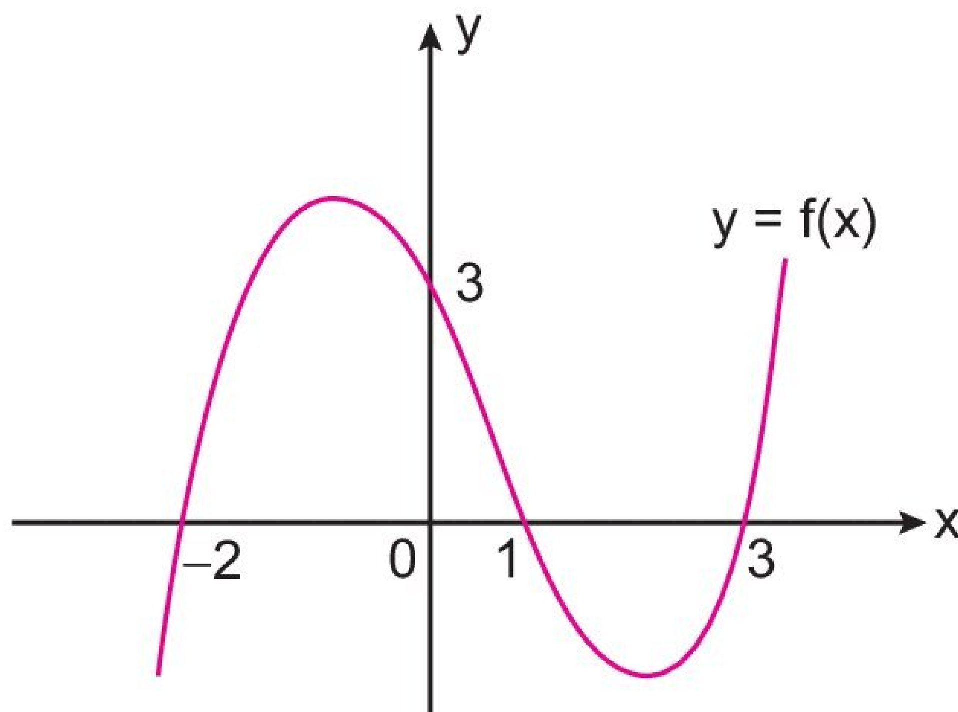
A) –8 B) –6 C) –4 D) 6 E) 8

a = 3 , b = –5 , c = –4 , d = 7

(8) . (–8 + 7) = –8

Cevap A

2.

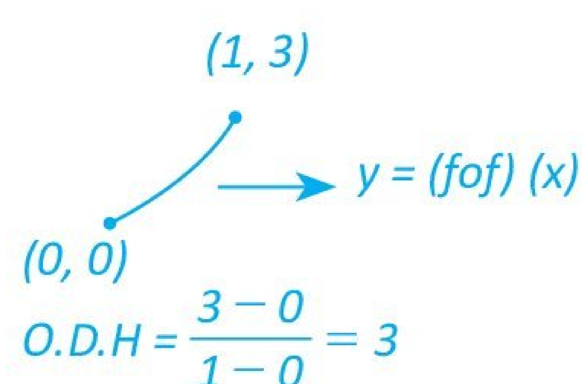


Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğine göre, y = (fof) (x) fonksiyonunun [0, 1] aralığındaki ortalama değişim hızı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(fof) (0) = f(3) = 0

(fof) (1) = f(0) = 3



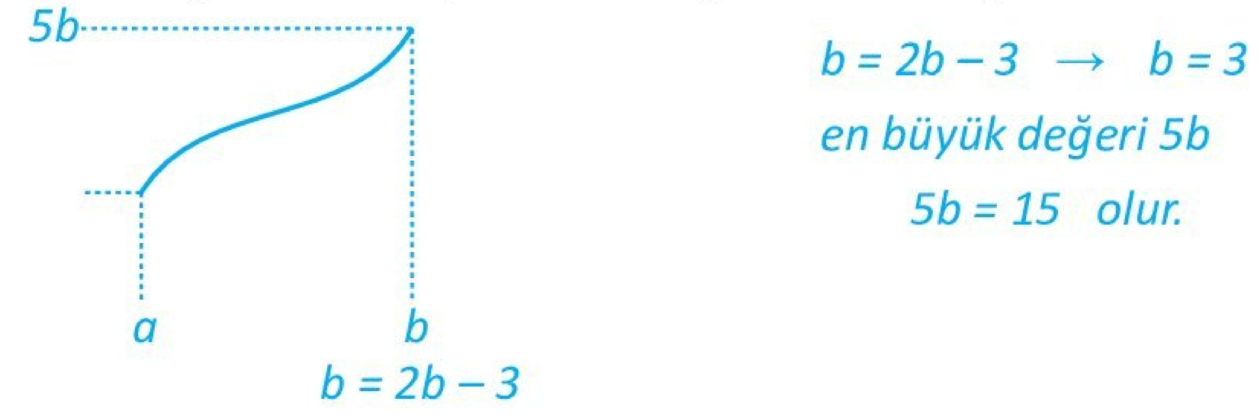
O.D.H $= \dfrac{3-0}{1-0} = 3$

Cevap C

3. Gerçek sayılarda tanımlı, artan y = f(x) fonksiyonu [a, b] kapalı aralığında en büyük değerini x = 2b – 3 için, 5b olarak almaktadır.

Buna göre, fonksiyonun <u>en büyük</u> değeri kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 2



b = 2b – 3 → b = 3

en büyük değeri 5b

5b = 15 olur.

Cevap D

4. f: ℝ → ℝ

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x < 3 \\ -x + 9 & 3 \leq x \end{cases}$$

fonksiyonunun [a, a + 1] aralığındaki ortalama değişim oranı $\frac{1}{3}$ olduğuna göre a kaçtır?

A) $\frac{20}{9}$ B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{23}{9}$ D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{25}{9}$

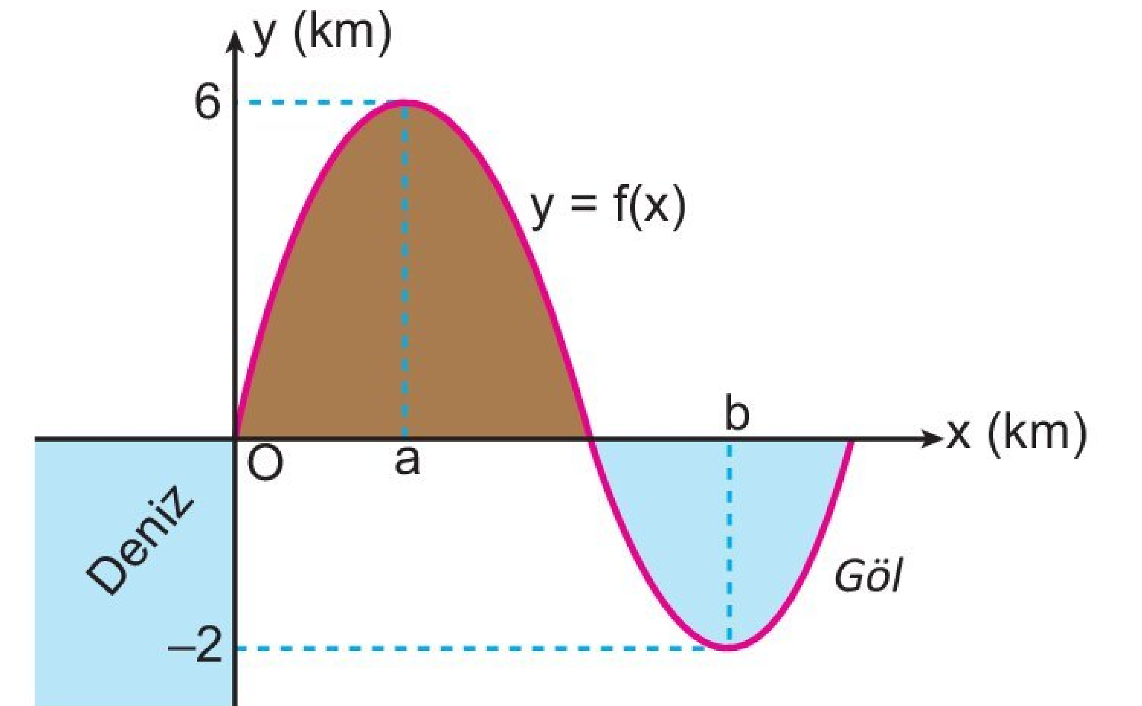
[a, a + 1] aralığının tamamı 3 ten küçük ya da 3 ten büyük olmaz. Çünkü bu aralıklarda ortalama değişim oranı sabittir. (2 ya da –1). Bu durumda,

$$\frac{f(a+1)-f(a)}{(a+1)-a} = -(a+1)+9-2a = \frac{1}{3}$$

$$= 8 - \frac{1}{3} = 3a \qquad a = \frac{23}{9}$$

Cevap C

5.



Şekilde x ekseni deniz seviyesini, y ekseni tepenin denizden yüksekliğini ve gölün deniz seviyesinden ne kadar aşağıda olduğunu ifade etmektedir.

Tepe ve göl y = f(x) fonksiyonu ile modellenmiştir.

f(x) in maksimum ve minimum noktaları arasındaki ortalama değişim hızının –3 ten çok ve –2 den az olduğu bilinmektedir.

Buna göre, b – a farkının tam sayı değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

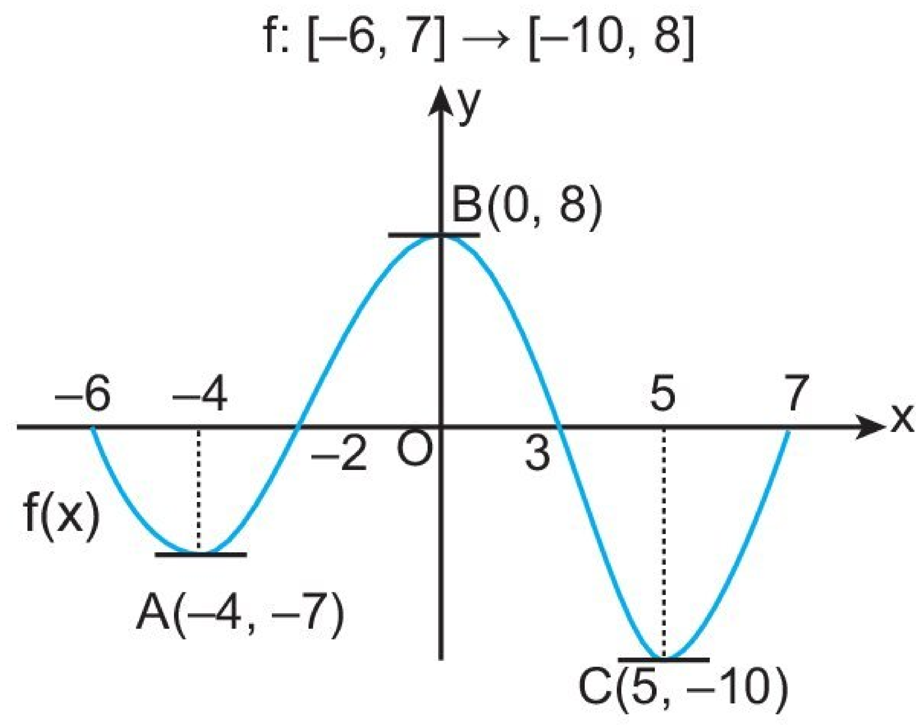
$$-3 < \frac{-8}{b-a} < -2 \Rightarrow 2 < \frac{8}{b-a} < 3$$

$$\frac{1}{3} < \frac{b-a}{8} < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{8}{3} < b-a < 4 \Rightarrow b-a = 3$$

Cevap C

1.A 2.C 3.D 4.C 5.C

1.



Şekilde f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

I. f(x) fonksiyonunun artan olduğu aralık [–4, 0] ∪ [5, 7] dir.

II. f(x) fonksiyonunun azalan olduğu aralık [–6, –4] ∪ [0, 5] tir.

III. A ve B noktalarını birleştirerek d doğrusu elde ediliyor. d doğrusu üzerinde gelişi güzel seçilen D ve E noktaları arasındaki ortalama değişim hızı $\frac{15}{4}$ tür.

IV. f(x) = 0 denkleminin kökler toplamı 2 dir.

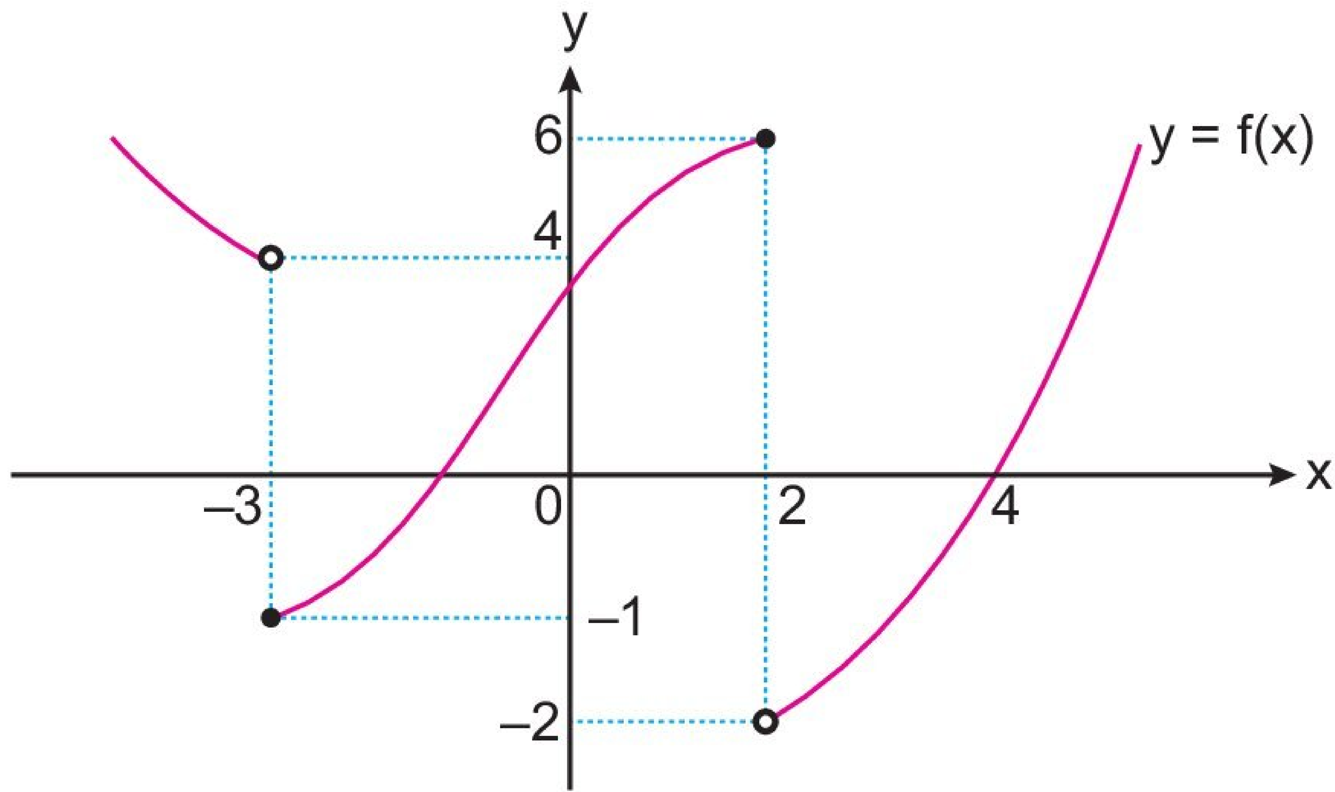
V. f(x) > 0 eşitsizliğini sağlayan farklı x tam sayılarının toplamı 3 tür.

Buna göre, yukarıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

A) I B) II C) III D) IV E) V

V. ifade yanlıştır. Yanıt 2 olmalıydı. *Cevap E*

2.



Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğine göre,

I. (–∞, 0) aralığında fonksiyonun en küçük değeri –1 dir.

II. [0, 4] aralığında fonksiyon en büyük değerini x = 2 de alır.

III. [–4, 3] aralığında fonksiyonun en büyük ve en küçük değerlerinin toplamı 5 tir.

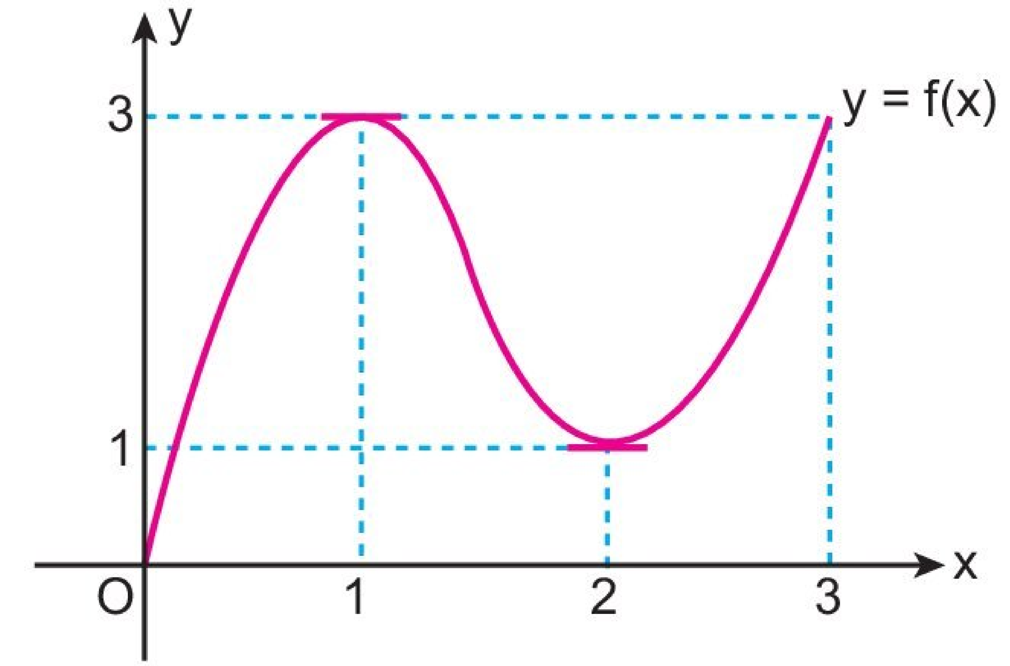
ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) I ve III E) I, II ve III

I. Doğru, II. Doğru, III. f(–4) değerini bilmiyoruz. Kesinlikle doğru değildir.
Cevap C

3. Dik koordinat düzleminde [0, 3] aralığında tanımlı bir f fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

I. (fof)(x) = 1

II. (fof)(x) = 2

III. (fof)(x) = 3

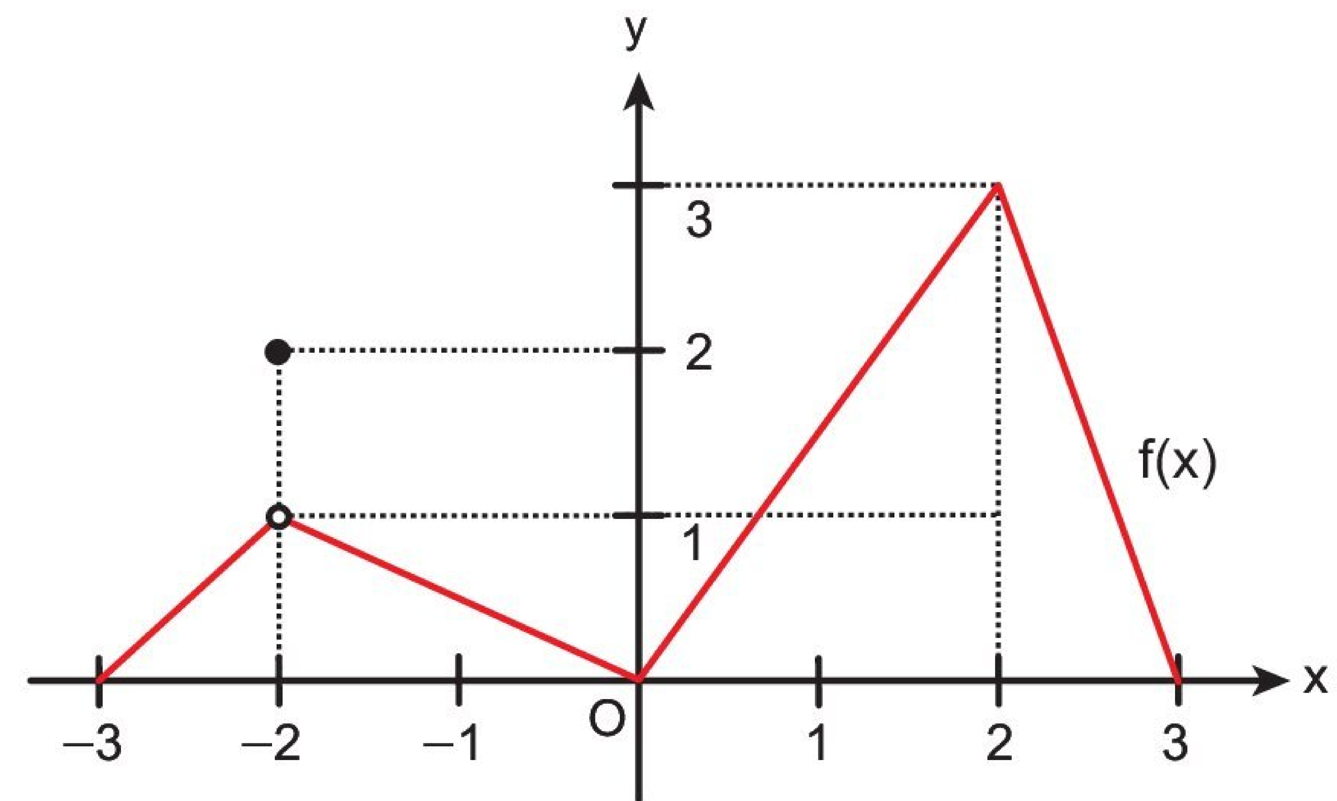
eşitliklerinden hangileri yalnızca dört farklı x değeri için sağlanır?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) I ve III

I. Doğru, f(x) = 2 için 3 ve f(x) = $\frac{1}{4}$ için 1 olmak üzere 4 farklı x değeri vardır. II. Yanlış, III. Doğru, f(x) = 1 için 2 ve f(x) = 3 için 2 omlak üzere 4 farklı x değeri vardır. *Cevap E*

4. f : [–3, 3] → ℝ



Yukarıda parçalı biçiminde tanımlanmış y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

- f fonksiyonu tanım kümesinin alt aralıklarında dört farklı doğrusal fonksiyon biçiminde tanımlıdır.

Buna göre, (fof)(x) = 3 denklemini sağlayan farklı x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{5}{3}$ C) 2 D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{25}{6}$

$f(x) = 2 \Rightarrow x = -2,\ x = \frac{4}{3},\ x = \frac{7}{3} \Rightarrow -2 + \frac{4}{3} + \frac{7}{3} = \frac{5}{3}$

Cevap B

1.E 2.C 3.E 4.B



İKİNCİ DERECEDEN FONKSİYONLAR VE GRAFİKLERİ (PARABOL)

$a \neq 0$, a, b, c birer gerçek sayı olmak üzere, gerçek sayılarda tanımlı

$f(x) = ax^2 + bx + c$

İkinci dereceden bir bilinmeyenli polinom fonksiyonunun grafiğine **parabol** denir.

Örnek 1

$f(x) = 2x^{m-2} + 4x + m$

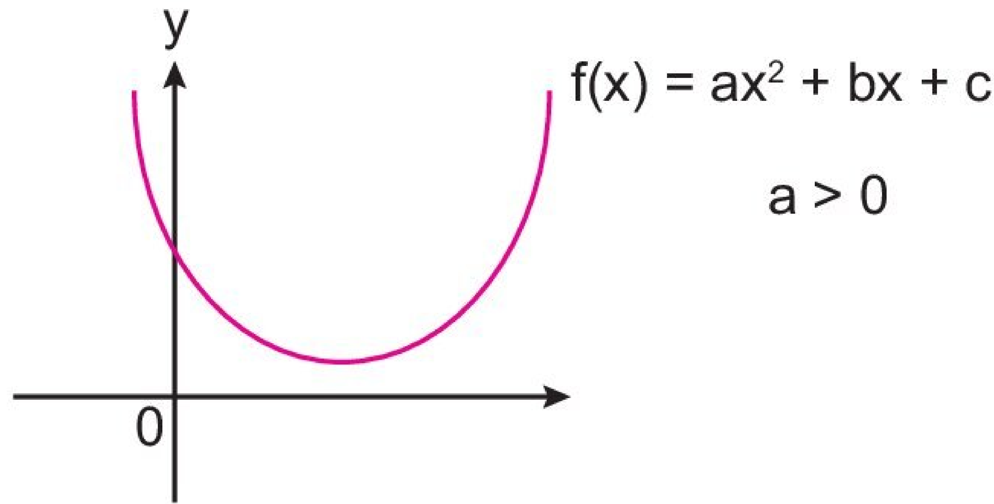
fonksiyonunun grafiği parabol belirttiğine göre, f(–1) değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

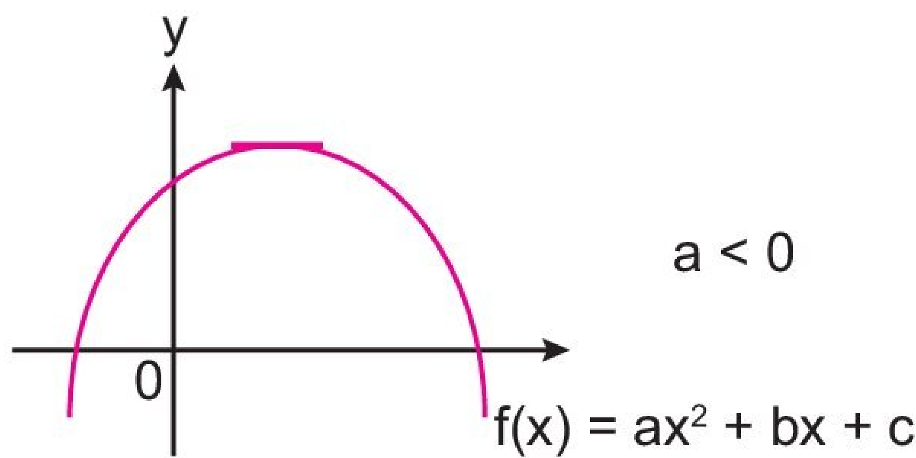
$m - 2 = 2 \rightarrow m = 4$

$f(x) = 2x^2 + 4x + 4 \quad f(-1) = 2.1 - 4 + 4 = 2$ *Cevap E*

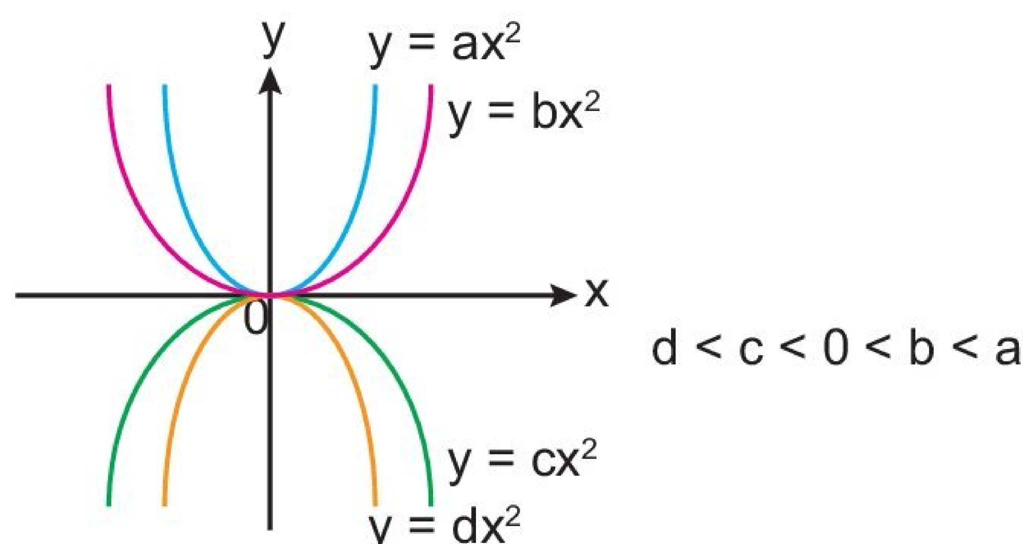
> Parabolün grafiği çanak şeklindedir.



> $f(x) = ax^2 + bx + c$ grafiğinde;
> $a > 0$ iken parabol yukarıya bakar (kollar yukarı doğru)
> $a < 0$ iken parabol aşağıya bakar (kollar aşağı doğru)

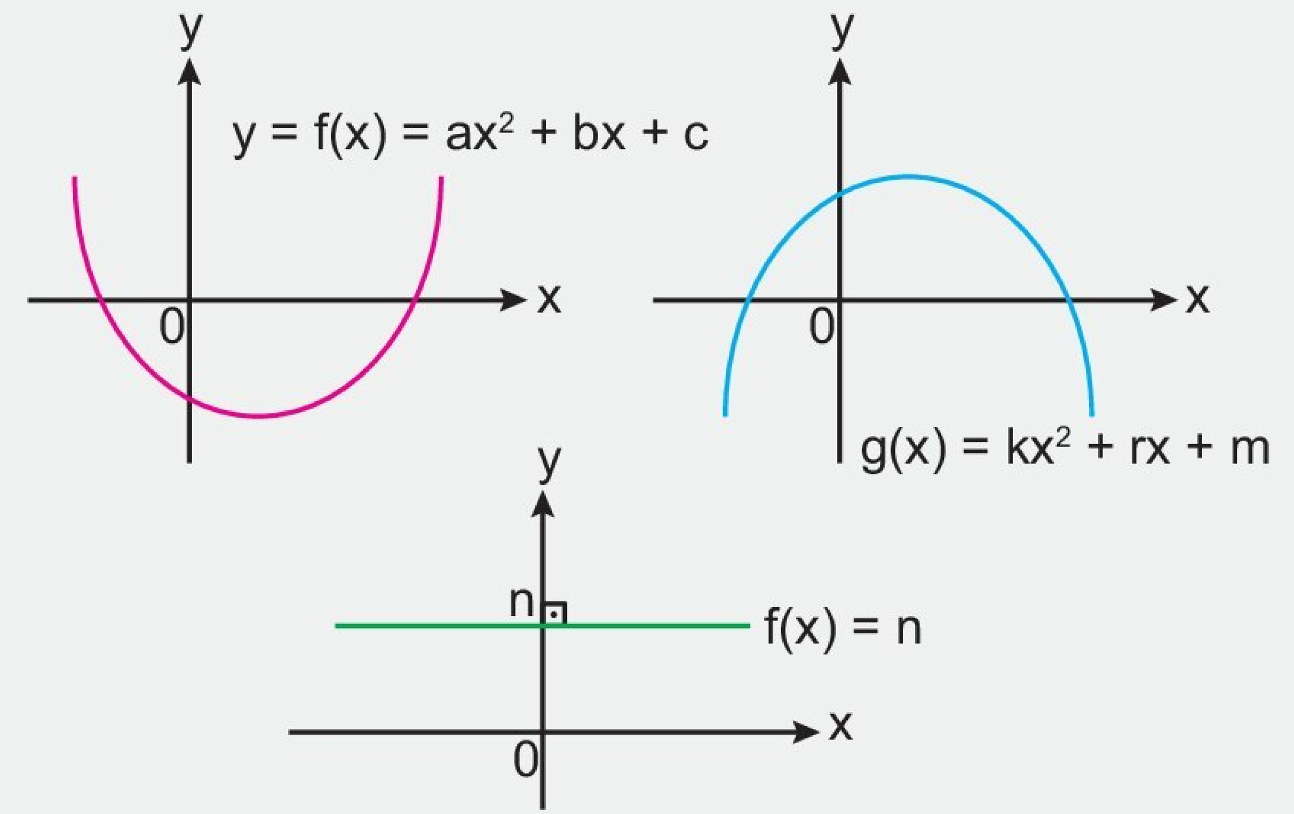


> $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunda |a| büyüdükçe parabolün kolları birbirine yaklaşır.



Örnek 2

Aşağıda bazı fonksiyonların grafikleri verilmiştir.

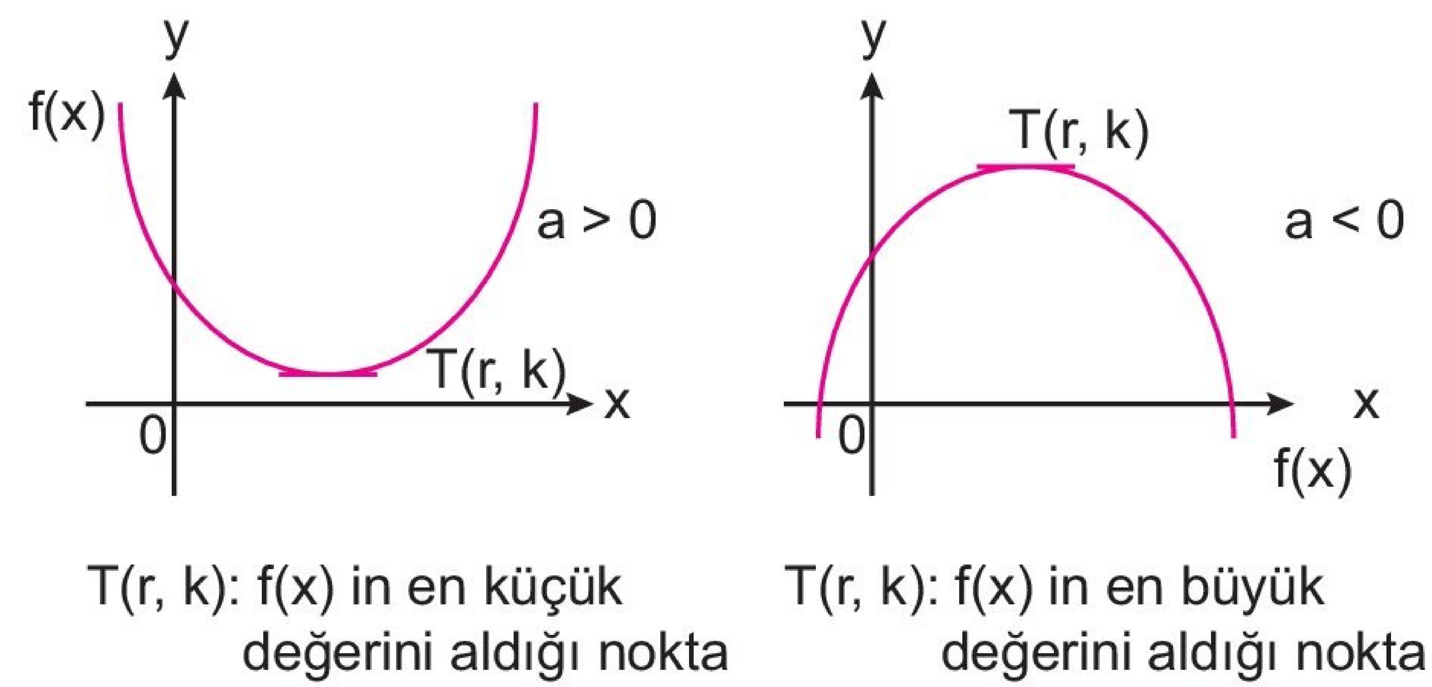


Buna göre, a, k ve n nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) +, –, – B) –, –. + C) +, –, + D) +, +, + E) –, –, +

a: + kollar yukarı doğru
k: – kollar aşağı doğru
n: + sabit fonksiyon (n > 0)
Cevap: C

$f(x) = y = ax^2 + bx + c$ parabolünün en büyük ya da en küçük değerini aldığı noktaya tepe noktası denir.

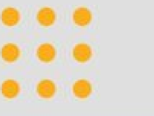


T(r, k): f(x) in en küçük değerini aldığı nokta

T(r, k): f(x) in en büyük değerini aldığı nokta

> $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün tepe noktasının koordinatları T(r, k) iken

$r = -\dfrac{b}{2a}$ ve $k = f(r) = \dfrac{4ac - b^2}{4a}$ dır.



Örnek 3

$f(x) = x^2 - 6x + 8$ parabolünün en küçük değeri A,

$g(x) = -x^2 - 4x - 5$ parabolünün en büyük değeri B dir.

Buna göre, A + B toplamının değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 5 E) 7

f(x) in en küçük değeri x = 3 te

$A = f(3) = 9 - 6 . 3 + 8 = -1$

g(x) in en büyük değeri x = –2 de

$B = f(-2) = -4 + 8 - 5 = -1$ $A + B = -2$ *Cevap A*

Örnek 4

$f(x) = x^2 + 8x + 13$

fonksiyonunun tepe noktasının x eksenine uzaklığı kaç birimdir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$T(r, k)$ $r = -4$

$k = f(-4) = 16 - 32 + 13 = -3$

$T(-4, -3)$

x eksenine uzaklığı 3 birimdir. *Cevap C*

> $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün tepe noktası T(r, k) olduğunda parabolün denklemi $f(x) = a(x - r)^2 + k$
>
> şeklinde de yazılabilir.

Örnek 5

Tepe noktası T(–2, 5) olan ikinci dereceden f(x) fonksiyonunun eğrisi A(1, 4) noktasından da geçiyor.

Buna göre, f(0) kaçtır?

A) $\frac{37}{9}$ B) $\frac{38}{9}$ C) $\frac{13}{3}$ D) $\frac{40}{9}$ E) $\frac{41}{9}$

$f(x) = a(x - (-2))^2 + 5$

$4 = a(1 + 2)^2 + 5$

$-1 = 9a$ $a = -\frac{1}{9}$

$f(x) = -\frac{1}{9}(x + 2)^2 + 5$ $f(0) = -\frac{4}{9} + 5 = \frac{41}{9}$ *Cevap E*

Örnek 6

$f(x) = 2(x - 3)^2 + 1$ parabolünün tepe noktası A,

$g(x) = -x^2 + 4x - 2$ parabolünün tepe noktası B dir.

Buna göre, A ile B noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) 3

A(3, 1) ve B(2, 2)

$|AB| = \sqrt{(3-2)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ br. *Cevap A*

> $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiği $x = -\frac{b}{2a}$ doğrusuna göre simetriktir.

- $x = -\frac{b}{2a}$ doğrusuna parabolün simetri ekseni denir. $r = -\frac{b}{2a}$

Örnek 7

$f(x) = x^2 - 6x + 4$

fonksiyonunun simetri ekseni aşağıdakilerden hangisidir?

A) x = 0 B) x = 1 C) x = 2 D) x = 3 E) x = 4

$f(x) = 1x^2 - 6x + 4$ (a, b, c)

$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2.1}$ $x = 3$ *Cevap D*

Örnek 8

$f(x) = x^2 + 2nx + m$ parabolü için,

$$\frac{f(2-n) + f(-4-n)}{f(4-n) + f(-2-n)}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) 2 E) 3

simetri ekseni x = –n doğrusu olduğundan ve

$f(2 - n) = f(-2 - n)$

$f(-4 - n) = f(4 - n)$ *olduğundan*

$\frac{f(2-n) + f(-4-n)}{f(4-n) + f(-2-n)} = 1$ *olur.* *Cevap C*

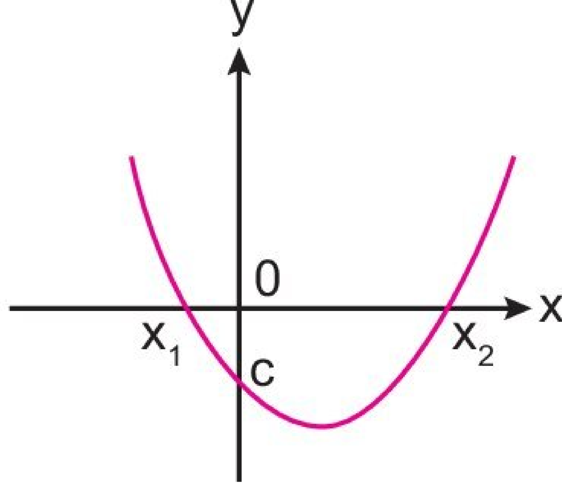
I. Parabolün Eksenleri Kestiği Noktalar

$f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün

- y eksenini kestiği nokta $x = 0$ için $f(x) = c$ dir.
- x eksenini kestiği nokta $y = 0$ için $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleridir.

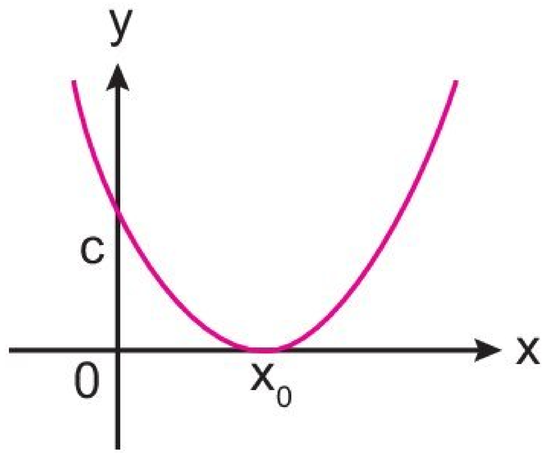
$\Delta = b^2 - 4ac$ olmak üzere

$\Delta > 0$ ise parabol x eksenini farklı iki noktada keser.



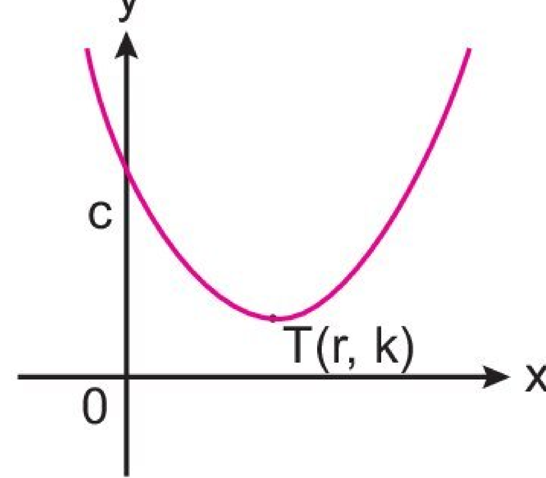
$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ dir.

$\Delta = 0$ ise parabol x eksenine teğettir.



$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$ dir.

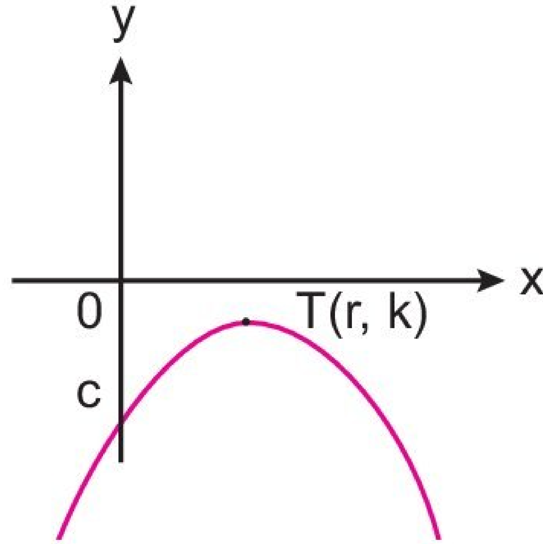
$\Delta < 0$ ise parabol x eksenini kesmez.



$ax^2 + bx + c = a(x - r)^2 + k > 0$dır.

($a > 0$ ve $\Delta < 0$)

$a < 0$ ve $\Delta < 0$ iken



$ax^2 + bx + c = a(x - r)^2 + k < 0$ dır.

Örnek 9

$f(x) = x^2 + 3x - k + 4 > 0$

eşitsizliği her x gerçek sayısı için sağlandığına göre,k nın en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

x^2 nin katsayısı pozitif $a = 1$

$\Delta = 3^2 - 4.1(-k + 4) < 0$

$9 + 4k - 16 < 0$

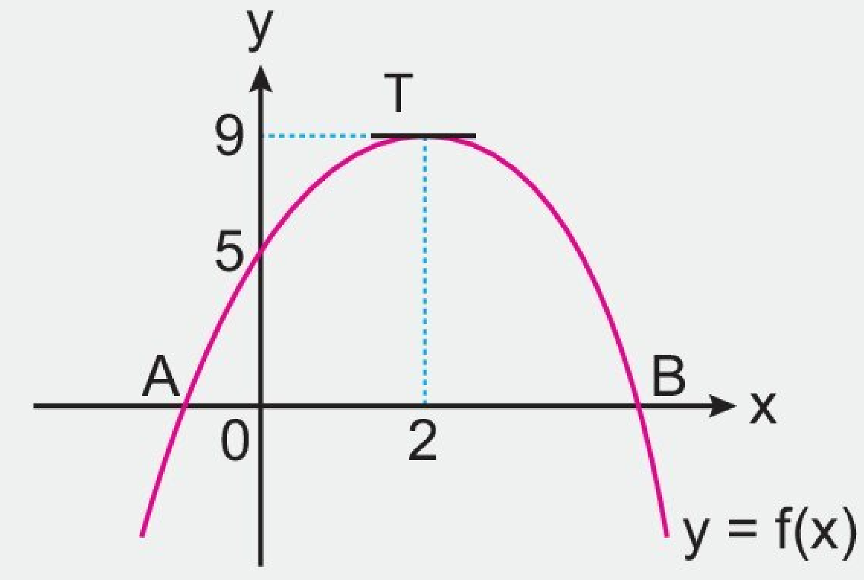
$4k < 7$

$k < \frac{7}{4}$

k nin en büyük tam sayı değeri 1 dir.

Cevap D

Örnek 10



Yukarıdaki şekilde tepe noktası T olan ikinci dereceden f(x) fonksiyonunun grafiğine göre,

|AB| uzunluğu kaç birimdir?

A) 4 B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{2}$ E) 6

$f(x) = y = a(x-2)^2 + 9$

$f(0) = 5 \rightarrow 5 = a.4 + 9 \rightarrow a = -1$

$f(x) = -(x-2)^2 + 9 = -x^2 + 4x + 5 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2

$A(x_1, 0)$, $B(x_2, 0)$ $\Big\}$ $|AB| = |x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{4^2 - 4.(-1).5}}{|-1|}$

$|AB| = 6$ br

Cevap E

Örnek 11

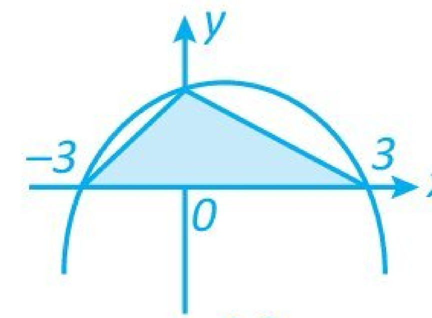
$f(x) = -x^2 + (k-2)x + k + 7$

fonksiyonunun simetri ekseni y ekseni olup eksenleri kestiği noktalar A, B ve C dir.

Buna göre, ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

$k - 2 = 0 \rightarrow k = 2 \rightarrow f(x) = 9 - x^2$



Alan = $\frac{6 \cdot 9}{2} = 27$

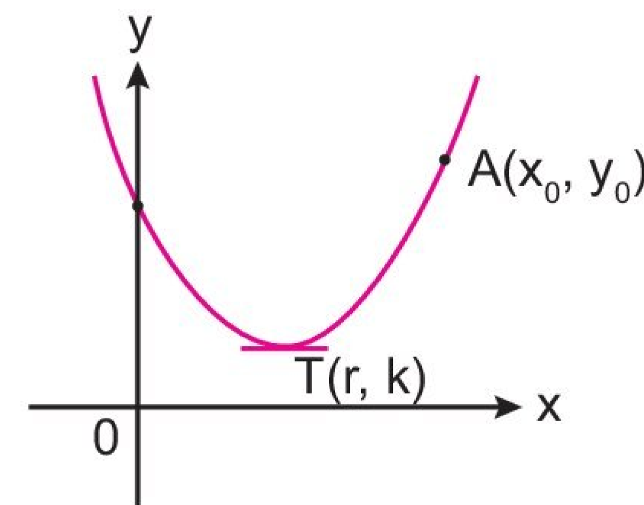
Alan(ABC) = $\frac{4.3}{2} = 6$ cm²

Cevap: E

II. Grafiği Verilen Parabolün Denklemi

1. Durum

Tepe noktası ve bir noktası belli olan parabol;

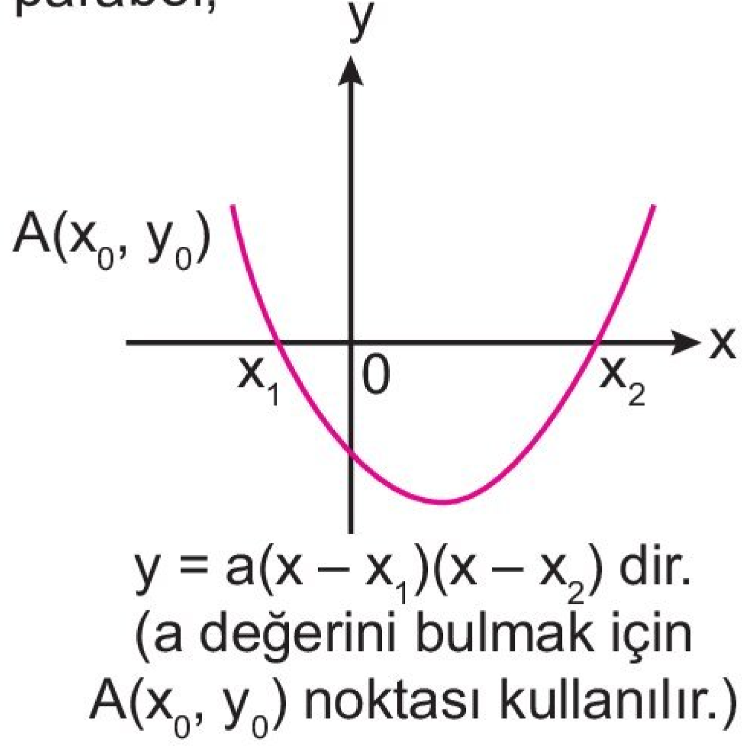


$y = a(x - r)^2 + k$ dir.
(a değerini bulmak için $A(x_0, y_0)$ noktası kullanılır.)



2. Durum

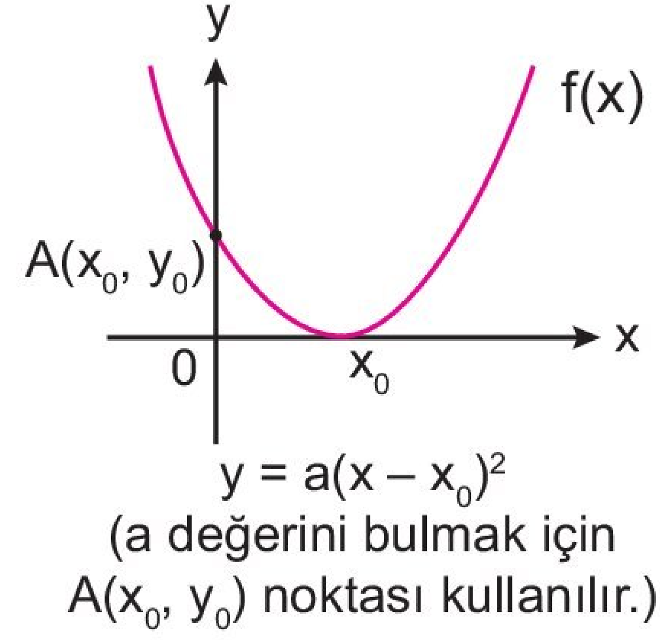
x eksenini farklı iki noktada kesen ve bir noktası belli olan parabol;



$y = a(x - x_1)(x - x_2)$ dir.
(a değerini bulmak için $A(x_0, y_0)$ noktası kullanılır.)

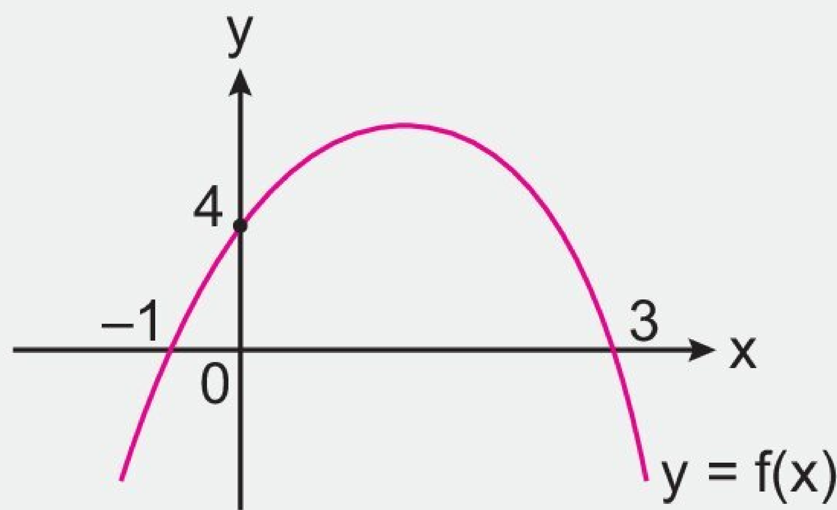
3. Durum

x eksenine teğet ve bir noktası belli olan parabol;



$y = a(x - x_0)^2$
(a değerini bulmak için $A(x_0, y_0)$ noktası kullanılır.)

Örnek 12



Grafiği verilen y = f(x) parabolü için f(4) değeri kaçtır?

A) $-\frac{20}{3}$ B) –6 C) –5 D) $-\frac{14}{3}$ E) –4

$f(x) = a(x + 1)(x - 3)$ $f(0) = 4 = a.1(-3)$ $a = -\frac{4}{3}$

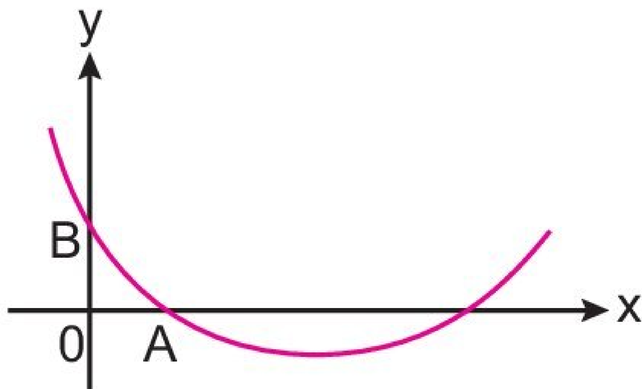
$f(x) = -\frac{4}{3}(x + 1)(x - 3)$ $f(4) = -\frac{4}{3}.5.1 = -\frac{20}{3}$ Cevap A

Çıkmış Soru 1

$0 < x_1 < x_2$ olmak üzere gerçek sayılar kümesi üzerinde

$f(x) = (x - x_1)(x - x_2)$

biçiminde tanımlanan bir f fonksiyonunun belirttiği parabol, dik koordinat düzleminde eksenleri şekildeki gibi kesmektedir.

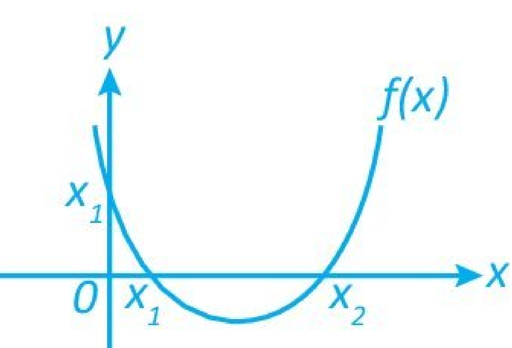


A ve B noktalarının orijine uzaklıkları birbirine eşit olup, $x = \frac{3}{5}$ iken bu parabol en küçük değerini almaktadır.

Buna göre, $\frac{x_2}{x_1}$ oranı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2019/AYT

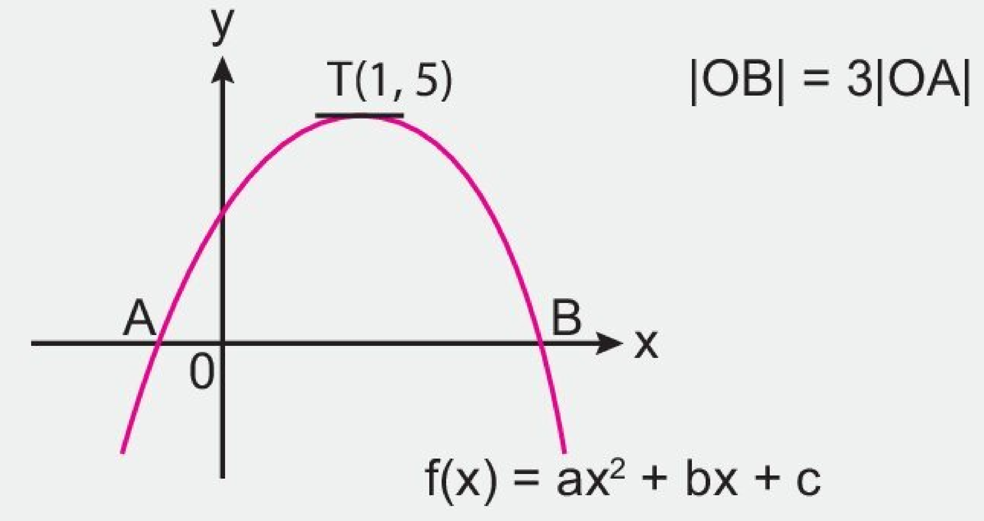


$f(x) = (x - x_1)(x - x_2)$
$x_1 = (-x_1)(-x_2)$
$x_2 = 1$
$\frac{x_1 - x_2}{2} = \frac{3}{5}$
$x_1 + 1 = \frac{6}{5} \rightarrow x_1 = \frac{1}{5}$

$\frac{x_2}{x_1} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5$

Cevap D

Örnek 13



Yukarıda verilenlere göre, fonksiyonun y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{15}{4}$ E) 5

A(–k, 0) olursa B(3k, 0) *Tepe noktasının apsisi $1 = \frac{-k + 3k}{2} = k$*
A(–1, 0) ve B(3, 0) *$f(x) = a(x + 1)(x - 3)$*
$f(1) = 5 \rightarrow 5 = a.2.(-2) \rightarrow a = -\frac{5}{4}$
$f(x) = -\frac{5}{4}(x + 1)(x - 3)$ $f(0) = -\frac{5}{4}1.(-3) = \frac{15}{4}$ *Cevap D*

Örnek 14

Dik kenar uzunlukları 12 – x cm ve x + 4 cm olan bir dik üçgenin alanı en çok kaç br^2 olur?

A) 20 B) 24 C) 28 D) 32 E) 36

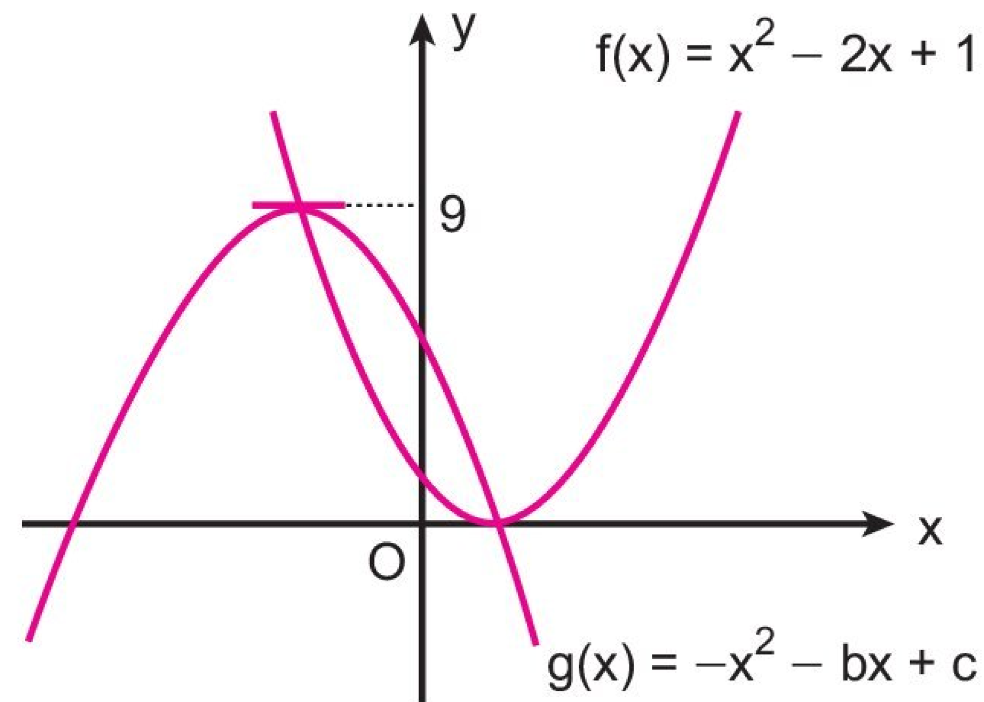
x + 4, 12 – x

$Alan(x) = \frac{(x + 4)(12 - x)}{2}$
En büyük değeri tepe noktasında alır.

$A(x) = \frac{1}{2}(-x^2 + 8x + 48)$
$= \frac{1}{2}(-4^2 + 8.4 + 48)$
$= \frac{1}{2}64 = 32$ br^2

Cevap D

Çıkmış Soru 2



Yukarıda verilen f(x) ve g(x) parabolleri birbirlerini tepe noktalarında kesmektedir.

Buna göre, g(0) değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2013/LYS

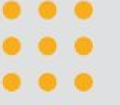
f(x) in tepe noktası Tf (1, 0)
g(1) = 0 → –12+b+c → b+c=1
g(x) in tepe noktasının ordinatı 9
f(x)=9 → c=5 → g(0)=5 → x=–2 Tg(–2, 9)
b=–4 → c=5 → g(0)=5
Cevap C

Örnek Cevapları

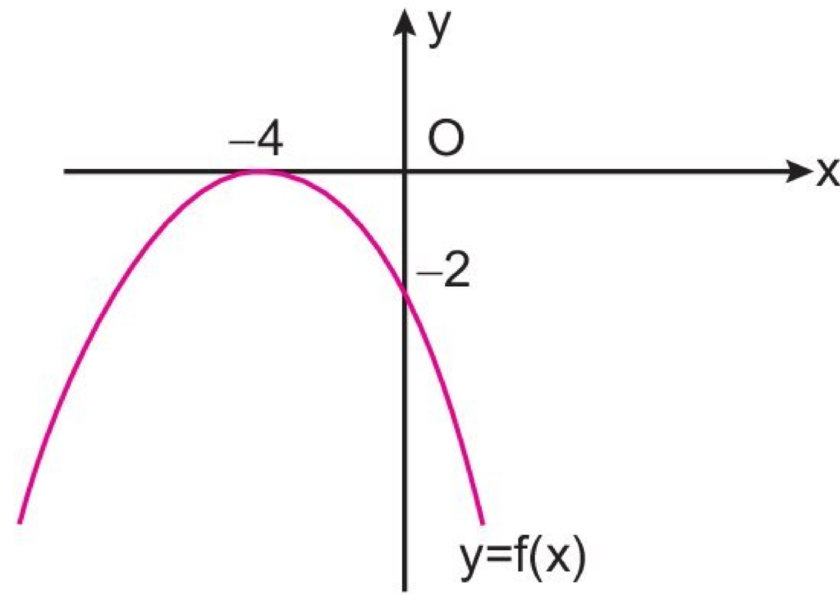
1. E 2. C 3. A 4. C 5. E 6. A 7. D 8. C 9. D 10. E 11. E 12. A 13. D 14. D

Çıkmış Soru Cevapları

1. D 2. C



1.



f(x) fonksiyonunun grafiği, şekildeki gibi Ox eksenine (–4, 0) noktasında teğet olan ve (0 – 2) noktasından geçen paraboldür.

Buna göre, f(16) kaçtır?

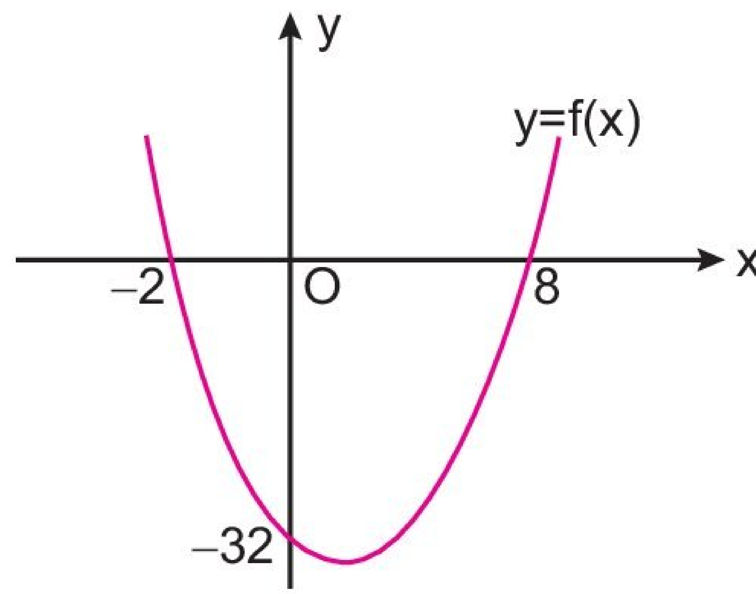
A) –60 B) –50 C) –40 D) –30 E) –20

$f(x) = a(x + 4)^2$

$f(0) = a \cdot 16 = -2 \Rightarrow a = -\frac{1}{8}$

$f(16) = (-\frac{1}{8}) \cdot 20^2 = -50$ *Cevap B*

2.



Şekilde y = f(x) parabolü verilmiştir.

Buna göre, f(4) kaçtır?

A) –48 B) –36 C) –24 D) –18 E) –12

$f(x) = a(x + 2)(x - 8)$

$f(0) = a \cdot 2(-8) = -32 \Rightarrow a = 2$

$f(4) = 2 \cdot 6(-4) = -48$ *Cevap A*

3. **Yatay ekseni A(–3, 0) ve B(5, 0) noktalarında, düşey ekseni C(0, 45) noktasında kesen parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $y = x^2 - 2x - 15$ B) $y = 3x^2 - 6x + 45$

C) $y = -x^2 + 2x + 15$ D) $y = -2x^2 + 4x + 45$

E) $y = -3x^2 + 6x + 45$

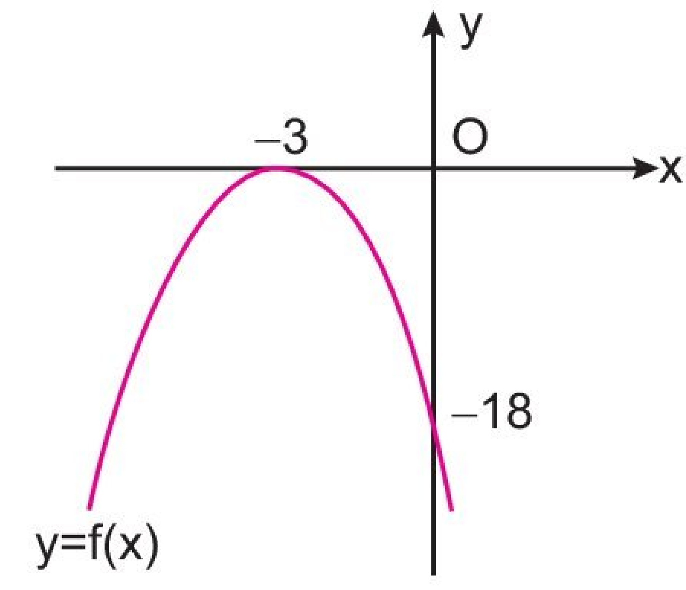
$f(x) = a(x + 3)(x - 5)$

$45 = a \cdot 3 \cdot (-5) \Rightarrow a = -3$

$f(x) = -3(x + 3)(x - 5)$

$f(x) = -3x^2 + 6x + 45$ *Cevap E*

4.



Yukarıda verilen y = f(x) parabolünün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 2(x + 3)^2$ B) $y = 3(x - 3)^2$

C) $y = -(x + 3)^2$ D) $y = -2(x + 3)^2$

E) $y = -2(x - 3)^2$

$y = -2(x + 3)^2$ *Cevap D*

5. $y = -x^2 + bx + c$

parabolünün tepe noktası T(–2, 12) noktasıdır.

Buna göre, parabolün dikey ekseni kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

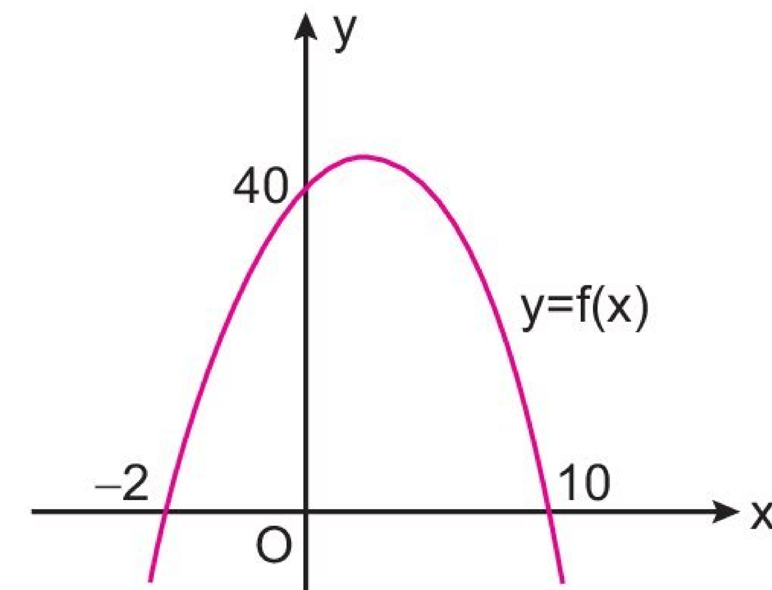
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$f(x) = a(x + 2)^2 + 12 \Rightarrow a = -1$

$f(x) = -x^2 - 4x + 8$

$f(0) = 8$ *Cevap D*

6.

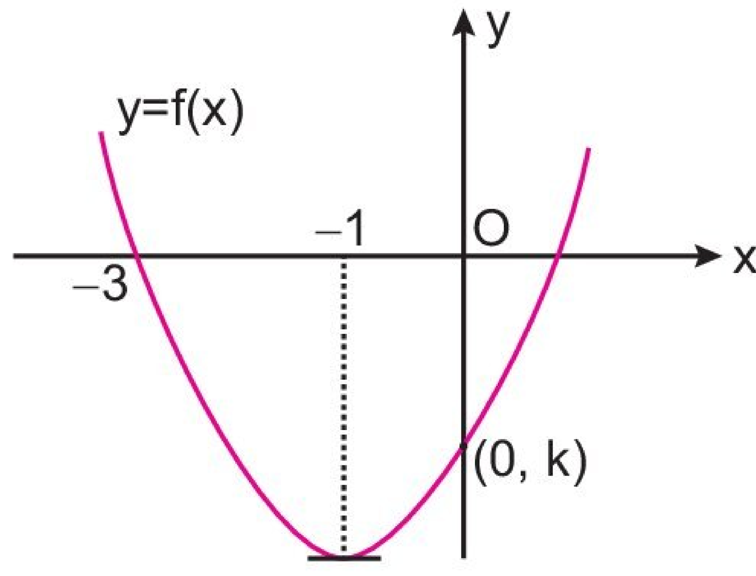


Şekilde verilen f(x) parabolüne göre, f(8) kaçtır?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

Simetri ekseninin özelliğinden f(8) = f(0) = 40 *Cevap E*

7.



Şekilde $f(x) = x^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, b + c + k işleminin sonucu kaçtır?

A) –6 B) –5 C) –4 D) –3 E) –2

Simetri ekseni x = –1 doğrusu ⇒ Kökler {–3, 1}

$f(x) = (x + 3)(x - 1) = x^2 + 2x - 3 \Rightarrow b = 2, c = -3 = k$

$b + c + k = 2 + (-3) + (-3) = -4$ *Cevap C*

8. $f : R \to R$

$f(x) = -2x^2 + 6x + 13$

fonksiyonunda her x gerçek sayısı için

$f(3m - x) = f(3m + x)$ eşitliği sağlanmaktadır.

Buna göre, m değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

Tepe noktasının apsisi = $\frac{-6}{-4} = 3m \Rightarrow \frac{1}{2} = m$

Cevap B

9. $a \in R$ olmak üzere,

$A = -3a^2 + 24a + 5$ tir.

Buna göre, A nın en büyük değeri kaçtır?

A) 13 B) 23 C) 33 D) 42 E) 53

apsis = 4

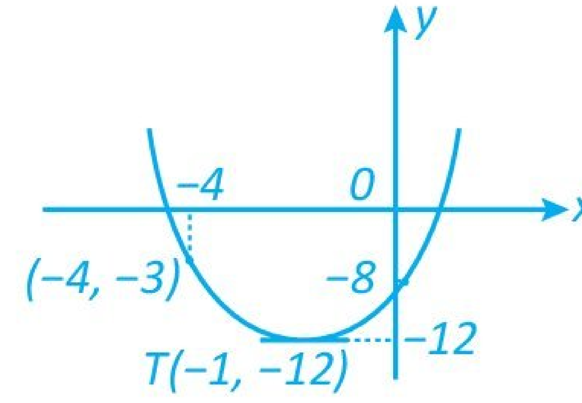
ordinat = f(4) = –48 + 96 + 5 = 53 *Cevap E*

10. $f: [-4, 1] \to \mathbb{R}$

$f(x) = x^2 + 2x - 11$

fonksiyonunun görüntü kümesinde kaç tane tam sayı vardır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12



T(–1, –12)
f(–4) = –3
f(1) = –8
Görüntü kümesi [–12, –3]
10 tane tam sayı

Cevap C

11. $f(x) = mx^2 - 8mx + m + 5$

parabolünün x = a doğrusuna göre simetriği kendisi olduğuna göre, a kaçtır?

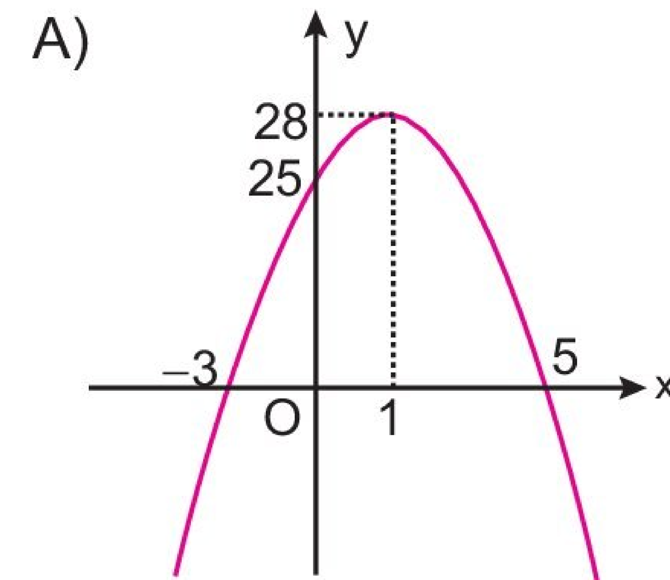
A) 4 B) 2 C) –1 D) –2 E) –4

apsis = $\frac{8m}{2m} = 4, \Rightarrow a = 4$

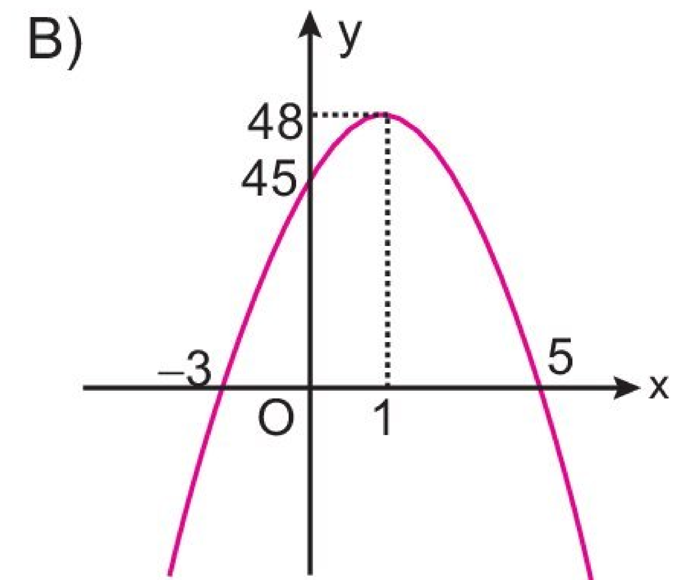
Cevap A

12. Tanım kümesi gerçek sayılar olan $y = -3x^2 + 6x + 45$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

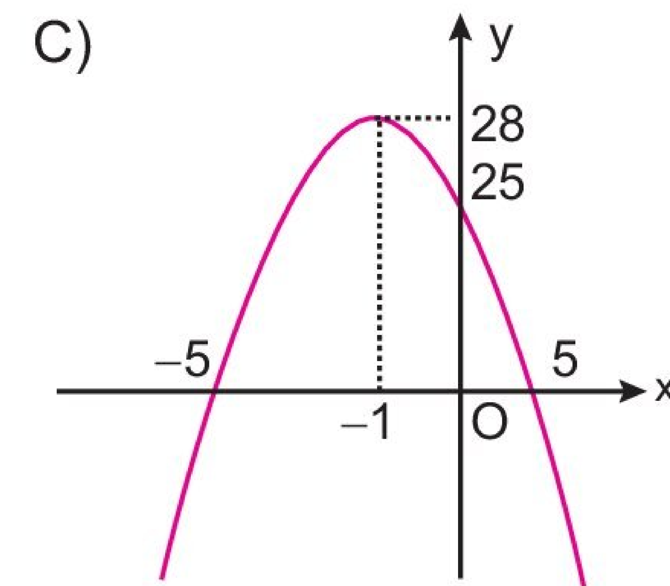
A)



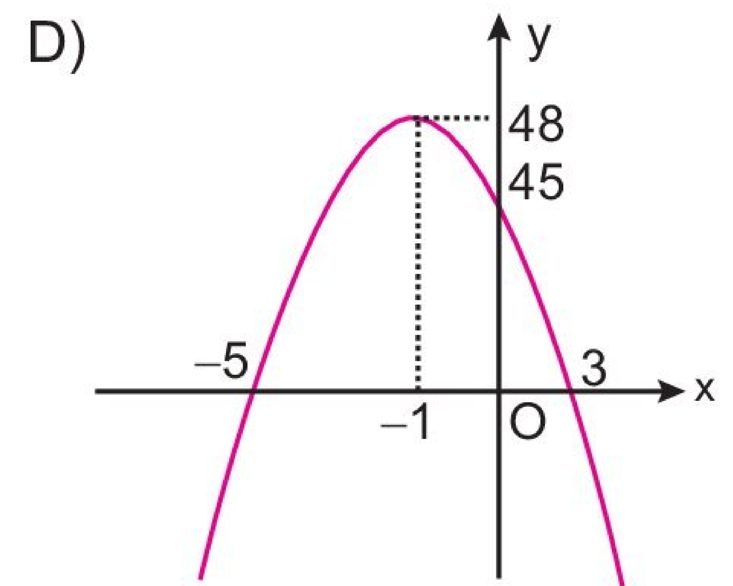
B)



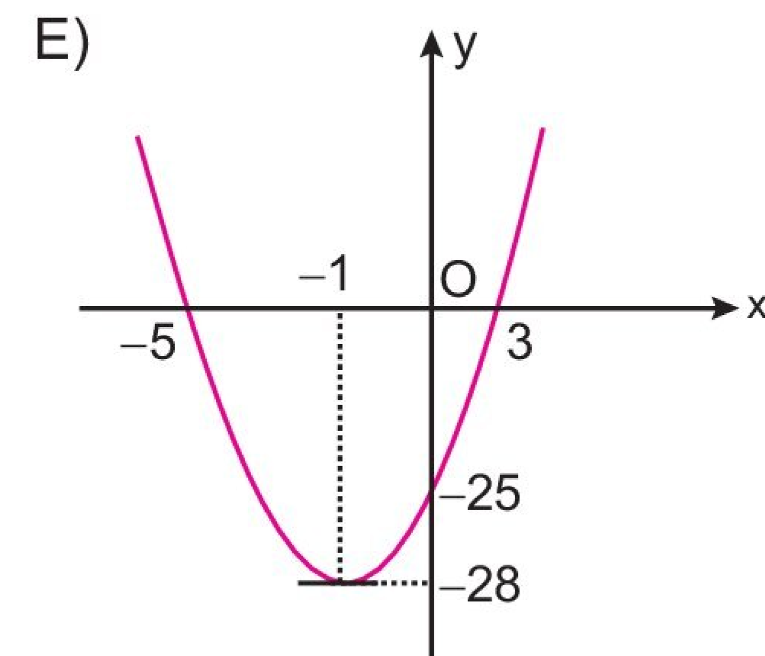
C)



D)



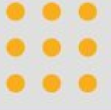
E)



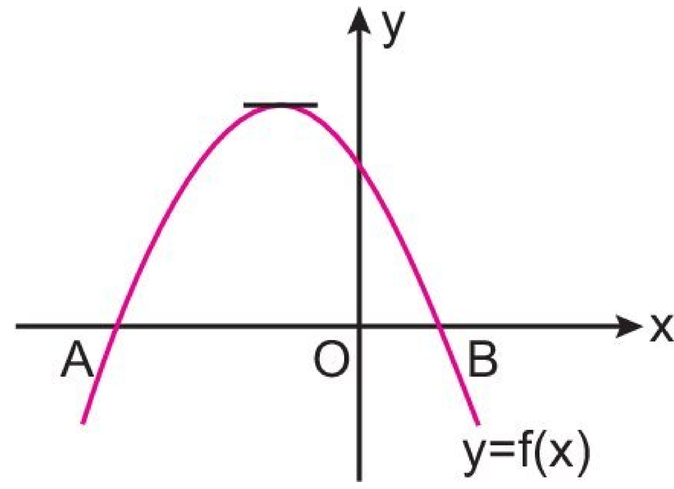
a) $f(x) = -3(x^2 - 2x - 15) = -3(x - 5)(x + 3)$ tür.

Cevap B

1.B 2.A 3.E 4.D 5.D 6.E 7.C 8.B 9.E 10.C 11.A 12.B



1.



$f(x) = -x^2 - 3x + k - 2$

parobolünde |AB| = 5 birim olduğuna göre, f(3) kaçtır?

A) –12 B) –14 C) –16 D) –18 E) –20

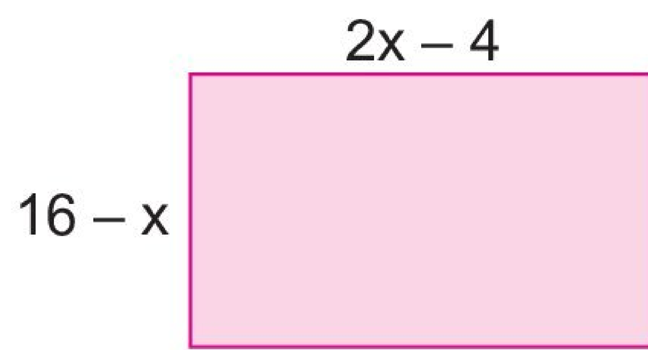
$x_1 - x_2 = 5$, $x_1 + x_2 = -3$ $\Rightarrow x_1 = 1$

$f(1) = -1 - 3 + k - 2 = 0$

$k = 6$ $f(3) = -14$

Cevap B

2.



Kenar uzunlukları verilen şekildeki dikdörtgensel bölgenin alanı en çok kaç birimkaredir?

A) 100 B) 98 C) 96 D) 94 E) 92

$A = -2x^2 + 36x - 64$

$\text{apsis} = \frac{-36}{-4} = 9$

$f(9) = -162 + 324 - 64 = 98$

Cevap B

3. **a, b, c, d gerçek sayıdır.**

$f : [0, 3] \to [a, b]$, $g : [a, b] \to [c, d]$

$f(x) = x^2 - 6x + 2$, $g(x) = x^2 - 4x + 1$

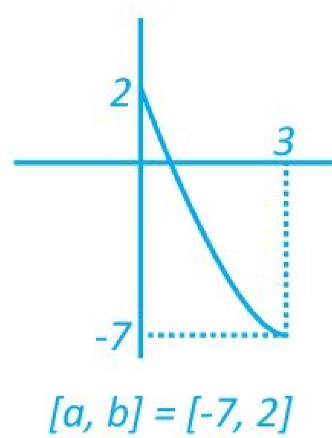
fonksiyonları veriliyor. f(x) ve g(x) in ters fonksiyonları tanımlı olduğuna göre, c + d toplamının sonucu kaçtır?

A) 73 B) 74 C) 75 D) 76 E) 77

$f(x) = (x - 3)^2 - 7$

f(x) 1 – 1 ve örtendir.

Yani değer kümesi görüntü kümesine eşittir.

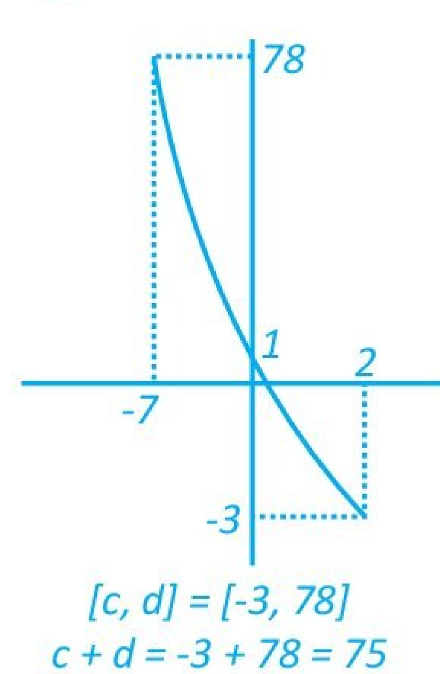


$[a, b] = [-7, 2]$

$f(x) = (x - 2)^2 - 3$

f(x) 1 – 1 ve örtendir.

Yani değer kümesi görüntü kümesine eşittir.



$[c, d] = [-3, 78]$

$c + d = -3 + 78 = 75$

Cevap C

4. $f(x) = x^2 - 3x + 4$

parabolünde apsisi ordinatına eşit olan noktanın koordinatları toplamı kaçtır?

A) –8 B) –4 C) 0 D) 4 E) 8

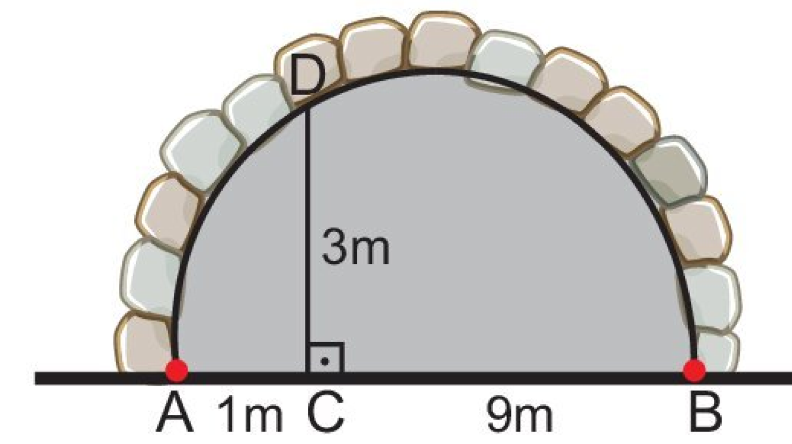
$x^2 - 3x + 4 = x$

$x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$

$N(2, 2) \Rightarrow 2 + 2 = 4$

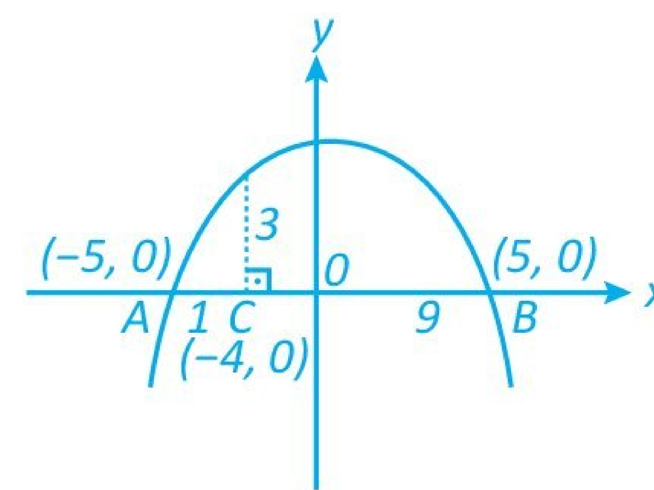
Cevap D

5.



Yukarıda karşıdan görünen tünelin girişinde bazı uzunluk değerleri verilmiştir. Tünel girişi parabol şeklinde olduğuna göre, tünelin yerden yüksekliği en çok kaç metredir?

A) 6 B) $\frac{20}{3}$ C) 8 D) $\frac{25}{3}$ E) 9



$y = a(x - 5)(x + 5)$

$f(-4) = 3$

$3 = a(-9).1 \to a = -\frac{1}{3}$

$f(x) = -\frac{1}{3}(x - 5)(x + 5)$

$f(0) = -\ \ (-5)(5) = \frac{25}{3}$ metre

Cevap D

6. Havaya atılan bir taşın yatay olarak aldığı yol x metre olmak üzere, taşın yükseklik denklemi h(x),

$h(x) = -\frac{1}{40}(x^2 - 4x - 200)$ olarak veriliyor.

Buna göre, topun ulaşabileceği maksimum yükseklik kaç metredir?

A) 7 B) $\frac{51}{10}$ C) $\frac{47}{10}$ D) 4 E) $\frac{33}{10}$

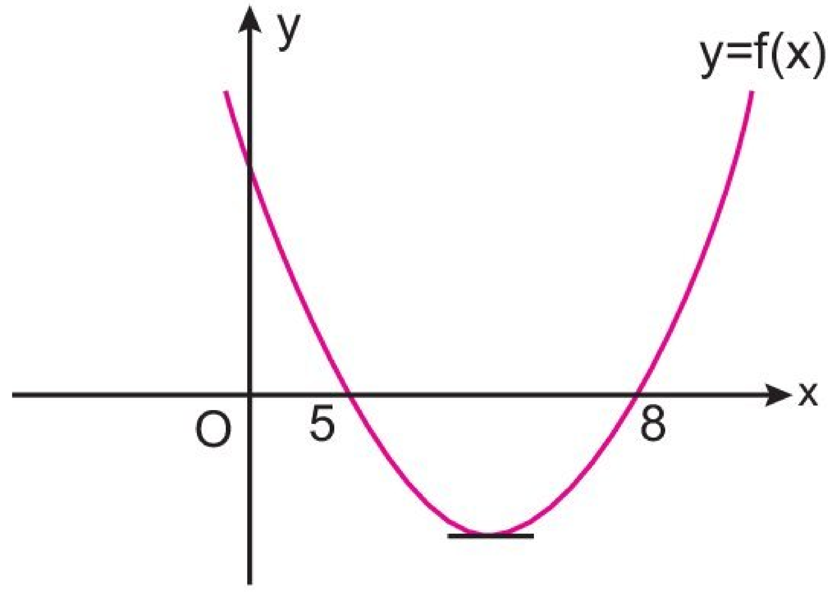
Tepe noktası $T(2, h(2))$

$h(2) = -\frac{1}{40}(4 - 8 - 200) = \frac{204}{40} = \frac{51}{10}$ maksimum yükseklik $\frac{51}{10}$ metre

Cevap B

1.B 2.B 3.C 4.D 5.D 6.B

1.



Şekildeki y = f(x) parabolü x eksenini 5 ve 8 apsisli noktalarda kesmektedir.

f(10) = 17 olduğuna göre, f(3) kaçtır?

A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

Simetri ekseninin özelliğinden f(10) = f(3) = 17

Cevap D

2. $f(x) = ax^2 + bx + c$

fonksiyonunun grafiği A(0, 1), B(1, 6) ve C(–1, 0) noktalarından geçmektedir.

Buna göre, f(2) değeri kaçtır?

A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

$f(0) = c = 1$

$f(1) = a + b + 1 = 6 \Rightarrow a + b = 5$
$f(-1) = a - b + 1 = 0 \Rightarrow a - b = -1$ $\Big\} \Rightarrow$ $a = 2$, $b = 3$

$f(x) = 2x^2 + 3x + 1$

$f(2) = 8 + 6 + 1 = 15$

Cevap E

3. Tanım kümesi gerçek sayılar olan

$f(x) = 3x^2 - 12x + 34$

parabolünün alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

Parabolün alacağı en küçük değeri için parabolün tepe noktasının ordinatı bulunur.

Tepe noktasının apsisi $= -\frac{-12}{2.3} = \frac{12}{6} = 2$ *olur.*

Tepe noktasının ordinatı ise f(2) dir.

$f(2) = 3 \cdot (2)^2 - 12 \cdot (2) + 34$

$= 12 - 24 + 34 = 22$ *olur.*

Cevap C

4. Tanım kümesi gerçek sayılar olan

$f(x) = -3x^2 + 6x + 4$

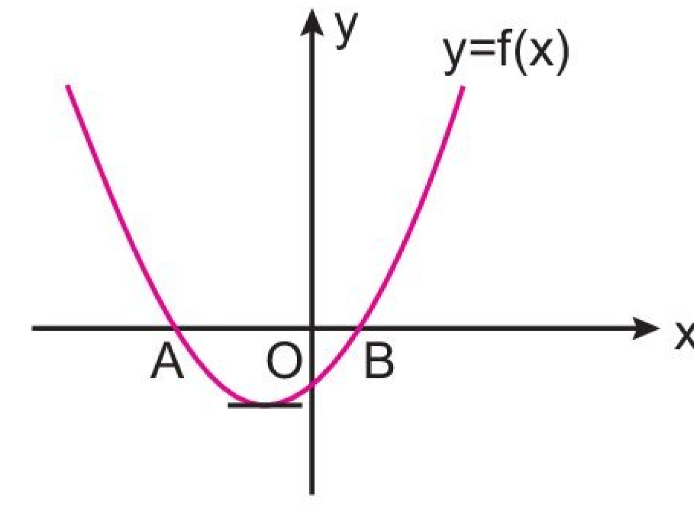
fonksiyonunun görüntü kümesinin en büyük elemanı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

apsis = 1, ordinat = f(1) = –3 + 6 + 4 = 7

Cevap D

5.



Şekilde $y = x^2 + 56x + m$ parabolü verilmiştir.

|AO| = 9 . |OB| olduğuna göre, m değeri kaçtır?

A) –361 B) –381 C) –401 D) –421 E) –441

$x_1 = (-9k, 0)$ ve $x_2 = (k, 0)$

$x_1 + x_2 = -8k = -56 \Rightarrow k = 7$

$f(7) = 49 + 56 \cdot 7 + m = 0$

$\Rightarrow m = -441$

Cevap E

6. Her x reel sayısı için,

$ax^2 - 8x - 2 < 0$

olduğuna göre, a tam sayısı en çok kaçtır?

A) –11 B) –10 C) –9 D) –8 E) –7

$\Delta = 64 - 4 \cdot a(-2) < 0$

$8a < -64$

$a < -8$

a tam sayısı en çok –9 olur.

Cevap C

7. $f(x) = 2x^2 - (2m - 6)x + m + 3$

parabolünün tepe noktası Oy ekseni üzerinde olduğuna göre, fonksiyonun en küçük değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

$\frac{2m-6}{4} = 0 \rightarrow m = 3$

$f(x) = 2x^2 + 6 \rightarrow f(0) = 6$ *En küçük değer 6 dır.*

Cevap C

8. Taban kenarının uzunluğu (2x + 2) cm ve bu tabana ait yüksekliği (15 – x) cm olan üçgensel bölgenin alanı en çok kaç cm² dir?

A) 32 B) 36 C) 48 D) 56 E) 64

$A = \frac{2(x+1)(15-x)}{2} = -x^2 + 14x + 15$

apsis = 7

$A(7) = -49 + 98 + 15 = 64$

Cevap E

1.D 2.E 3.C 4.D 5.E 6.C 7.C 8.E



İKİNCİ DERECEDEN FONKSİYONLAR VE GRAFİKLERİ(PARABOL)

III. Parabol İle Doğrunun Birbirine Göre Durumları

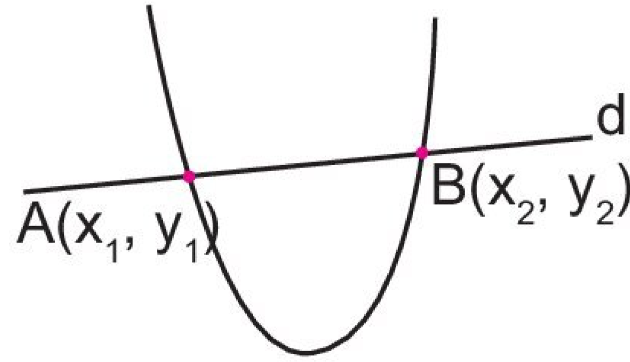
$y = ax^2 + bx + c$ parabolü ile $y = mx + n$ doğrusunun birbirine göre durumlarını tespit etmek için ortak çözüm yapılır.

$ax^2 + bx + c = mx + n$

> $ax^2 + (b - m)x + c - n = 0$, 2. dereceden denkleminin diskriminantı

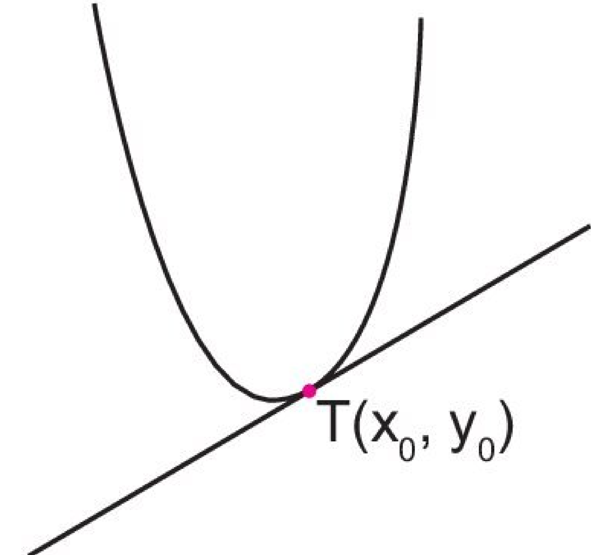
* $\Delta = (b - m)^2 - 4.a(c - n)$ olmak üzere,

> $\Delta > 0$ ise parabol ile doğru farklı iki noktada kesişirler.



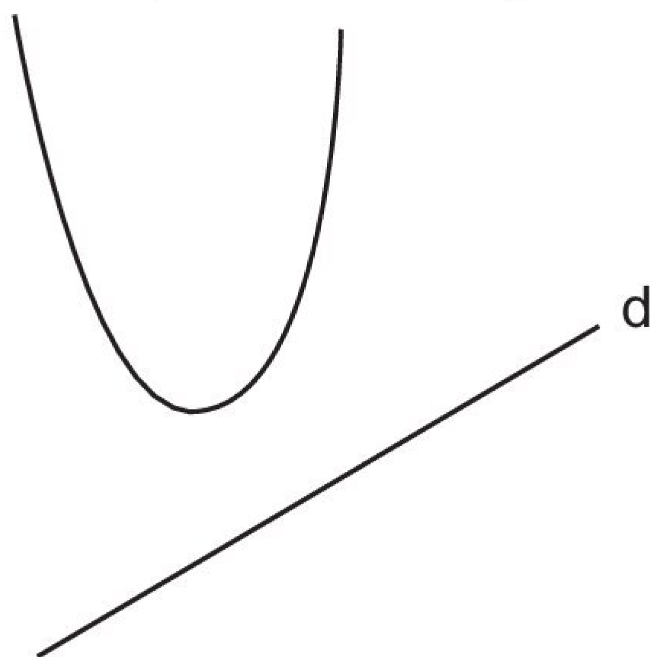
Kesişim noktasının apsisi (*) denkleminin kökleridir. kökler (x_1 ve x_2)

> $\Delta = 0$ ise parabol ile doğru birbirlerine teğettirler.



Teğet noktasının apsisi (*) denkleminin köküdür. (Çift katlı) kök (x_0)

> $\Delta < 0$ ise parabol ve doğru kesişmezler.



(*) denkleminin kökü yoktur.

Örnek 1

$f(x) = x^2 - x - 5$ parabolü ile $y = x + 3$ doğrusunun kesişim noktalarını bulunuz.

Ortak çözüm yapılırsa

$x^2 - x - 5 = x + 3$ $\quad x_1 = 4 \quad x_2 = -2$

$x^2 - 2x - 8 = 0$ $\quad y_1 = 7 \quad y_2 = 1$

$(x - 4)(x + 2) = 0$

Kesişim noktaları A(4, 7) ve B(–2, 1) olur.

Örnek 2

$y = x^2 + 3x + k - 1$ parabolü ile $y = x + 1$ doğrusu birbirine teğet olduklarına göre k kaçtır?

Ortak çözümde elde edilen ikinci dereceden denklemin diskriminantı sıfır olmalıdır.

$x^2 + 3x + k - 1 = x + 1$ $\quad \Delta = 2^2 - 4.1.(k - 2) = 04 - 4k + 8 = 0$

$x^2 + 2x + k - 2 = 0$ $\quad 12 = 4k \rightarrow k = 3$ *bulunur.*

IV. Parabolün Ötelenmesi

$y = ax^2 + bx + c$ parabolü

> k birim sağa ötelenirse ($k > 0$)

$y = a(x - k)^2 + b(x - k) + c$ elde edilir.

> k birim sola ötelenirse ($k > 0$)

$y = a(x + k)^2 + b(x + k) + c$ elde edilir.

> k birim yukarı ötelenirse ($k > 0$)

$y = ax^2 + bx + c + k$ elde edilir.

> k birim aşağı ötelenirse ($k > 0$)

$y = ax^2 + bx + c - k$ elde edilir.

Örnek 3

$f(x) = y = x^2 - 3$ parabolü 2 birim sağa ötelendiğinde g(x) parabolü elde ediliyor.

Buna göre, g(x) parabolünün y eksenini kestiği nokta aşağıdakilerden hangisidir?

A) (0, 1) B) (0, 0) C) (0, –1) D) (0, 2) E) (0, 3)

$f(x) = y = x^2 - 3$ *x yerine x – 2 yazılırsa*

$g(x) = (x - 2)^2 - 3$ *bulunur.*

y eksenini kestiği nokta için

$x = 0 \rightarrow g(0) = (0 - 2)^2 - 3 = 4 - 3 = 1 \rightarrow (0, 1)$ *noktası bulunur.* *Cevap A*

Çıkmış Soru 1

$f(x) = x^2 - 2x + 3$ fonksiyonunun grafiği a birim sağa ve b birim aşağıya ötelenerek $g(x) = x^2 - 8x + 14$ fonksiyonunun grafiği elde ediliyor.

Buna göre, |a| + |b| ifadesinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2011 LYS

$f(x) = y = x^2 - 2x + 3$

a birim sağa ve b birim aşağıya ötelendiğinde

$g(x) = (x - a)^2 - 2(x - a) + 3 - b = x^2 - 8x + 14$ *olur.*

$x^2 - (2a + 2)x + a^2 + 2a - b + 3 = x^2 - 8x + 14$

$2a + 2 = 8$ $\quad 9 + 2.3 - b + 3 = 14$

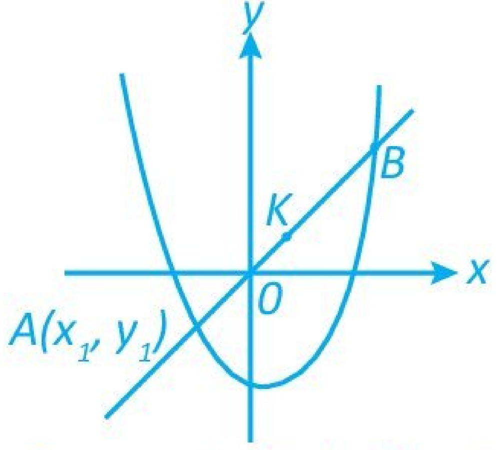
$2a = 6 \quad a = 3$ $\quad 18 - b = 14 \; b = 4$ $\quad |a| + |b| = 7$ *Cevap D*

Örnek 4

$f(x) = x^2 - 6$ parabolü ile $y = 4x$ doğrusunun kesişim noktaları A ve B dir.

Buna göre, [AB] nin orta noktasının ordinatı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



Ortak çözüm yapılırsa,
$x^2 - 6 = 4x$
$x^2 - 4x - 6 = 0$ *denkleminin kökleri A ve B noktalarının apsisleridir.*
($ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökler toplamı $x_1 + x_2 = -\frac{b}{2a}$ olduğunu hatırlayınız.)

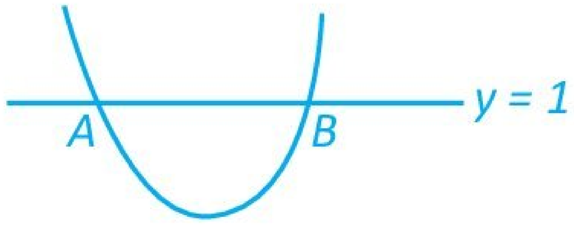
$x^2 - 4x - 6 = 0$ *denkleminde* $x_1 + x_2 = 4$
K noktasının apsisi $\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{4}{2} = 2$ *olur.*
K noktası $y = 4x$ doğrusu üzerinde olduğu için ordinatı $y = 4.2 = 8$ bulunur.

Cevap E

Örnek 5

$y = 3$ doğrusunun $y = x^2 - 3x - 1$ parabolünün kolları arasında kalan parçasının uzunluğu kaç birimdir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



Ortak çözüm yapılırsa
$x^2 - 3x - 1 = 3$
$x^2 - 3x - 4 = 0$
$(x - 4)(x + 1) = 0$
A(−1, 1) ve B(4, 1) bulunur.

Bu durumda [AB] nin uzunluğu 4 − (−1) = 5 birim bulunur.

Cevap D

Örnek 6

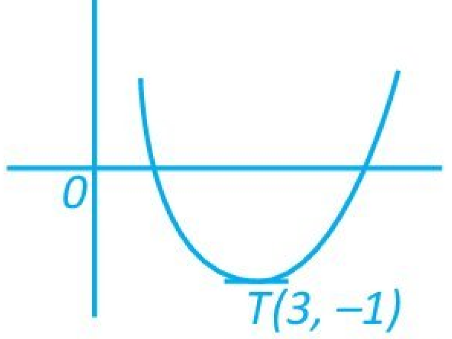
$y = x^2 + mx + n$ parabolü

- 3 birim sola ötelendiğinde tepe noktası y ekseni üzerine,
- 1 birim yukarı ötelendiğinde tepe noktası x ekseni üzerine geliyor.

Buna göre, m + n toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Verilenlere göre parabol çizilirse,



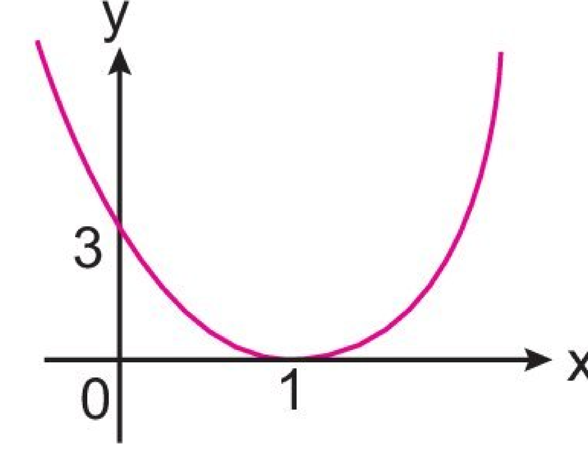
Tepe noktasının T(3, −1) olduğu görülür.
Bu durumda, $-\frac{m}{2} = 3 \rightarrow m = -6$
$f(3) = -1$
$9 - 6.3 + n = -1$
$\underline{n = 8}$ *olur.*

$m + n = (-6) + 8 = 2$ *bulunur.*

Cevap A

Çıkmış Soru 2

f(x) fonksiyonunun grafiği, şekildeki gibi Ox eksenine (1, 0) noktasında teğet olan ve (0, 3) noktasından geçen bir paraboldür.



Buna göre, f(3) kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 12

2006 ÖSS

$f(x) = a(x-1)^2 \rightarrow f(0) = 3 \rightarrow a = 3$
$f(x) = 3(x-1)^2$
$f(3) = 3(3-1)^2 = 12$

Cevap E

Örnek 7

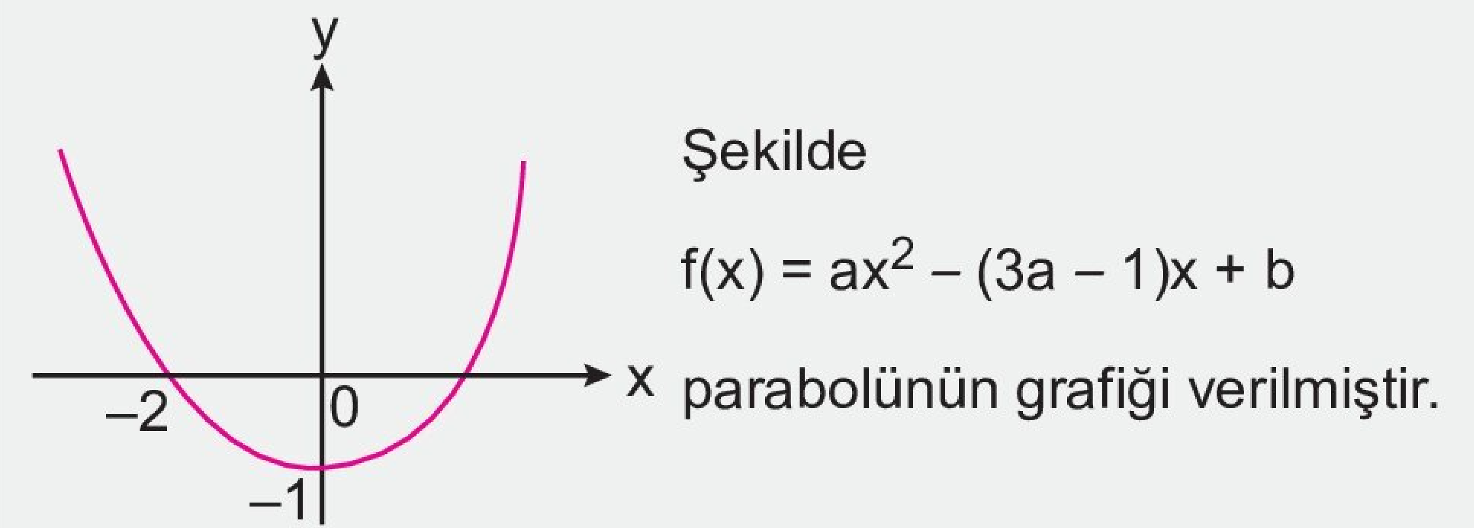
$f(x) = x^2 - (3a - 2)x + 6a$ fonksiyonunun grafiği (1, 9) noktasından geçtiğine göre, a kaçtır?

A) −3 B) −1 C) 2 D) 3 E) 4

(1, 9) $y = x^2 - (3a - 2)x + 6a$ denklemini sağlar.
$9 = 1 - (3a - 2).1 + 6a$
$9 = 1 - 3a + 2 + 6a$
$6 = 3a \rightarrow \underline{a = 2}$

Cevap C

Örnek 8



Şekilde

$f(x) = ax^2 - (3a - 1)x + b$

parabolünün grafiği verilmiştir.

Buna göre, a kaçtır?

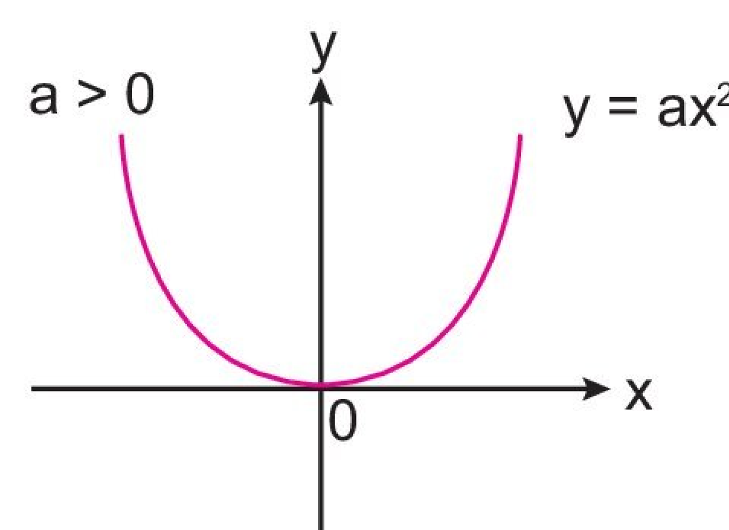
A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

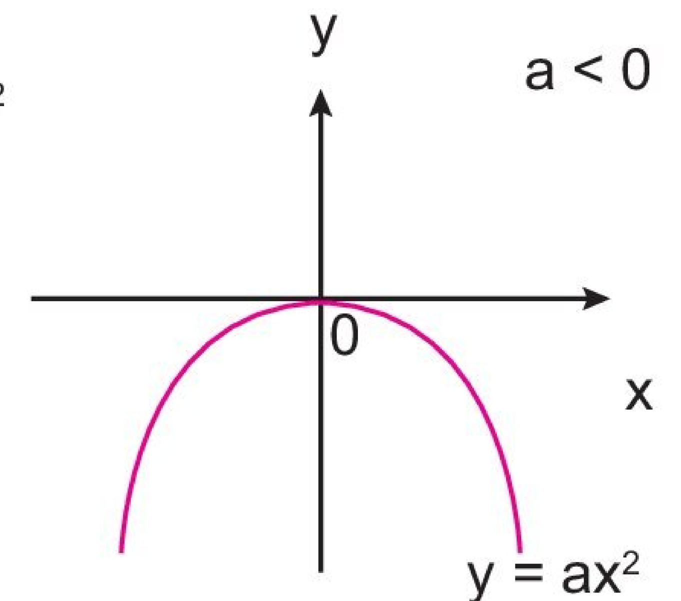
Fonksiyon (−2, 0) ve (0, −1) noktalarından geçtiği için $y = ax^2 - (3a - 1)x + b$ denklemini sağlar.
$0 = 4a + 6a - 2 + b$
$10a + b = 2$

$-1 = b$
$10a - 1 = 2$
$10a = 3$
$a = \frac{3}{10}$

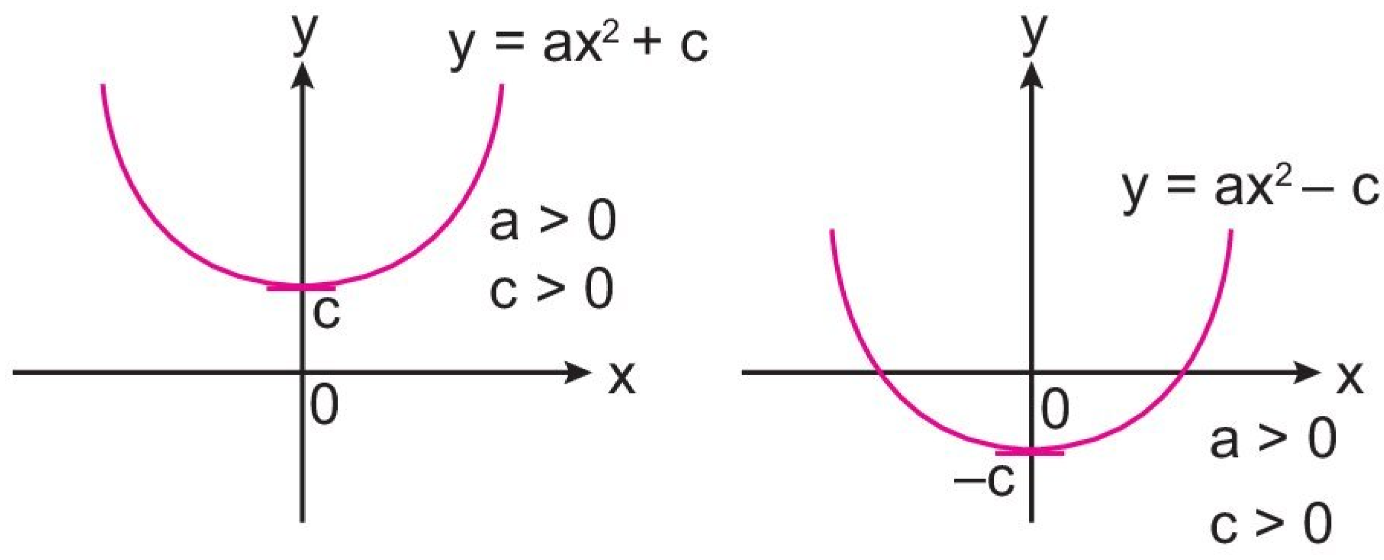
Cevap A

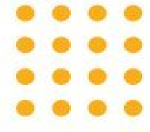
> $f(x) = ax^2$ parabolünün grafiği





> $f(x) = ax^2 + c$ parabolünün grafiği





Örnek 9

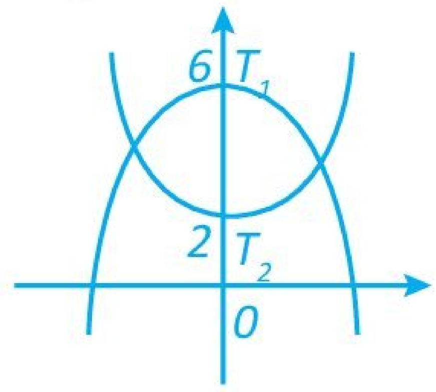
$f(x) = -x^2 + 6$ parabolü ile

$g(x) = x^2 + 2$ parabolünün

tepe noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 4

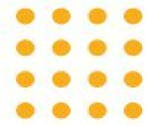
Grafikleri çizelim.



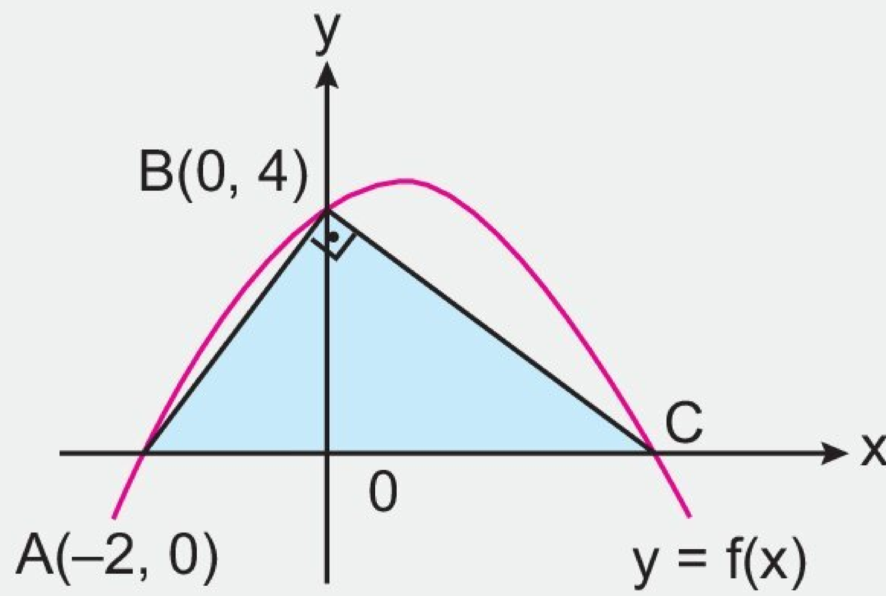
Tepe noktaları $T_1(0, 6)$ ve $T_2(0, 2)$ dir.

Bu durumda tepe noktaları arasındaki uzaklık 4 birim olur.

Cevap E



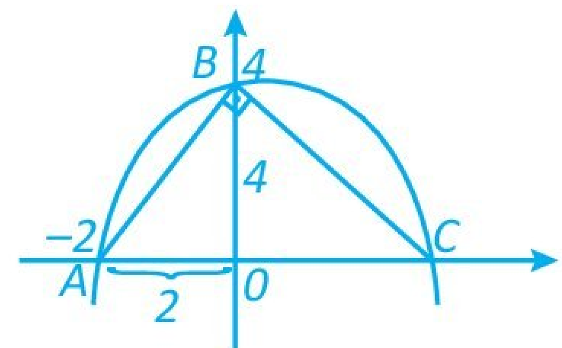
Örnek 10



Grafiği verilen y = f(x) parabol eğrisi eksenleri A(–2, 0), B(0, 4) ve C(a, 0) noktalarında kesmektedir.

[AB]⊥[BC] olduğuna göre, parabolün tepe noktasının ordinatı kaçtır?

A) 5 B) $\frac{21}{4}$ C) $\frac{11}{2}$ D) $\frac{25}{4}$ E) $\frac{29}{4}$



ABC üçgeninde öklid bağıntısı uygulanırsa

$4^2 = 2.a$

$a = 8$ bulunur.

Bu durumda parabolün denklemi

$y = k(x+2)(x-8)$ $f(0) = 4$

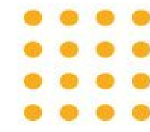
$4 = k(2)(-8)$ → $k = -\frac{1}{4}$

$f(x) = -\frac{1}{4}(x+2)(x-8)$ bulunur.

Tepe noktasının apsisi $\frac{-2+8}{2} = 3$

olduğundan olduğundan $f(3) = -\frac{1}{4}.5.(-5) = \frac{25}{4}$

Cevap D



Örnek 11

$f(x) = x^2 + 4x + a$ parabolünün tepe noktası $y = 3x - 2$ doğrusu üzerindedir.

Buna göre, parabolün x eksenini kestiği noktaların apsislerinin çarpımı kaçtır?

A) –6 B) –4 C) –1 D) 2 E) 12

Tepe noktasının koordinatları $(-2, f(-2))$ → $T(-2, a-4)$

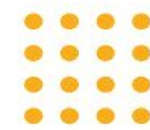
$y = 3x - 2$ denklemini sağlar.

$a - 4 = 3 - (-2)$

$a = -4$

Parabolün x eksenini kestiği noktalar $f(x) = 0$ denkleminin kökleridir.

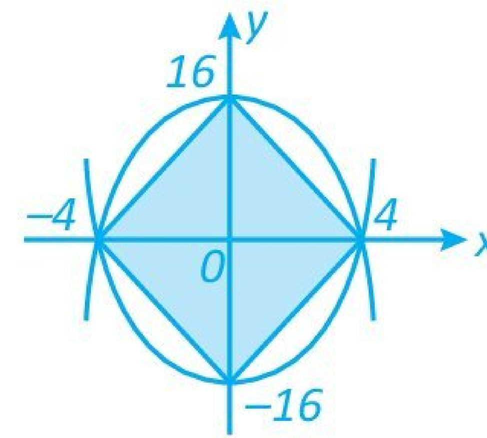
$x^2 + 4x - 4 = 0$ → Kökler çarpımı $x_1.x_2 = -4$ bulunur. *Cevap B*



Örnek 12

Köşeleri $y = 16 - x^2$ ve $y = x^2 - 16$ parabollerinin eksenleri kestiği noktalar olan dörtgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 36 B) 64 C) 72 D) 120 E) 128

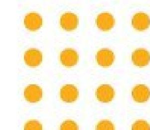


Paraboller çizilirse kesişim noktaları (0, 16), (0, 4), (0, –16) ve (–4, 0) olur.

Bu durumda oluşan dörtgen eşkenar dörtgendir.

Eşkenar dörtgenin alanı $= \frac{8.32}{2} = 128$ br² bulunur.

Cevap E



Çıkmış Soru 3

a ve b pozitif gerçek sayılar olmak üzere, dik koordinat düzleminde orijinden geçen

$P(x) = (x - a)^2 - b$

$P(x + a) + b$

$P(x + a) - b$

$P(x - a) - b$

biçiminde tanımlanan üç parabolün tepe noktaları, alanı 16 birimkare olan bir üçgenin köşe noktalarıdır.

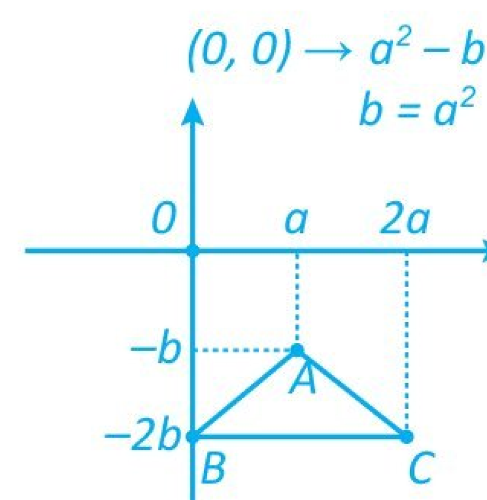
Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

2018/AYT

$(0, 0) \to a^2 - b$

$b = a^2$



$P(x + a) + b = x^2$ O(0, 0)

$P(x + a) - b = x^2 - 2b$ B(0, –2)

$P(x + a) - b = x^2 - 2b$

C(2a, –2b)

Alan(OBC) = 16

$\frac{2b.2a}{2} = 16$

a.b = 8

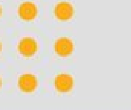
$b = a^2 \to a^3 = 8$

a = 2

b = 4

a + b = 6

Cevap A



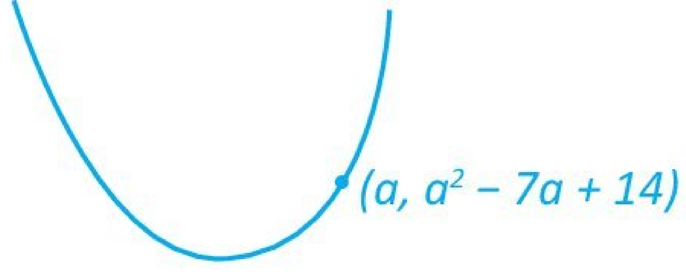
Çıkmış Soru 4

$f(x) = x^2 - 7x + 14$

parabolü üzerindeki bir noktanın koordinatları toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) 10 B) 8 C) 6 D) 5 E) 3

1996 ÖYS

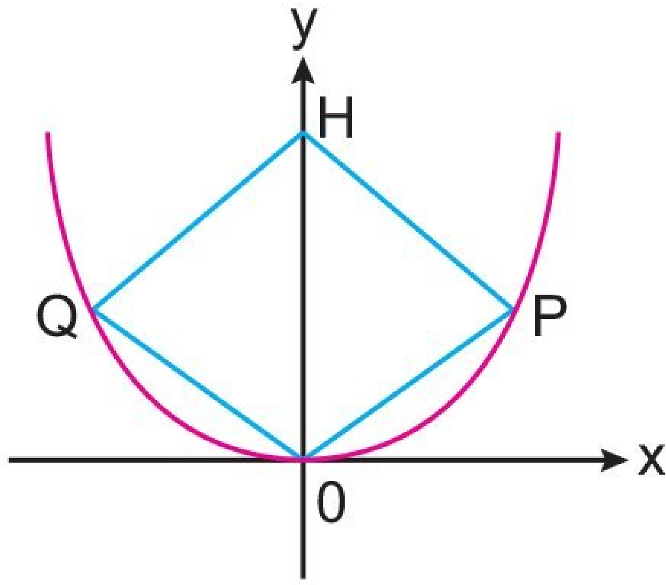


Toplam $= a^2 - 7a + 14 + a$

$T(a) = a^2 - 6.7 + 14 = 5$

Cevap D

Çıkmış Soru 5

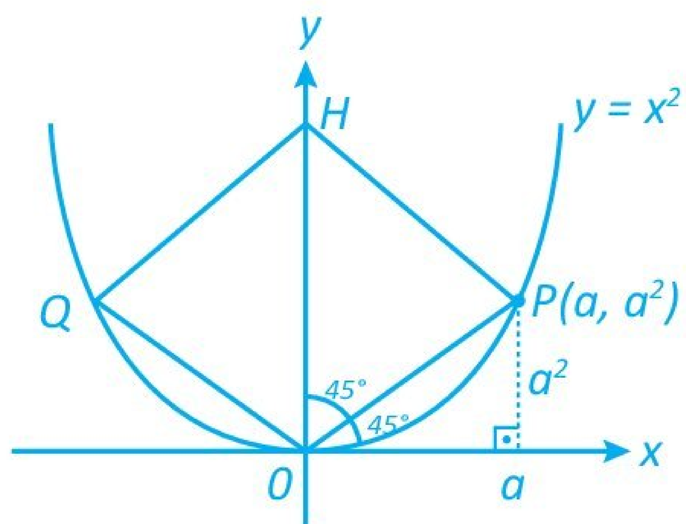


Şekildeki parabolün denklemi $y = x^2$ dir.

Bir köşesi O(0, 0) da, P ve Q köşeleri parabolün üzerinde olan OPHQ karesinin alanı kaç birimkaredir?

A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{2}$ D) 3 E) 2

1993 ÖYS



$a^2 = a \rightarrow a = 1$

$|OP| = \sqrt{2}$

Alan(OPHQ) $= 2$ *br²*

Cevap E

Çıkmış Soru 6

$y = x^2 - 2(a + 1)x + a^2 - 1$

parabolü y = 1 doğrusuna teğet olduğuna göre, a kaçtır?

A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) 0 D) 1 E) 2

2012 LYS

$y = x^2 - 2(a + 1)x + a^2 = 1$

$x^2 - 2(a + 1)x + a^2 - 2 = 0$

$\Delta = 0 \rightarrow \Delta = (2(a + 1))^2 - 4.1(a^2 - 2) = 0$

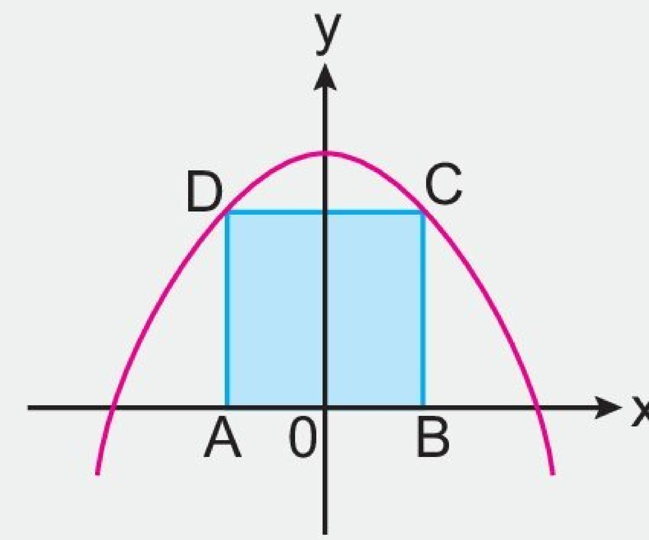
$4(a^2 + 2a + 1) - 4a^2 + 8 = 0$

$4a^2 + 8a + 4 - 4a^2 + 8 = 0$

$8a = -12 \rightarrow a = -\frac{3}{2}$

Cevap A

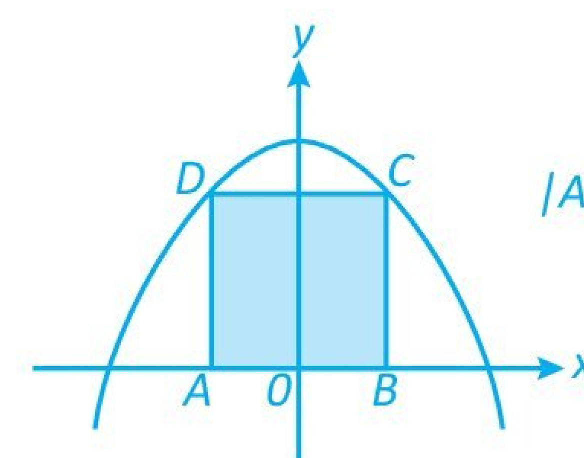
Örnek 13



Yandaki şekilde ABCD karesinin [AB] kenarı x ekseni üzerinde, C ve D köşeleri $y = 3 - x^2$ parabolü üzerindedir.

Buna göre, karenin alanı kaç birimkaredir?

A) 1 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9



C noktası parabol üzerinde denklemi sağlar. $|AB| = a \quad |BC| = 3 - \frac{a^2}{2}$

$|AB| = |BC| \rightarrow a = 3 - \frac{a^2}{2}$

$4a = 12 - a^2$

$a^2 + 4a - 12 = 0$

$(a + 6)(a - 2) = 0$

$a = 2$

Alan(ABCD) $= a^2 = 2^2 = 4$ *birimkare bulunur.*

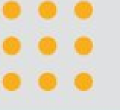
Cevap C

Örnek Cevapları

1. (4, 7) ve (-2, 1) 2. k=3 3. A 4. E 5. D 6. A 7. C 8. A 9. E 10. D 11. B 12. E 13. C

Çıkmış Soru Cevapları

1. D 2. E 3. A 4. D 5. E 6. A



1. $f(x) = x^2 - 2x + 5$

fonksiyonunun grafiği k birim sağa ve n birim yukarı ötelenerek

$g(x) = x^2 - 6x + 24$ parabolü elde ediliyor.

Buna göre, k + n toplamı kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

$f(x) = (x - 1)^2 + 4$ ve $g(x) = (x - 3)^2 + 15$

⇒ 2 birim sağa ve 11 birim yukarı $k + n = 2 + 11 = 13$ *Cevap E*

2. $f(x) = x^2 - 8x + 3$

fonksiyonunun x eksenine paralel olan teğeti

$g(x) = -x^2 + 2x + 2$

parabolünü A ve B noktalarında kesmektedir.

Buna göre, A ve B noktalarının apsis değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) –20 B) –15 C) –10 D) 10 E) 15

f(x) için apsis = 4, $f(4) = 16 - 32 + 3 = -13$

x eksenine paralel teğeti $y = -13$ doğrusudur.

$-x^2 + 2x + 2 = -13$

$0 = x^2 - 2x - 15$

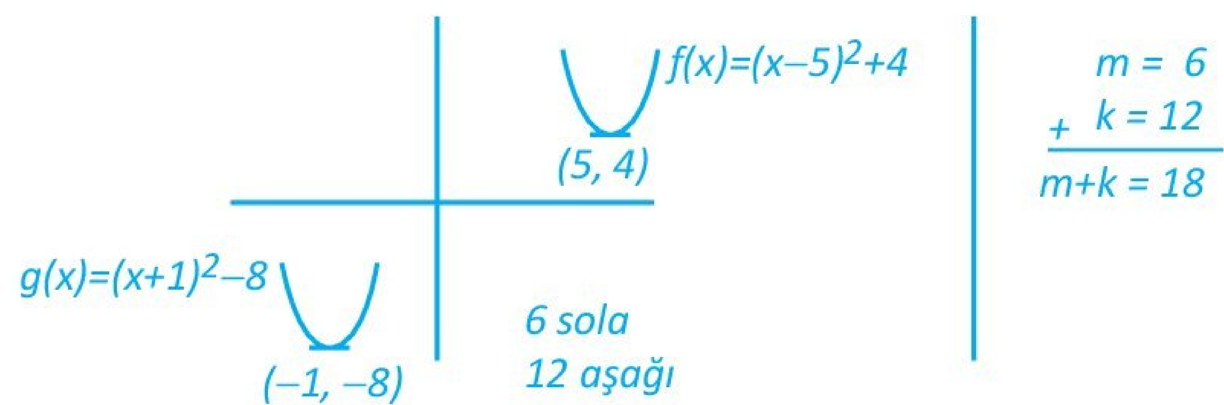
Kökler çarpımı = $\frac{-15}{1} = -15$ *Cevap B*

3. $f(x) = x^2 - 10x + 29$

fonksiyonunun grafiği m birim sola ve k birim aşağı ötelenerek $g(x) = x^2 + 2x - 7$ fonksiyonunun grafiği elde ediliyor.

Buna göre, |k| + |m| ifadesinin değeri kaçtır?

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18



Cevap E

4. $y = -x^2 + 15x - 24$

parabolü ve y = 10x + 1 doğrusunun birbirine göre durumları için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Kesişmezler.

B) x = 2 apsisli noktada teğettirler.

C) x = 5 ve x = 7 apsisli noktalarda kesişirler.

D) x = 3 apsisli noktada teğettirler.

E) x = 4 ve x = 8 apsisli noktalarda kesişirler.

$x^2 - 5x + 25 = 0$

$\Delta = 25 - 4 . 25 = -75 < 0$

Kesişmezler. *Cevap A*

5. $y = x^2 + 8x + 13$ parabolü ile $y = 4x + 20$ doğrusu iki farklı noktada kesişmektedir.

Buna göre, kesiştikleri noktaların apsisleri toplamı kaçtır?

A) –1 B) –2 C) –3 D) –4 E) –5

$x^2 + 4x - 7 = 0$

$x_1 + x_2 = -4$ *Cevap D*

6. $y = x^2 - 2x + p$

parabolü y = 8 doğrusuna teğettir.

Buna göre, p kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

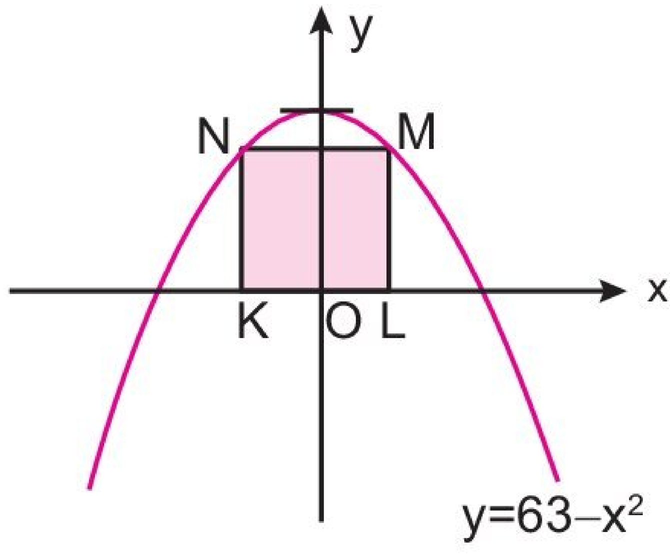
$x^2 - 2x + p - 8 = 0$

$\Delta = 4 - 4(p - 8) = 0$

$1 = p - 8$

$9 = p$ *Cevap E*

7.



Şekildeki $y = 63 - x^2$ parabolünün içerisine KLMN karesi çizilmiştir.

Buna göre, karesel bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) 100 B) 121 C) 144 D) 169 E) 196

$M(x, 63-x^2)$, $N(-x, 63-x^2)$

$2x = 63 - x^2$

$x^2 + 2x - 63 = 0$

$(x + 9)(x - 7) = 0$

$x = 7 \Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow$ Alan $= 14^2 = 196$ birim kare

Cevap E

8. $y = -2x^2 + 12x + p$

parabolü $y = -12x + 80$ doğrusuna teğettir.

Buna göre, p değeri kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$-12x + 80 = -2x^2 + 12x + p$

$2x^2 - 24x + (80 - p) = 0$

$\Delta = 24 \,.\, 24 - 4 \,.\, 2\,(80 - p) = 0$

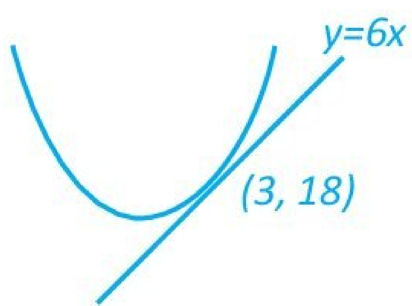
$24 \,.\, 3 = 80 - p$

$\boxed{p = 8}$

Cevap C

9. **$y = 6x$ doğrusu $x = 3$ apsisli noktada $y = x^2 + mx + n$ parabolüne teğet olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?**

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12



$x^2 + (m - 6)x + n = 0$

$\Delta = (m - 6)^2 - 4n = 0$

$\dfrac{(m-6)^2}{4} = n$

$\boxed{x^2 + (m - 6)x + \dfrac{(m-6)^2}{4} = 0}$

$(x + \dfrac{m-6}{2})^2 = 0$

$x = \dfrac{6 - m}{2} = 3 \Rightarrow m = 0$

$+\; n = 9$

$m + n = 9$

Cevap B

10. $y = x^2 + px + 7$

parabolüne başlangıç noktasından çizilen teğetler birbirine dik olduğuna göre, p nin pozitif değeri kaçtır?

A) 5 B) $\sqrt{26}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{7}$ E) $\sqrt{29}$

$x^2 + px + 7 = mx \Rightarrow x^2 + (p - m)x + 7 = 0$

$\Delta = (p - m)^2 - 4 \,.\, 7 = 0 \Rightarrow |p - m| = 2\sqrt{7}$

eğim $= m = p - 2\sqrt{7}$ veya $m = p + 2\sqrt{7}$

Eğimler çarpımı –1 olmalıdır.

$(p - 2\sqrt{7})(p + 2\sqrt{7}) = -1$

$p^2 - 28 = -1 \Rightarrow p^2 = 27$

Pozitif p değeri $= 3\sqrt{3}$

Not : Soruyu çözmenin ezber yolu $\Delta = -1$ dir.

Cevap C

11. A(1, –4) ve B(–1, 10) noktaları

$y = x^2 + 2px + 3p + 5$

parabolünün analitik düzlemde ayırdığı farklı bölgelerde yer aldığına göre, p nin en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–4, –2) B) (–3, 5) C) (–2, 4) D) (–1, 2) E) (0, 3)

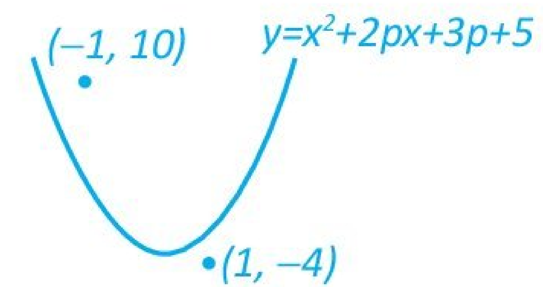
$-4 < 1 + 2p + 3p + 5$

$-10 < 5p$

$-2 < p$

$10 > 1 - 2p + 3p + 5$

$4 > p$

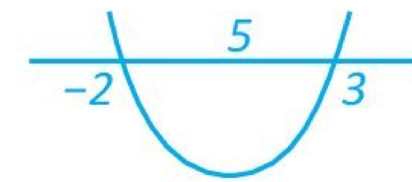


$\Rightarrow \boxed{-2 < p < 4}$

Cevap C

12. **$y = 2$ doğrusunun $f(x) = x^2 - x - 4$ parabolünün kolları arasında kalan parçasının uzunluğu kaç birimdir?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



$x^2 - x - 4 = 2$

$x^2 - x - 6 = 0$

$(x - 3)(x + 2) = 0$

Cevap C

1.E 2.B 3.E 4.A 5.D 6.E 7.E 8.C 9.B 10.C 11.C 12.C

1. $f(x) = x^2 - 2x - 4$ parabolü her seferinde ya 1 birim sağa ya da 1 birim yukarı öteleniyor.

Toplam k tane hamle sonunda

$g(x) = x^2 - 8x + 18$

parabolü elde ediliyor.

Buna göre, k kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 10 D) 11 E) 14

f(x) in tepe noktası $T_f(1, -5)$

g(x) in tepe noktası $T_g(4, 2)$

4–1=3 hamle sağa 2–(–5)=7 hamleyukarı

k=3+7=10

Cevap C

2. $y = ax + 4$ doğrusu $f(x) = x^2 + 2$ parabolünü A ve B noktalarında kesiyor.

A noktasının apsisi 1 olduğuna göre B noktasının apsisi kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 3 D) 4 E) 5

A(1, 3) → 3 = a.1 + 4

a = –1

$-x + 4 = x^2 + 2$

$x^2 + x - 2 = 0 \quad (x - 1)(x + 2) = 0$

$x = -2$

Cevap A

3. $f(x) = x^2 - 3x - k$ parabolü ile $y = x$ doğrusu teğet olduğuna göre, **parabolün y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?**

A) –3 B) –1 C) 2 D) 4 E) 7

$x^2 - 3x + k = x$

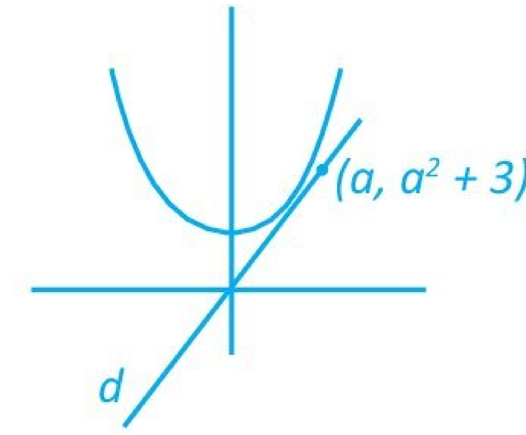
$x^2 - 4x + k = 0$

$k = 4$

Cevap D

4. **$y = x^2 + 3$ parabolünün orijinden geçen bir teğetinin değme noktasının apsisi kaç olabilir?**

A) $-\sqrt{2}$ B) –1 C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{5}$



$d: y = \frac{a^2 + 3}{a}x$

$\left(\frac{a^2 + 3}{a}\right)^2 - 4.3 = 0 \qquad \frac{a^2 + 3}{a} = 2\sqrt{3}$

$(a \mp \sqrt{3})$

$a = \sqrt{3} \quad \vee \quad a = -\sqrt{3}$

Cevap C

5. $f(x) = 2x^2 + px + 5$

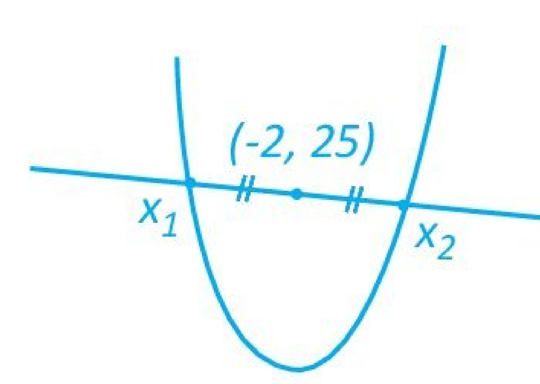
$h(x) = -5x + n$

fonksiyonları A(–2, 25) noktasına göre simetrik iki noktada kesişmektedir.

Buna göre, p + n toplamı kaçtır?

A) 20 B) 18 C) 16 D) 14 E) 12

$2x^2 + (p + 5)x + (5 - n) = 0$



$\frac{p + 5}{-4} = -2$

$p = 3$

$10 + n = 25$

$n = 15$

$p + n = 3 + 15 = 18$

Cevap B

6. $y = 2$ doğrusu

$f(x) = 2x^2 + 4x + k$

$h(x) = -x^2 - 6x + p$

parabollerinin her ikisine de tepe noktalarında teğet olduğuna göre, k – p değeri kaçtır?

A) –17 B) –3 C) 4 D) 7 E) 11

$apsis = \frac{-4}{4} = -1 \Rightarrow f(-1) = 2 - 4 + k = 2 \Rightarrow k = 4$

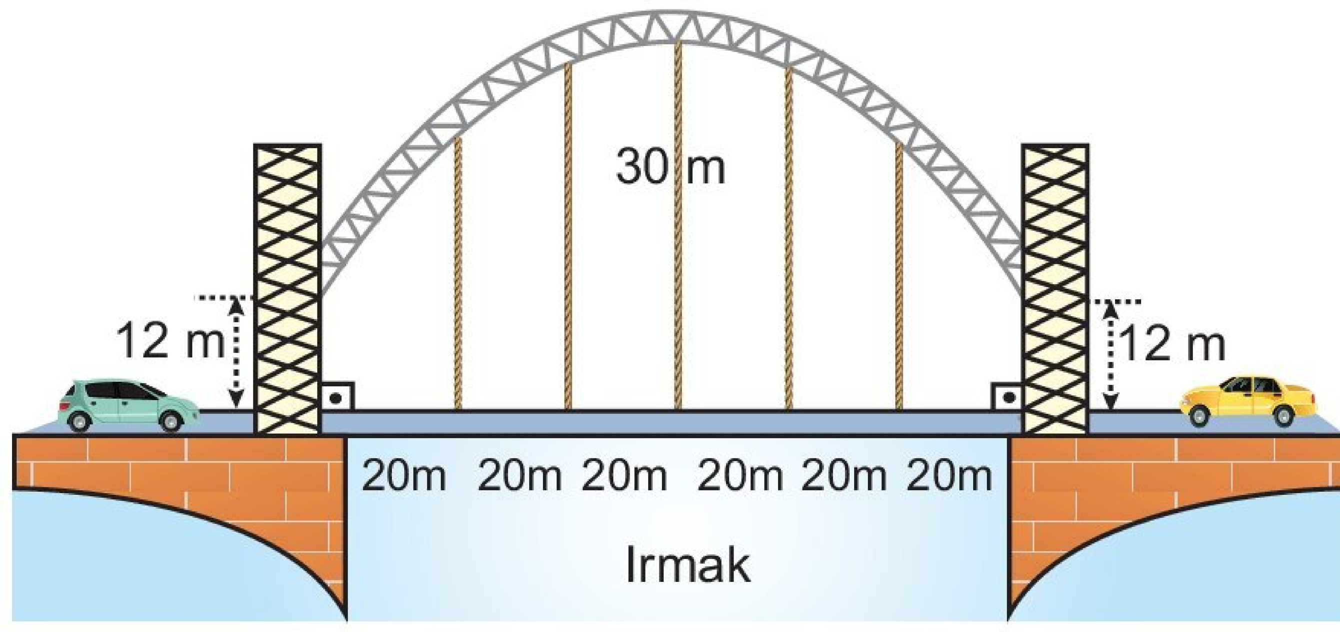
$apsis = \frac{6}{-2} = -3 \Rightarrow h(-3) = -9 + 18 + p = 2 \Rightarrow p = -7$

$k - p = 4 + 7 = 11$

Cevap E

1.C 2.A 3.D 4.C 5.B 6.E

1.



Şekilde nehrin üzerine kurulan köprü ve köprüyü güçlendirmek üzere gerilmiş parabol biçiminde çelik ana halat görülmektedir.

20 şer metre aralıklarla gerilmiş simetrik 5 çelik dikey destek ana halatı güçlendirmektedir. En uzun destek köprünün tam ortasında olup uzunluğu 30 metredir. Halatın uç noktaları karayolundan 12 metre yüksektedir.

Buna göre, 5 dikey desteğin toplam uzunluğu kaç metredir?

A) 100 B) 110 C) 120 D) 130 E) 140

Karayolunu x ekseni, en uzun desteği y ekseni olarak kabul edelim. En uzun destek düşey eksen olduğu için tepe noktasının apsisi sıfır olur.

Denklem : $y = a \cdot x^2 + b$ olur. Parabol (0, 30) noktasından geçtiği için

$30 = a \cdot 0^2 + b \Rightarrow \boxed{b = 30}$

Parabol (60, 12) noktasından geçtiği için

$12 = a \cdot 60^2 + 30 \Rightarrow a = \frac{-18}{60.60} \Rightarrow a = -\frac{1}{200}$ olur.

Denklem : $\boxed{y = -\frac{1}{200}x^2 + 30}$

En kısa destek boyu : $y = -\frac{1}{200} 40 \cdot 40 + 30$

$y = 22$ metre

Ortanca destek boyu : $y = -\frac{1}{200} 20 \cdot 20 + 30$

$y = 28$ metre

Destek boylarının toplamı $= 30 + 2 \cdot 22 + 2 \cdot 28$

$= 30 + 44 + 56$

$= 130$ metredir.

Cevap D

2. $f(x) = 2x^2 - (m + 1)x - 5$

$h(x) = -x^2 + 4x - 2p + \frac{9}{2}$

fonksiyonlarının grafikleri x eksenini aynı noktalarda kesmektedir.

Buna göre, m – p işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Kökler toplamı eşit $= \frac{m+1}{2} = \frac{-4}{-1} \Rightarrow \boxed{m = 7}$

Kökler çarpımı eşit $= \frac{-5}{2} = \frac{-2p + \frac{9}{2}}{-1} \Rightarrow 5 = -4p + 9$

$\boxed{p = 1}$

$m - p = 7 - 1 = 6$

Cevap C

3. $y = 2x + n$ doğrusunun $y = x^2 + n - 3$ parabolünü kestiği noktalardan $y = 2x^2 + mx - n$ parabolü de geçmektedir.

Buna göre, m kaçtır?

A) –3 B) –2 C) 0 D) 1 E) 2

$2x + n = x^2 + n - 3$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x - 3)(x + 1) = 0$

Kesişim noktaalrının apsisleri 3 ve –1 dir. Bu noktalar

$2x + n = 2x^2 + mx - n$

$2x^2 + (m - 2)x - 2n = 0$

denkleminin de kökleridir. Bu durumda

$2.3^2 + (m - 2)x - 2n = 0$

$18 + 3m - 6 - 2n = 0$

$3m - 2n = -12$

$2.(-1)^2 + (m - 2)(-1) - 2n = 0$

$2 - m + 2 - 2n = 0$

$m + 2n = 4$

$3m - 2n = -12$

$m + 2n = 4$

$4m = -8 \rightarrow m = -2$ olur.

Cevap B

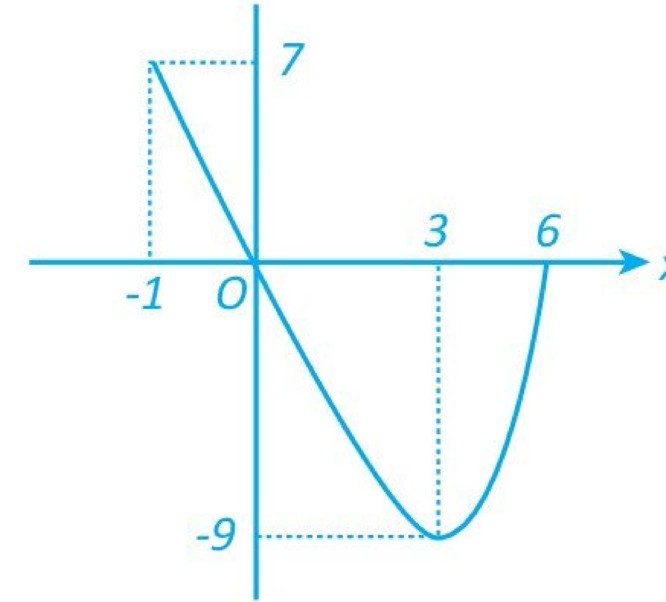
4. Tanım kümesi [–1, 6] olan

$f(x) = x^2 - 6x$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f(x) in görüntü kümesinde kaç farklı tam sayı vardır?

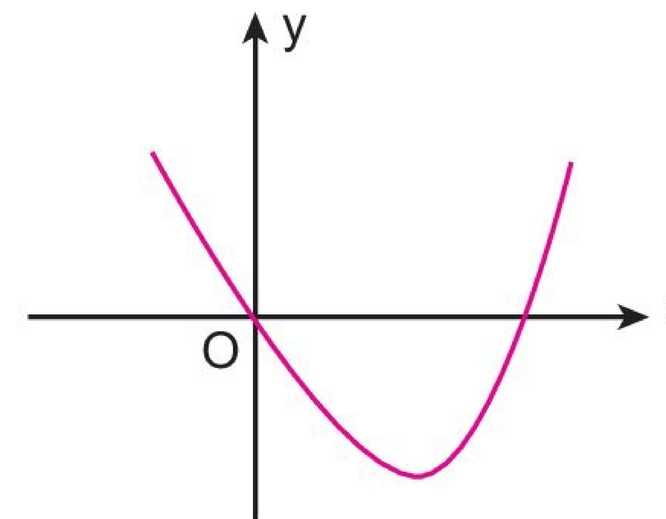
A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19



G.K = [–9, 7] olmak üzere 17 farklı tam sayı vardır.

Cevap D

5.



Şekilde $y = mx^2 + nx + p$ parabolü verilmiştir.

Buna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) m < p < n B) p < m < n C) p < n < m

D) n < m < p E) n < p < m

$p = 0,\ m > 0,\ -\frac{n}{2m} > 0 \Rightarrow n < 0$

$n < p < m$

Cevap E

1.D 2.C 3.B 4.D 5.E



FONKSİYONLARIN DÖNÜŞÜMLERİ

I. Tek Ve Çift Fonksiyonlar

$A = \mathbb{R}$ ya da $A = [-n, n]$ ($n \in \mathbb{R}$) olmak üzere,

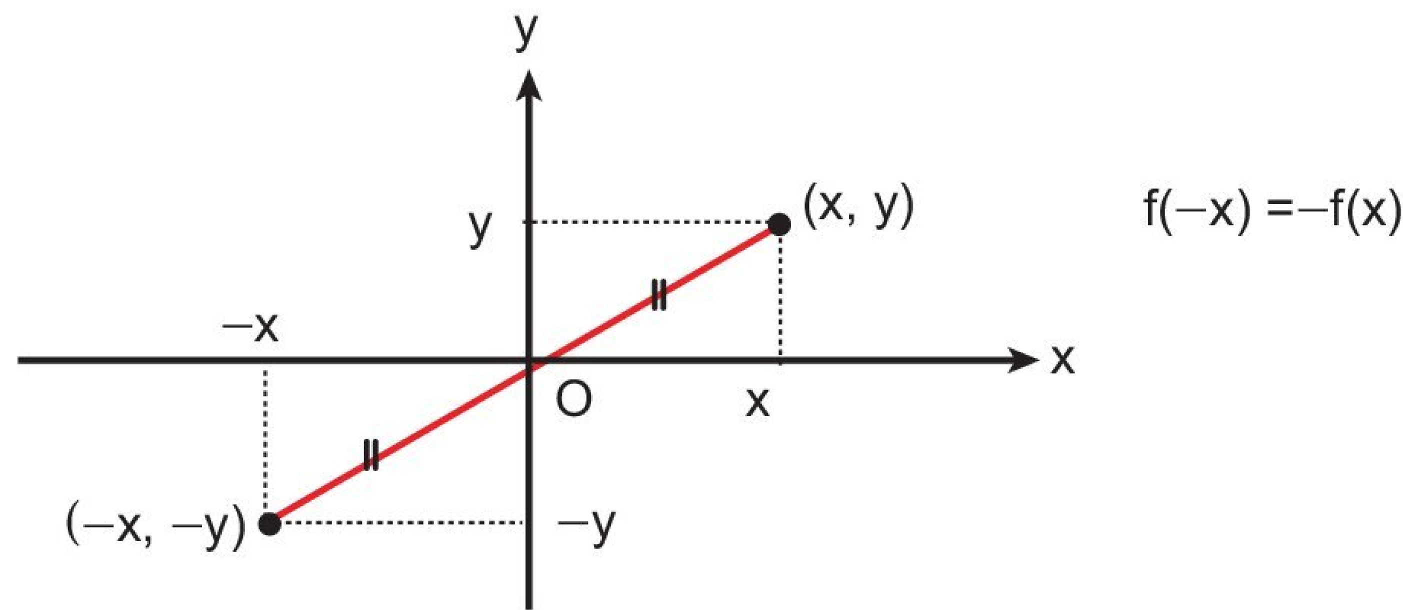
$f : A \rightarrow B$ tanımlı

$y = f(x)$ fonksiyonu

her $x \in A$ için

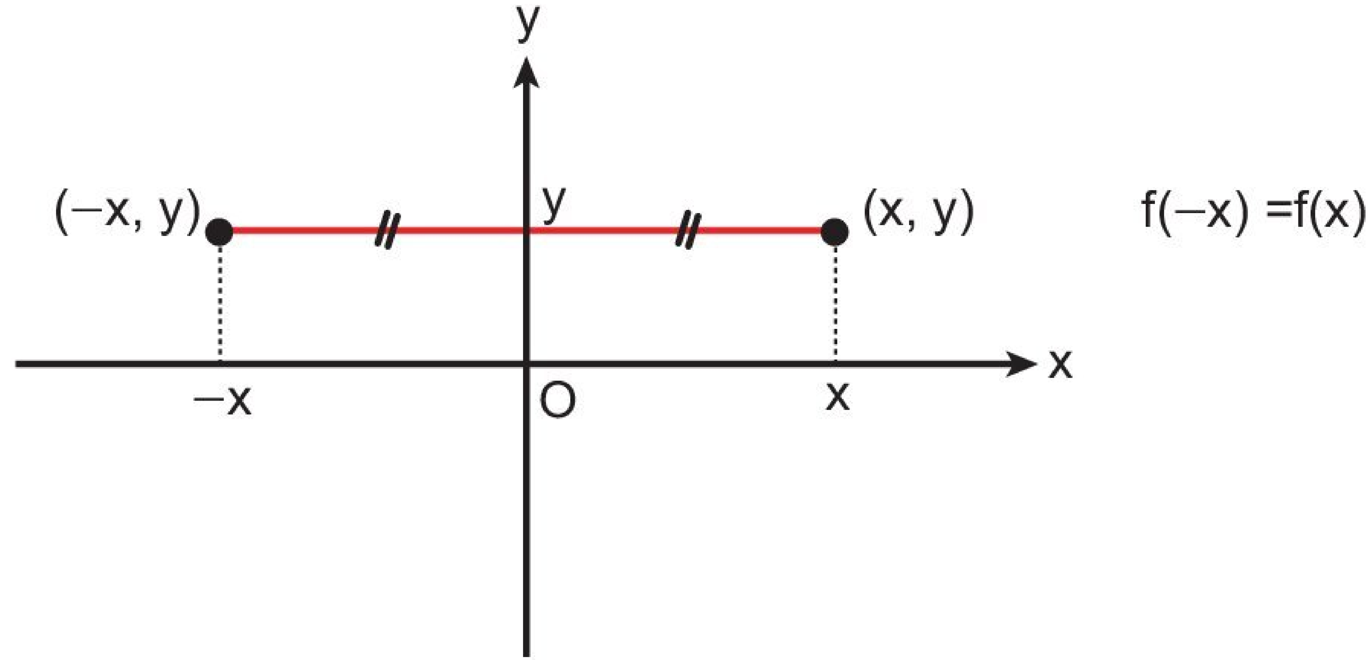
1. $f(-x) = -f(x)$ şartını sağlıyorsa tek fonksiyondur.
2. $f(-x) = f(x)$ şartını sağlıyorsa çift fonksiyondur.

> Tek fonksiyonların grafikleri orijine göre simetriktir.



$f(-x) = -f(x)$

> Çift fonksiyonların grafikleri Oy eksenine göre simetriktir.



$f(-x) = f(x)$

> Bir fonksiyon tek değilse çift olmak zorunda değildir. Bir fonksiyon ne tek ne de çift fonksiyon olabilir.

> Hem tek hem de çift olan fonksiyon $f(x) = 0$ fonksiyonudur.

Örnek:

Aşağıdaki fonksiyonların tek/çift fonksiyon durumlarını bulunuz.

1. $f(x) = x^3$ ... $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$ ... f(x) Tek
2. $f(x) = x^2 + 4$ ... $f(-x) = (-x)^2 + 4 = x^2 + 4 = f(x)$ ... f(x) Çift
3. $h(x) = x^2 - x$ ... $f(-x) = (-x)^2 - (-x) = x^2 + x \neq f(-x) \neq f(-x)$ ne tek ne de çift
4. $k(x) = \dfrac{1}{x}$ ... $f(-x) = \dfrac{1}{-x} = -f(x)$ ... f(x) Tek

Örnek 1

f(x) tek fonksiyon olmak üzere,

$f(x) + x = f(-x) + x^3$

eşitliğini sağlıyor.

Buna göre, f(2) değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

f(x) tek ise $f(-x) = -f(x)$ dir.

$f(x) + x = -f(x) + x^3$

$2f(x) = x^3 - x$

$f(x) = \dfrac{x^3 - x}{2}$ olur.

$f(2) = \dfrac{8 - 2}{2} = 3$ bulunur.

Cevap: C

Örnek 2

$$f(x) = ax^2 + (a-3)x + \frac{a+1}{x^2+1}$$

fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetrik olduğuna göre,

$f(2023) - f(-2023) + f(1)$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 3 D) 5 E) 4047

f(x) çift fonksiyon

$a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3$

$f(x) = 3x^2 + \dfrac{4}{x^2+1} \Rightarrow f(1) = 5$ olur.

$f(2020) - f(-2020) = 0$

Dolayısıylai $f(2020) - f(-2020) + f(1) =$ 5 bulunur.

Cevap: D

Örnek 3

Uygun koşullarda tanımlı

f(x) tek fonksiyon ve

g(x) çift fonksiyondur.

Buna göre,

I. $(f \cdot g)(x)$ tek fonksiyondur.

II. $(fog)(x)$ tek fonksiyondur.

III. $(f + g)(x)$ tek fonksiyondur.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

I. $(f \cdot g)_{(-x)} = f(-x) \cdot g(-x) = -f(x) \cdot g(x) = -(f \cdot g)_{(x)}$ Doğru

II. $f(g(-x)) = f(g(x)) = (fog)(x)$ Yanlış

III. $(f + g)_{(-x)} = f(-x) + g(-x) = -f(x) + g(x)$ Yanlış

Cevap: A

Örnek 4

Gerçel sayılarda tanımlı $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonu için,

I. a = c = 0 ve b ≠ 0 iken f(x) tektir.
II. b = 0 iken f(x) çifttir.
III. a = 0 iken f(x) artandır.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I ve III

I. f(x) = bx olur. f(–x) = –bx = –f(x)
Doğru
II. $f(x) = ax^2 + c$ $f(-x) = ax^2 + c = f(x)$
Doğru
III. Yanlış a = O iken b > O olursa f(x) artan olur. *Cevap: D*

Örnek 5

Uygun şartlarda tanımlı y = f(x) fonksiyonu tek fonksiyondur.

Buna göre,

I. $f^2(x)$
II. $f^{-1}(x)$
III. (fof)(x)

fonksiyonlarından hangileri tek fonksiyondur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) II ve III E) I, II ve III

I. $f^2(-x) = (-f(x))^2 = f^2(x)$
$f^2(x)$ çift
II. y = f(x) iken $f^{-1}(y) = x$
$f(-x) = -y$ $f^{-1}(-y) = -x = -f^{-1}(y)$
$f^{-1}(x)$ tek
III. (fof)(–x) = f(f(–x)) = f(–f(x))
= –f(f(x))
= –(fof)(x)
(fof)(x) tek *Cevap: D*

II. Fonksiyon Dönüşümleri

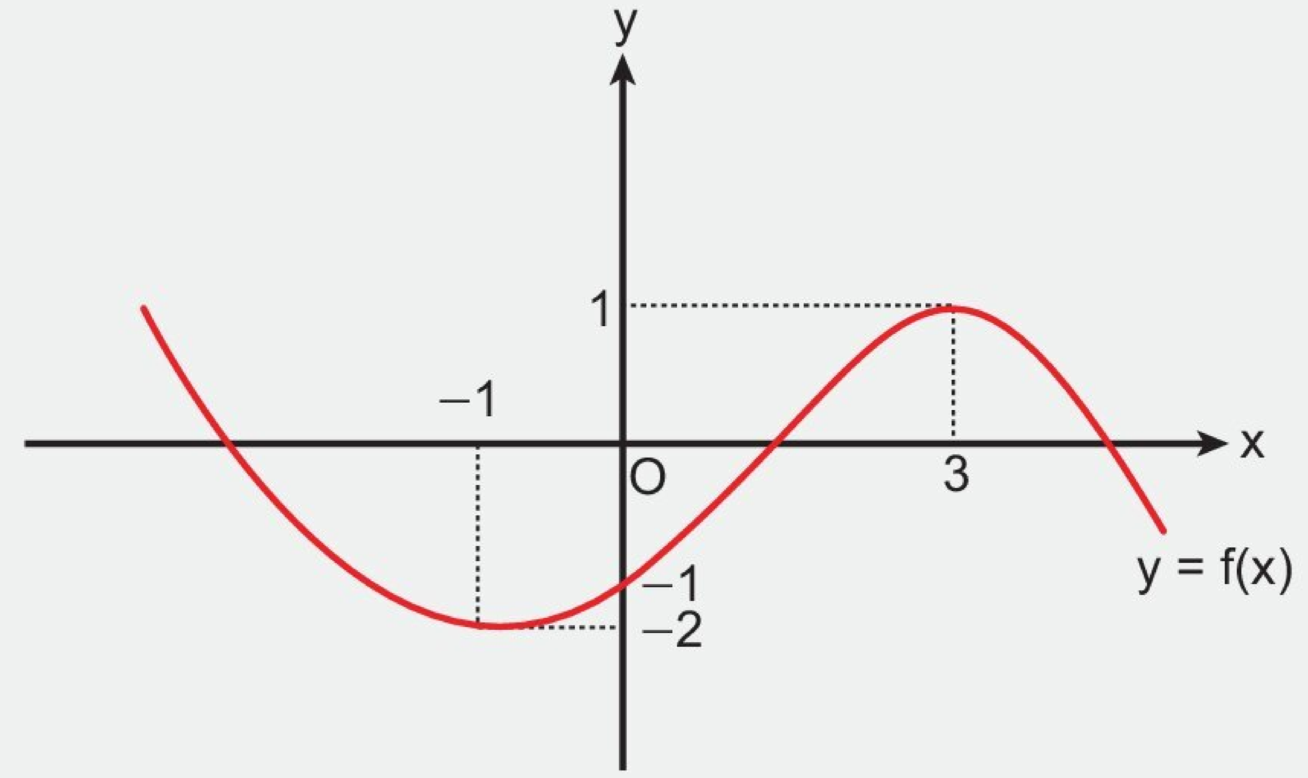
1. Düşey Öteleme

y = f(x) fonksiyonunun grafiği $k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere y = f(x) + k ve y = f(x) – k dönüşümleri ile Oy ekseni doğrultusunda yukarı ya da aşağı ötelenir.

> y = f(x) + k, y = f(x) in k birim yukarı ötelenmiştir. ($k \in \mathbb{R}^+$)

> y = f(x) – k, y = f(x) in k birim aşağı ötelenmiştir. ($k \in \mathbb{R}^+$)

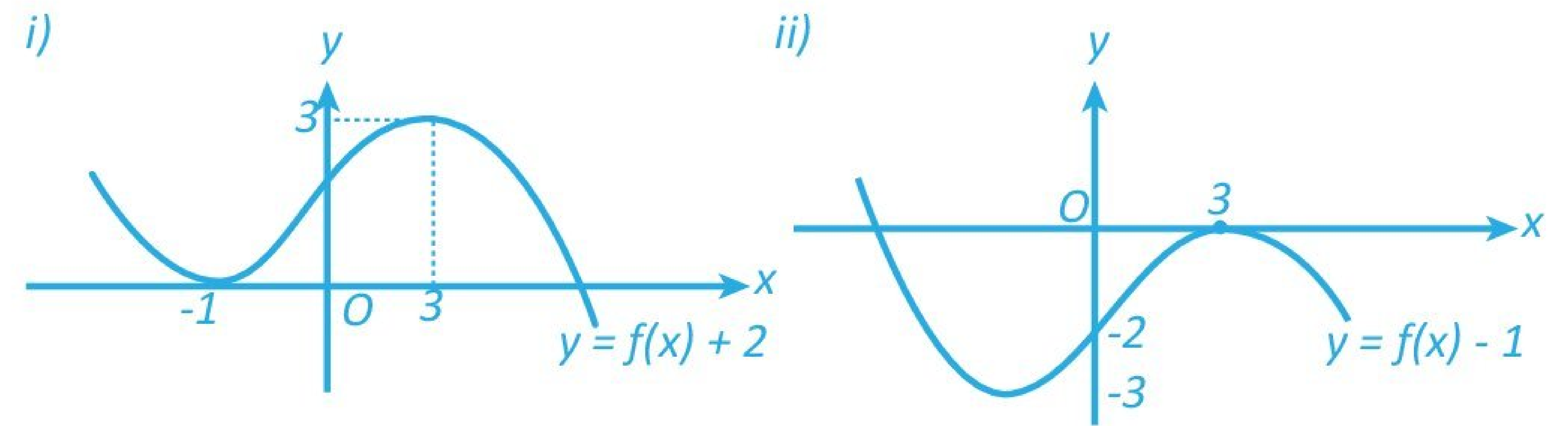
Örnek 6



Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğini kullanarak

i) y = f(x) + 2 ve

ii) y = f(x) – 1 fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz.



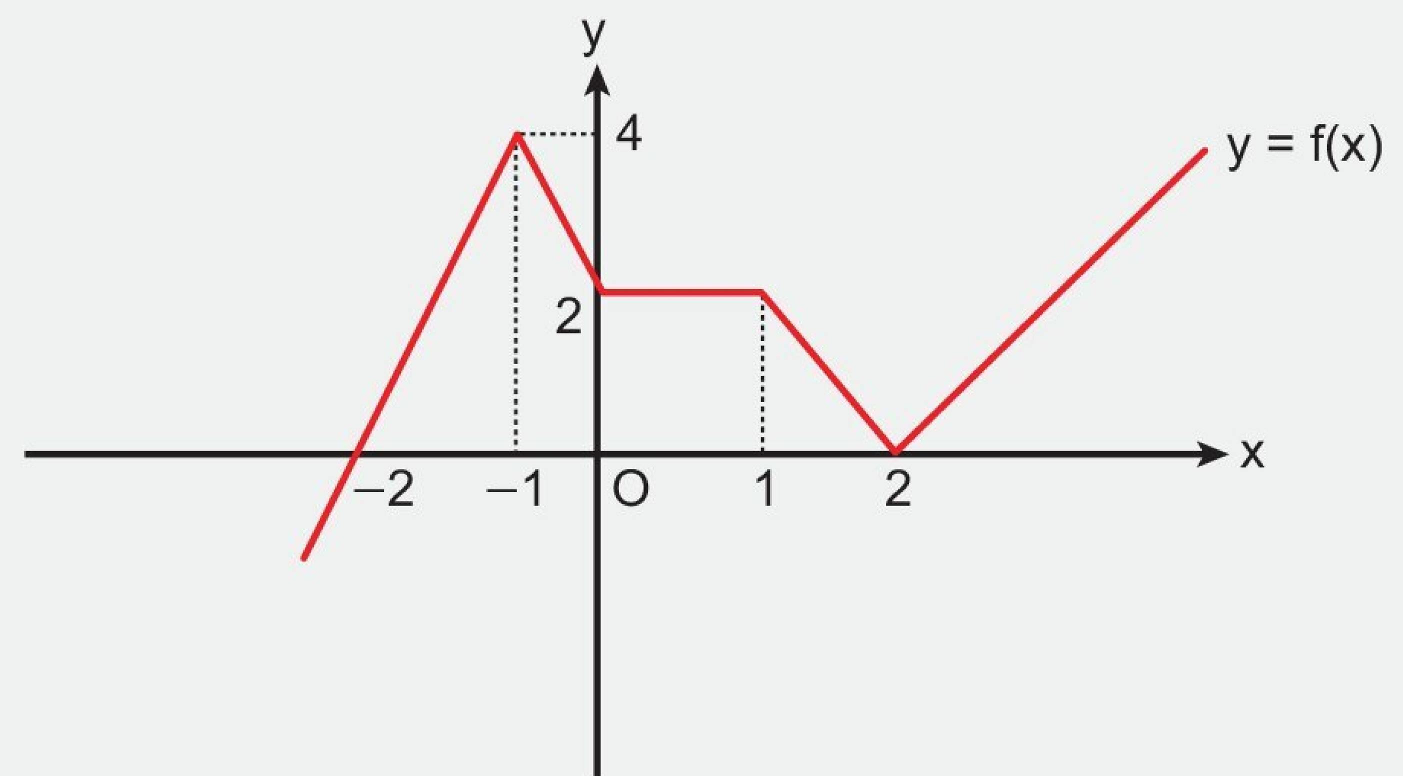
2. Yatay Öteleme

y = f(x) fonksiyonunun grafiği $k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere y = f(x – k) ya da y = f(x + k) dönüşümleri ile Ox ekseni doğrultusunda sağa ya da sola doğru ötelenir.

> y = f(x – k), y = f(x) in k birim sağa ötelenmiştir. ($k \in \mathbb{R}^+$)

> y = f(x + k), y = f(x) in k birim sola ötelenmiştir. ($k \in \mathbb{R}^+$)

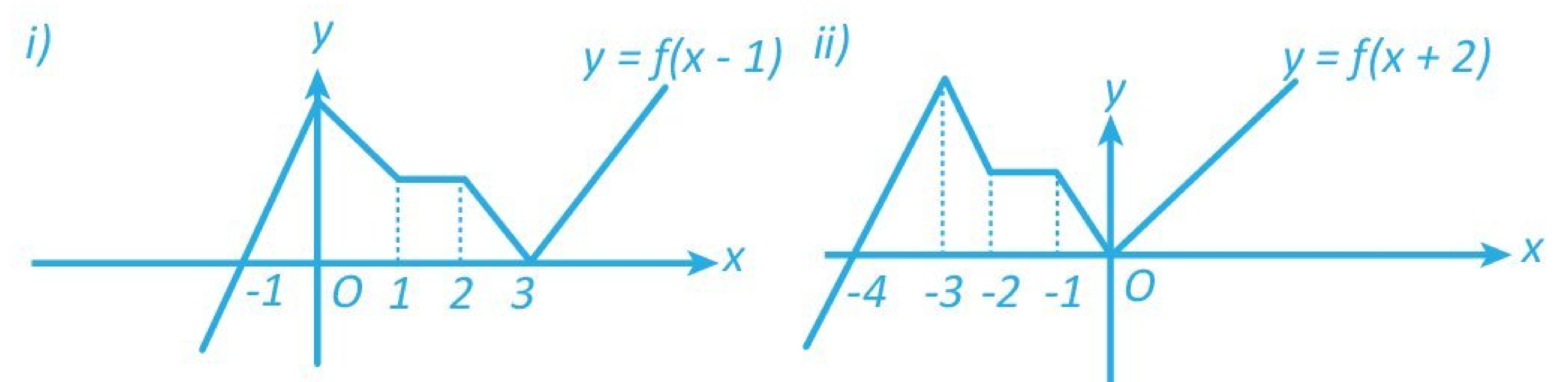
Örnek 7



Yukarıda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu için

i) y = f(x – 1) ve

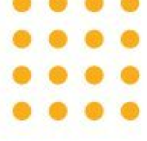
ii) f(x + 2) fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz.



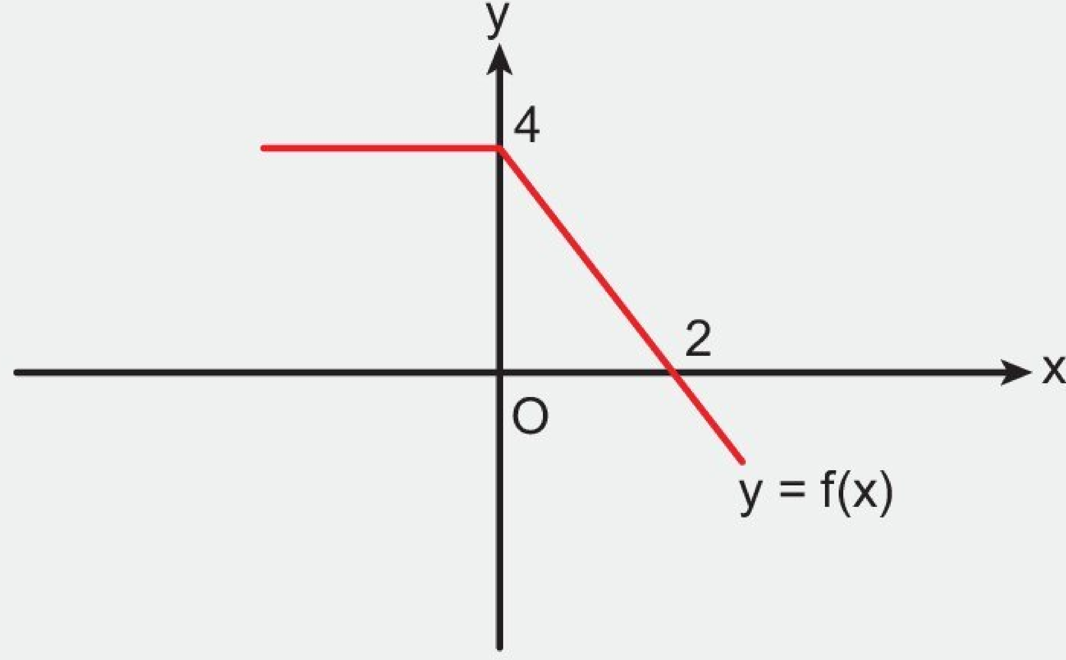
3. x Eksenine Göre Simetri

y = f(x) fonksiyonunun grafiğinin x eksenine göre simetriği ile elde edilen fonksiyon y = –f(x) tir.

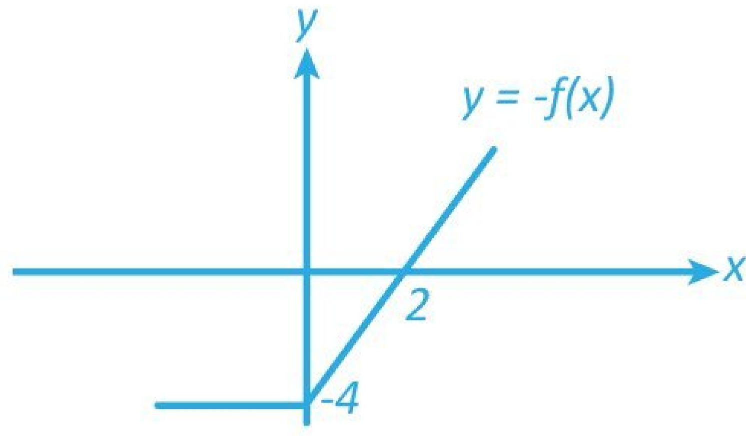
P(x, y) noktasının x eksenine göre simetriğinin P'(x, –y) dir.



Örnek 8



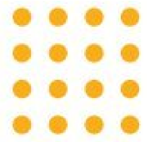
Yukarıda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğine göre, y = –f(x) fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



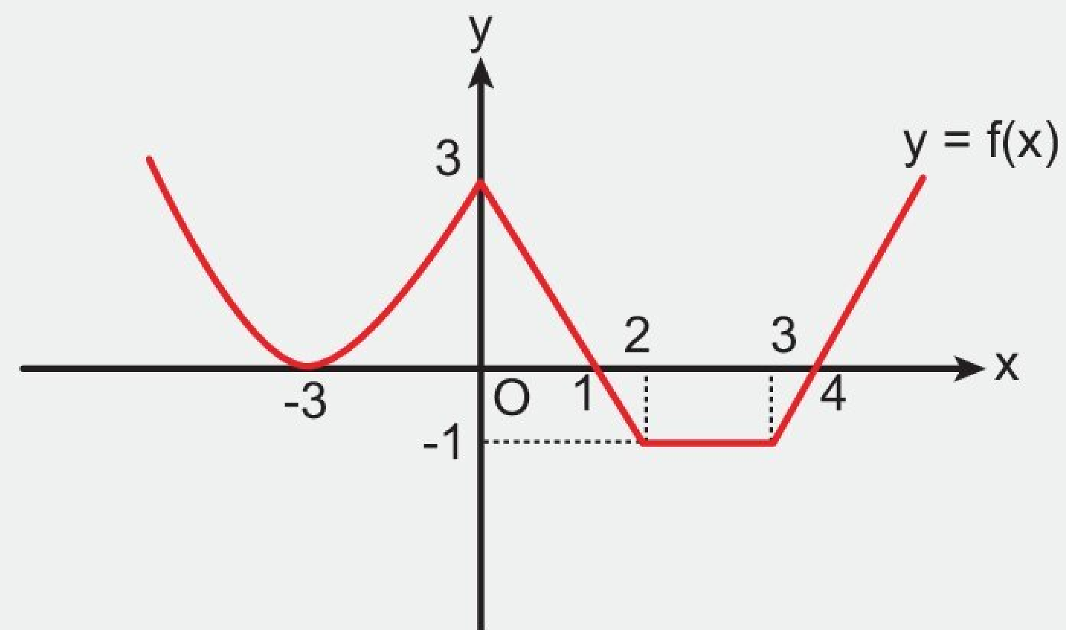
4. y Eksenine Göre Simetri

y = f(x) fonksionunun grafiğinin y eksenine göre simetriği ile elde edilen fonksiyon y = f(–x) tir.

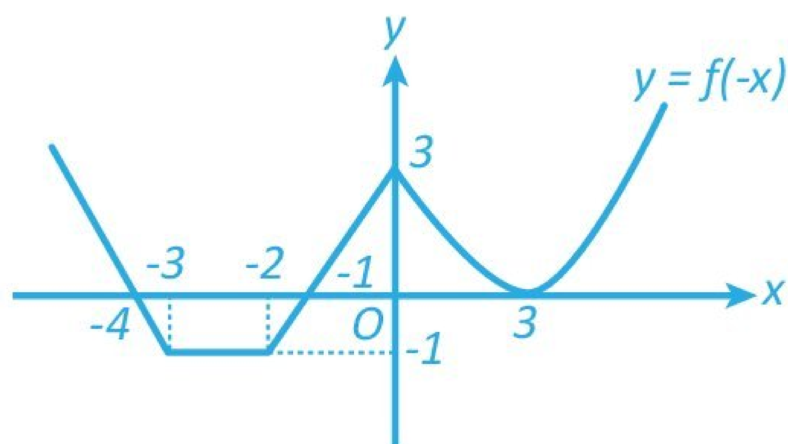
P(x, y) noktasının y eksenine göre simetriğinin P'(–x, y) dir.



Örnek 9

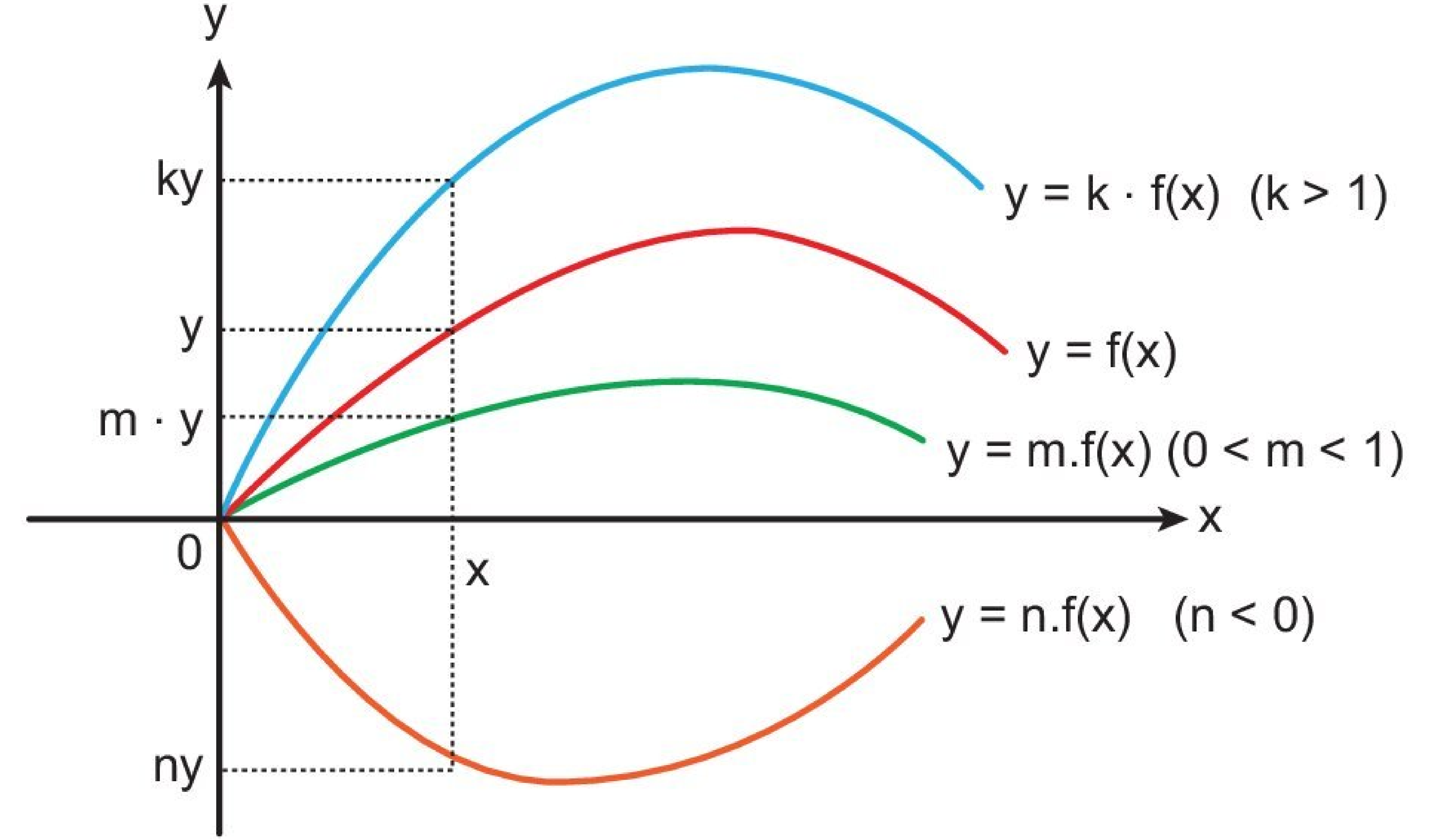


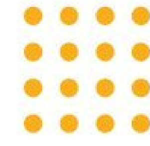
Yukarıda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu için y = f(–x) fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



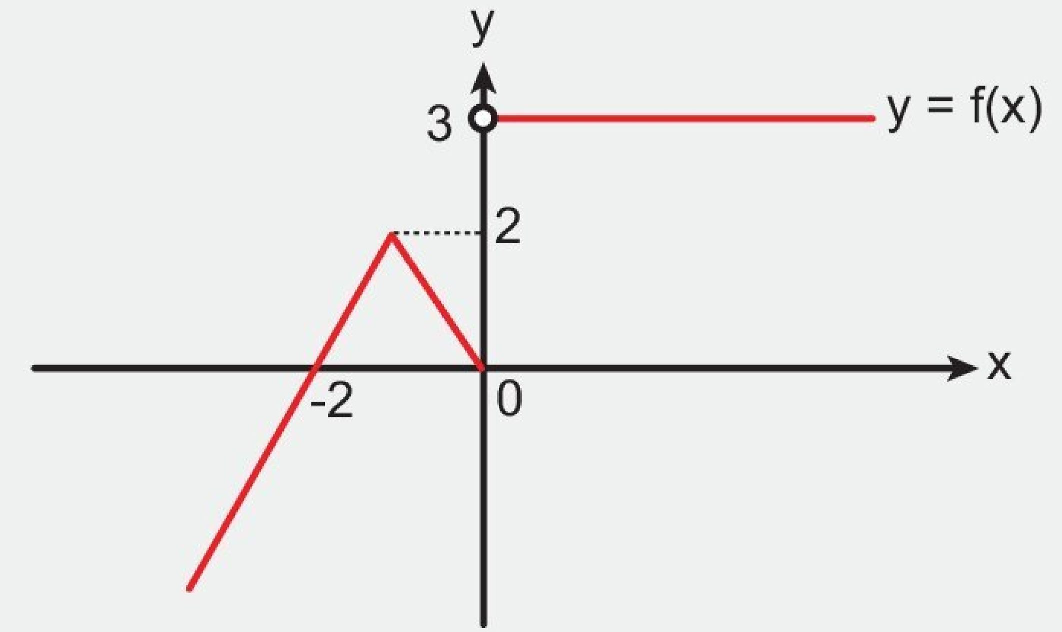
5. k . f(x) Fonksiyonunun Grafiği

y = kf(x) fonksiyonunun grafiği y = f(x) fonksiyonunda elde edilen görüntülerin (y değerlerinin) k gerçek sayısı ile çarpılmasıyla elde edilir.



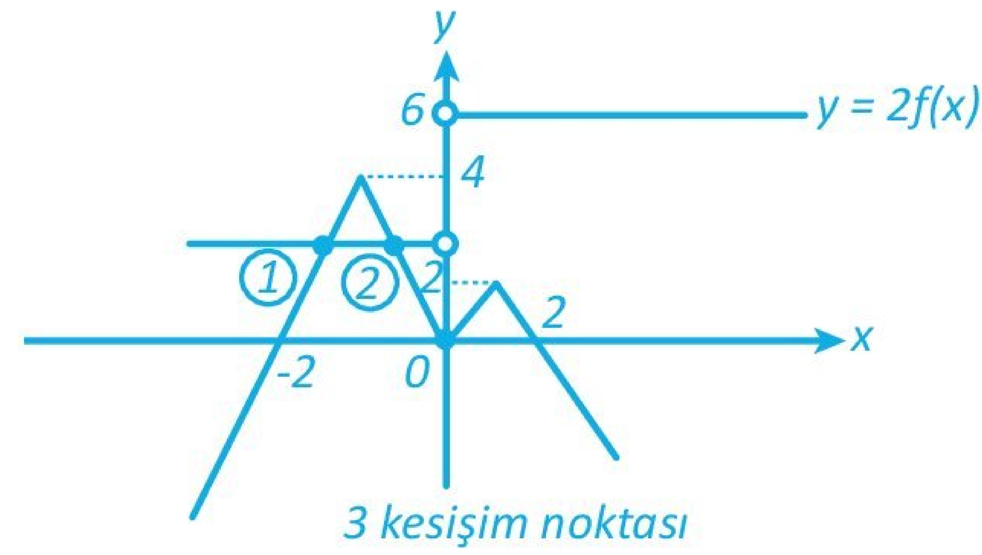


Örnek 10



Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

g(x) = f(–x) ve h(x) = 2f(x) olmak üzere g(x) ve h(x) grafikleri aynı koordinat düzleminde çizildiğinde kaç farklı kesişim noktası oluşur?



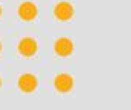
6. f(k · x) Fonksiyonunun Grafiği

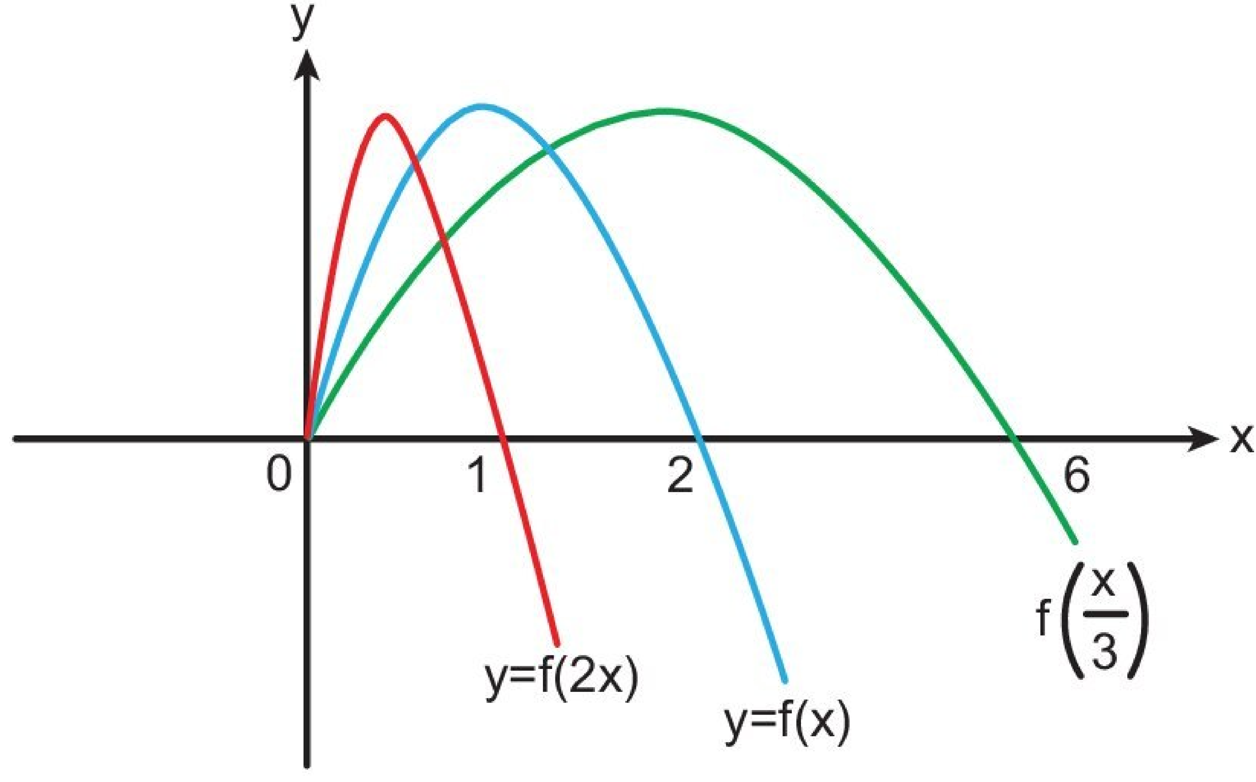
y = f(x) grafiğinde x ile elde edilen görüntüler y = f(kx) grafiğinde $\frac{x}{|k|}$ ile elde edilirler. ($k \neq 0$)

Bu durumda,

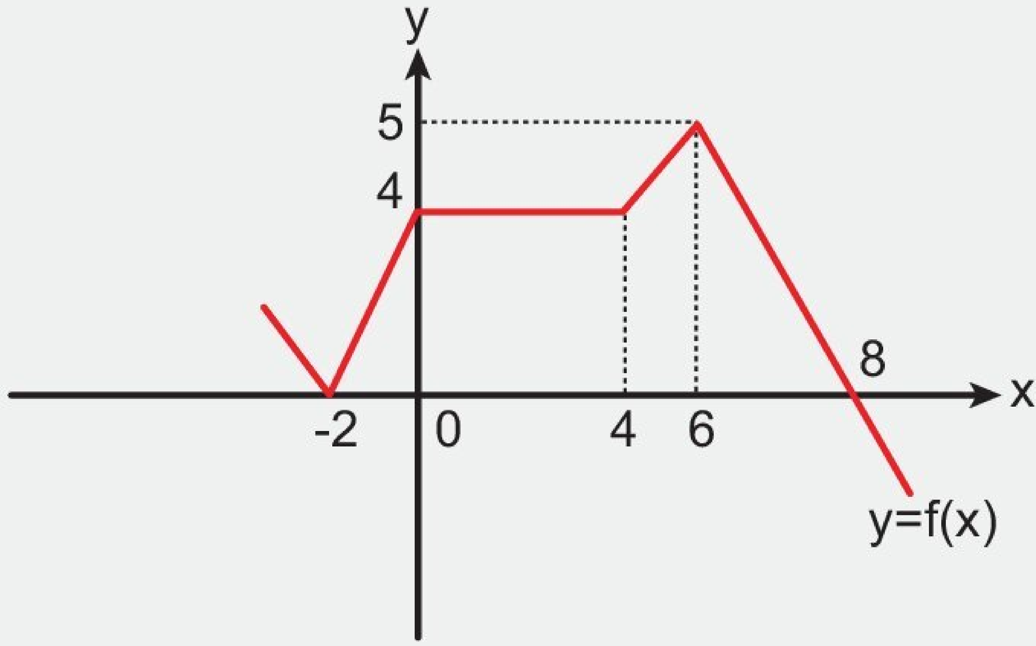
$|k| > 1$ iken y = f(x) grafiğinde $\frac{1}{|k|}$ oranında daralma

$|k| < 1$ iken y = f(x) grafiğinde $\frac{1}{|k|}$ oranında genişleme gerçekleşir.

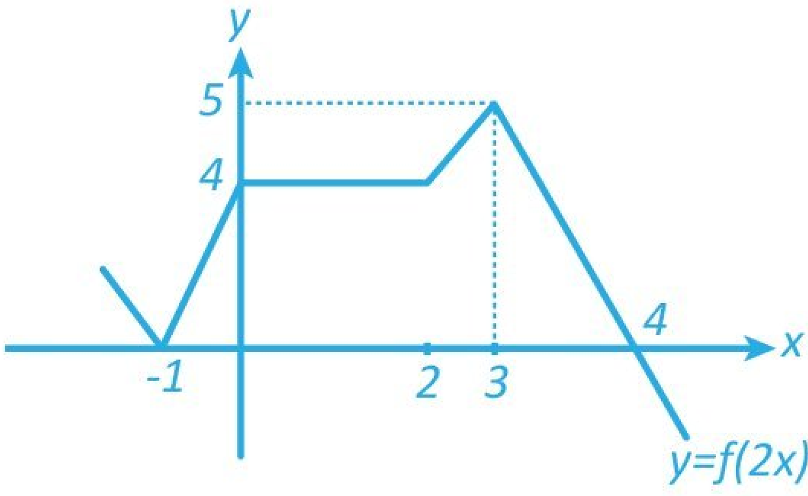




Örnek 11



Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğine göre y = f(2x) fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



Örnek 12

y = f(x) fonksiyununa art arda 3 birim sola öteleme ve 4 birim aşağı öteleme uygulanırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

A) f(x – 4) + 3
B) f(x – 4) – 3
C) f(x – 3) + 4
D) f(x – 3) – 4
E) f(x + 3) – 4

3 birim sola öteleme f(x + 3) 4 birim aşağı öteleme f(x + 3) – 4 *Cevap: E*

Örnek 13

Elif, y = f(x) fonksiyonunun grafiğini önce 2 birim sola ötelemiş daha sonra y eksenine göre yansımasını almıştır.

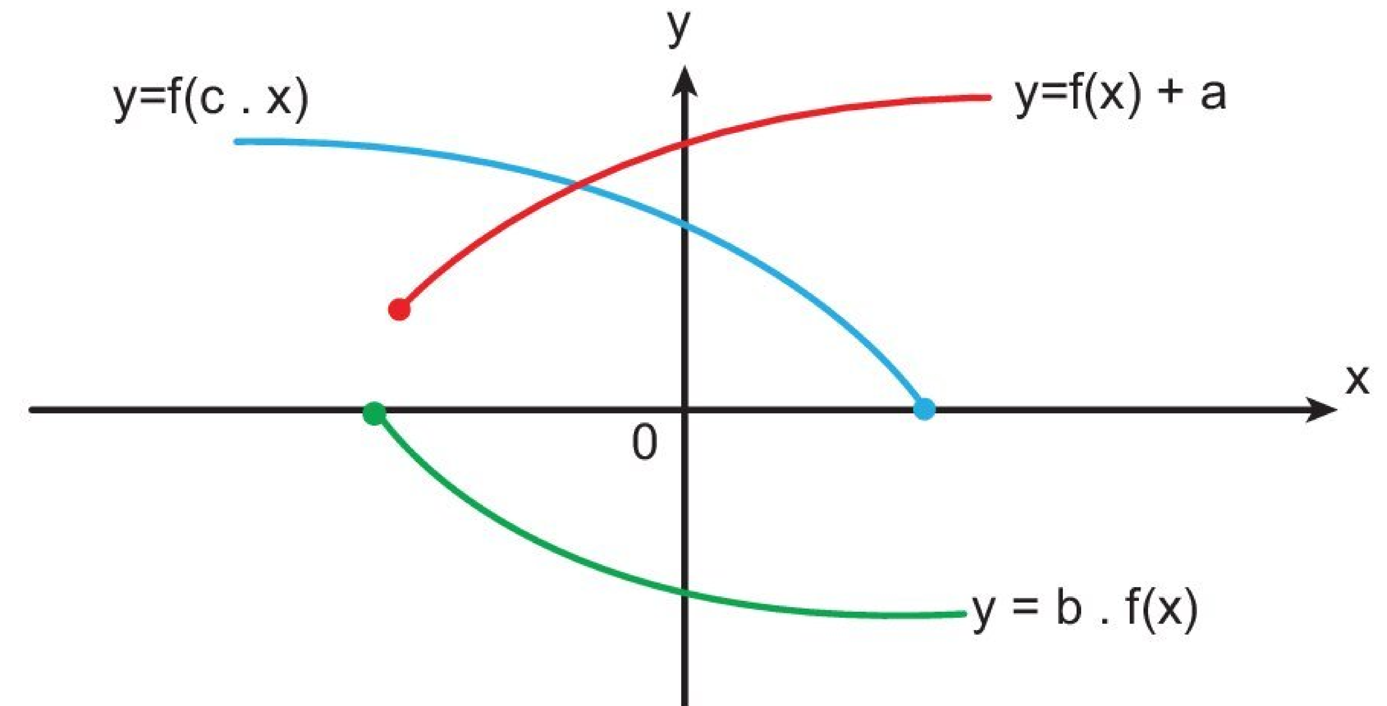
Buna göre, Elif'in son durumda elde ettiği fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

A) f(x – 2)
B) f(–x – 2)
C) f(2 – x)
D) f(–x) + 2
E) –f(x) + 2

f(x) 2 br sola ötelenirse f(x + 2) ardından y eksenine göre simetriği için x yerine –x gelirse f(–x + 2) = f(2 – x) elde edilir. *Cevap: C*

Çıkmış Soru 1

a, b ve c gerçel sayılar olmak üzere, dik koordinat düzleminde f(x) + a, b . f(x) ve f(c . x) fonksiyonlarının grafikleri şekilde verilmiştir.



Buna göre, a, b ve c sayılarının işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) +, +, –
B) +, –, +
C) +, –, –
D) –, +, +
E) –, –, +

2021 AYT

a+, b–, c– *Cevap: C*

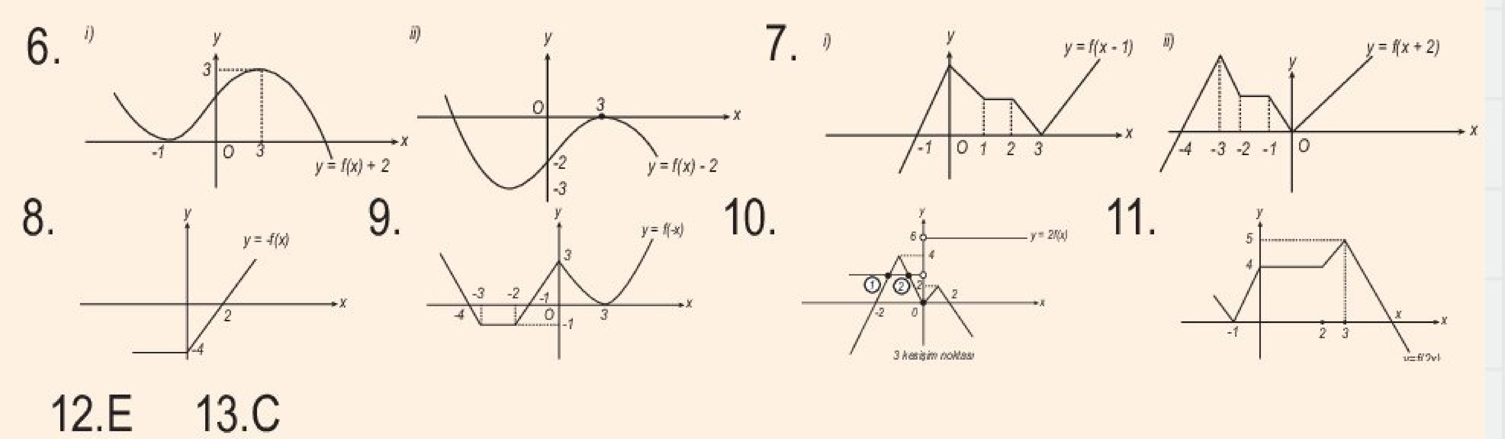
Çıkmış Soru Cevapları

1. C

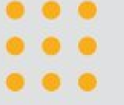
Örnek Cevapları

1.C 2.D 3.A 4.D 5.D

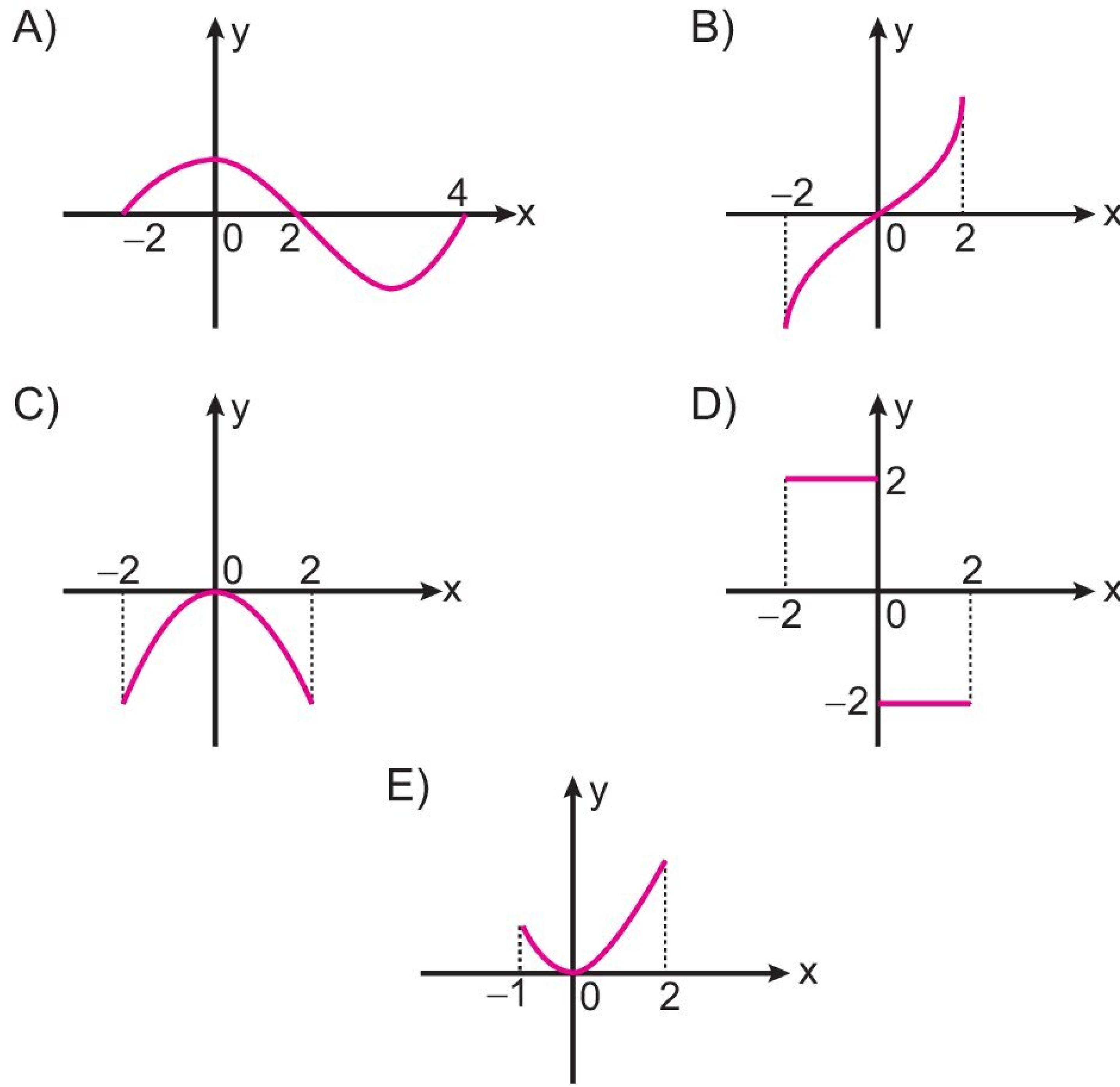
6. 7. 8. 9. 10. 11.



12.E 13.C



1. **Aşağıda grafiği verilen fonksiyonlardan hangisi simetrik aralıkta tanımlı çift fonksiyondur?**



C seçeneğinde y eksenine göre simetrik grafik olduğu için çift fonksiyondur. *Cevap C*

2. $f(x) = (a + 5)x^3 + (a + 3)x^2 + 3a$

fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetriktir.

Buna göre, f(3) kaçtır?

A) –33 B) –30 C) –27 D) –24 E) –21

$a = -5$, $f(x) = -2x^2 - 15$

$f(3) = -18 - 15 = -33$ *Cevap A*

3. f(x) fonksiyonunun grafiği orijine göre simetriktir.

$f(x) = x^3 - 2f(-x) + 5x$

eşitliği sağlandığına göre, f(1) kaçtır?

A) 3 B) 4 C) –5 D) –6 E) –7

$f(-x) = -f(x)$ yazalım. $-f(x) = x^3 + 5x$ $f(1) = \frac{1+5}{-1} = -6$ *Cevap D*

4. f(x) fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetriktir.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & x \leq 0 \\ ax^2 + kx & x > 0 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, 2a – k toplamı kaçtır?

A) 0 B) –1 C) –2 D) –3 E) –4

$ax^2 + kx = x^2 + 4x$ olmalıdır.

$a = 1$ ve $k = 4$ için $2a - k = -2$ olur. *Cevap C*

5. **y = f(x) fonksiyonunun grafiği için,**

I. y = f(x + 1)in grafiği, y = f(x) in grafiğinin 1 birim sola ötelenmişidir.

II. y = –f(x) in grafiği, y = f(x) in grafiğinin y eksenine göre simetriğidir.

III. y = f(x) – 3 in grafiği, y = f(x) in grafiğinin 3 birim aşağıya ötelenmişidir.

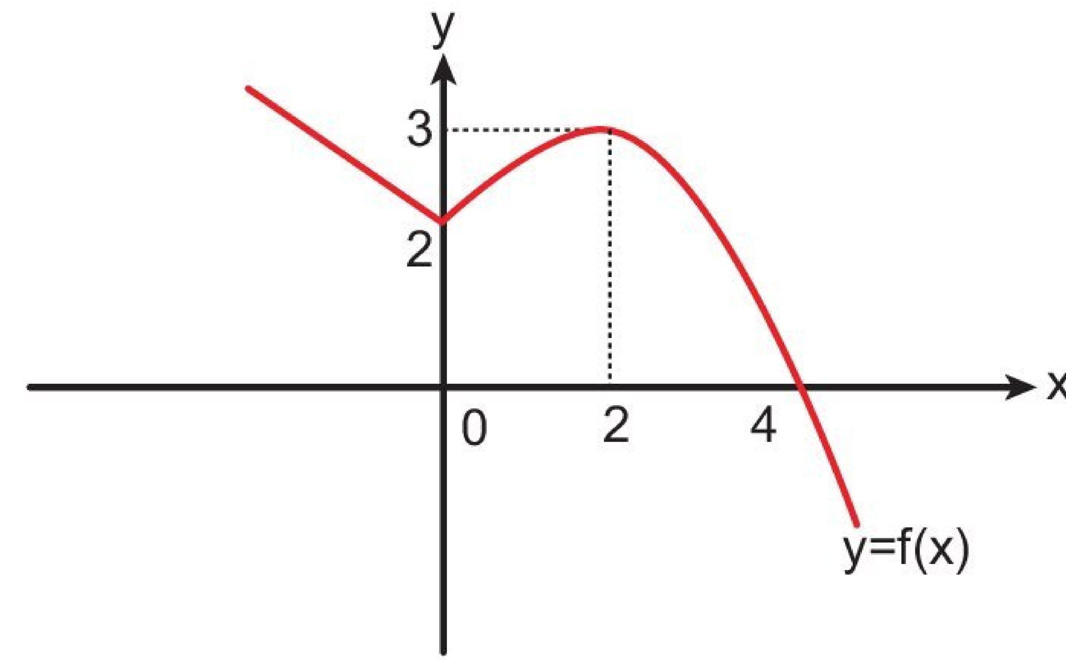
ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) I ve III

II. yanlış çünkü y = –f(x)

f(x) in x eksenine göre simetriğidir. *Cevap: E*

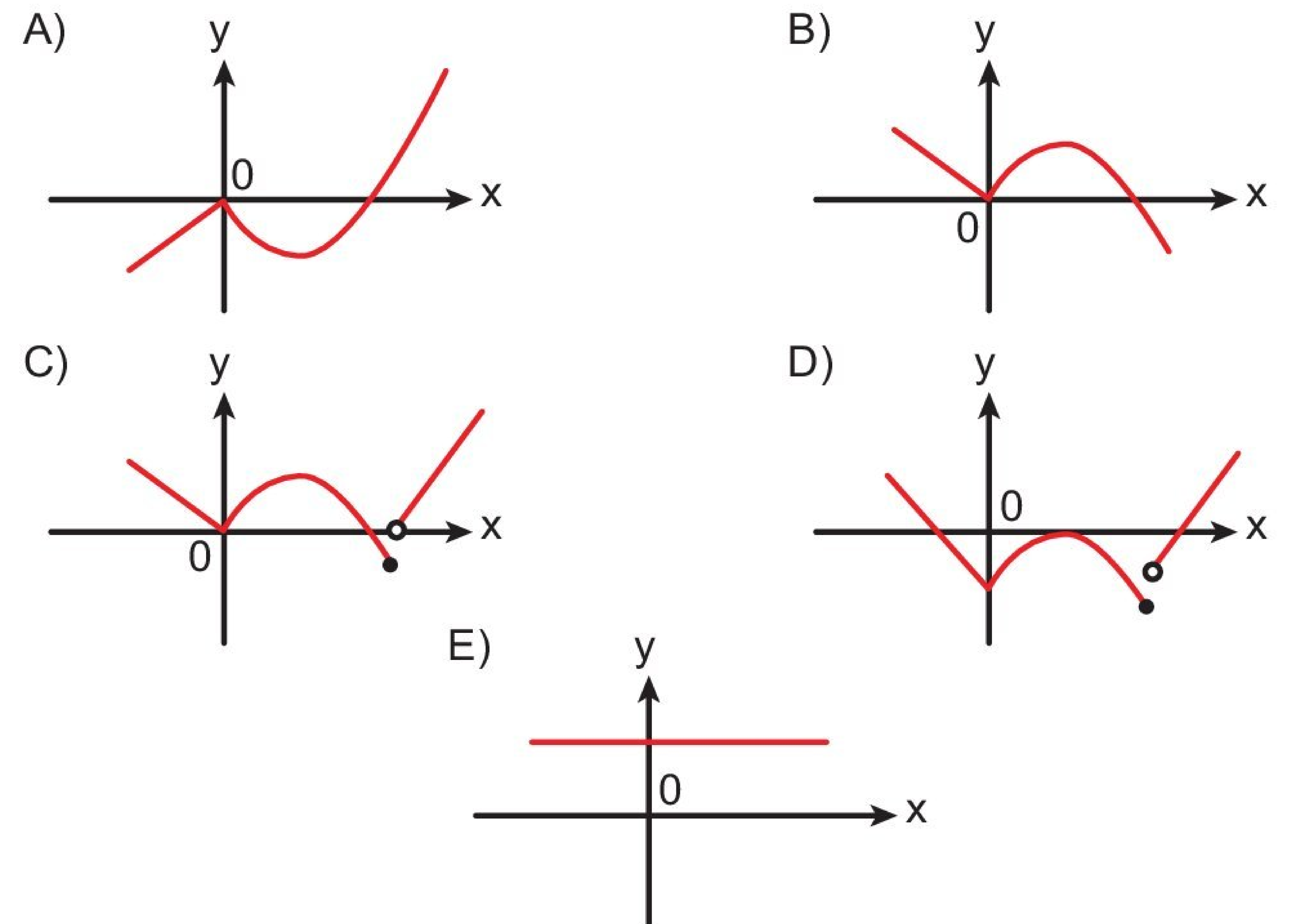
6.



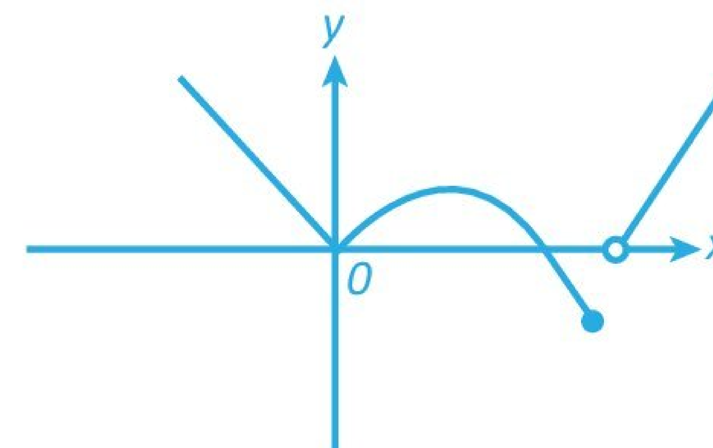
Yukarıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$g(x) = \begin{cases} -x & x < 0 \\ x - 2 & 0 \leqslant x \end{cases}$$

ile tanımlanan g(x) fonksiyonu için (gof)(x) fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



$(gof)(x) = g(f(x)) = \begin{cases} -f(x) & f(x) < 0 \\ f(x) - 2 & 0 \leqslant f(x) \end{cases}$



Cevap: C

7. $f(x) = 2x^5 + (m-1)x^2 + (m+k)x + r$

fonksiyonu tek fonksiyondur.

$f(1) = 8$

olduğuna göre, f(2) değeri kaçtır?

A) 68 B) 72 C) 76 D) 80 E) 84

$m = 1$, $r = 0$ → $f(x) = 2x^5 + (1+k)x$, $f(1) = 2 + 1 + k = 8 \Rightarrow k = 5$
$f(x) = 2x^5 + 6x$
$f(2) = 64 + 12 = 76$ *Cevap C*

8. $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

fonksiyonu orijine göre simetrik noktalardan oluşmaktadır.

$f(1) = 5$ ve $f(2) = 16$

olduğuna göre, f(3) değeri kaçtır?

A) 39 B) 37 C) 35 D) 33 E) 31

$b = 0$ ve $d = 0$
$f(x) = ax^3 + cx$
$5 = a + c$, $16 = 8a + 2c$ → $a = 1$ ve $c = 4$
$f(x) = x^3 + 4x$
$f(3) = 39$ *Cevap A*

9. y = f(x) parabolü x ekseninde 2 birim sola ötelendikten sonra y ekseninde 3 birim aşağı ötelenmiştir.

Elde edilen parabolün tepe noktası A(1, 2) dir.

Buna göre, f(x) parabolü aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y = 5 - (x-3)^2$
B) $y = 3 - (x-3)^2$
C) $y = 1 - (x-3)^2$
D) $y = 5 - (x+1)^2$
E) $y = 3 - (x+1)^2$

Tepe noktası 2 birim sağa giderse apsisi 3 olur.
Tepe noktası 3 birim yukarı giderse ordinatı 5 olur. *Cevap A*

10. $f(x) = (a-2)x^3 + (2a+1)x^2 + (m-5)x - 4m$

fonksiyonu çift fonksiyondur.

f(x) fonksiyonunun yatay ekseni kestiği noktaların apsisleri x_1 ve x_2 $(x_1 < x_2)$ ve düşey ekseni kestiği noktanın ordinatı y_1 dir.

Buna göre, $\frac{y_1}{x_2 - x_1}$ oranı kaçtır?

A) –10 B) –5 C) 1 D) 5 E) 10

$a = 2$ ve $m = 5$
$f(x) = 5x^2 - 20 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x_1 = -2$, $x_2 = 2$, $y_1 = -20$
$\frac{y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-20}{2-(-2)} = -5$ dir. *Cevap B*

11. $f(x) + f(2x) = 6x + 8$

eşitliğini sağlayan doğrusal f(x) fonksiyonu ile ilgili olarak

I. f(x) daima azalandır.
II. f(x) çift fonksiyondur.
III. $-2 < x < \infty$ için $f(x) > 0$ dır.
IV. f(x) daima artandır.
V. $(fof)(x) = 4x + 8$ dir.

ifadeleri veriliyor.

Buna göre, yukarıda verilenlerden kaç tanesi doğrudur?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$f(x) = 2x + 4$
III ve IV olmak üzere 2 tanesi doğrudur.
Cevap B

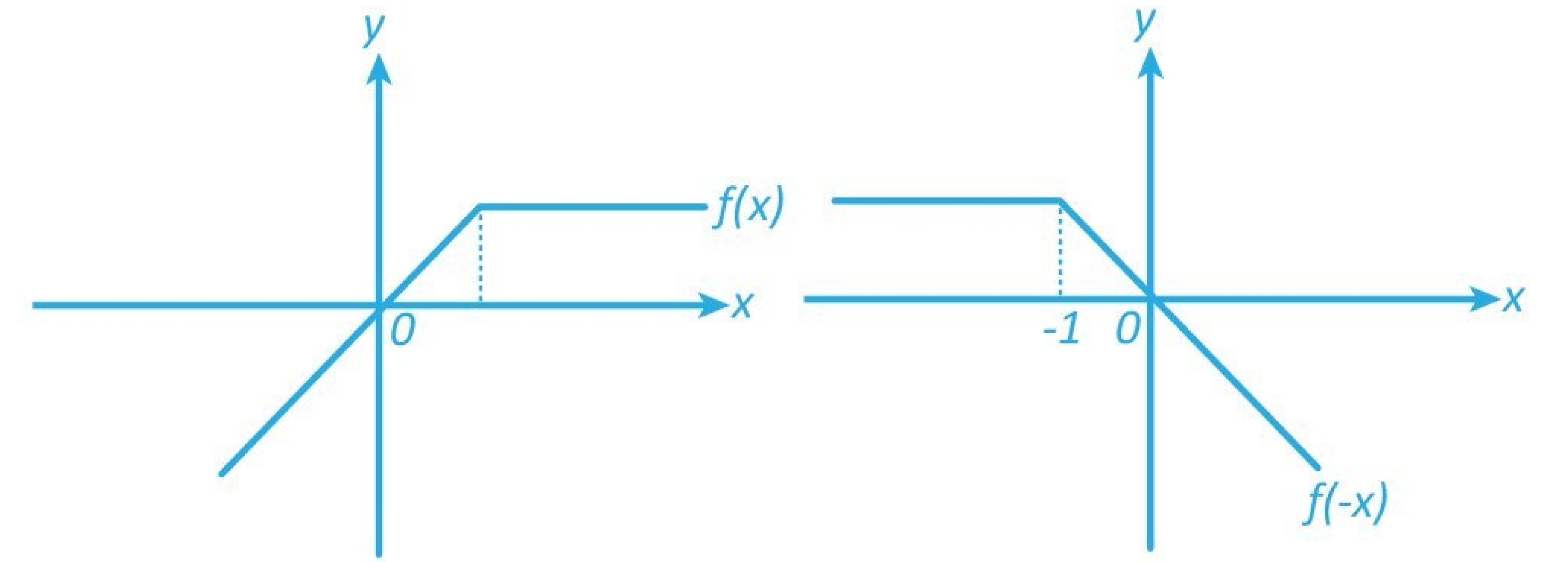
12. $f(x) = \begin{cases} x & x < 1 \\ 1 & 1 \leqslant x \end{cases}$

olduğuna göre, f(–x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{cases} -x & x > -1 \\ 1 & x \leqslant -1 \end{cases}$ B) $\begin{cases} x & x < -1 \\ 1 & -1 \leqslant x \end{cases}$

C) $\begin{cases} -x & x < 1 \\ -1 & 1 \leqslant x \end{cases}$ D) $\begin{cases} -x & x > -1 \\ -1 & x \leqslant -1 \end{cases}$

E) $\begin{cases} -x & x < 1 \\ 1 & x \geqslant -1 \end{cases}$



f(–x), f(x) in y eksenine göre simetriğidir. *Cevap: A*

1.C 2.A 3.D 4.C 5.E 6.C 7.C 8.A 9.A 10.B 11.B 12.A

1. f(x) fonksiyonunun grafiği orijine göre simetriktir.

$x^3 + f(x) = 4x + 3f(-x)$

eşitliği sağlandığına göre f(4) kaçtır?

A) –18 B) –12 C) –6 D) 6 E) 12

f(–x) = –f(x) yazalım.

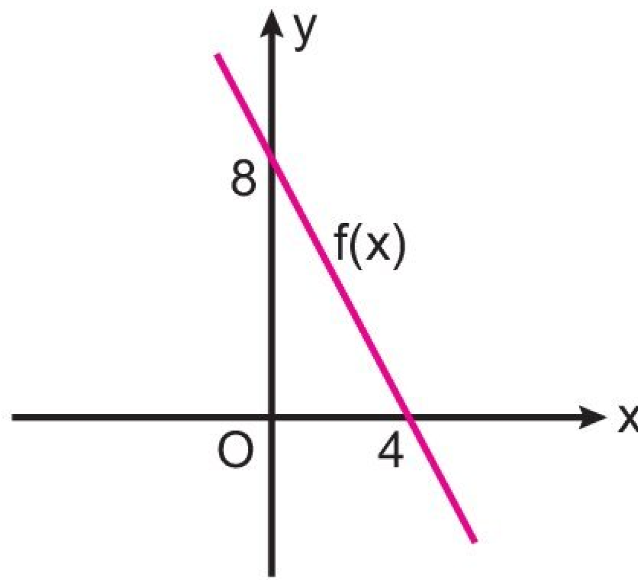
$x^3 + f(x) = 4x - 3 \cdot f(x)$

$4 \cdot f(x) = 4x - x^3$

$f(4) = \frac{16-64}{4} = -12$

Cevap B

2.



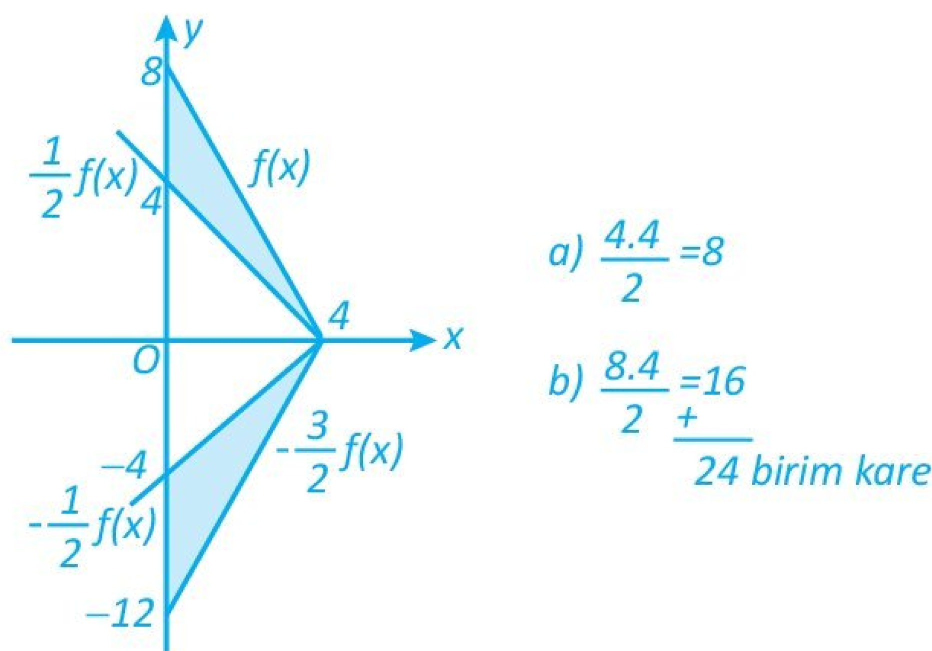
Şekilde f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$y = f(x)$ ve $y = \frac{1}{2} f(x)$ fonksiyonlarının grafikleri ile düşey eksen arasında kalan alan A_1,

$y = -\frac{1}{2} f(x)$ ve $y = -\frac{3}{2} f(x)$ fonksiyonlarının grafikleri ile düşey eksen arasında kalan alan A_2 olmak üzere,

$A_1 + A_2$ kaç birim karedir?

A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26



a) $\frac{4.4}{2} = 8$

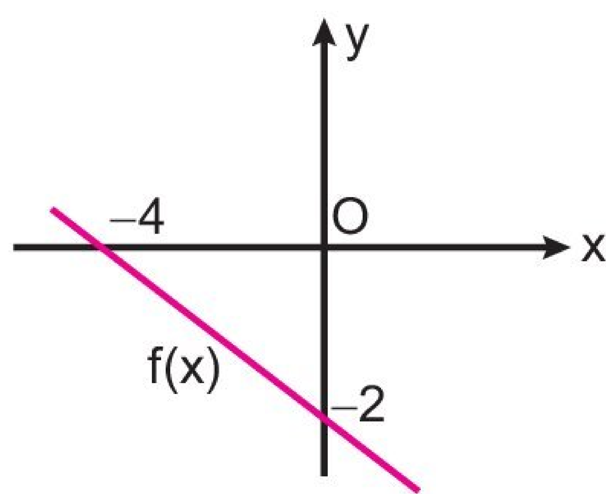
b) $\frac{8.4}{2} = 16$

+

24 birim kare

Cevap D

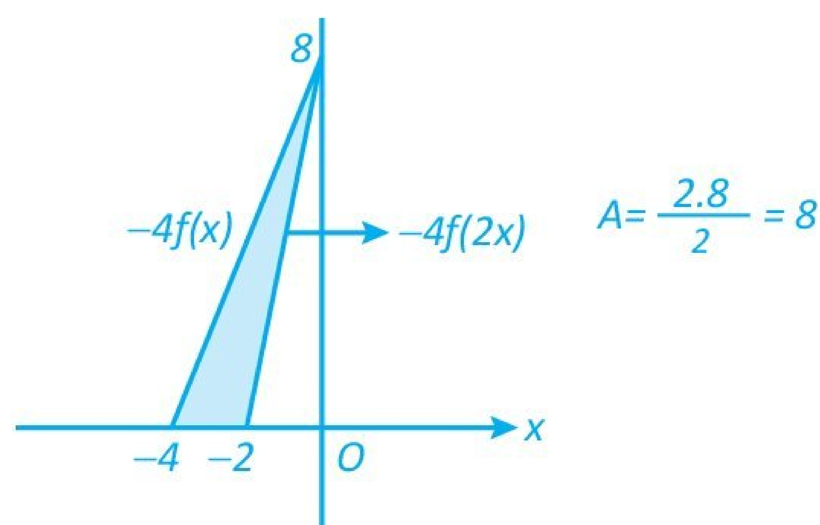
3.



Şekilde f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, –4f(x) ve –4f(2x) fonksiyonlarının grafiği ile yatay eksen arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birim karedir?

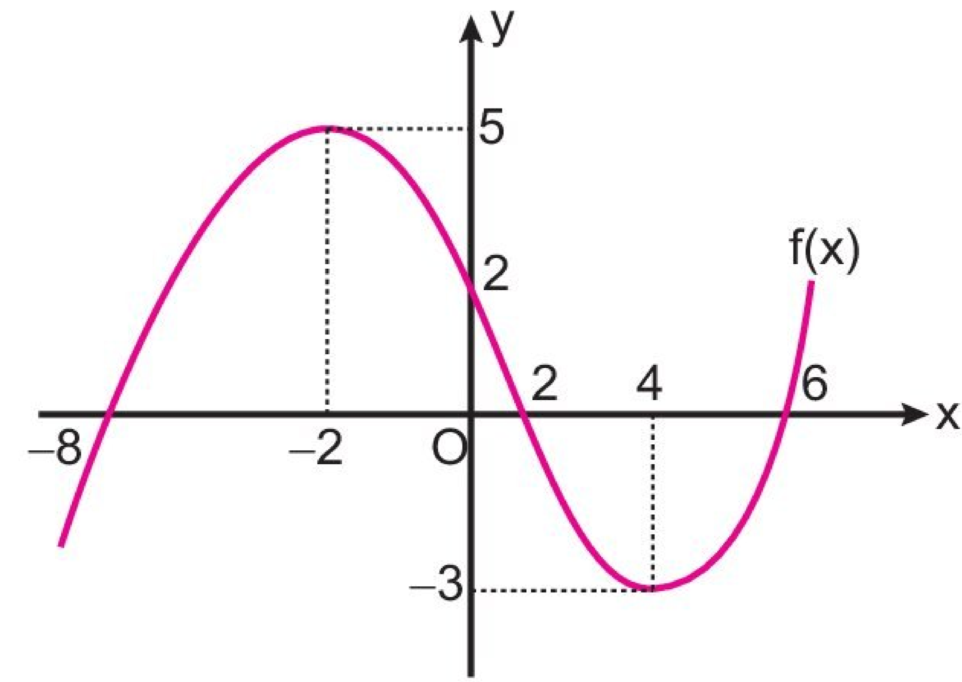
A) 14 B) 12 C) 10 D) 8 E) 6



$A = \frac{2.8}{2} = 8$

Cevap D

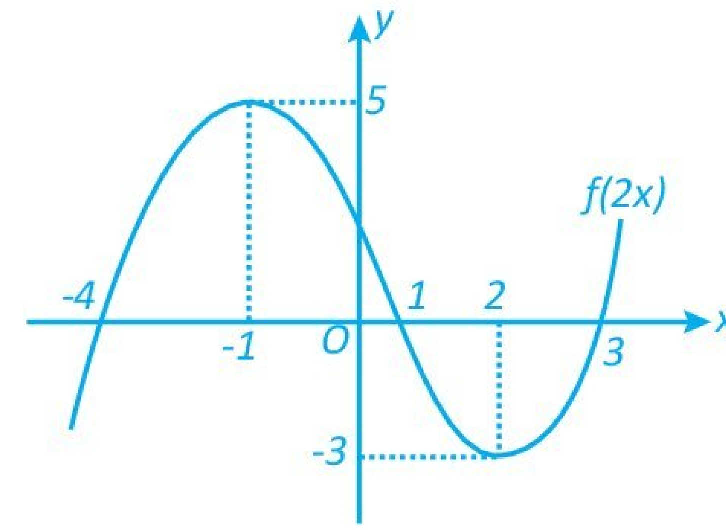
4.



Şekilde f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, y = f(2x) fonksiyonunun yerel maksimum ve yerel minimum noktaları arasındaki ortalama değişim hızı kaçtır?

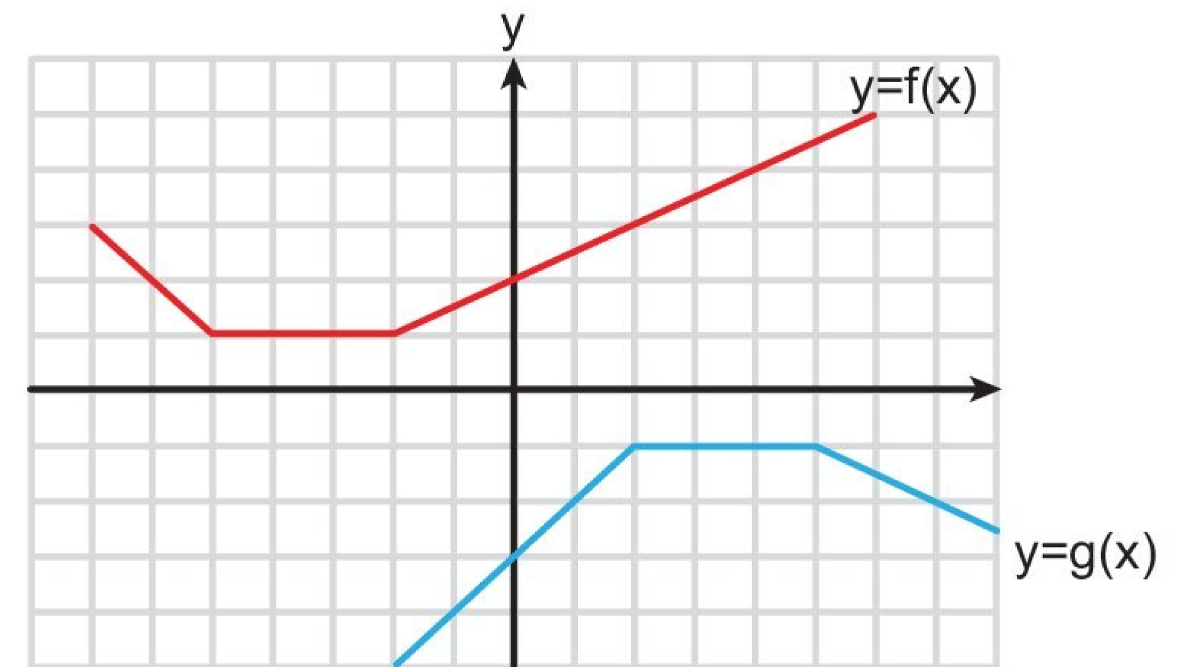
A) $-\frac{8}{3}$ B) $-\frac{7}{3}$ C) –2 D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{8}{3}$



$ODH = \frac{5-(-3)}{-1-2} = \frac{8}{-3} = -\frac{8}{3}$

Cevap A

5.



Birim kareli koordinat düzleminde verilen y = f(x) fonksiyonu ile y = g(x) fonksiyonlarının grafiklerine göre, g(x) in f(x) cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) g(x) = f(–x + 7) B) g(x) = –f(x – 7)

C) g(x) = –f(x + 7) D) g(x) = |f(x)| – 7

E) g(x) = |f(x) – 7|

f(x) 7 birim sağa ötelendikten sonra x eksenine göre simetriği alınmış.

Cevap: B

6. $f(x) = \begin{cases} g(x) & x > 0 \\ x - 1 & x \leqslant 0 \end{cases}$

fonksiyonu çift fonksiyon olduğuna göre,

g(4) + g(6)

toplamının değeri kaçtır?

A) –5 B) –6 C) –7 D) –12 E) –13

f(x) çift ⇒ f(–x) = f(x)

⇒ g(x) = –x – 1

g(4) + g(6) = (–4 – 1) + (–6 – 1) = –12

Cevap: D

1.B 2.D 3.D 4.A 5.B 6.D

1. $f(x) = x^3 + (r + 8)x^2 + 2rx$

fonksiyonu orijine göre simetrik noktalardan oluşmaktadır.

f(x) fonksiyonunun yatay ekseni kestiği noktalar $a < b < c$ olmak üzere a, b ve c noktalarıdır.

Buna göre, $\frac{c-b}{a}$ oranı kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

f(x) tek fonksiyon r = –8, $f(x) = x^3 - 16x = 0$

a = –4 b = 0 c = 4

$\frac{4-0}{-4} = -1$

Cevap C

2. f(x) fonksiyonu ile ilgili olarak aşağıdaki ifadeler veriliyor.

I. f(x) artandır.

II. f(x) tek fonksiyondur.

III. f(x) > 0 eşitsizliğinin çözüm kümesi (0, ∞) dur.

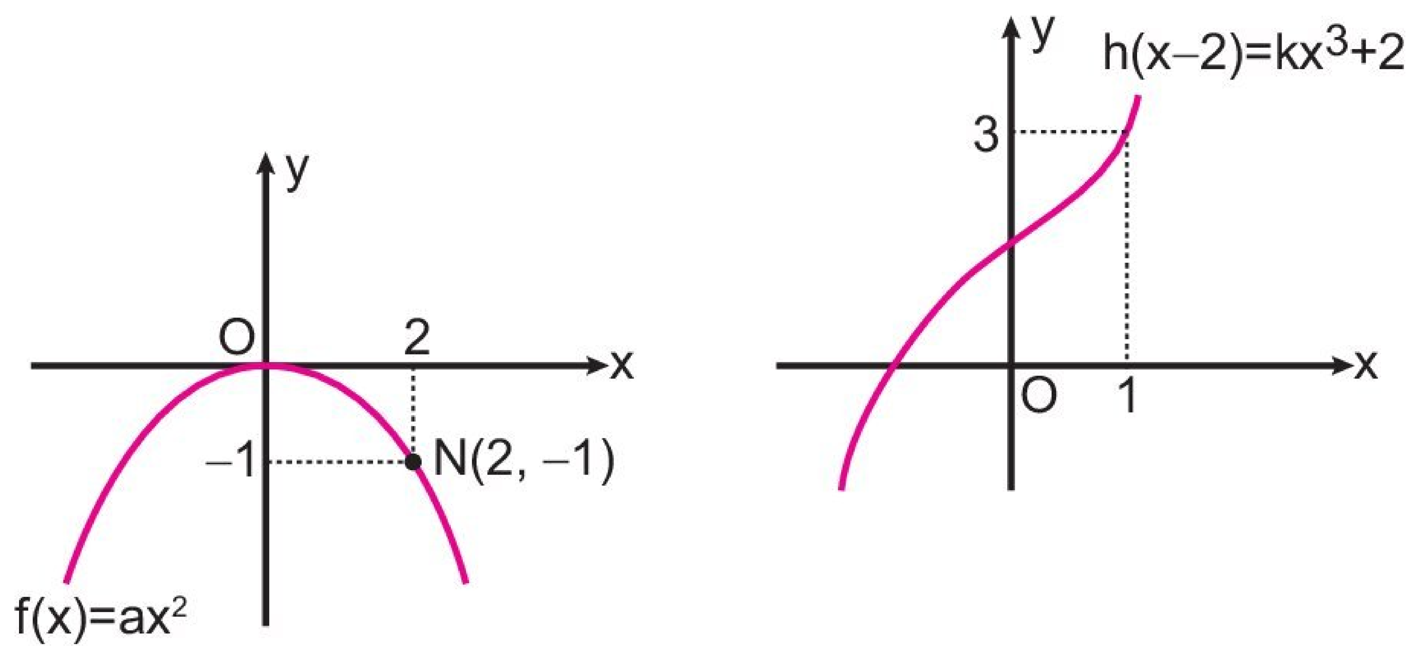
Buna göre, f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 3x + 6 B) $x^3 + x^2$ C) $-x^3$ D) x^3 E) x^2

D) x^3 belirtilen koşulları sağlar.

Cevap D

3.



Şekilde $f(x) = ax^2$ parabolü ile $h(x - 2) = kx^3 + 2$ eğrilerinin grafikleri verilmiştir.

I. $y = -2 + h(x - 2) + x \cdot f(x)$ tek fonksiyondur.

II. $(f - h)(1) = 3$ tür.

III. $(f + h)(2) = 65$ tir.

Buna göre, yukarıda verilenlerden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) I ve III

$f(x) = -\frac{1}{4}x^2$, $h(x-2) = x^3 + 2$

$h(x) = (x+2)^3 + 2$

I. $-2 + h(x-2) + x \cdot f(x) = x^3 - \frac{1}{4}x^3 = \frac{3}{4}x^3$ tek fonksiyondur. Doğru

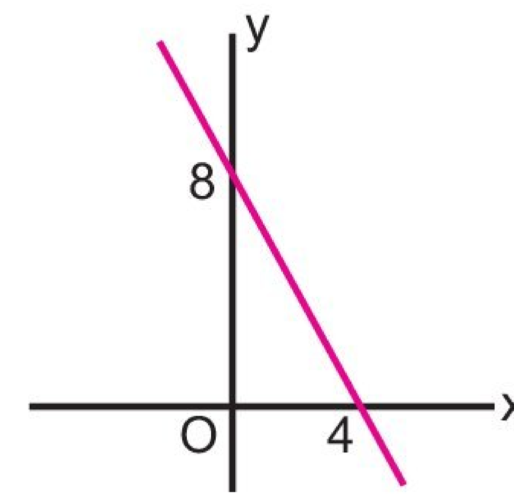
II. Yanlış

III. $f(2) + h(2) = -1 + 66 = 65$ Doğru

I ve III doğrudur.

Cevap E

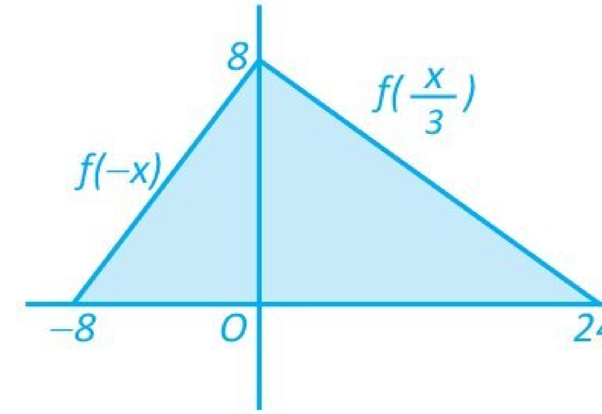
4.



Şekilde f(2x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, f(–x) ve $f(\frac{x}{3})$ doğruları ile yatay eksen arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birim karedir?

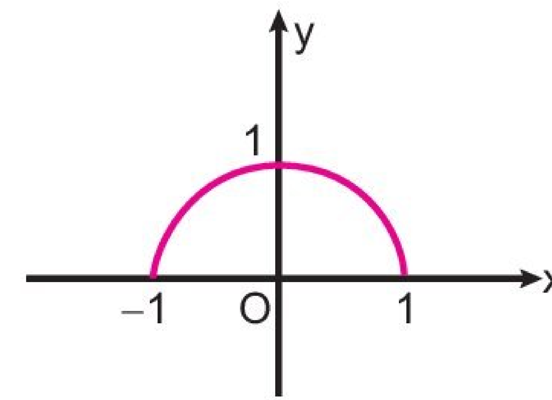
A) 32 B) 48 C) 64 D) 112 E) 128



$A = \frac{32.8}{2} = 128$

Cevap E

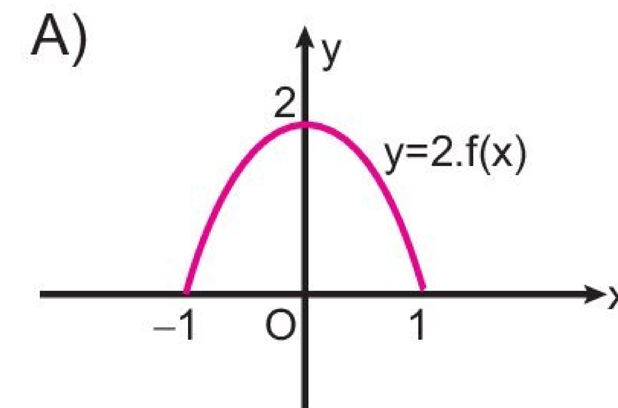
5.



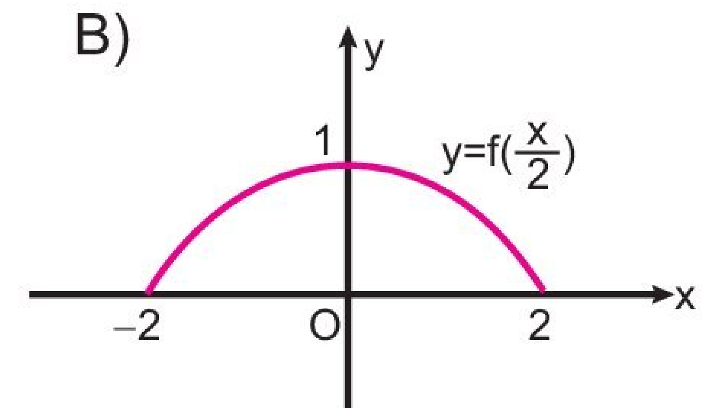
Şekilde $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

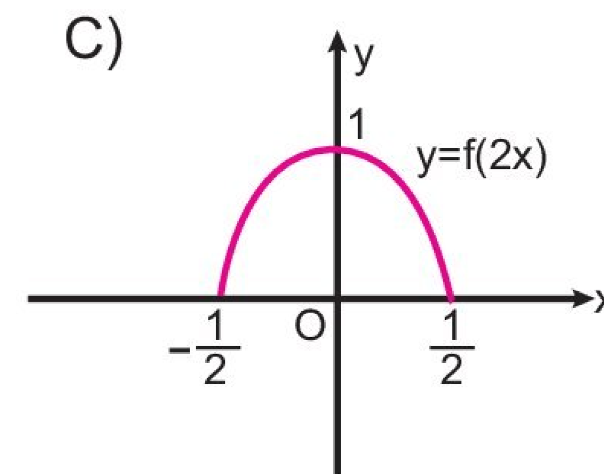
A)



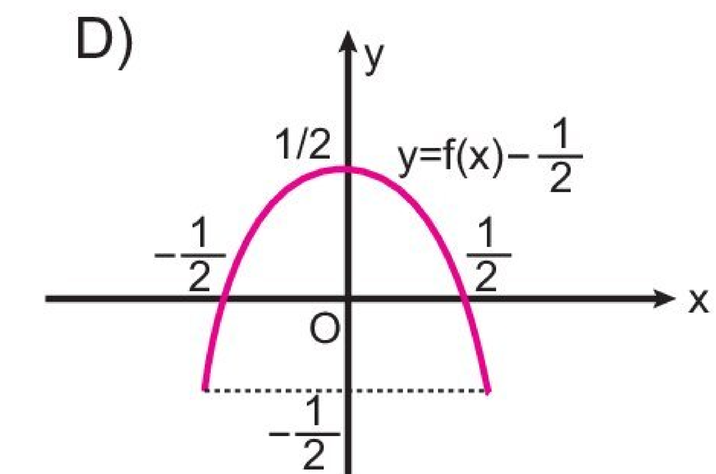
B)



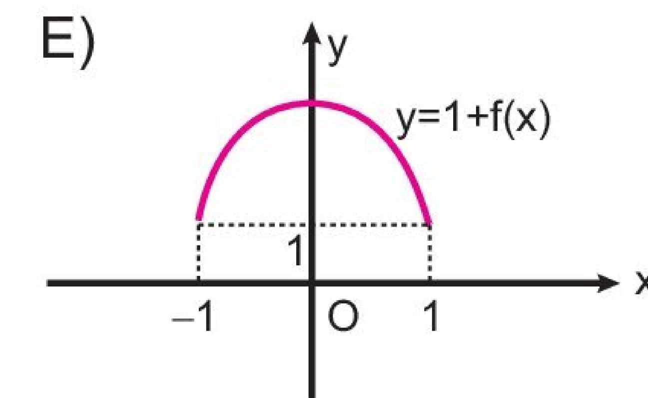
C)



D)



E)



D seçeneğinde fonksiyonun x eksenini kestiği noktalar $\mp\frac{\sqrt{3}}{2}$ olmalıydı.

Cevap D

1. C 2. D 3. E 4. E 5. D



FONKSİYONLARIN DÖNÜŞÜMLERİ

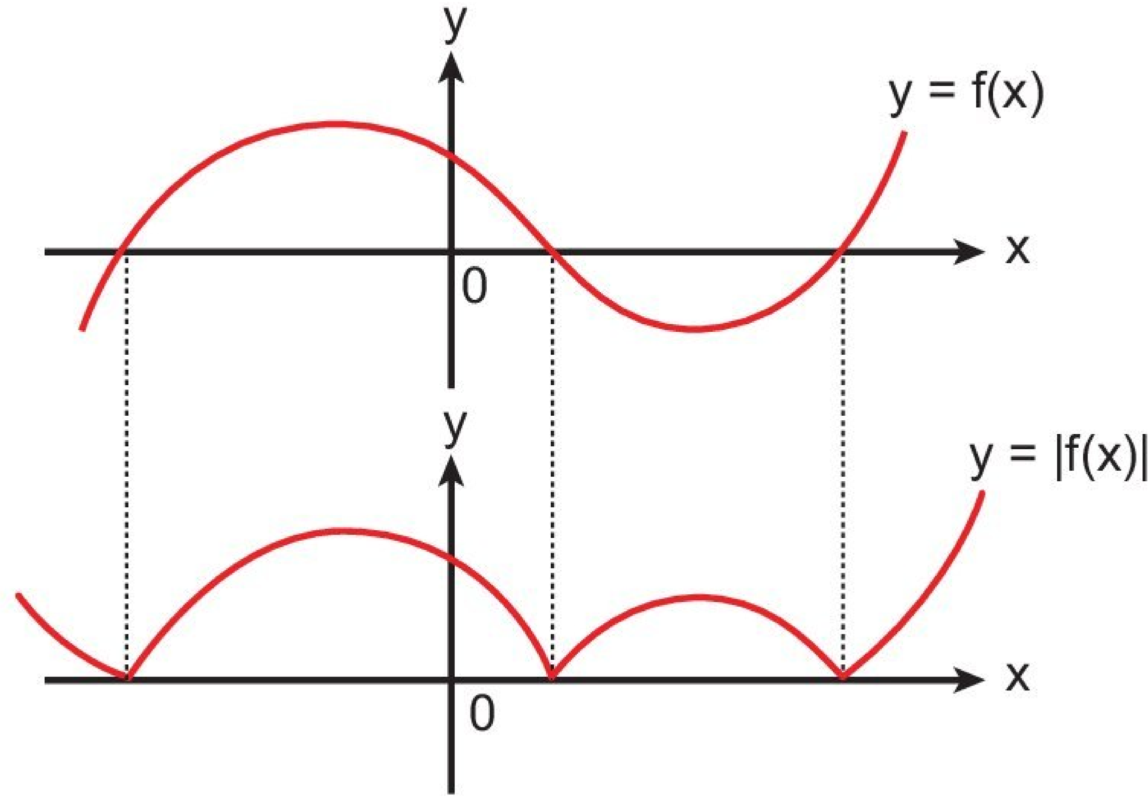
7. |f(x)| in Grafiği

$$|x| = \begin{cases} x & x \geqslant 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

olduğunu hatırlarsak

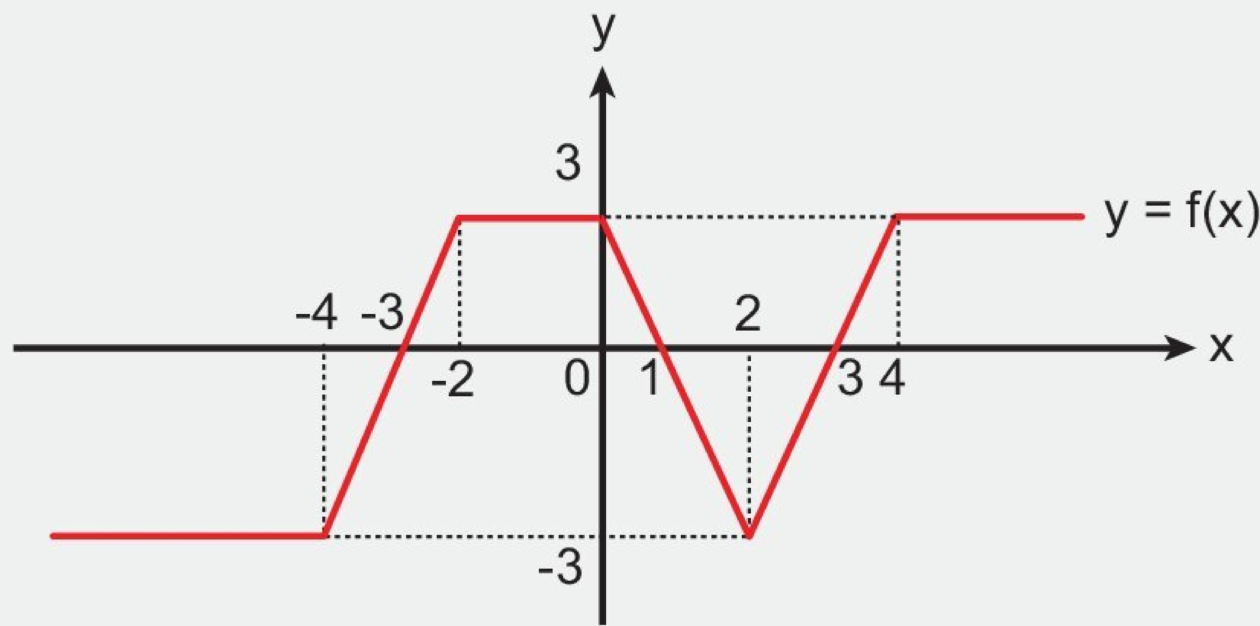
$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & f(x) \geqslant 0 \\ -f(x) & f(x) < 0 \end{cases}$$

olur. Yani, f(x) in pozitif değerler aldığı aralıkta f(x) grafiğini, f(x) in negatif değerler aldığı aralıkta –f(x) grafiğini kullanmalıyız.

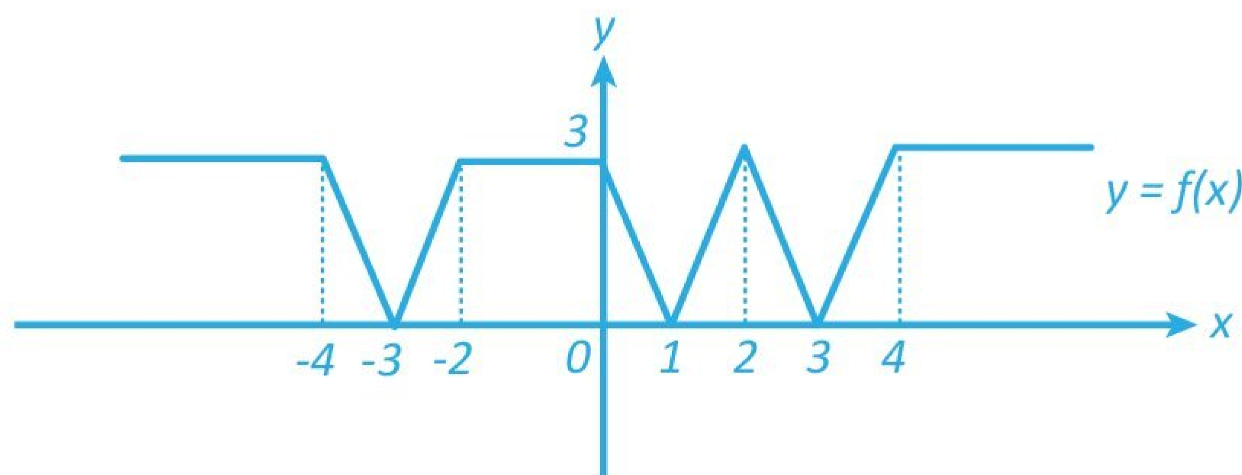


Bir başka deyişle, y = |f(x)| in grafiği y = f(x) in x ekseninin altında kalan bölümlerinin x ekseninin üst kısmına katlanmasıyla elde edilebilir.

Örnek 1



Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğine göre, y = |f(x)| in grafiğini çiziniz.

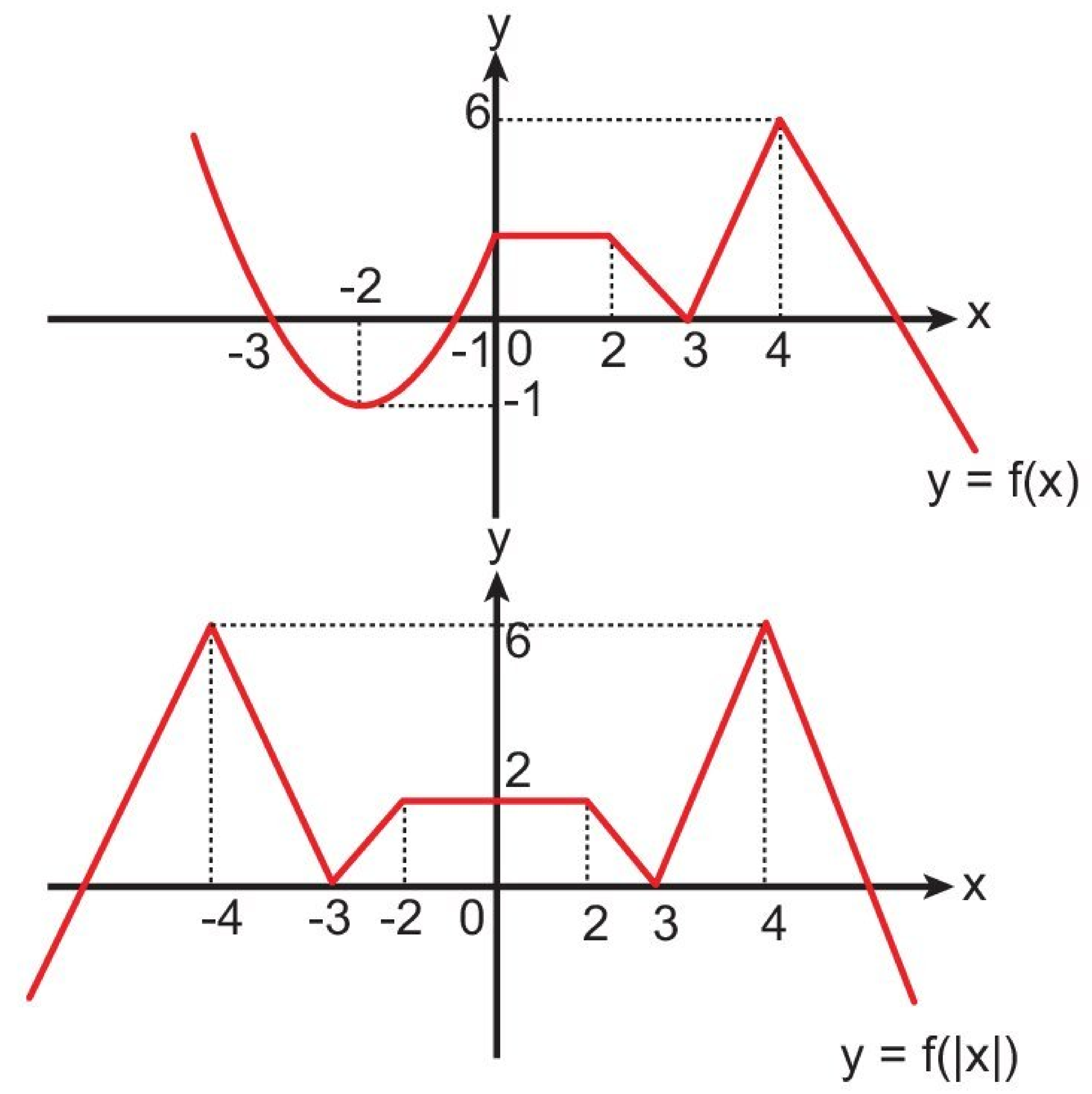


8. f(|x|) in Grafiği

$$f(|x|) = \begin{cases} f(x) & 0 \leqslant x \\ f(-x) & x < 0 \end{cases}$$

olduğundan y = f(x) grafiği ile y = f(|x|) in grafiği çizilirken 0 ≤ x için f(x) in grafiği kullanılır. x < 0 için f(–x) in grafiği kullanılır.

f(–x) in grafiğinin, f(x) in grafiğinin y eksenine göre yansıması olduğunu hatırlayın.



Örnek 2

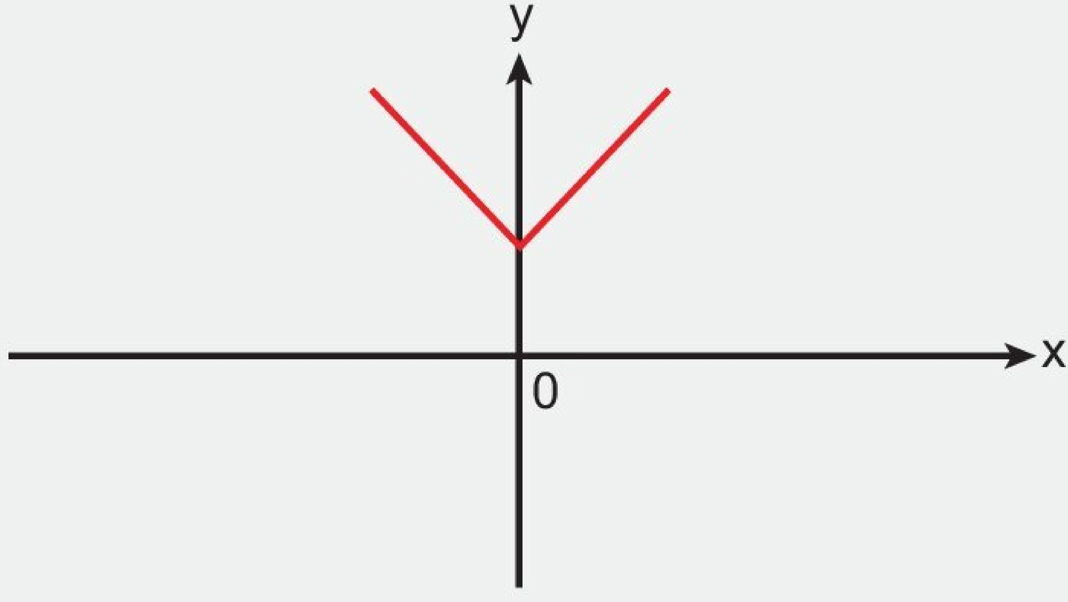
Gerçek sayılarda tanımlı y = f(x) fonksiyonu için f(x) = 0 denkleminin dördü pozitif ve üçü negatif olmak üzere toplam 7 tane kökü vardır.

Buna göre, f(|x|) = 0 denkleminin kaç tane kökü vardır?

A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 14

f(x)in pozitif köklerinin y eksenine göre simetrikleri de kök olacağından f(|x|) = 0 denkleminin 4 + 4 = 8 tane kökü olur. *Cevap: D*

Örnek 3



Yukarıdaki grafik aşağıdaki fonksiyonlardan hangisine ait olabilir?

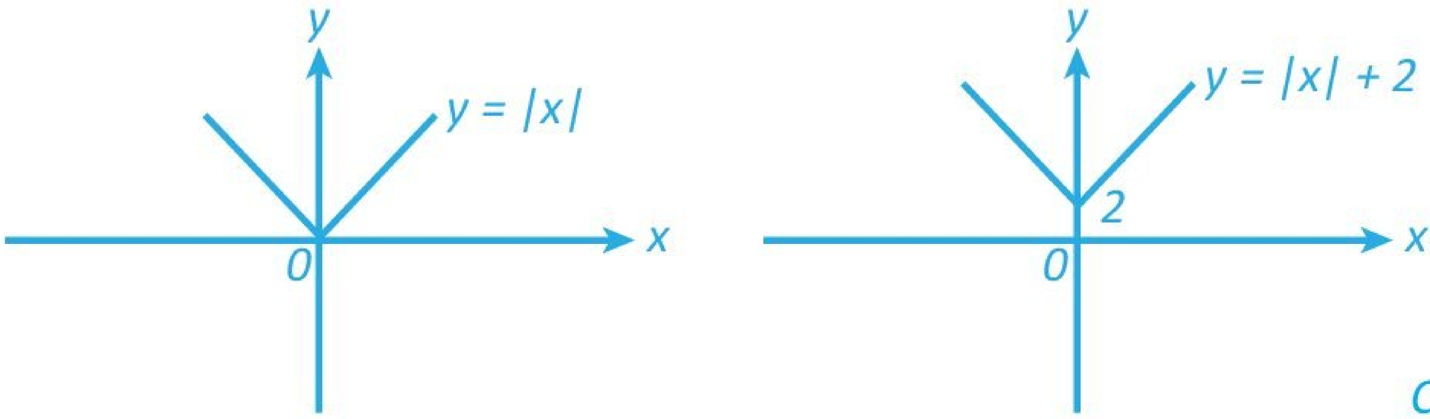
A) $f(x) = x^2 + 1$

B) $f(x) = |x + 2|$

C) $f(x) = |2 - x|$

D) $f(x) = |x| + 2$

E) $f(x) = |x - 2| + 2$



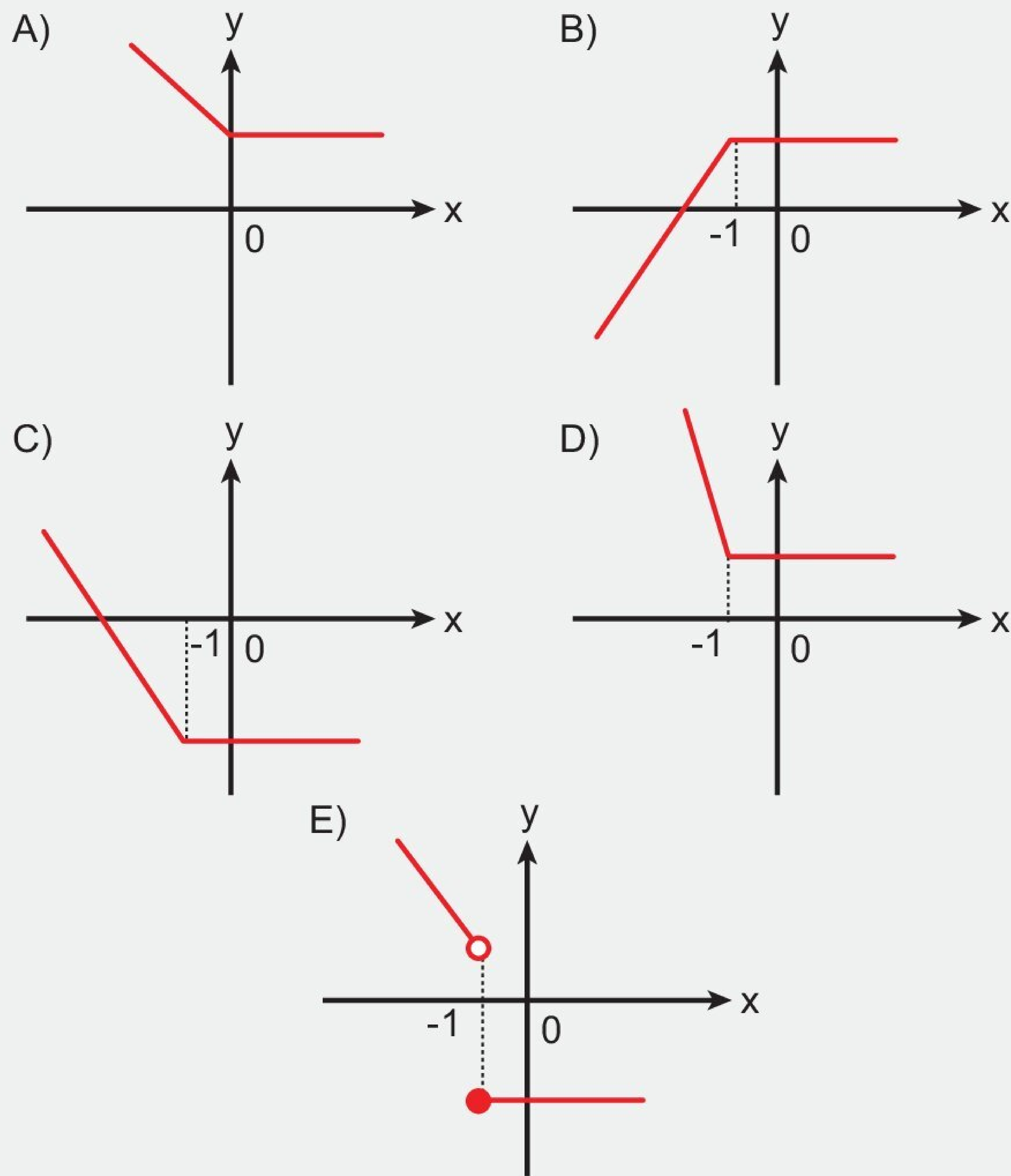
Cevap: D

Örnek 4

$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = |x + 1| - x$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



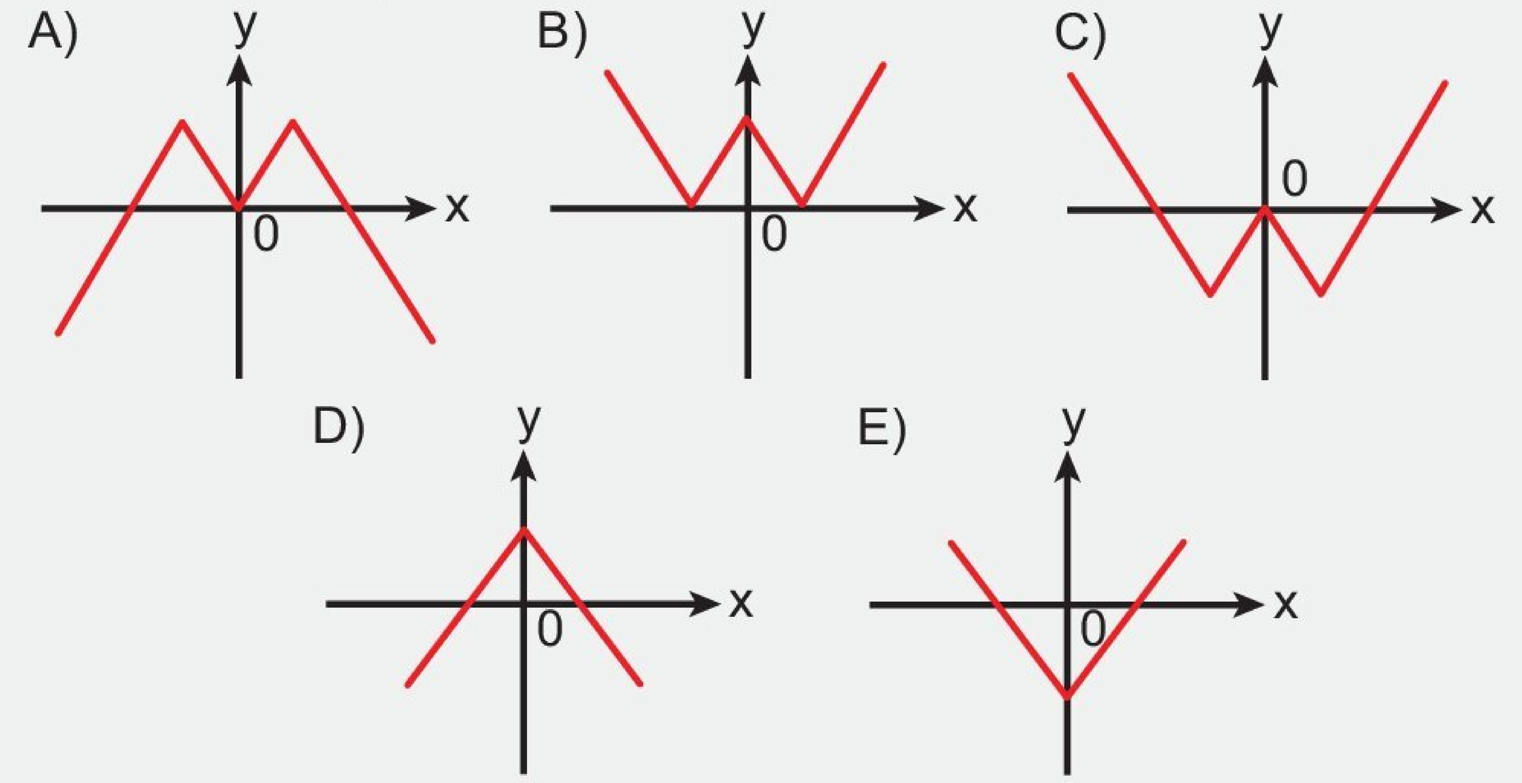
$$f(x) = \begin{cases} -2x - 1 & x < -1 \\ 1 & -1 \leqslant x \end{cases}$$

Cevap: D

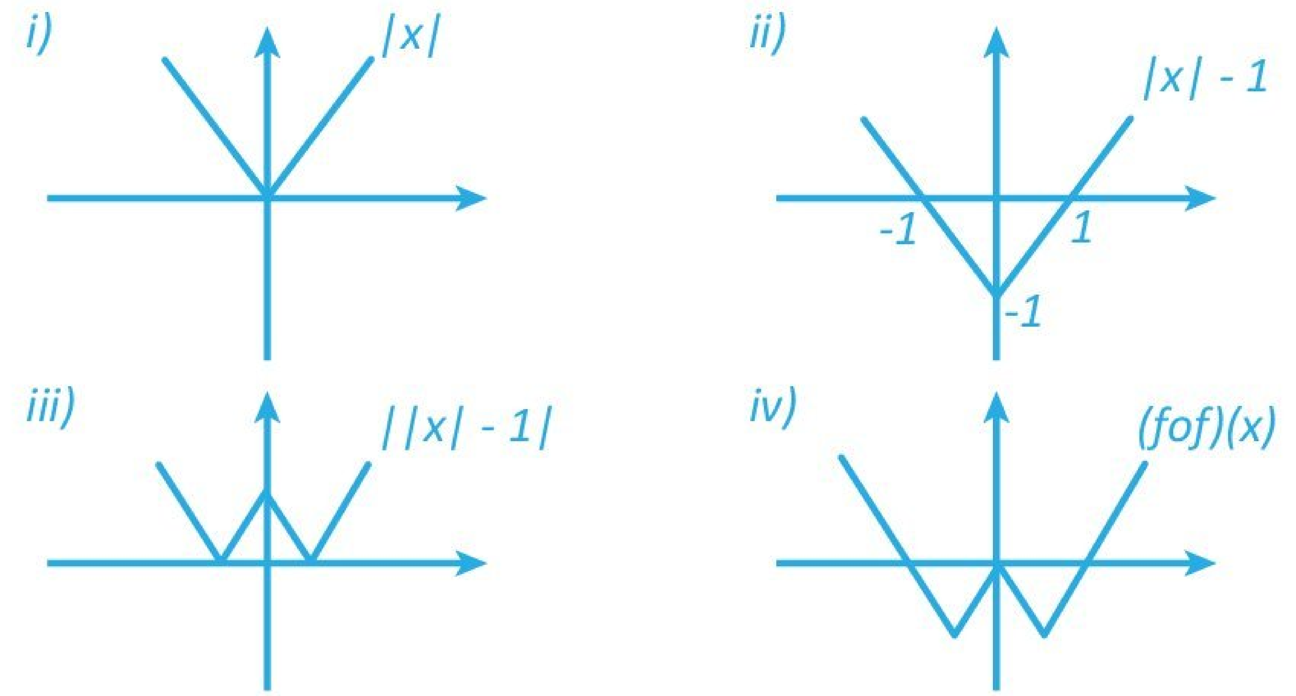
Örnek 5

$f(x) = |x| - 1$

olmak üzere $y = (fof)(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



$(fof)(x) = ||x| - 1| - 1$ olduğundan aşama aşama çizim yapılırsa.



Cevap: C

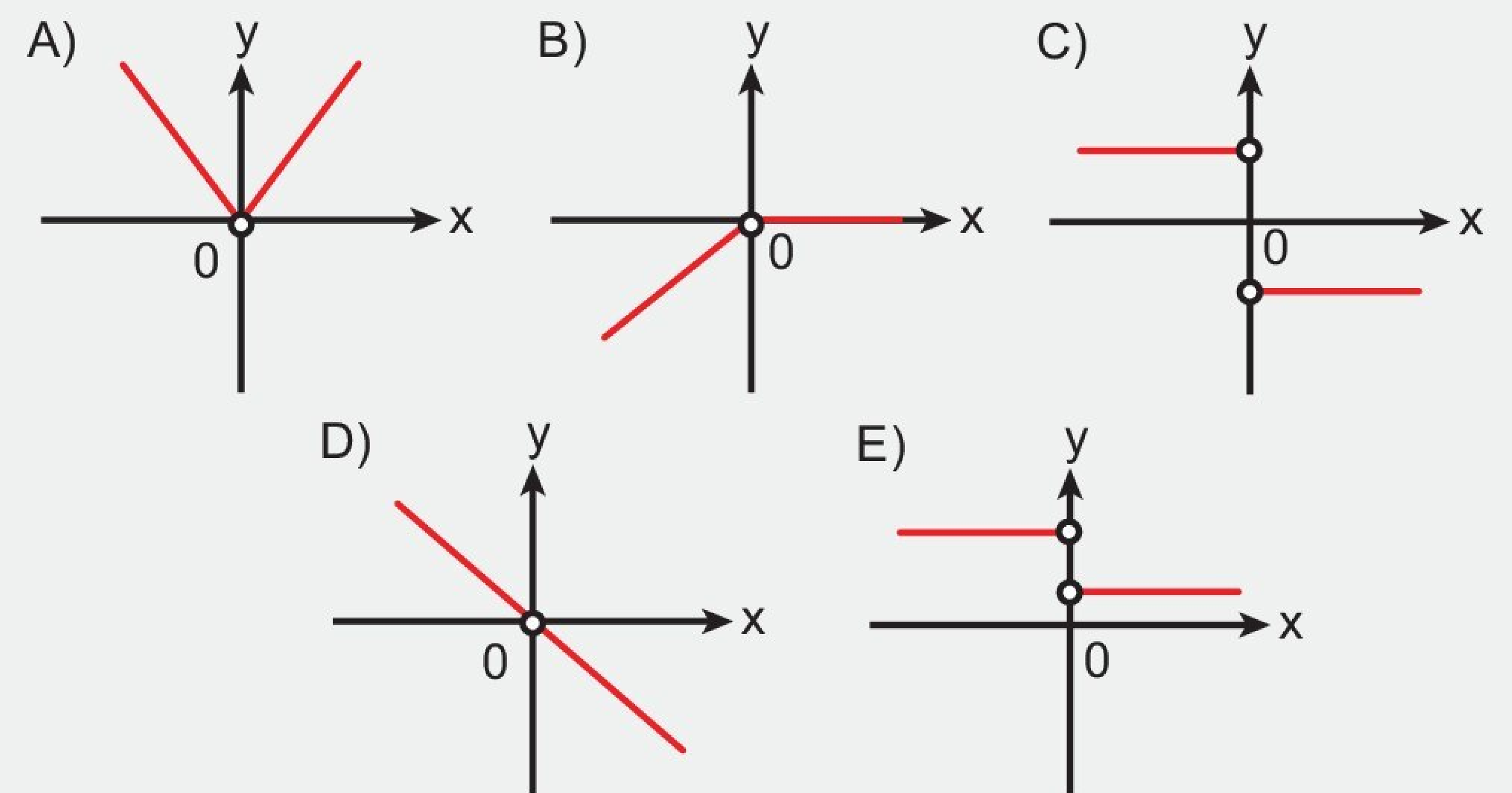
Örnek 6

$f : \mathbb{R} - \{0\} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} -2x & x < 0 \\ x & 0 < x \end{cases}$$

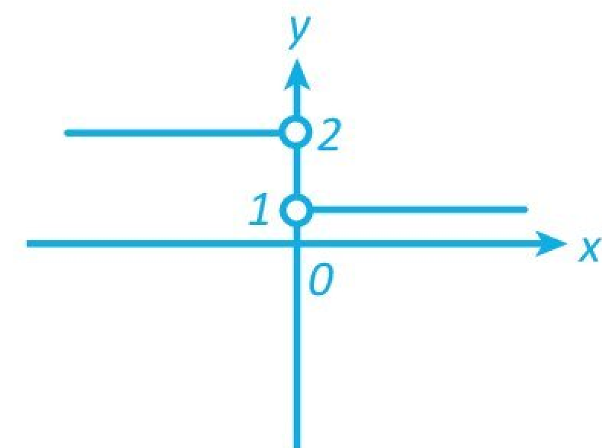
şeklinde tanımlanan f(x) fonksiyonu ile $g(x) = \dfrac{|f(x)|}{f(|x|)}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, g(x) fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

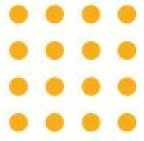


$$y = |f(x)| = \begin{cases} x & x > 0 \\ -2x & x < 0 \end{cases}$$

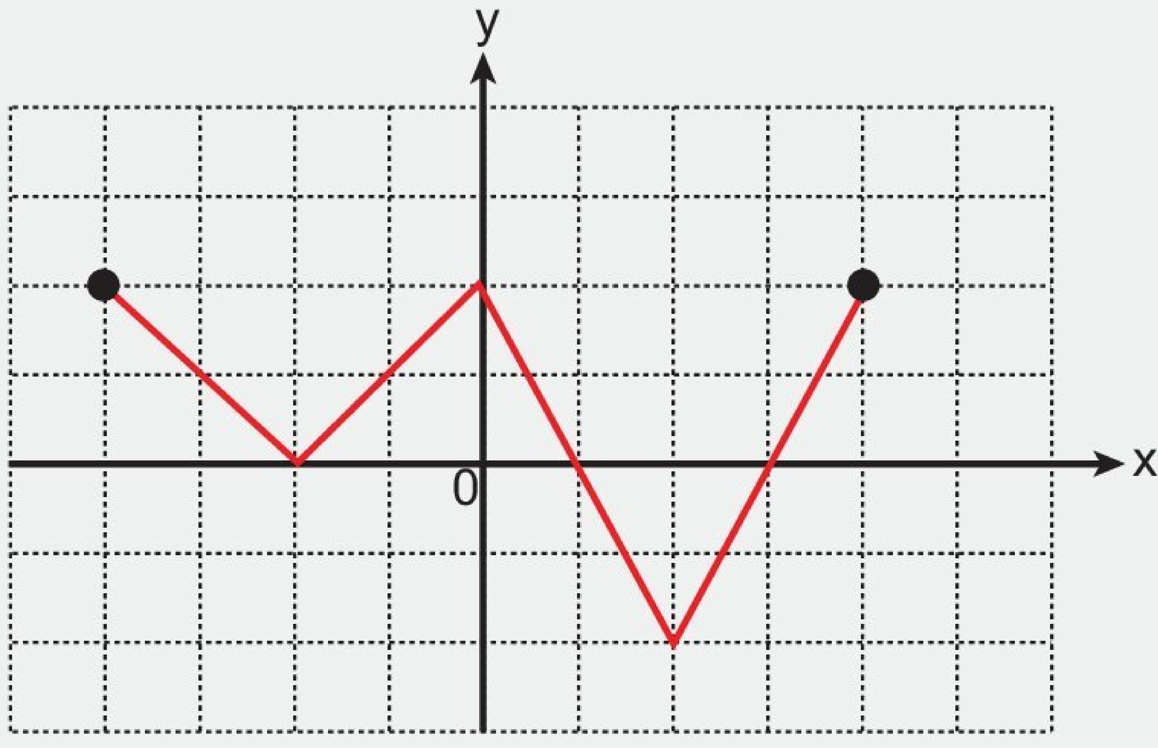
$$y = f(|x|) = \begin{cases} x & x > 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$



Cevap: E



Örnek 7



f : [–4, 4] ⟶ ℝ ile tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği yukarıdaki birimkareli düzlemde verilmiştir.

Buna göre, $g(x)=\dfrac{f(x)}{|f(x)-1|}$ fonksiyonunun tanım kümesinde kaç tane tam sayı vardır?

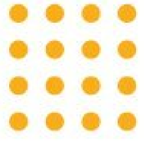
A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

$g(x)=\dfrac{f(x)}{|f(x)-1|}$ fonksiyonunda paydayı sıfır yapan yanı $|f(x)| = 1$ eşitliğini sağlayan x değerlerini tanım kümesinden çıkarmalıyız.

g(x) in tanım kümesi

[–4, 4] – {–1, –3} olur.

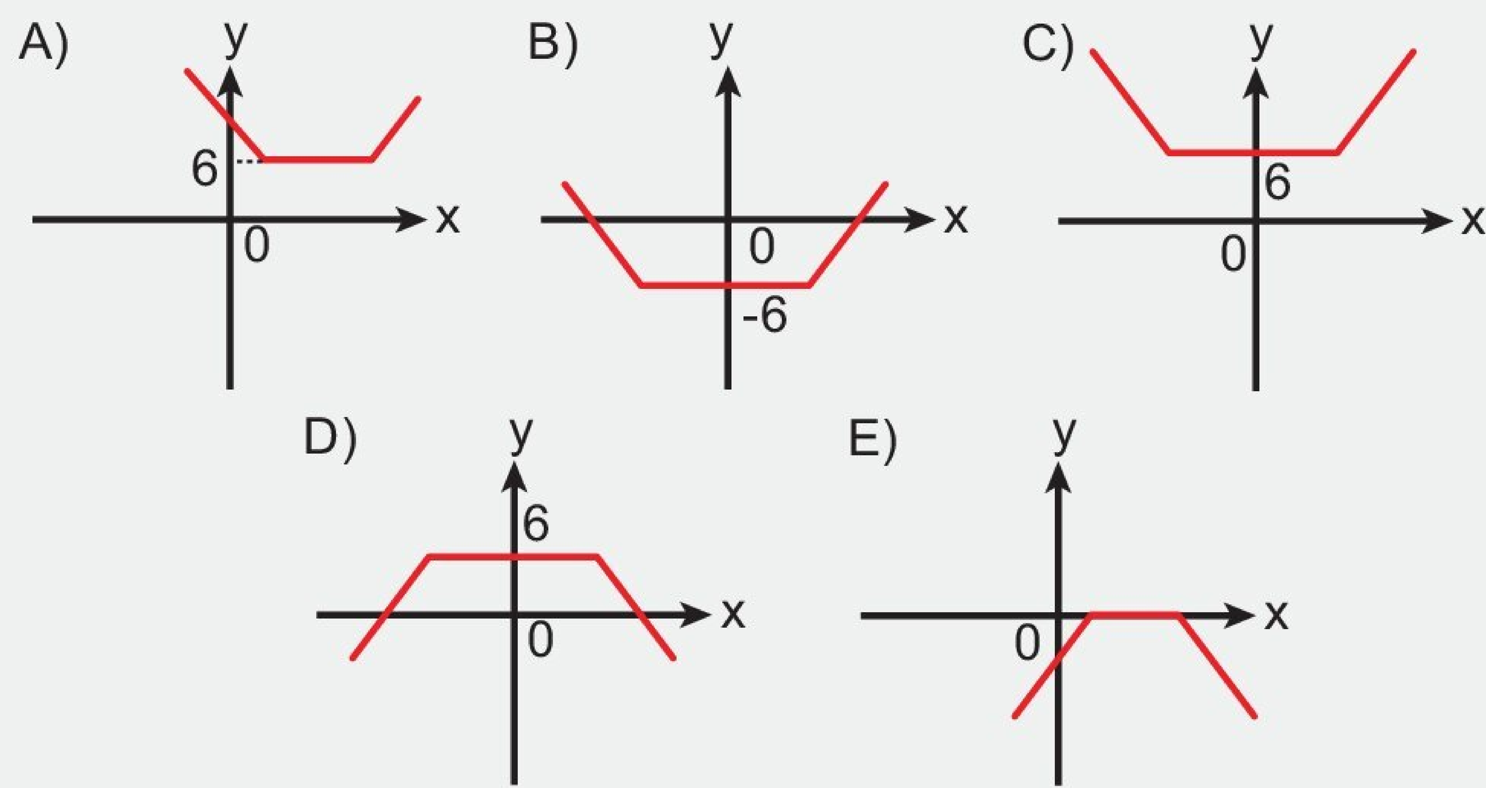
7 tane tam sayı vardır. *Cevap: C*



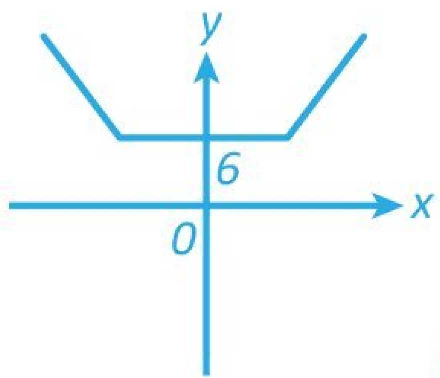
Örnek 8

f(x) = |x – 2| + |x + 4|

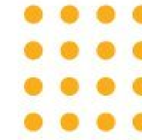
fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



|x – 2| + |x + 4| "x in 2 ye ve 4 e uzaklıkları toplamı olarak değerlendirilirse grafik



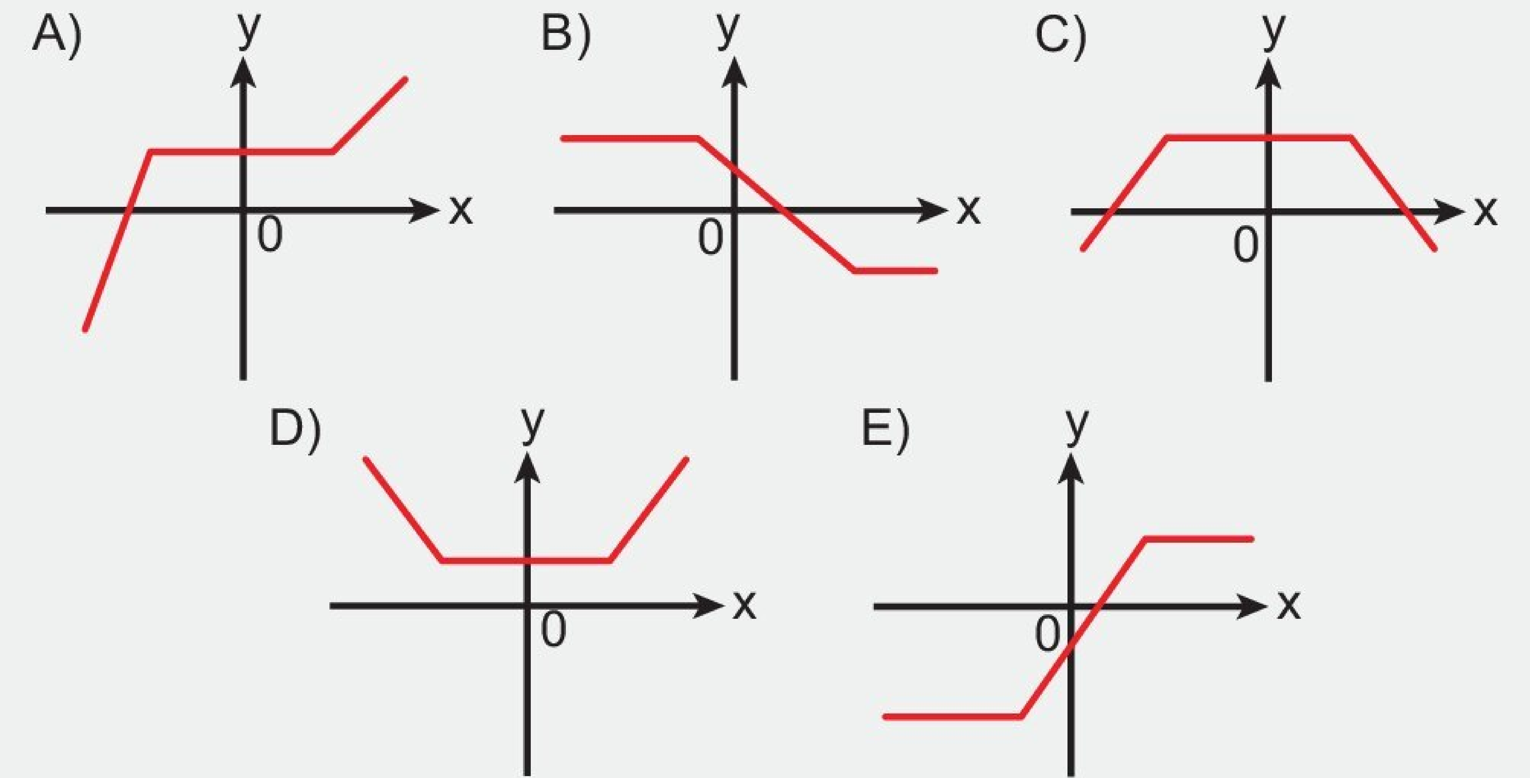
şeklinde olur. *Cevap: C*



Örnek 9

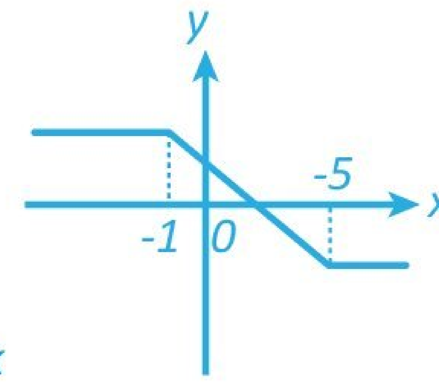
f(x) = |x – 5| – |x + 1|

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

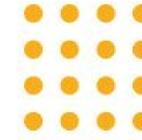


|x – 5| – |x +1| : x in 5 e uzaklığından –1 e uzaklığı farkı olarak değerlendirilirse

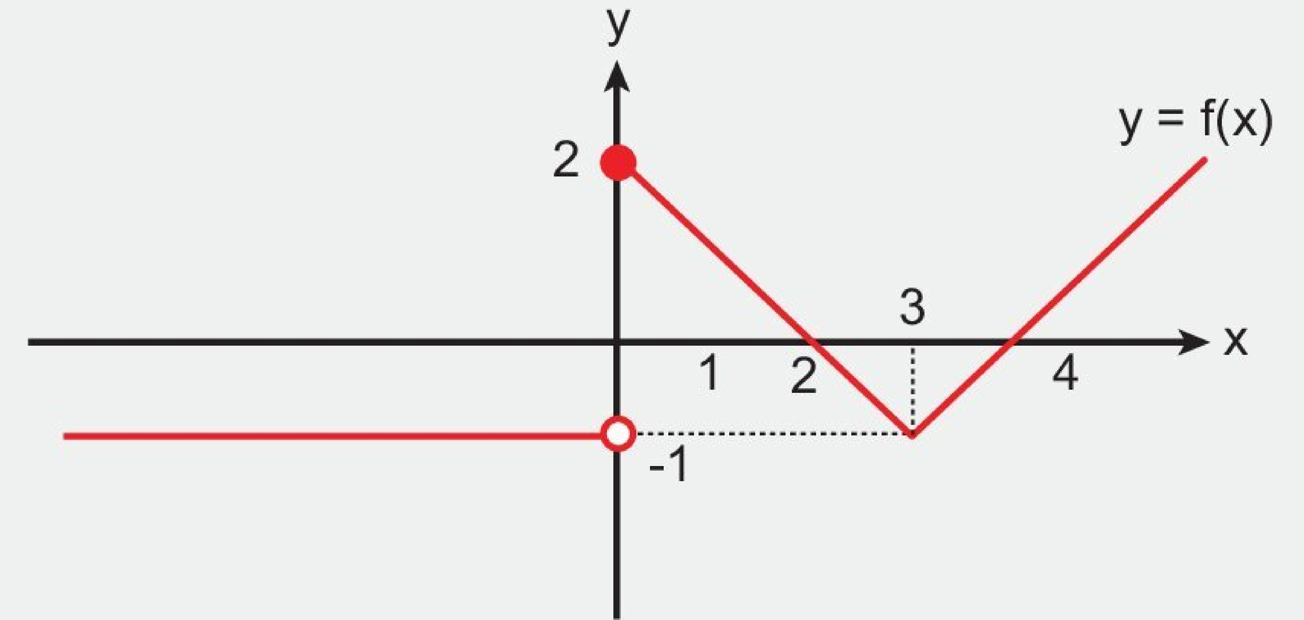
grafik



şeklinde olur. *Cevap: B*



Örnek 10

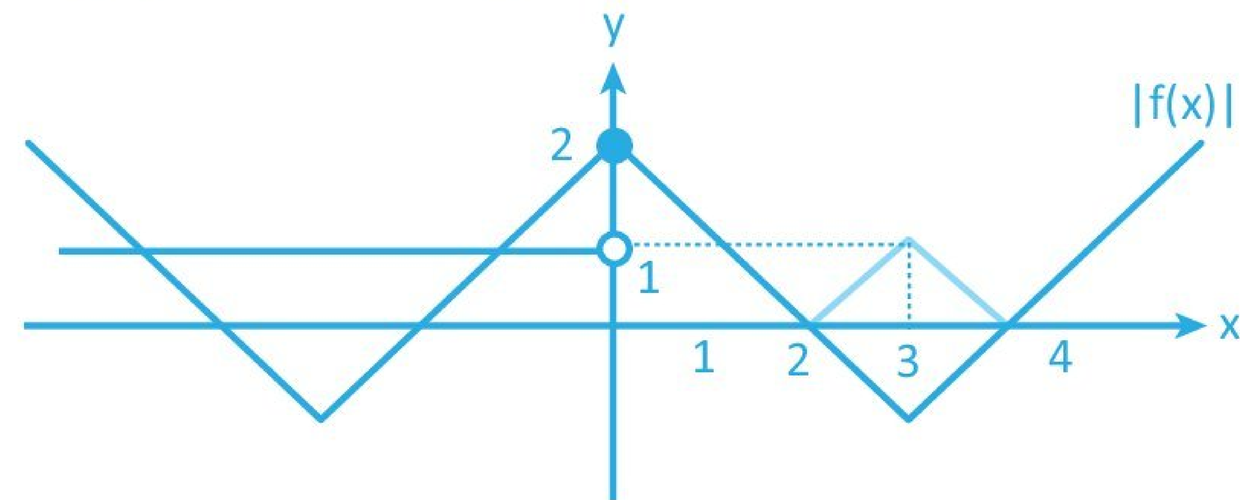


Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, |f(x)| = f(|x|) denkleminin kaç tane kökü vardır?

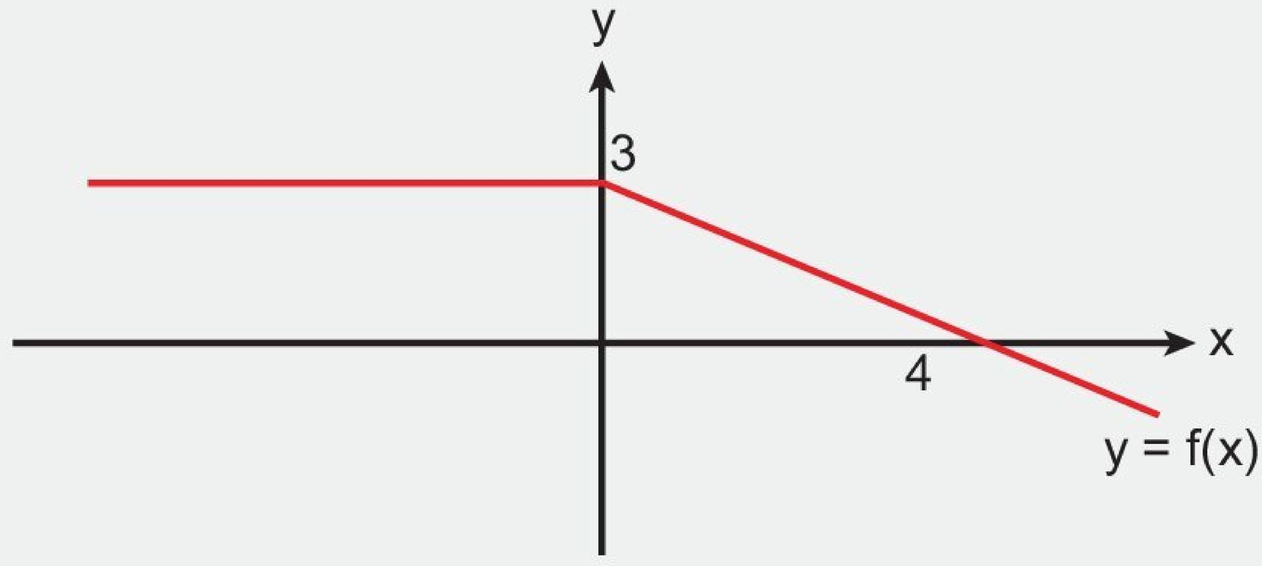
A) 3 B) 4 C) 7 D) 10 E) Sonsuz sayıda

İki grafik aynı düzlemde çizilirse



Cevap: E

Örnek 11



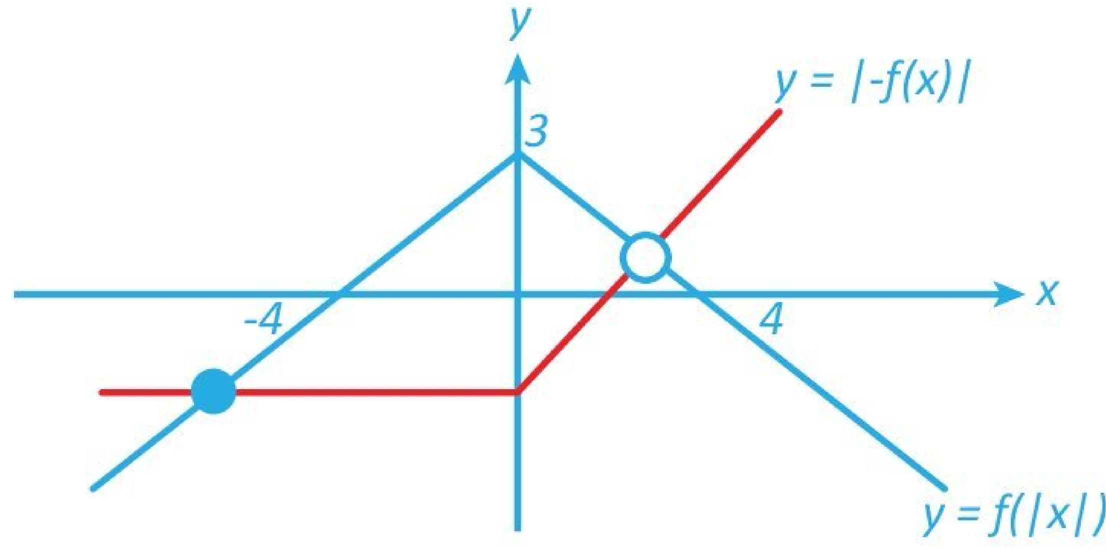
Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğine göre,

f(|x|) = 1 – f(x)

denkleminin kaç kökü vardır?

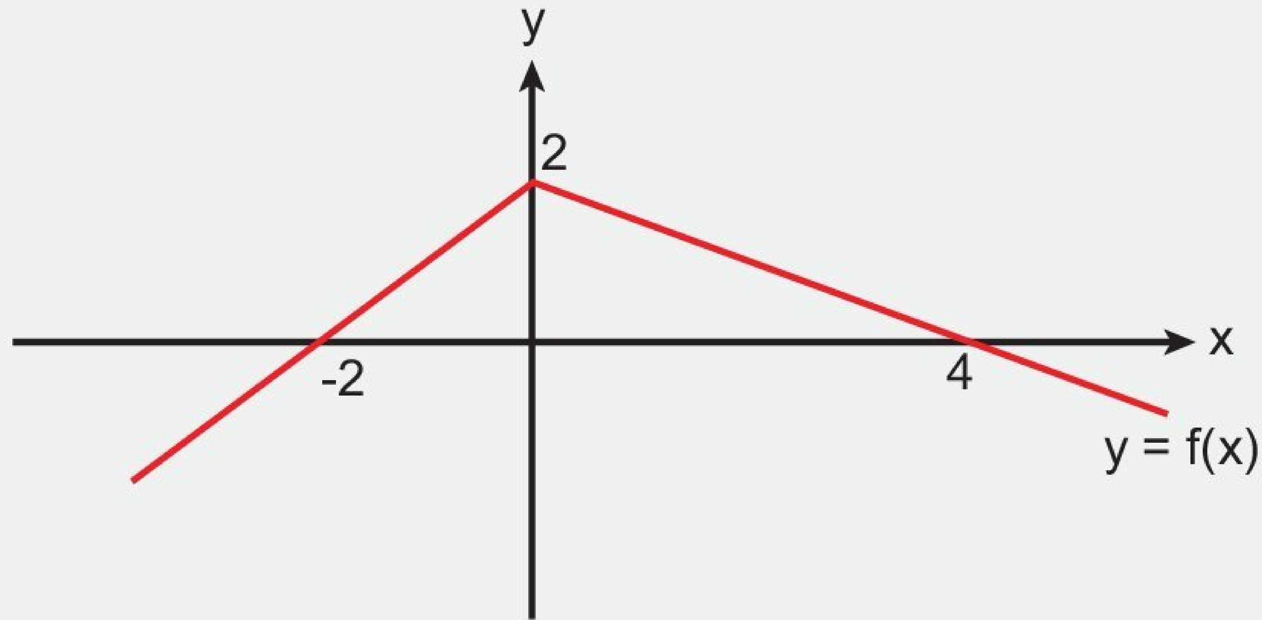
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Grafiklerin kesişim noktasına bakalım



Cevap: C

Örnek 12



f(x) fonksiyonunun yukarıda verilen grafiğine göre,

I. f(x – 3)

II. f(–x)

III. f(|x|)

dönüşümleri ile elde edilen grafiklerin hangilerinde dönüşüm grafiği ve x ekseni ile sınırlanan bölgenin alanı, başlangıçta f(x) ve x ekseni ile sınırlanan bölgenin alanına eşittir?

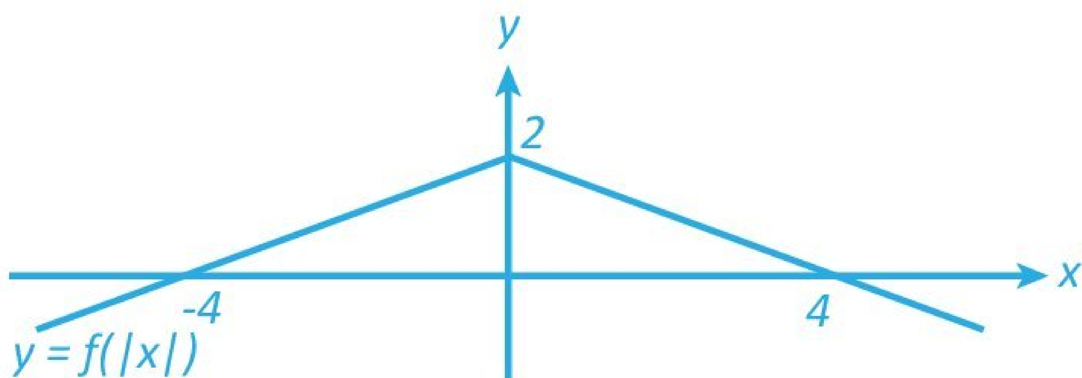
A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III

D) I ve II E) I, II ve III

I. Grafik 3 br sağa kaydığında alan değişmez.

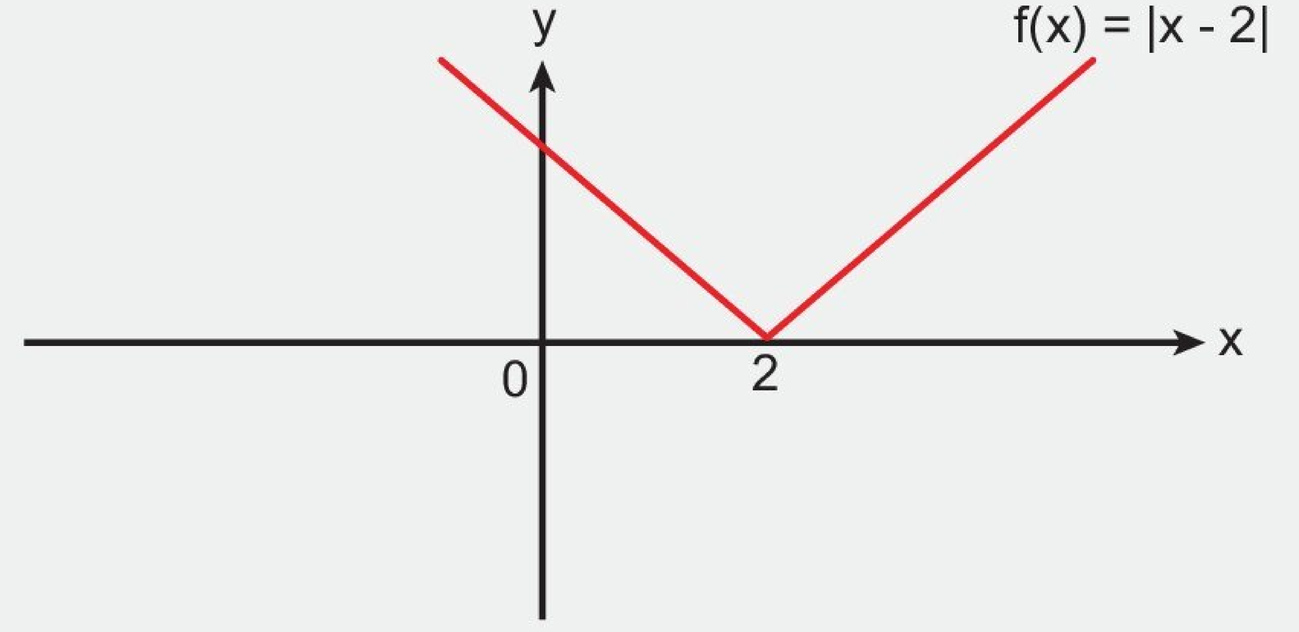
II. Grafiğin y eksenine göre simetriği alındığından alan değişmez.

III. Alan değişir.



Cevap: D

Örnek 13



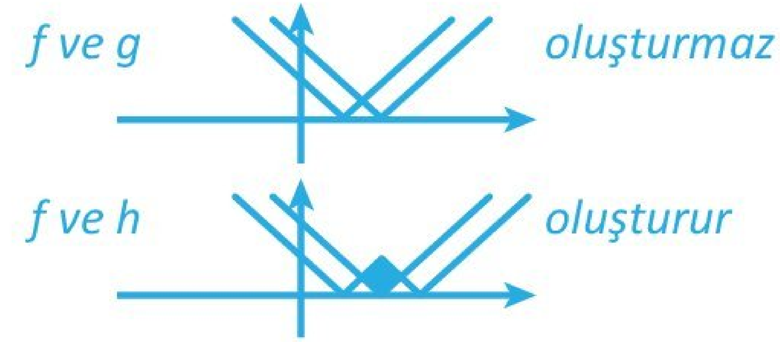
Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

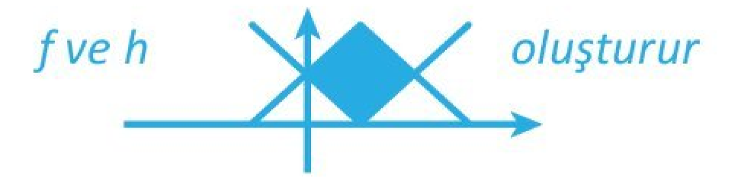
- g(x) = f(x + 1)
- h(x) = |f(x) – 1|
- k(x) = 3 – f(x)

fonksiyonlarından hangileri f(x) ile birlikte kapalı dörtgensel bir bölge oluşturur?

A) Yalnız g(x) B) g(x) ve h(x) C) h(x) ve k(x)

D) Yalnız k(x) E) g(x), h(x) ve k(x)

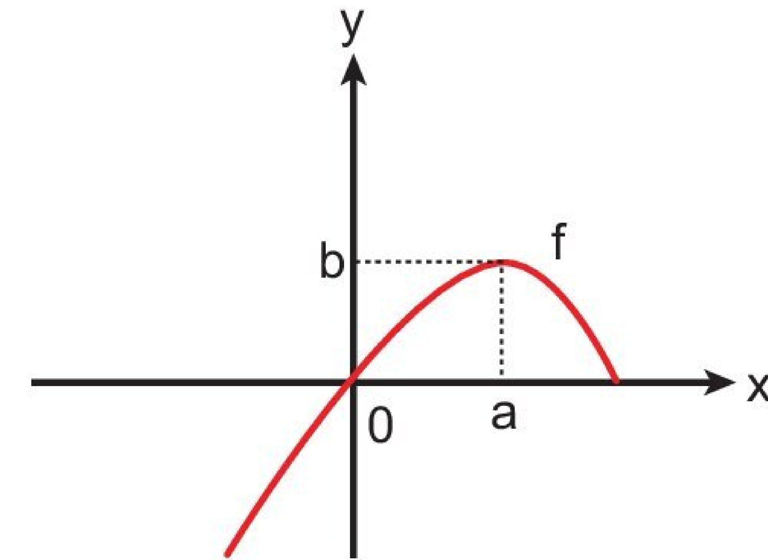




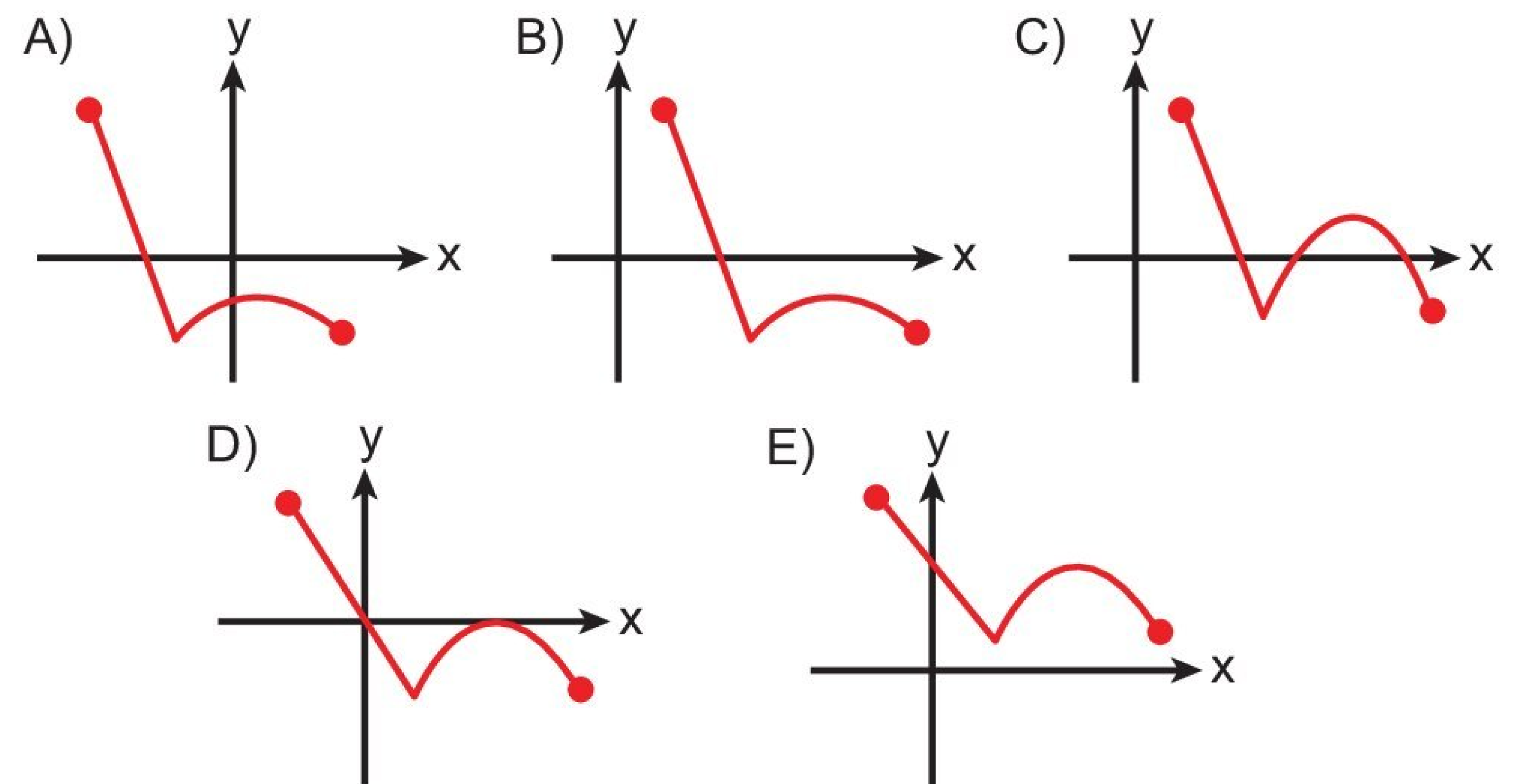
Cevap: C

Çıkmış Soru 1

Aşağıda bir f fonksiyonunun grafiği verilmiştir. (a > 2, b < 1)



Buna göre, |f(x + 2)| – 1 fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



f, 2 br sola kaydırıldıktan sonra, x eksneinin alt kısmının x eksenine göre simetriği 1 br aşağı

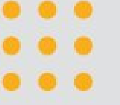
Cevap: A

Çıkmış Soru Cevapları

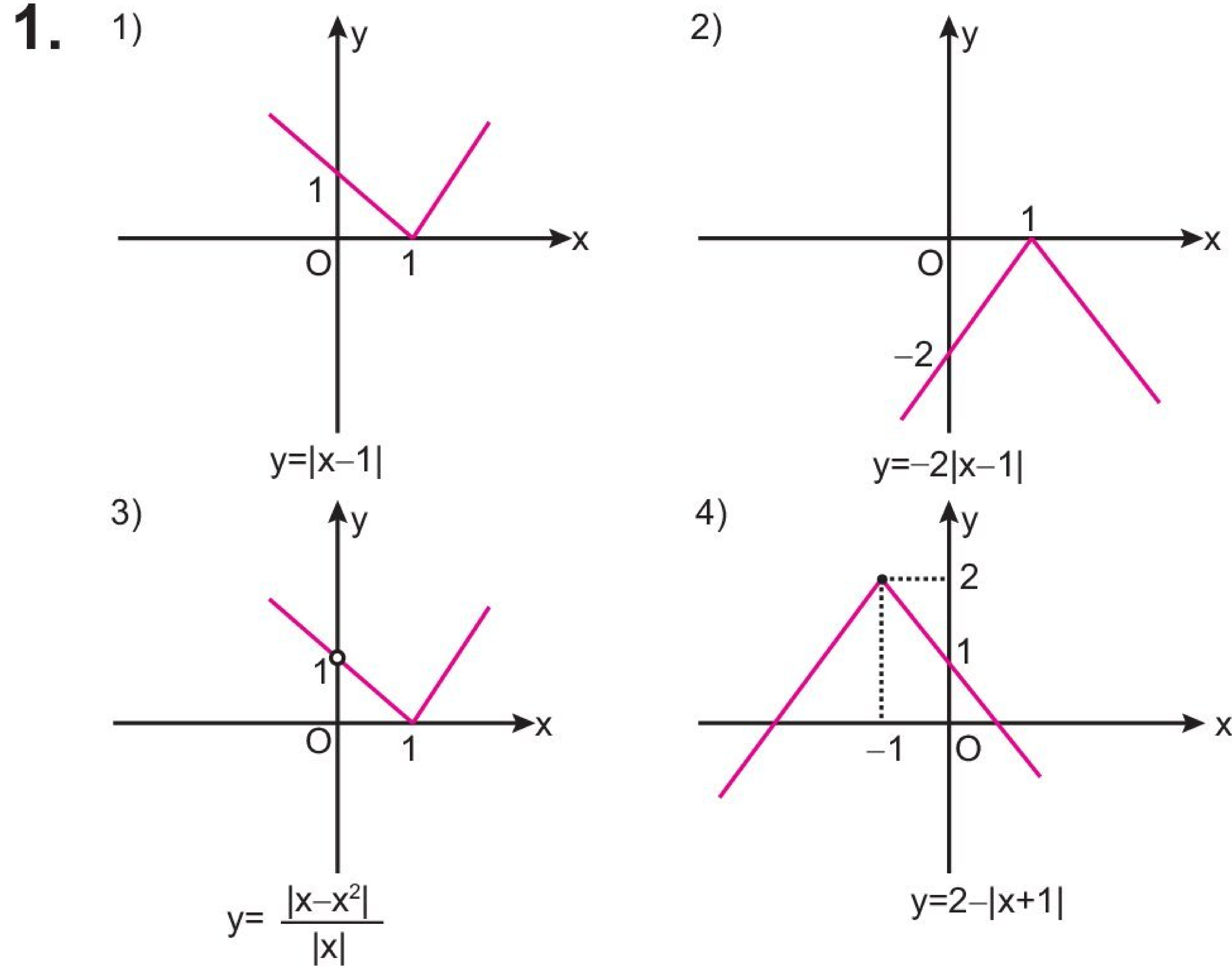
1. A

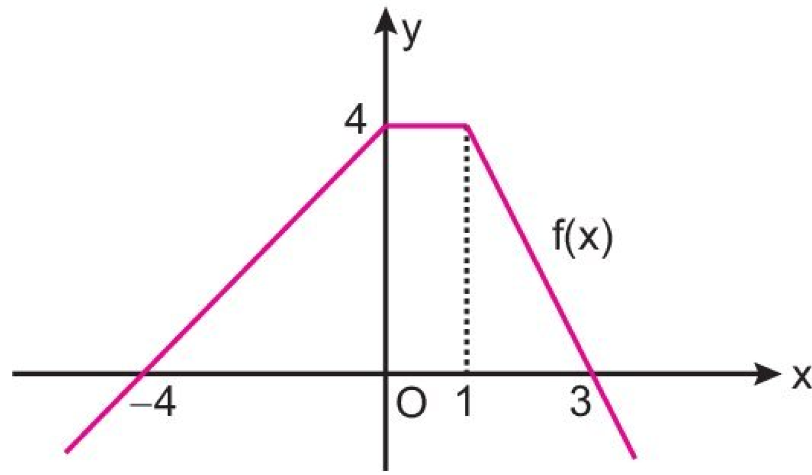
Örnek Cevapları

1. (grafik)	2.D	3.D	4.D	5.C	6.E	7.C	8.C
	9.B	10.E	11.C	12.D	13.C		



1.



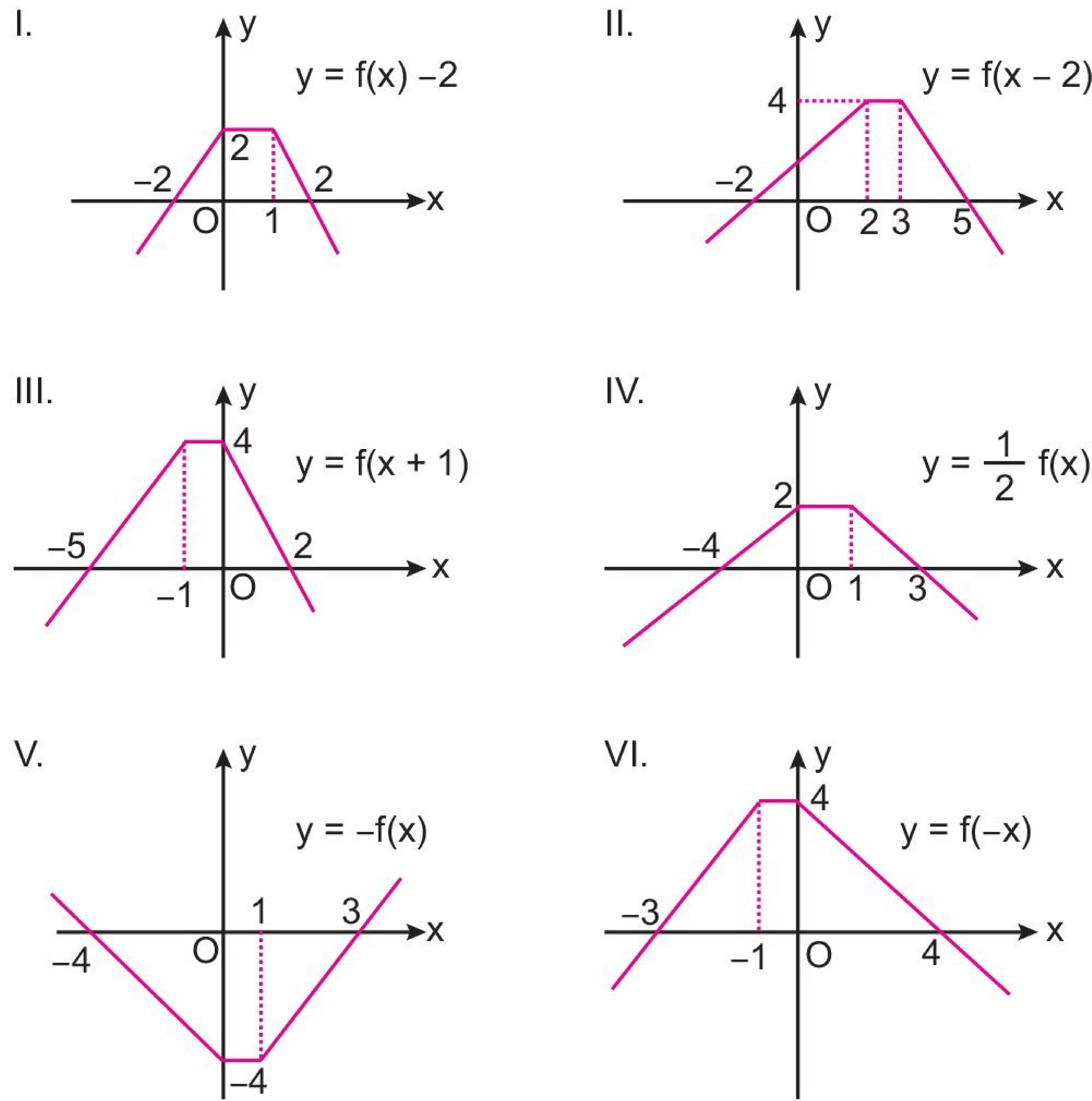


Yukarıda verilen grafiklerden kaç tanesi doğru çizilmiştir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Hepsi doğru çizilmiştir. *Cevap E*

2.



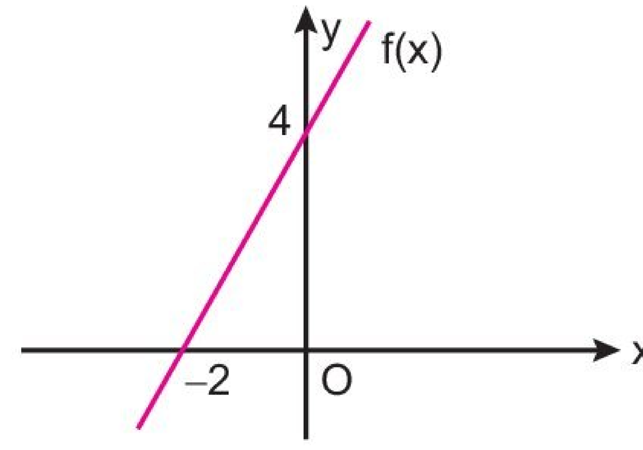
Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, yukarıda verilen grafiklerden kaç tanesi doğru çizilmiştir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Hepsi doğru çizilmiştir. *Cevap A*

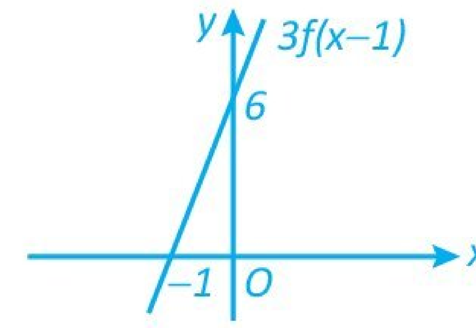
3.

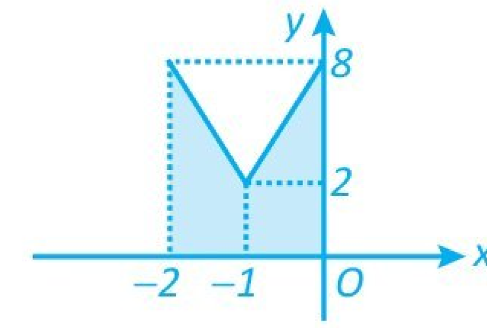


Şekilde f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, 2 + |3 . f(x – 1)| fonksiyonu, x = –2 doğrusu ve eksenler ile sınırlı kapalı bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

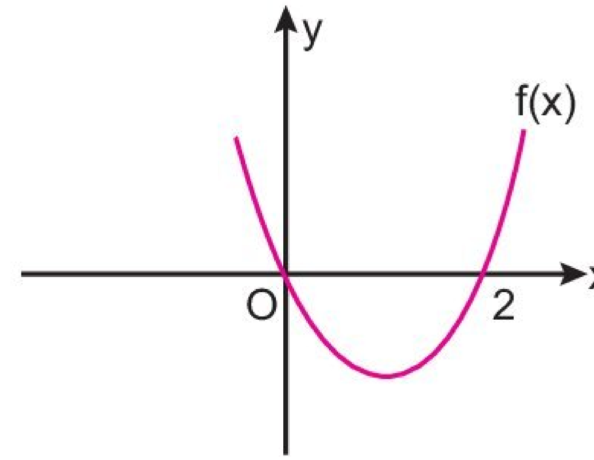




$A=2\cdot\frac{8+2}{2}\cdot1=10$

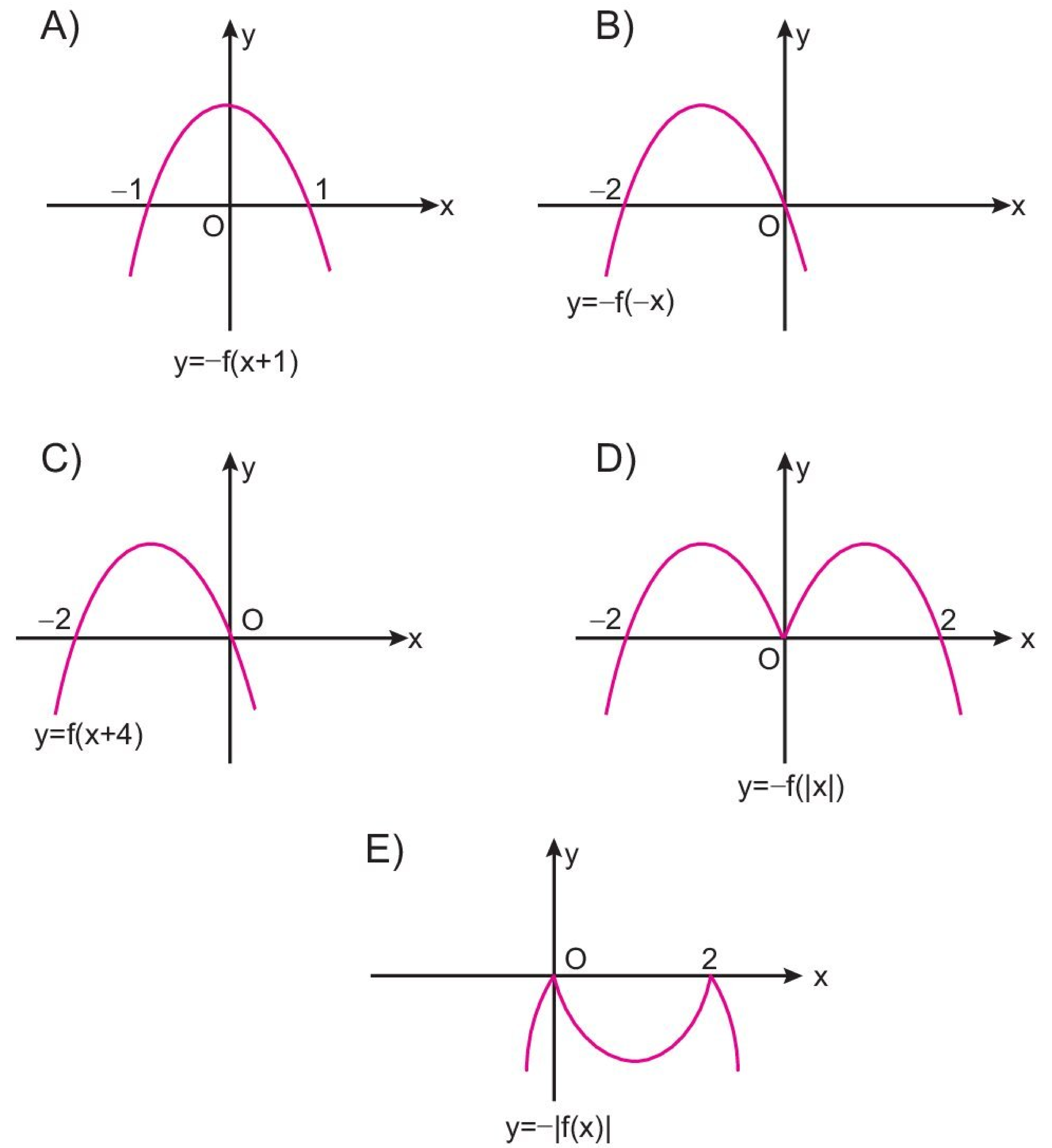
Cevap D

4.



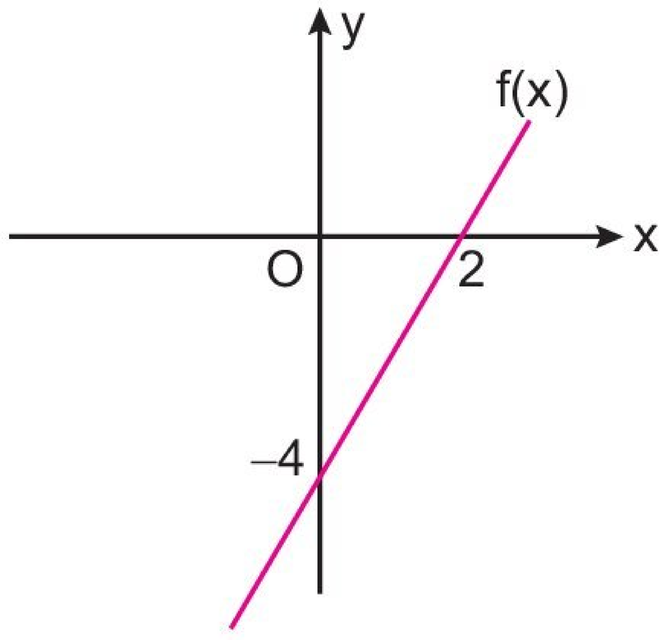
Şekilde y = f(x) parabolü verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



C seçeneği yanlıştır. *Cevap C*

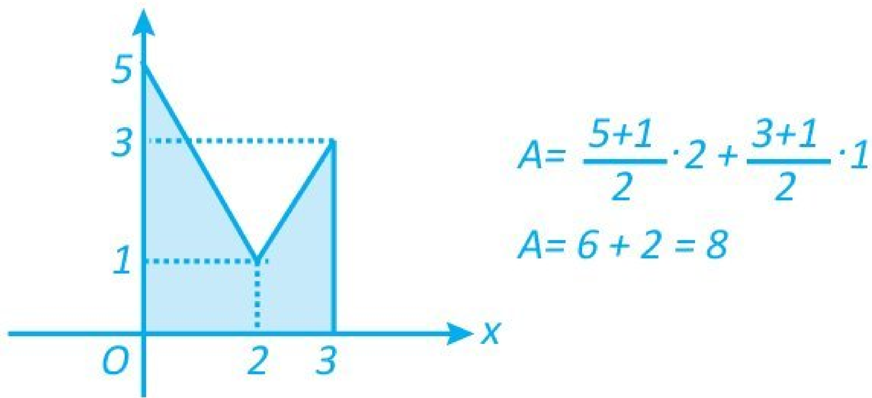
5.



Şekilde f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, y = 1 + |f(x)| fonksiyonunun grafiği, x = 3 doğrusu ve eksenler arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

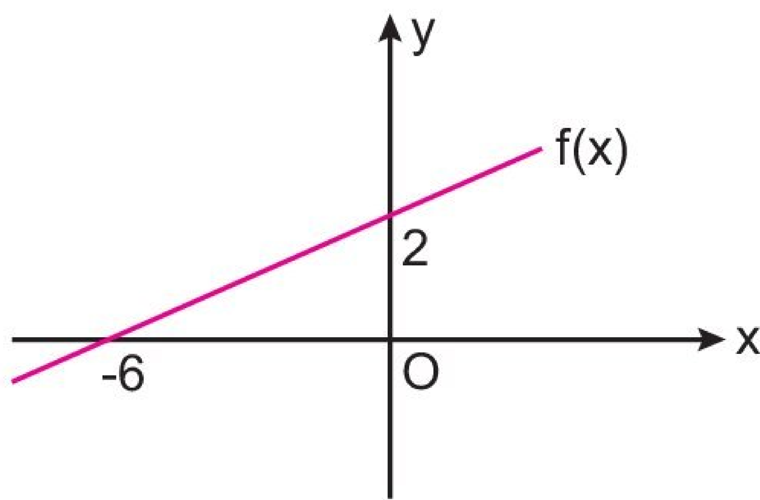


$A= \frac{5+1}{2}\cdot 2 + \frac{3+1}{2}\cdot 1$

$A= 6 + 2 = 8$

Cevap A

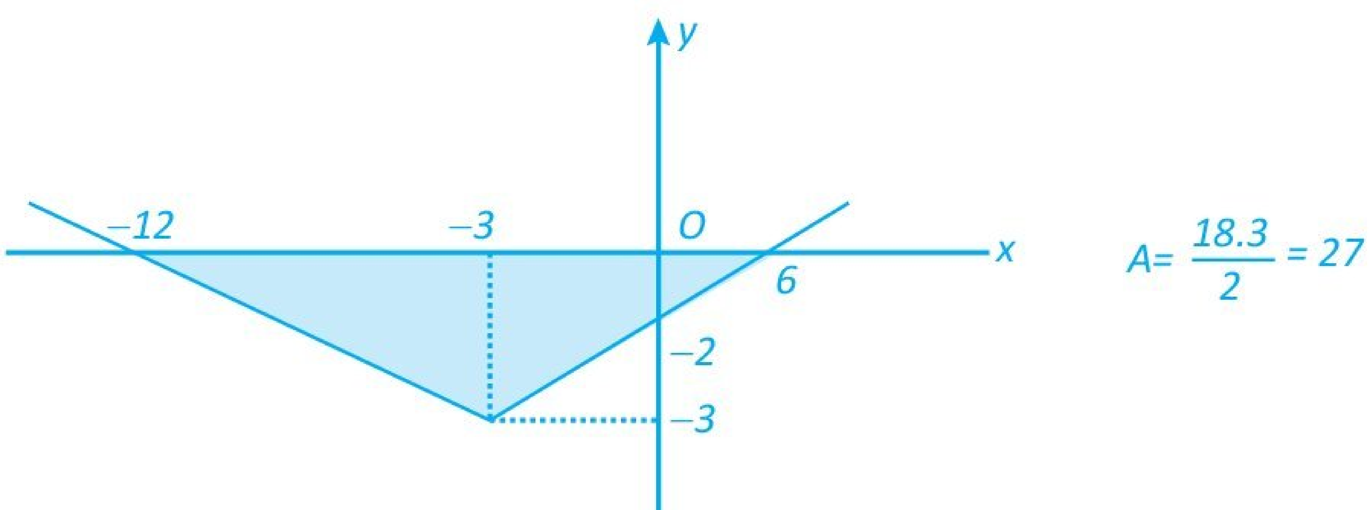
6.



Şekilde f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, y = |f(x–3)| – 3 fonksiyonun grafiği ile yatay eksen arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) 12 B) 16 C) 21 D) 24 E) 27



$A= \frac{18.3}{2} = 27$

Cevap E

7. f(x) = x . |x|

fonksiyonu için

I. daima artandır.

II. en küçük değeri sıfırdır.

III. [–2, 4] aralığında ortalama değişim hızı 3 tür.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) I ve III

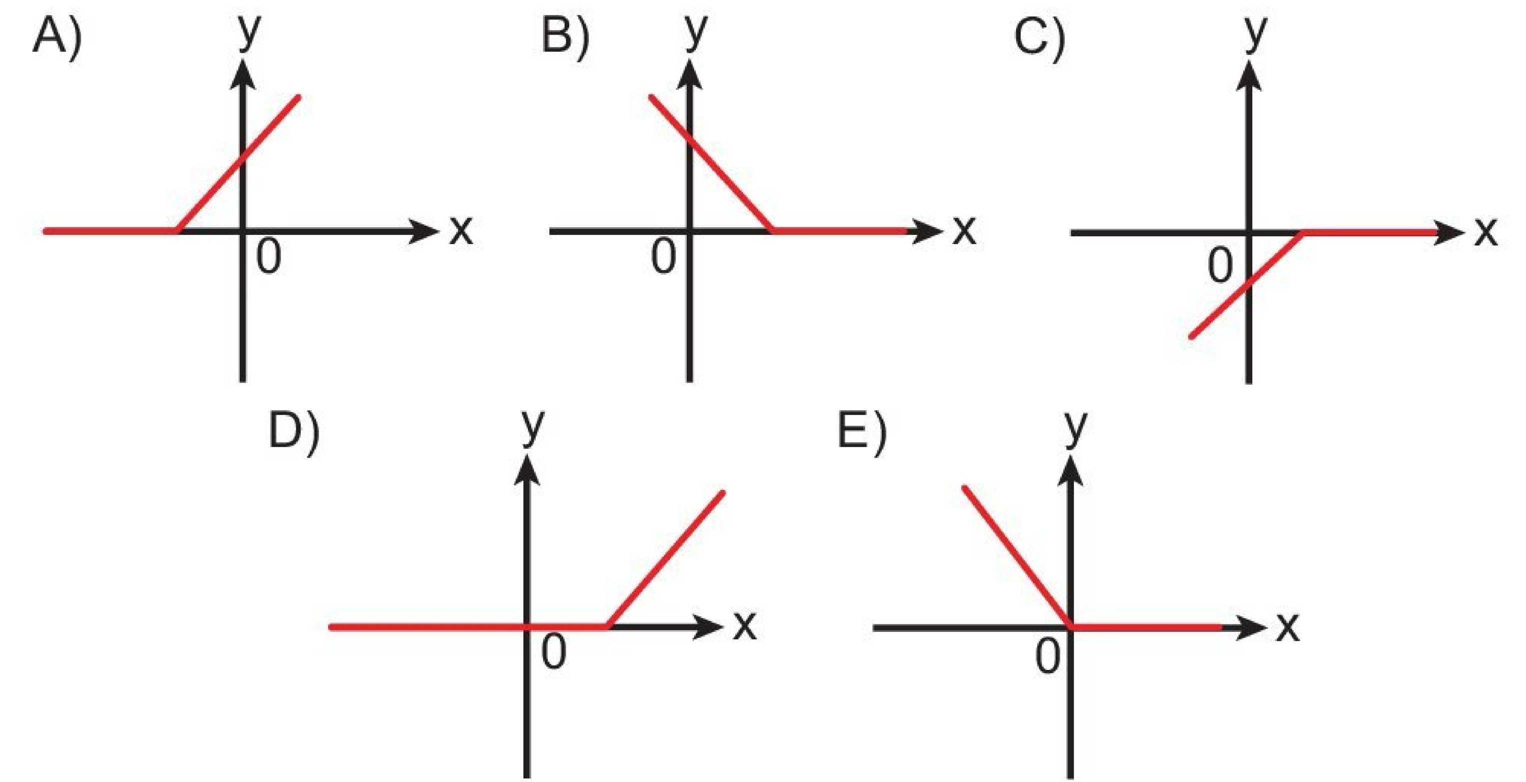
$\frac{4|4|-(-2)|-2|}{4-(-2)} = \frac{|6+4|}{6} = \frac{20}{6}$

$= \frac{10}{3}$

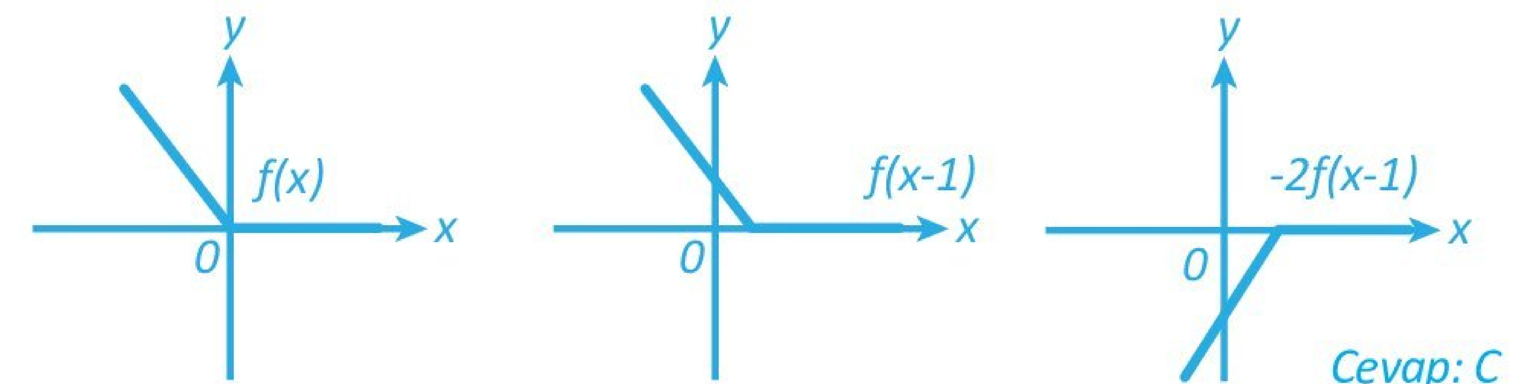
Cevap: A

8. f(x) = |x| – x olmak üzere,

y = –2f(x – 1) fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



$f(x) = \begin{cases} -2x & x < 0 \\ 0 & 0 \leqslant x \end{cases}$



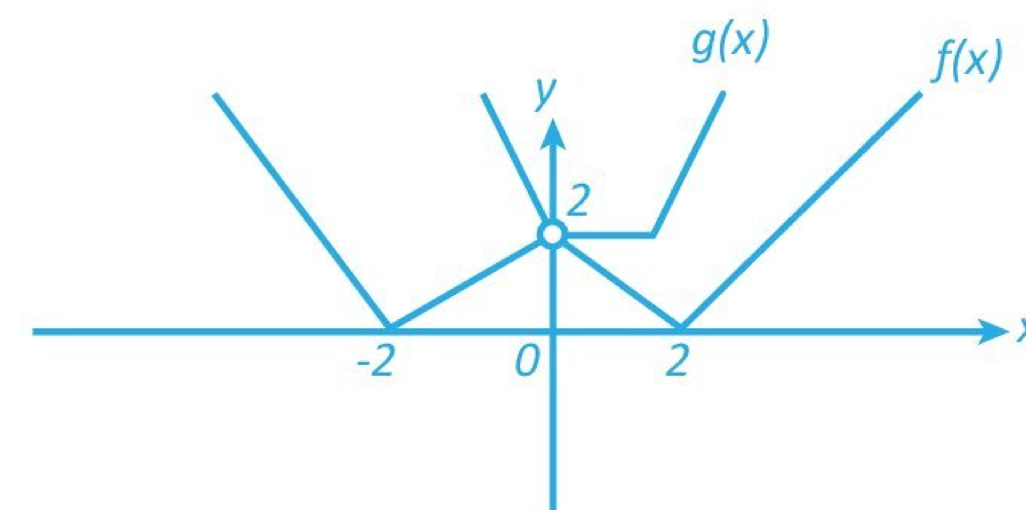
Cevap: C

9. f(x) = |2 – |x|| fonksiyonunun grafiği ile g(x) = |x| + |x – 2|

fonksiyonlarının grafikleri kaç farklı noktada kesişir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

İki grafik aynı düzlemde çizilirse.



Cevap: A

1.E 2.A 3.D 4.C 5.A 6.E 7.A 8.C 9.A

1. $f(x) = x + 1$

$g(x) = |x - 2|$

$h(x) = x - 1$

olmak üzere,

I. $(gof)(x)$, $g(x)$ in 1 birim sağa ötelenmiştir.

II. $(foh)(x)$, $f(x)$ in 1 birim sağa ötelenmiştir.

III. $(fog)(x)$, $g(x)$ in 1 birim yukarı ötelenmiştir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız II B) II ve III C) I ve II

D) Yalnız III E) I, II ve III

I. $(gof)(x) = |x - 1|$ Yanlış sola öteleme

II. $(foh)(x) = x - 1 + 1$ Doğru

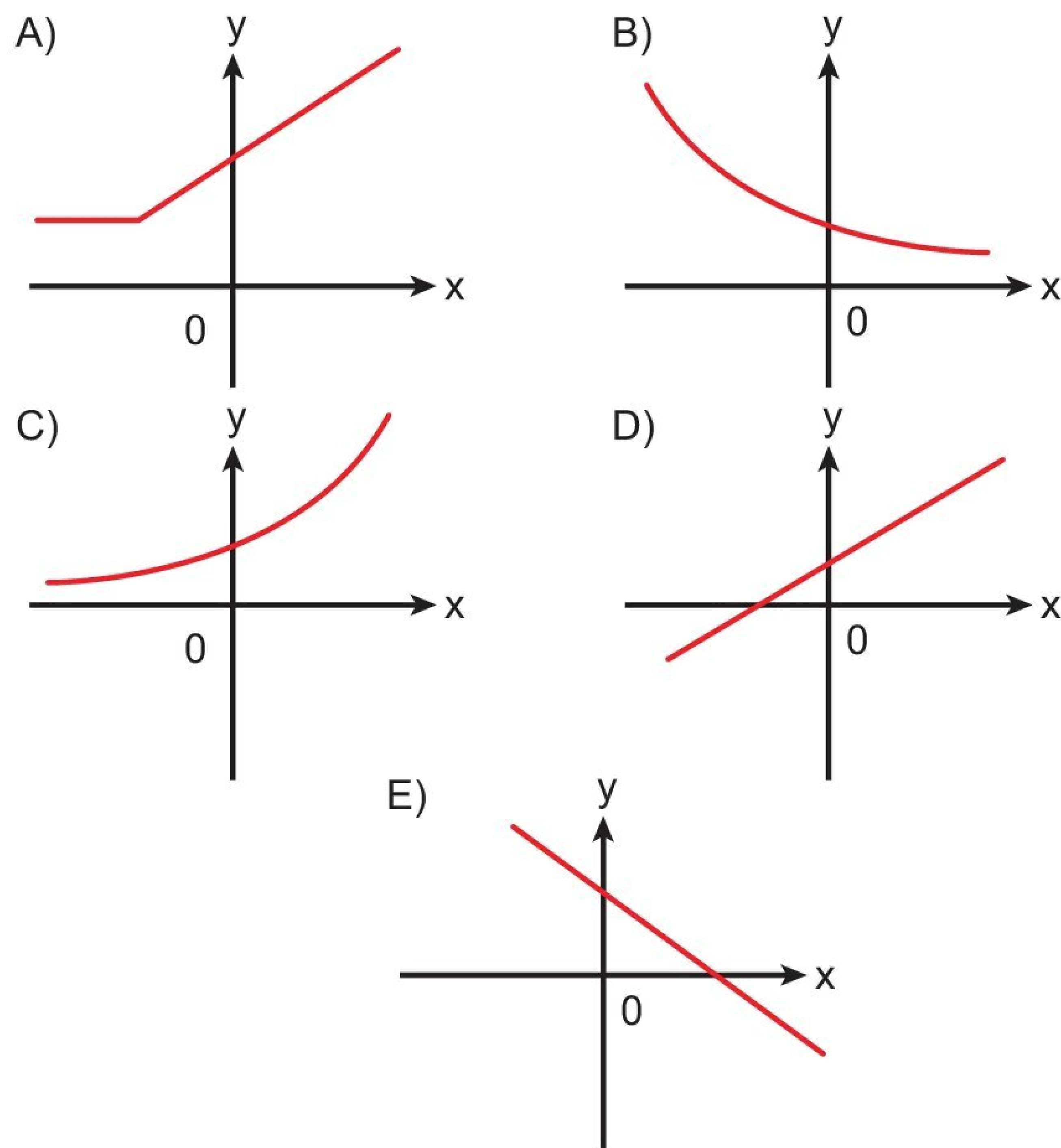
III. $(fog)(x) = |x - 2| + 1$ Doğru

Cevap: B

2. **Gerçek sayılarda tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonu**

- artandır.
- $|f(x)| = f(x)$ dir.

Buna göre, $f(x)$ in grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



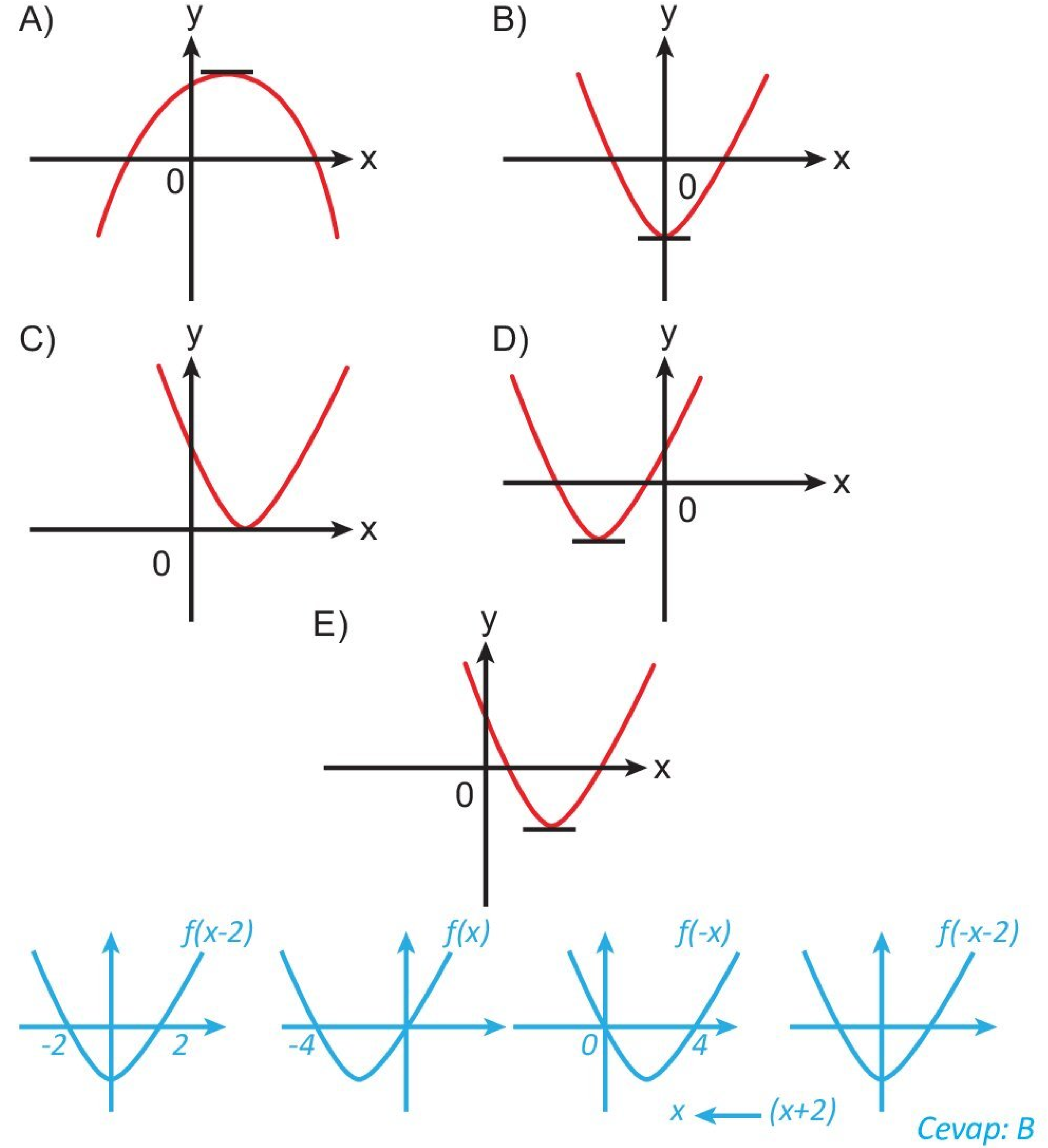
Çözüm şartları c sağlıyor.

Cevap: C

3. **Gerçek sayılarda tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonu için**

- $f(x - 2)$ çift fonksiyondur.
- $|f(x)| \neq f(x)$

ifadelerinin doğru olduğu bilindiğine göre, $f(-x-2)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



f(x-2) *f(x)* *f(-x)* *f(-x-2)*

-2 2 -4 0 4

x ← (x+2)

Cevap: B

4. $y = f(x)$ fonksiyonu 2 birim sağa ve ardından 2 birim yukarı ötelendiğinde tekrar $y = f(x)$ fonksiyonu elde ediliyor.

Buna göre, $y = f(x)$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $f(x) = 2x + 1$ B) $f(x) = -3x - 3$

C) $f(x) = x + 5$ D) $f(x) = 2^x$

E) $f(x) = x^2$

C) 2 br sağa $f(x - 2) = x + 3 \longrightarrow$ 2 br yukarı $f(x - 2) + 2$

$f(x - 2) + 2 = x + 5$

Cevap: C

5. Gerçek sayılarda tanımlı,

$f(x) = |x - 1|$, $g(x) = |x - m|$ ve $h(x) = 2$ fonksiyonları için

$(gof)(x) = h(x)$

denklemi veriliyor. $2 < m$ olduğuna göre,

denklemin kaç farklı kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$(gof)(x) = ||x-1|-m| = 2$ $|x - 1| = 2 + m$ $|x - 1| = -2 + m$

$x = 3m \vee x = -1 - m$ $x = 1 + m \vee x = 1$ m

4 farklı kök

Cevap: E

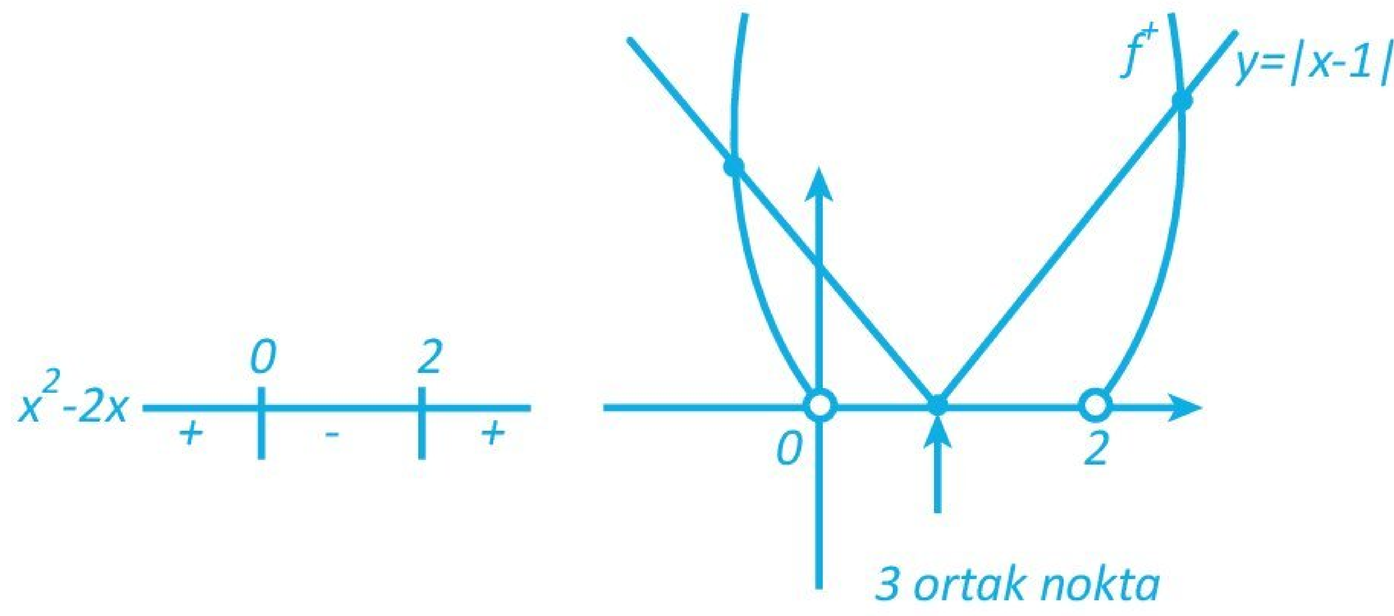
1. $f^{+}(x)=\begin{cases} f(x) & f(x)>0 \\ 0 & f(x)\leqslant 0 \end{cases}$

şeklinde tanımlanan $y = f^{+}(x)$ fonksiyonu için,

$(x^2 - 2x)^{+} = |x - 1|$

denkleminin kaç farklı kökü vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



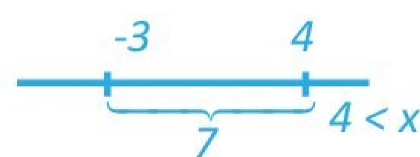
Cevap: C

2. $f(x) = |x - 4| - |x + 3|$

fonksiyonunun en küçük değeri kaçtır?

A) –12 B) –9 C) –7 D) 0 E) 4

x in 4'e uzaklığının x in –3e uzaklığından farkı



4 < x olursa sonuç en küçük –7 olur.

Cevap: C

3. **Bir öğretmen öğrencisine, "f(x) fonksiyon grafiğinin x ekseninin altında kalan bölümünün x eksenine göre simetriğini almamız yeterli" demişse, öğrenci öğretmene f(x) in aşağıdaki hangi dönüşümünü sormuş olabilir?**

A) –f(x) B) f(–x) C) f(x – 2) D) f(|x|) E) |f(x)|

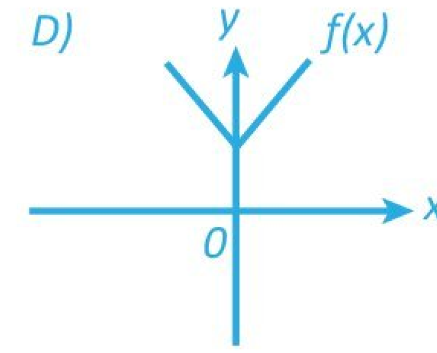
|f(x)| tarif edilmiş.

Cevap: E

4. **Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin grafiğinin x ekseni ile ortak noktası yoktur?**

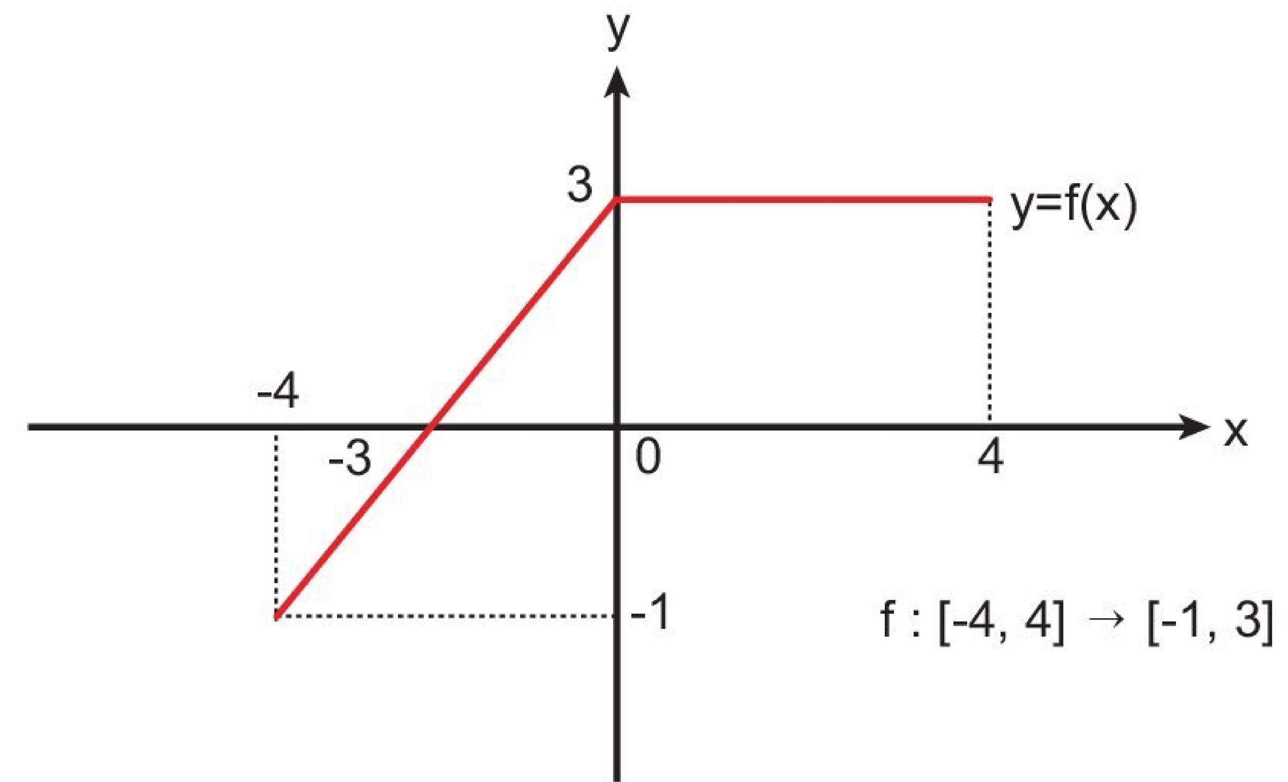
A) f(x) = |x| B) f(x) = |x – 2| C) f(x) = 2 – |x| D) f(x) = |x| + 2 E) f(x) = ||x| – 2|

Grafikler çizilmeli



Cevap: D

5.



Yukarıda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu için

g(x) = f(|x|)

h(x) = –f(x)

k(x) = f(x + 5)

fonksiyonları uygun tanım kümeleri ile tanımlanıyor.

Buna göre, g(x), h(x) ve k(x) fonksiyonlarından hangilerinin f(x) fonksiyonunun grafiği ile en az bir tane ortak noktası vardır?

A) Yalnız g(x) B) Yalnız h(x) C) g(x) ve k(x) D) h(x) ve k(x) E) g(x) ve h(x)

g(x) için [0,4] arasındaki tüm noktalar ortak
h(x) için (–3, 0) noktası ortak
k(x) için ortak nokta yok!

Cevap: E

1.C 2.C 3.E 4.D 5.E



İKİNCİ DERECEDEN İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMLERİ

Katsayıları gerçel ve a, b, c sayılarından en az iki tanesi sıfırdan farklı olmak üzere,

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

biçimindeki ifadelere ikinci dereceden iki bilinmeyenli bir denklem denir.

Örnek 1

Tamkare olan iki ifadenin toplamının sıfıra eşit olabilmesi için ifadelerin her birinin ayrı ayrı sıfıra eşit olması gerekir.

Buna göre,

$$2x^2 - 2xy + y^2 - 4x + 4 = 0$$

ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklemi sağlayan (x, y) ikilisi için x · y çarpımı kaçtır?

(NOT: $2x^2 = x^2 + x^2$ yazılarak tam kare ifadeler elde edilebilir.)

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$x^2 - 2xy + y^2 + x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x - y)^2 + (x - 2)^2 = 0$

$x - y = 0 \wedge x - 2 = 0$

$x = 2 \Rightarrow y = 2$ ve $x \cdot y = 4$

Cevap: C

En az bir tanesi ikinci dereceden denklem olmak üzere iki veya daha çok denklemden oluşan sisteme ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi denir.

Denklem sisteminin çözüm kümesini bulmak için ortak çözüm yapılır.

Örneğin;

$y^2 + x^2 = 25$

$y^2 - x^2 = 7$

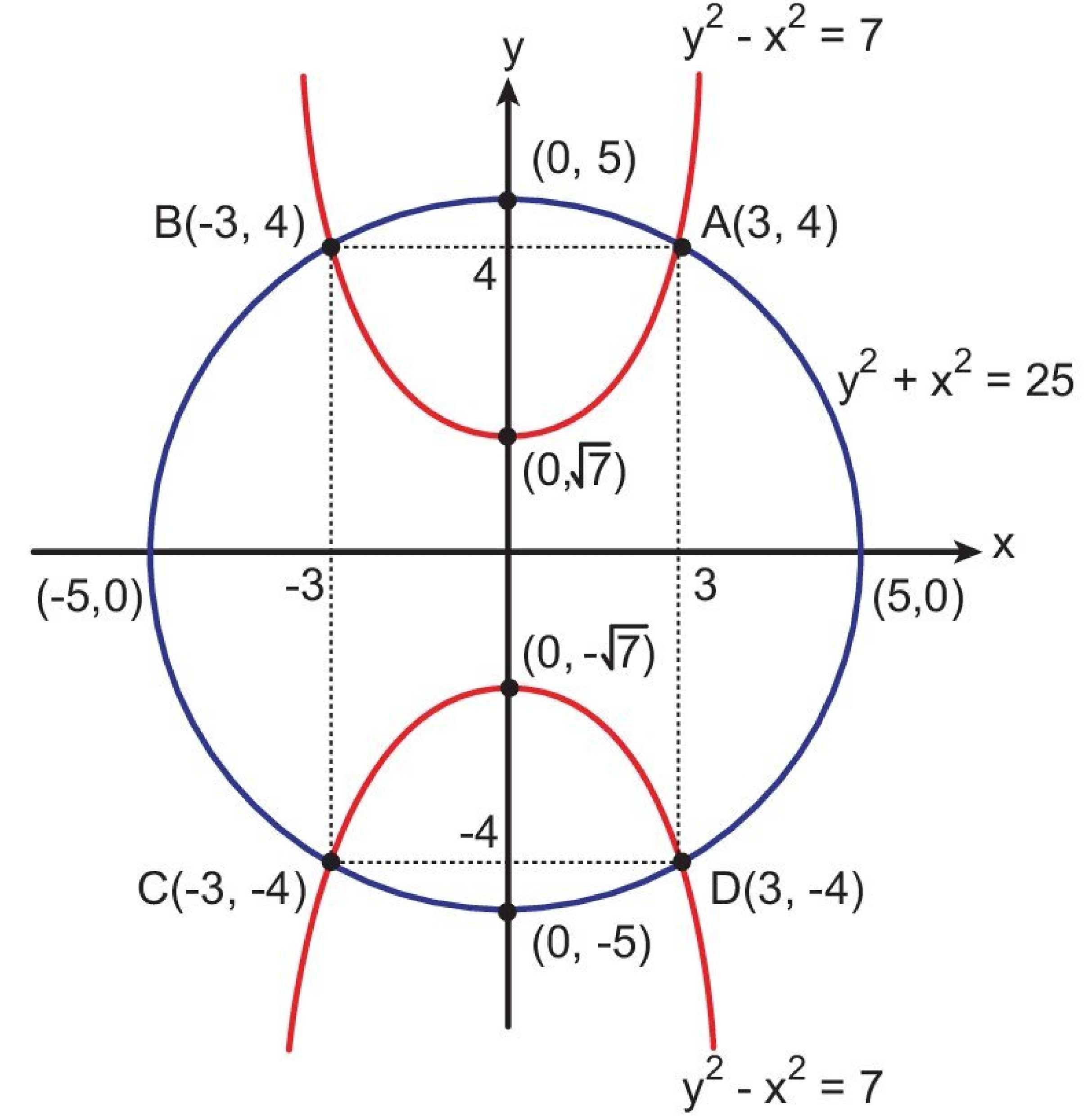
denklem sisteminin çözüm kümesini bulmak için denklemler taraf tarafa toplanırsa

$2y^2 = 32 \Rightarrow y^2 = 16 \Rightarrow y = \mp 4$ olur

İlk denklemde $y^2 = 16$ alınırsa $x^2 = 9$ ve $x = \mp 3$ olur. Dolayısıyla denklem sisteminin çözüm kümesi;

Ç.K = {(–3 –4), (–3, 4), (3, –4), (3, 4)} olarak bulunur.

Denklem sisteminin çözüm kümesindeki noktalar denklemlerin analitik düzlemde belirttiği grafiklerin kesim noktalarıdır.



Örnek 2

Toplamları 8 olan iki sayının kareleri farkı 32 olduğuna göre, küçük sayı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$x + y = 8$

$x^2 - y^2 = 32$

$(x + y)(x - y) = 32$

$x - y = \frac{32}{8} = 4$

$x + y = 8$

$+\ x - y = 4$

$2x = 12$

$x = 6 \Rightarrow y = 2$

Cevap: B

Örnek 3

$3x^2 + y^2 = 21$

$x^2 + y^2 = 13$

denklem sistemini sağlayan (x, y) sıralı ikilileri için x – y işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) –2 B) –3 C) –4 D) –5 E) –6

$3x^2 + y^2 = 21$

$-\ x^2 + y^2 = 13$

$2x^2 = 8$

$x^2 = 4$ ve $y^2 = 9$

$x = 2$ ve $x = -2$ $\quad y = 4$ ve $y = -3$

Ç.K. = {(2, 3), (2, –3), (–2, 3), (–2, –3)}

$x - y = -1$ $\quad x - y = 5$ $\quad x - y = -5$ $\quad x - y = 1$

Cevap: D



Örnek 4

$x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$

$x + y = 2$

denklem sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {(1,1), (2,0)} B) {(1,1),(–1,3)} C) {(3, –1), (0,2)}
D) {(–1, 3), (3, –1)} E) {(0,2), (2,0)}

$x^2 + y^2 = 4$
$x^2 + (2-x)^2 = 4$
$2x^2 - 4x = 0$
$2x(x-2) = 0$
$x = 0 \vee x = 2$
Ç.K. {(0,2), (2,0)}

Cevap: E

Örnek 5

$2x^2 + 5y^2 = 23$

$x^2 - y^2 = 8$

denklem sistemini sağlayan (x, y) sıralı ikilileri için $|x| - y^2$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$2x^2 + 5y^2 = 23$
$-\ 2x^2 - 2y^2 = 16$
$7y^2 = 7$
$y^2 = 1 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow |x| = 3$
$|x| - y^2 = 3 - 1 = 2$

Cevap: D

Örnek 6

Negatif iki gerçel sayının

- Kareleri farkı 4
- Kareleri toplamı $\frac{17}{2}$

olduğuna göre, çarpımları kaçtır?

A) $\frac{5}{2}$ B) 3 C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{15}{4}$ E) 4

$x^2 - y^2 = 4$
$x^2 + y^2 = \frac{17}{2}$

$x^2 + y^2 = \frac{8}{2}$
$x^2 - y^2 = \frac{17}{2}$ +
$2x^2 = \frac{25}{2}$

$x^2 = \frac{25}{4}, y^2 = \frac{9}{4}$
$x = -\frac{5}{2}, y = -\frac{3}{2}$
$x \cdot y = \frac{15}{4}$

Cevap: D

Örnek 7

$x + y = 3$

$x^2 + 3xy = -11$

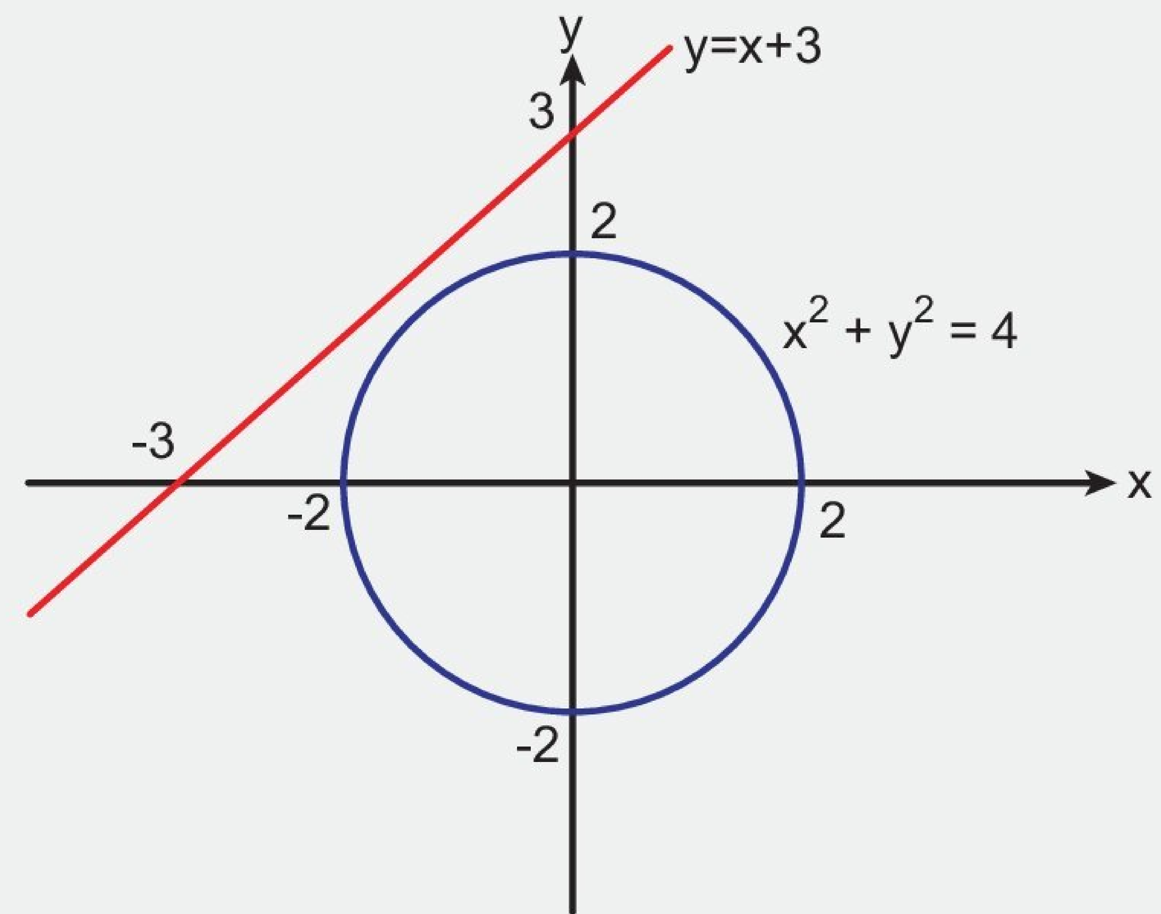
denklem sistemini sağlayan (x, y) sıralı ikililerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(-\frac{11}{2}, \frac{17}{2}\right)$ B) $\left(\frac{11}{2}, -\frac{5}{2}\right)$ C) $\left(\frac{7}{2}, \frac{13}{2}\right)$
D) $\left(-\frac{5}{2}, \frac{11}{2}\right)$ E) $\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$

$x^2 + 3xy = x^2 + 3x(3-x) = -11$
$x^2 + 9x - 3x^2 = -11$
$0 = 2x^2 - 9x - 11$
$0 = (2x - 11).(x + 1)$
$x = -1$ için $y = 3 + 1 = 4$
$x = \frac{11}{2}$ için $y = 3 - \frac{11}{2} = -\frac{5}{2}$
$(x, y) = \left\{(-1, 4), \left(\frac{11}{2}, -\frac{5}{2}\right)\right\}$

Cevap: B

Örnek 8



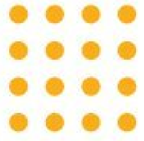
Şekildeki analitik düzlemde $x^2 + y^2 = 4$ çemberinin ve $y = x + 3$ doğrusunun grafikleri verilmiştir.

Buna göre, aşağıdaki denklem sistemlerinden hangisinin çözüm kümesi boş kümedir?

A) $x^2 + y^2 = 4$, $y - x = 2$
B) $x^2 + y^2 = 4$, $y - x = 1$
C) $x^2 + y^2 = 4$, $y - x = 0$
D) $x^2 + y^2 = 4$, $x - y = 2$
E) $x^2 + y^2 = 4$, $x - y = 3$

Verilen $x - y = 3$ doğrusu y ekseninde $y = x + 3$ doğrusunun 6 birim aşağı çekilmiş halidir.

Cevap: E



Örnek 9

I. $x + y = 2$
$x^2 + xy = -6$

II. $x^2 - y^2 = 12$
$x + y = 3$

III. $x + y = 3$
$x^2 + y^2 = 2$

denklem sistemlerinden hangilerinin çözüm kümesi boş kümedir?

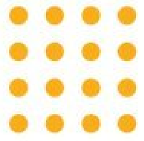
A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

I. $x(x+y) = -6$
$x(2) = -6$
$x = -3$
$(x, y) = (-3, 5)$

II. $(x-y)(x+y) = 12$
$(x-y) \cdot 3 = 12$
$x - y = 4$
$x - y = 4$
$x + y = 3$
$x = \frac{7}{2}, \ y = -\frac{1}{2}$
$(x, y) = \left(\frac{7}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

III. $x^2 + y^2 = x^2 + (3-x)^2 = 3$
$x^2 + 9 - 6x + x^2 = 2$
$2x^2 - 6x + 7 = 0$
$\Delta = 36 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = 36 - 56 = -20 < 0$ olduğu için denklemi sağlayan ikili yoktur.
Ç.K. $= \phi$

Cevap: C



Örnek 10

$x + y + 2 = 0$

$4x^2 + 3xy - y^2 = 6$

denklem sistemini sağlayan (x, y) ikilisi için x – y işleminin sonucu kaçtır?

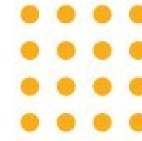
A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$x + y = -2$

$4x^2 + 3xy - y^2 = 6$
$(4x - y)\underbrace{(x + y)}_{-2} = 6$
$4x - y = -3$

$4x - y = -3$
$+ \quad x + y = -2$
$5x = -5$
$x = -1$
$y = -1$
$x - y = -1 + 1 = 0$

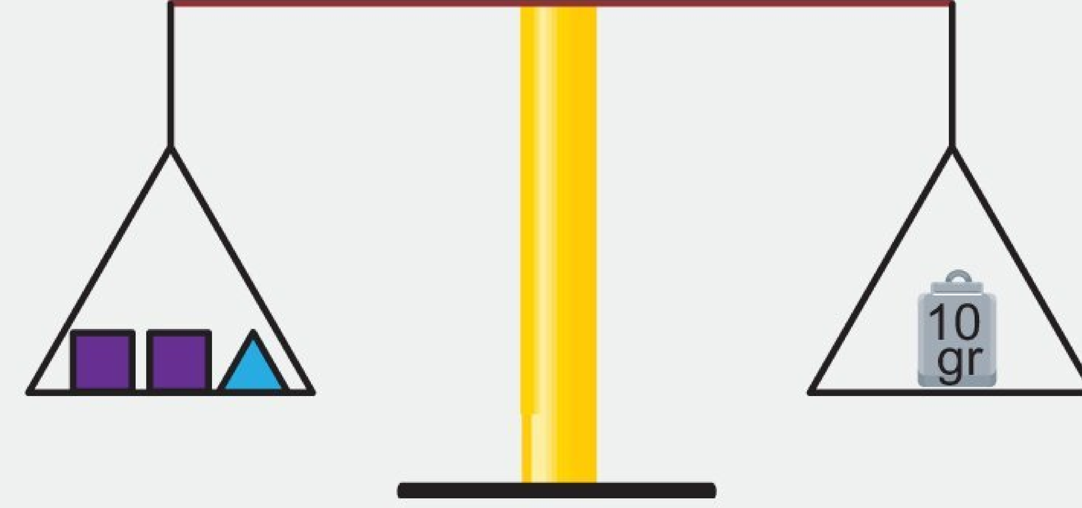
Cevap: B



Örnek 11

■ : A kütlesi x gr
▲ : Kütlesi y gr

Şekildeki eşit kollu terazi denge durumundadır.



Terazinin sol kefesine x – 2 tane daha ■ ve y –1 tane daha ▲, sağ kefesine 10 gr daha eklendiğinde terazi yine dengede kalmaktadır.

Buna göre, boş olan terazinin sol kefesine 3 tane ■ ve 2 tane ▲ konulduğunda teraziyi dengelemek için sağ kefeye kaç gr konulmalıdır?

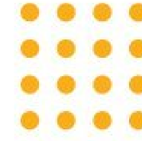
A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

$2x + y = 10$
$x^2 + y^2 = 20$

$x^2 + (10 - 2x)^2 = 20$
$5x^2 - 40x + 80 = 0$
$x^2 - 8x + 16 = 0$
$(x - 4)^2 = 0$
$x = 4 \Rightarrow y = 2$

$3x + 2y = 12 + 4 = 16$

Cevap: C



Örnek 12

$|x - y| = 1$

$x^2 + y^2 = 25$

denklem sistemi veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki (x, y) sıralı ikililerinden hangisi denklem sisteminin çözüm kümesinin elemanlarından biridir?

A) (–5, –4) B) (–4, –3) C) $(2\sqrt{6}, 1)$
D) (2, 3) E) (4, 5)

$x - y = 1 \Rightarrow y = x - 1$
$x^2 + (x - 1)^2 = 25$
$x^2 + x^2 - 2x + 1 = 25$
$2x^2 - 2x - 24 = 0$
$x^2 - x - 12 = 0$
$(x - 4)(x + 3) = 0$
$x = 4 \quad x = -3$
$y = 3 \quad y = -4$

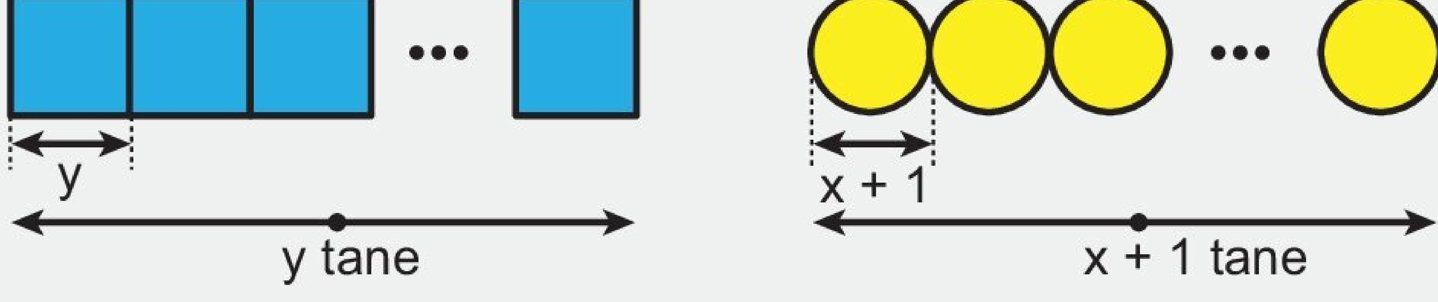
$x - y = -1 \Rightarrow y = x + 1$
$x^2 + (x + 1)^2 = 25$
$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 25$
$2x^2 + 2x - 24 = 0$
$x^2 + x - 12 = 0$
$(x + 4)(x - 3) = 0$
$x = -4 \quad x = 3$
$y = -3 \quad y = 4$

Ç.K. = {(4, 3), (–3, –4), (–4, –3), (3, 4)}

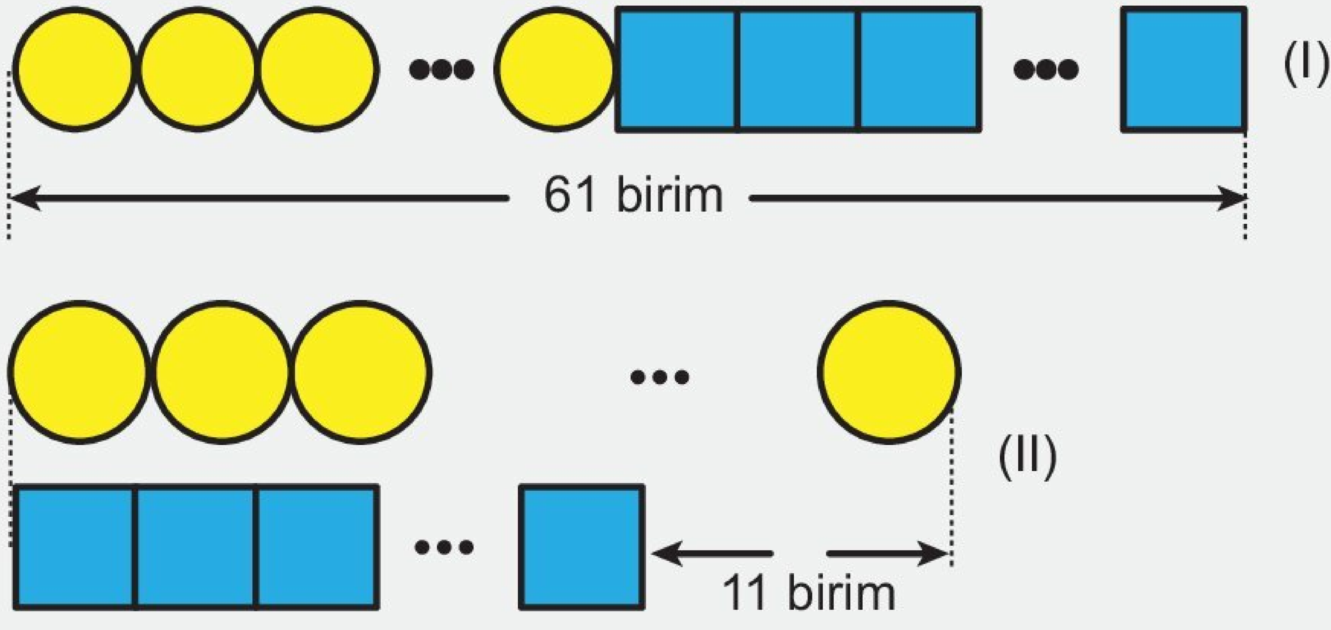
Cevap: B

Örnek 13

Aşağıdaki şekilde bir kenarının uzunluğu y birim olan y tane özdeş kare ve çapının uzunluğu x + 1 birim olan x + 1 tane özdeş dairenin boşluk bırakılmadan yanyana dizilmesiyle elde edilen iki geometrik zincir verilmiştir.



Bu zincirler boşluk bırakılmadan yanyana ve sol baştan hizalanarak alt alta konulduğunda elde edilen görünümler



olduğuna göre, y – x kaçtır?

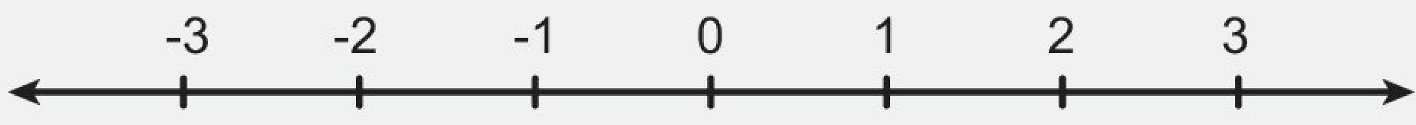
A) $\frac{7}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) 0 E) $-\frac{1}{2}$

$(x+1)^2 + y^2 = 61$
$+\ (x+1)^2 - y^2 = 11$
$2(x+1)^2 = 72$

$(x+1) = 6$ $y^2 = 25$
$x = 5$ $y = 5$
$y - x = 0$

Cevap: D

Örnek 14



Yukarıdaki sayı doğrusu üzerinde işaretlenen iki rasyonel sayı arasındaki uzaklık 2 birimdir.

Bu sayıların kareleri toplamı $\frac{5}{2}$ olduğuna göre, çarpımları kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) –1 D) $-\frac{5}{4}$ E) $-\frac{3}{2}$

$|y-x| = 2$ ve $x^2+y^2 = \frac{5}{2}$

$y - x = 2$ iken $x^2 + (x+2)^2 = \frac{5}{2}$

$2x^2 + 4x + \frac{3}{2} = 0$

$(2x+1)\left(x+\frac{3}{2}\right) = 0$

$x = -\frac{1}{2}$ iken $y = \frac{3}{2}$ $x = -\frac{3}{2}$ iken $y = \frac{1}{2}$

$x \cdot y = -\frac{3}{4}$ $x \cdot y = -\frac{3}{4}$

$y = x - 2$ iken $x^2 + (x-2)^2 = \frac{5}{2}$

$2x^2 - 4x + \frac{3}{2} = 0$

$(2x-1)\left(x-\frac{3}{2}\right) = 0$

$x = \frac{1}{2}$ iken $y = -\frac{3}{2}$ $x = \frac{3}{2}$ iken $y = -\frac{1}{2}$

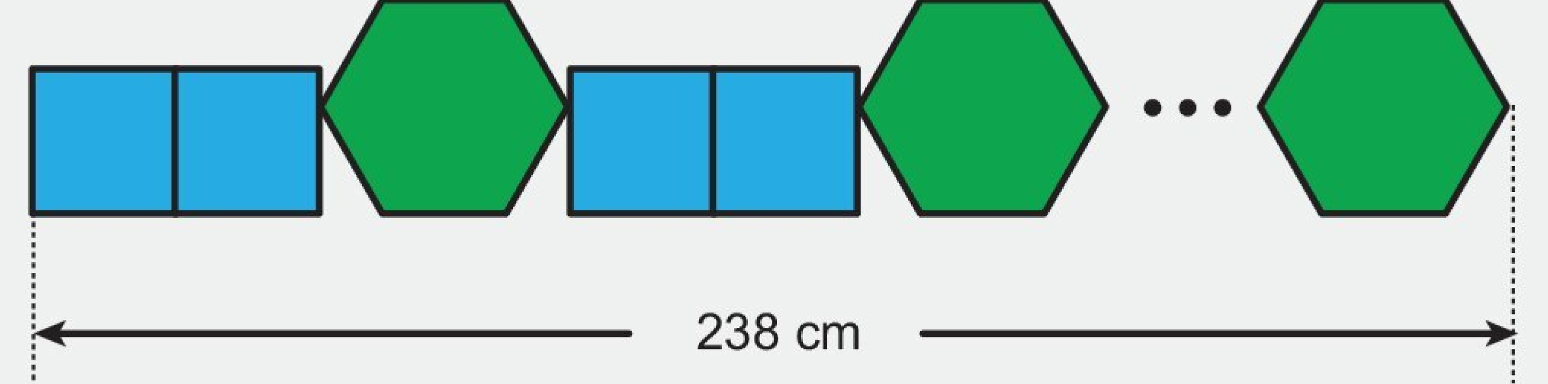
$x \cdot y = -\frac{3}{4}$ $x \cdot y = -\frac{3}{4}$

Cevap: B

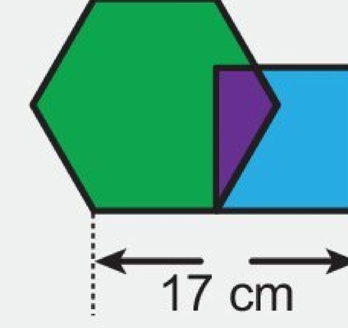
Örnek 15

Bir düzgün altıgenin en uzun köşegeninin uzunluğu bir kenarının uzunluğunun iki katına eşittir.

Bir kenarının uzunluğu 2x birim olan y tane özdeş düzgün altıgen ve bir kenarının uzunluğu y birim olan 2y tane özdeş kare birbirine teğet olacak biçimde düz bir zeminde yan yana dizildiğinde oluşan geometrik zincirin uzunluğu 168 cm olmaktadır.



Bir düzgün altıgen ve iki kare birer köşeleri çakışacak biçimde yan yana konulduğunda aşağıdaki görüntü oluşmaktadır.



Buna göre, y – x değeri kaçtır?

A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

$2y^2 + 4xy = 238$ $2y \cdot (2x+y) = 238$
$2x + y = 17$ $2y \cdot 17 = 238$
$y = 7$ ve $x = 5$ $y - x = 2$

Cevap: C

Örnek 16

x < 0 < y olmak üzere,

$5y = 3 - 3x$

$x^2 - 2x + y^2 = 33$

denklem sistemi veriliyor. Buna göre, x · y çarpımı kaçtır?

A) –20 B) –18 C) –15 D) –12 E) –10

$5y = 3(1-x)$

$y = \frac{3}{5}(1-x)$

$y^2 = \frac{9}{25}(1-x)^2$

$x^2 - 2x + 1 + y^2 = 33 + 1$

$(x-1)^2 + y^2 = 34$

$(x-1)^2 + \frac{9}{25}(x-1)^2 = 34$

$\frac{34}{25}(x-1)^2 = 34$

$(x-1)^2 = 25$

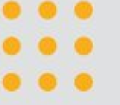
$x - 1 = 5$ $x - 1 = -5$
$x \neq 6$ $\boxed{x = -4}$
Çünkü $x < 0$ olmalı

$x = -4$ için
$5y = 3(1+4)$
$y = 3$
$x \cdot y = (-4) \cdot 3 = -12$

Cevap: D

Örnek Cevapları

1. C	2. B	3. D	4. E	5. D	6. D	7. B	8. E	9. C	10. B
11. C	12. B	13. D	14. B	15. C	16. D				



1. **Pozitif iki sayının farkı 4 ve kareleri farkı 40 tır.**

Buna göre, küpleri farkı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) –316 B) –288 C) –268 D) 292 E) 312

$x^2 - y^2 = \underbrace{(x - y)}_{4}(x + y) = 40 \Rightarrow x + y = 10$ ve $x = 7$, $y = 3$ olur.

$y^3 - x^3 = 27 - 343 = -316$ Cevap A

2. İki sayının toplamı 7 ve kareleri toplamı 25 tir.

Buna göre, bu sayıların küpleri toplamı kaçtır?

A) 88 B) 91 C) 94 D) 97 E) 100

$x + y = 7$ ve $x^2 + y^2 = 25$

$\Rightarrow \underbrace{x^2 + y^2}_{25} + 2xy = 49 \Rightarrow x . y = 12$

$\Rightarrow x(7 - x) = 12 \Rightarrow 7x - x^2 = 12 \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$

$\Rightarrow (x - 3)(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 3$ ve $x = 4$

$\Rightarrow x^3 + y^3 = 27 + 64 = 91$ Cevap: B

3. $x^2 + y^2 = 10$

$x^2 - 2y^2 = 7$

denklem sistemini sağlayan (x, y) sıralı ikilileri için $x^2 - y^4$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

$2x^2 + 2y^2 = 20$

$+\ x^2 - 2y^2 = 7$

$3x^2 = 27 \Rightarrow x = 3$ ve $x = -3$

$x = 3 \Rightarrow y = 1$ ve $y = -1 \Rightarrow (3, 1)$ ve $(3, -1)$

$x = -3 \Rightarrow y = 1$ ve $y = -1 \Rightarrow (-3, 1)$ ve $(-3, -1)$

Ç.K = {(3, –1), (–3, 1)}

$x^2 - y^4 = 9 - 1 = 8$ Cevap: A

4. **x ve y pozitif gerçek sayılar olmak üzere,**

$2x^2 + 3y^2 = 30$

$x^2 - y^2 = 5$

denklem sistemini sağlayan x ve y değerleri için, x . y çarpımı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 6 D) 8 E) 12

$2x^2 + 3y^2 = 30$

$3x^2 - 3y^2 = 15$

$5x^2 = 45 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$ olur.

$x = 3$ için $2 . 3^2 + 3y^2 = 30 \Rightarrow 3y^2 = 12$

$y^2 = 4 \Rightarrow y = 2$ olur. $x . y = 3 . 2 = 6$ bulunur. Cevap C

5. **y pozitif gerçek sayıdır.**

$3x^2 - 2y^2 = 46$

$2x^2 + y^2 = 33$

denklem sisteminin çözüm kümesi {(a, b), (c, b)} dir.

a > c olduğuna göre, a – c – b işleminin sonucu kaçtır?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

$3x^2 - 2y^2 = 46$

$+\ 4x^2 + 2y^2 = 66$

$7x^2 = 112 \Rightarrow x^2 = 16$

$\Rightarrow x = 4$ için $y = \mp 1 \Rightarrow (4, 1), (4, -1)$

$\Rightarrow x = -4$ için $y = \mp 1 \Rightarrow (-4, 1), (-4, -1)$

Ç.K = {(4, 1), (–4, 1)} $\Rightarrow a - c - b = 4 - (-4) - 1 = 7$ Cevap E

6. **x ve y tam sayıdır.**

$x^2 - 2y^2 + x - 4y = -14$

$y^2 + 2x + 2y = 4$

denklem sistemini sağlayan (x, y) ikilileri için x + y toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) –6 B) –4 C) –2 D) 2 E) 4

$x^2 - 2y^2 + x - 4y = -14$

$+\ 2y^2 + 4x + 4y = 8$

$x^2 + 5x + 6 = 0$

$(x + 2)(x + 3) = 0$

$x = -2$ için $y^2 + 2y - 8 = 0$

$(y + 4)(y - 2) = 0$

$y = -4$ ve $y = 2 \Rightarrow (-2, -4)$ ve $(-2, 2)$

$(-2, -4) \Rightarrow (-2) + (-4) = -6$ Cevap: A

7. $x + y = 2$

$x^2 + 2x - 3y = -10$

denklem sisteminin çözüm kümesi

{(a, b), (c, d)} dir.

Buna göre, b + d – (a + c) toplamı kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

$x^2 + 2x - 3(2 - x) = -10$
$x^2 + 2x - 6 + 3x + 10 = 0$
$x^2 + 5x + 4 = 0$
$(x + 4)(x + 1) = 0$
$x = -4 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow (a, b) = (-4, 6)$
$x = -1 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow (c, d) = (-1, 3)$
$6 + 3 - (-4 - 1) = 14$

Cevap: C

8. x pozitif gerçek sayıdır.

$x^2 + y^2 = 17$

$y = \frac{4}{x}$

denklem sisteminin çözüm kümesi {(a, b), (b, a)} dır.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$x^2 + \left(\frac{4}{x}\right)^2 = 17$

$\frac{x^4 - 17x^2 + 16}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{(x^2 - 16)(x^2 - 1)}{x^2} = 0$

$x = 4$, $x \neq -4$, $x = 1$, $x \neq -1$
$\Downarrow$ $\Downarrow$
$y = 1$ $y = 4$
$\Rightarrow$ Ç.K = {(4, 1), (1, 4)} $\Rightarrow a + b = 5$

Cevap: C

9. $x^2 - y^2 - x = -9$

$y + 2x = 5$

denklem sistemini sağlayan tam sayı olmayan (x, y) ikilisi için x – y işleminin sonucu kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

$x^2 - (5 - 2x)^2 - x = -9$
$x^2 - 25 - 4x^2 + 20x - x = -9$
$-3x^2 + 19x - 16 = 0$
$3x^2 - 19x + 16 = 0$
$(3x - 16)(x - 1) = 0$
$x = 1 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow (1, 3)$
$x = \frac{16}{3} \Rightarrow y = -\frac{17}{3} \Rightarrow \left(\frac{16}{3}, -\frac{17}{3}\right)$
$x - y = \frac{16}{3} + \frac{17}{3} = 11$

Cevap: D

10. a > b > d > c olmak üzere,

$x^2 - y^2 = 12$

$y = \frac{8}{x}$

denklem sisteminin çözüm kümesi {(a, b), (c, d)} dir.

Buna göre, a + b – (c + d) işleminin sonucu kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

$x^2 - \left(\frac{8}{x}\right)^2 = 12$

$\frac{x^4 - 12x^2 - 64}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{(x^2 - 16)(x^2 + 4)}{x^2} = 0$

$x = 4 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow (a, b) = (4, 2)$

$x = -4 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow (c, d) = (-4, -2)$

$a + b - (c + d) = 6 - (-6) = 12$

Cevap C

11. $x^2 + y^2 - 2x = 16$

$x - 2y = 3$

denklem sistemini sağlayan tam sayı olmayan (x, y) ikilisi için 5(x – y) işleminin sonucu kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$(2y + 3)^2 + y^2 - 2(2y + 3) = 16$
$4y^2 + 9 + 12y + y^2 - 4y - 6 = 16$
$5y^2 + 8y - 13 = 0$
$(5y + 13)(y - 1) = 0$
$y = 1 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow (x, y) = (5, 1)$
$y = -\frac{13}{5} \Rightarrow x = \frac{-11}{5}$
$(x, y) = \left(\frac{-11}{5}, -\frac{13}{5}\right) \Rightarrow 5\left(\frac{-11}{5} + \frac{13}{5}\right) = 2$

Cevap D

12. $x^2 + y^2 - 5x - 11 = 0$

$y^2 - x + 1 = 0$

denklem sisteminin çözüm kümesi {(a, b), (a, c)} dir.

Buna göre, b . c çarpımı kaçtır?

A) –5 B) 5 C) 12 D) 25 E) 30

$y^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow y^2 = x - 1$ olur.
$x^2 + y^2 - 5x - 11 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 1 - 5x - 11 = 0$
$x^2 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x - 6) . (x + 2) = 0$
$x = 6$ ve $x = -2$ olur.
$x = -2$ için $y^2 = x - 1 \Rightarrow y^2 = -3$ (olamaz)
$x = 6$ için $y^2 = 6 - 1 \Rightarrow y^2 = 5 \Rightarrow y = \mp\sqrt{5}$ olur.
Ç.K = $\{(6, \sqrt{5}), (6, -\sqrt{5})\}$
$\Rightarrow b . c = \sqrt{5} . (-\sqrt{5}) = -5$

Cevap A

1.A 2.B 3.A 4.C 5.E 6.A 7.C 8.C 9.D 10.C 11.D 12.A

1. △ a = "2 tane a nın çarpımı"

□ r = "2 tane r + 2 nin çarpımı"

biçiminde tanımlanıyor.

x < 0 < y olmak üzere,

△ x + □ y–2 = 26

□ x+1 – △ y = –9

eşitlikleri sağlandığına göre,

△ x–1 – □ y–2 **işlemin sonucu kaçtır?**

A) –16 B) –11 C) –5 D) 7 E) 15

$x^2 + y^2 = 26$
$(x + 3)^2 - y^2 = -9$ $\Rightarrow$ $x^2 + (x + 3)^2 = 17$

$2x^2 + 6x - 8 = 0$

$x^2 + 3x - 4 = 0$

$(x + 4)(x - 1) = 0$

$\boxed{x = -4}$ $x \neq 1$

$x^2 = 16 \Rightarrow y^2 = 10 \Rightarrow y = \sqrt{10}$

• △ –5 – □ $\sqrt{10} - 2$ $= 25 - (\sqrt{10})^2 = 25 - 10 = 15$

Cevap E

2. $y - x = 3$

$y^2 - x^2 - 2x = 13$

denklem sistemini sağlayan (x, y) sıralı ikilisi için x + y toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$(x + 3)^2 - x^2 - 2x = 13$

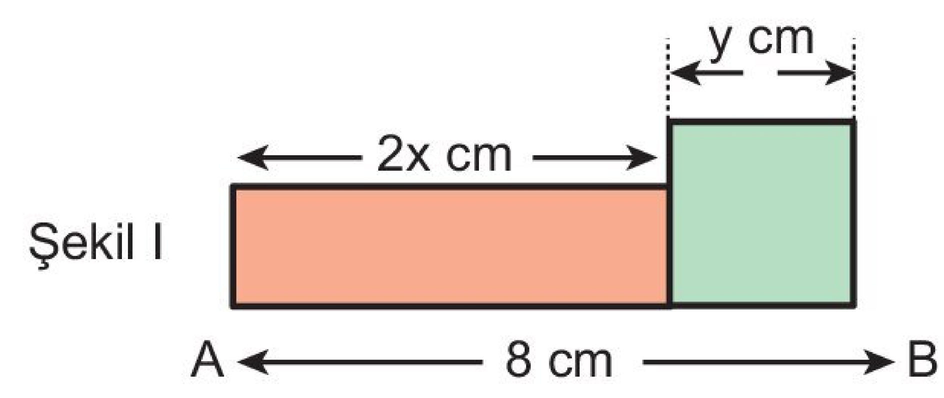
$6x + 9 - 2x = 13$

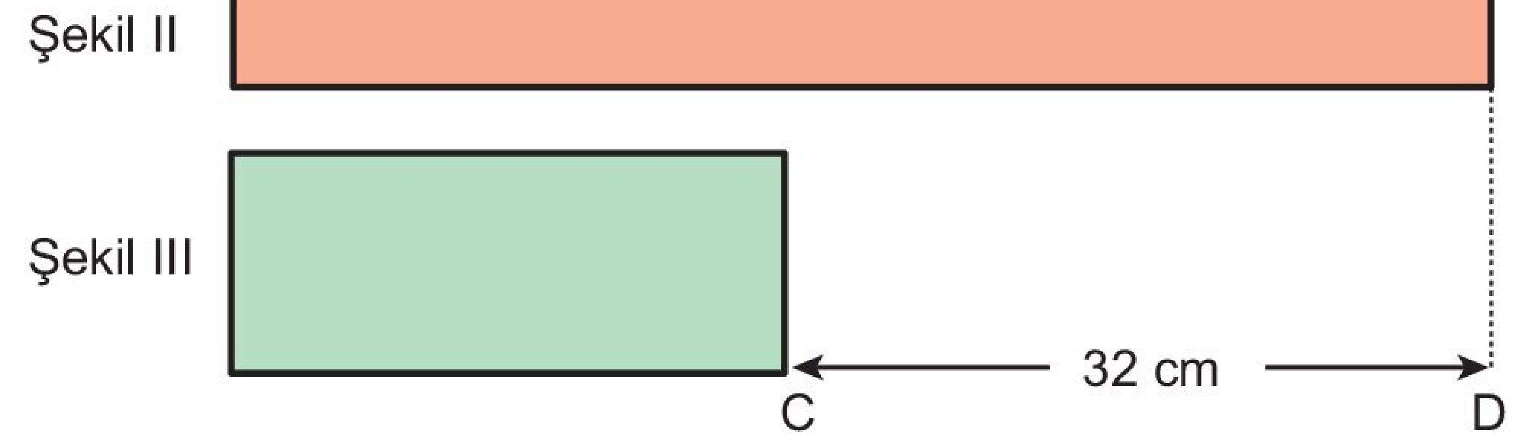
$4x = 4$

$x = 1$ ve $y = 4 \Rightarrow 1 + 4 = 5$

Cevap A

3.





- Şekil I'de uzunlukları 2x cm ve y cm olan sırasıyla bir dikdörtgen ile bir kare görülmektedir.

Verilen şekiller konumu bozulmadan düz bir zemin üzerinde sol baştan hizalanarak;

- Şekil II de 2x tane dikdörtgen
- Şekil III de y tane kare

yanyana bitişik olacak biçimde dizilmişlerdir.

- |AB| = 8 cm ve |CD| = 32 cm

olduğuna göre, aynı zemin üzerinde y tane dikdörtgen ile x tane kare konumu bozulmadan yanyana bitişik olarak dizildiğinde elde edilen şeklin uzunluğu kaç cm olur?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

$4x^2 - y^2 = 32$, $2x + y = 8$ $\Rightarrow$ $2x - y = 4$, $2x + y = 8$ $\Rightarrow$ $2x = 6$, $x = 3$, $y = 2$

$y(2x) + x(y) = 2(6) + 3(2) = 18$

Cevap C

4. x ve y birer gerçek sayıdır.

$9x^2 + 4y^2 - 12x + 12y + 13 = 0$

denklemini sağlayan (x, y) ikilisi için x + y toplamı kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{5}{6}$ C) $-\frac{2}{3}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{3}$

$9x^2 - 12x + 4 + 4y^2 + 12y + 9 = 0$

$(3x - 2)^2 + (2y + 3)^2 = 0$

$x = \frac{2}{3}$ ve $y = -\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{2}{3} - \frac{3}{2} = \frac{4 - 9}{6} = -\frac{5}{6}$

Cevap: B

5. $\boxed{A}\boxed{B} = 2A^2 - B^2$

$\triangle(A,B) = 3A^2 + 2B^2$

eşitlikleri her A, B gerçek sayı ikilisi için sağlanmaktadır.

$x < 0 < y$ olmak üzere, x ve y gerçek sayıları

$\boxed{x}\boxed{y} = 7$

$\triangle(x, y) = 14$

denklem sistemini sağladığına göre,

$\triangle\left(\boxed{x+1}\boxed{y-1}\ ,\ \boxed{x}\boxed{y+1}\right)$

ifadesinin eşiti kaçtır?

A) 36 B) 40 C) 44 D) 48 E) 52

$\left.\begin{matrix} 2x^2 - y^2 = 7 \\ 3x^2 + 2y^2 = 14 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 4x^2 - 2y^2 = 14 \\ 3x^2 + 2y^2 = 14 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} x^2 = 4,\ y^2 = 1 \\ x = -2,\ y = 1 \end{matrix}$

$\triangle\left(\boxed{-1}\boxed{0}\ ,\ \boxed{-2}\boxed{2}\right) = \triangle(2,4) = 12 + 32 = 44$

Cevap C

6.



Şekildeki kartların arka yüzlerine birer tamsayı yazılmıştır.

Bu kartlarla ilgili olarak aşağıdakiler bilinmektedir.

- B kartında yazan sayı A kartında yazan sayının 3 katından 3 eksiktir.
- A ve B kartlarında yazan sayıların birer fazlalarının kareleri toplamı 25 tir.

Buna göre, kartlarda yazılı olan sayıların çarpımı kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

$\dfrac{A}{x}\quad \dfrac{B}{3x-3}$

$(x+1)^2 + (3x-2)^2 = 25 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 + 9x^2 - 12x + 4 = 25$

$\Rightarrow 10x^2 - 10x - 20 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$

$\Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \quad \Rightarrow x = 2, \quad x = -1$

$(A, B) = (2, 3)$ veya $(-1, -6) \Rightarrow$ Çarpımı $= 6$

Cevap B

7. Ahmet ve Cemil'in sınıf etkinliğinde defterlerine yazdıkları rasyonel sayılar sırasıyla a ve c dir.

Tam sayı olmadığı bilinen a ve c aşağıdaki denklem sistemini sağlamaktadır.

$a - 2c = 3$

$(a+1)^2 + (c-1)^2 = 9$

Buna göre, a · c çarpımı kaçtır?

A) $-\dfrac{28}{25}$ B) $-\dfrac{21}{25}$ C) $-\dfrac{15}{16}$ D) $\dfrac{21}{16}$ E) $\dfrac{35}{9}$

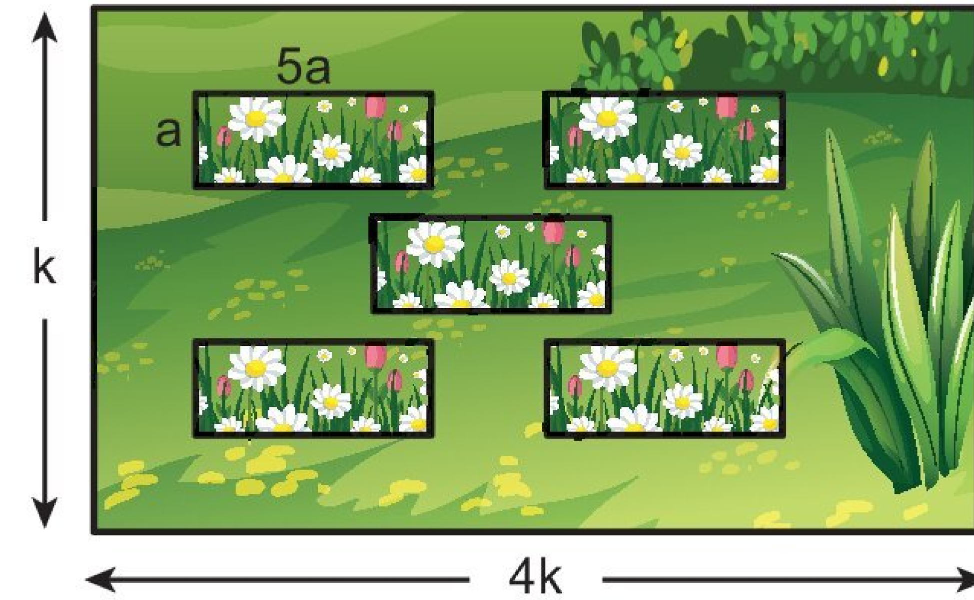
$(2c+4)^2 + (c-1)^2 = 9 \Rightarrow 5c^2 + 14c + 8 = 0$

$(5c+4)(c+2) = 0 \Rightarrow c \neq -2$ ve $c = -\dfrac{4}{5}$, $a = \dfrac{7}{5}$

$a \cdot c = -\dfrac{28}{25}$

Cevap A

8.



Şekilde kenar uzunlukları k birim ve 4k birim olan dikdörtgen biçimindeki bir bahçe verilmiştir.

Bahçenin içindeki dikdörtgen biçimindeki 5 parsele çiçekler ve geriye kalan bölgelere çim ekilmiştir.

Özdeş parsellerin kenar uzunlukları a birim ve 5a birimdir.

Bahçenin kısa kenarının uzunluğunun iki katı bir parselin uzun kenarının uzunluğundan 4 birim fazladır.

Çim ekilen bölgenin alanı 96 birimkare olduğuna göre, bahçenin çevresi kaç birimdir?

A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100

$\dfrac{4k^2 - 25a^2 = 96}{2k - 5a = 4} \Rightarrow \begin{matrix} 2k + 5a = 24 \\ 2k - 5a = 4 \end{matrix} \Rightarrow k = 7$

$Ç = 10k = 70$

Cevap B

1.E 2.A 3.C 4.B 5.C 6.B 7.A 8.B



İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİKLER VE EŞİTSİZLİKLİK SİSTEMLERİ

$a \neq 0$, a, b ve c gerçel sayılar olmak üzere,

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde

$\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ise denklemin birbirinden farklı x_1 ve x_2 gibi tek katlı iki kökü vardır.

Bu durumda

$ax^2 + bx + c$ üç terimlisinin alacağı pozitif ve negatif değerleri belirlemek için işaret tablosu yapılır. İşaret tablosunda tek katlı her kökten sonra işaret değişir. Kökler "ф" ile gösterilir.

x		x_1		x_2	
$ax^2 + bx + c$	a ile aynı işaret	ф	a ile zıt işaret	ф	a ile aynı işaret

Örnek 1

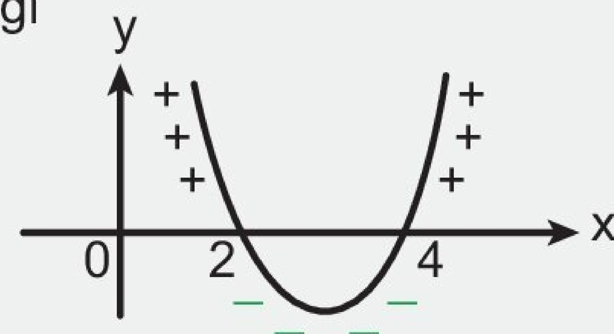
Aşağıda $ax^2 + bx + c$ ikinci dereceden üç terimlilerinin işaret tablosu ile $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiği ve tabloyla grafik arasındaki ilişki ifade edilmiştir.

I. $x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$

x		2		4	
$x^2 - 6x + 8$	+	ф	–	ф	+

a pozitif

$f(x) = x^2 - 6x + 8$ fonksiyonun grafiği

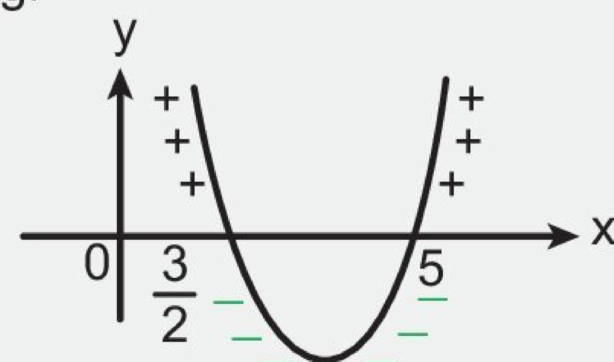


II. $2x^2 - 13x + 15 = (2x - 3)(x - 5)$

x		$\frac{3}{2}$		5	
$2x^2 - 13x + 15$	+	ф	–	ф	+

a pozitif

$f(x) = 2x^2 - 13x + 15$ fonksiyonun grafiği



III. $-x^2 + 5x - 4 = -(x - 1)(x - 4)$

x		1		4	
$-x^2 + 5x - 4$	–	ф	+	ф	–

a negatif

$f(x) = -x^2 + 5x - 4$ fonksiyonun grafiği



Buna göre, verilen ifadelerden hangileri doğrudur?

A) I, II ve III B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) Yalnız I

Hepsi doğrudur. *Cevap: A*

$f(x) > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi işaret tablosunda pozitif olan bölgedir.

$f(x) < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi işaret tablosunda negatif olan bölgedir.

Her iki durumda da kökler çözüm aralığında hariçtir. Çözüm kümesi "( )" açık aralık biçimindedir.

Örnek 2

$-x^2 + 7x - 10 > 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–10, 7) B) (–7, 10) C) (2, 3)
D) (3, 5) E) (2, 5)

$-x^2 + 7x - 10 = -(x^2 - 7x + 10) = -(x - 2)(x - 5)$

x		2		5	
$-x^2 + 7x - 10$	–	ф	+	ф	–

Ç.K = (2, 5)

Cevap: E

Örnek 3

x		-3		2	
f(x)	–	ф	+	ф	–

Yukarıda f(x) fonksiyonunun işaret tablosu verilmiştir.

I. $f(5) \cdot f(-5) > 0$
II. $f(2) \cdot f(1) < 0$
III. $f(x) = -x^2 - x + 6$ olabilir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I ve III

I. Doğru $f(5) < 0, f(-5) < 0 \Rightarrow f(5) \cdot f(-5) > 0$
II. Yanlış $f(2) = 0, f(1) > 0 \Rightarrow f(0) \cdot f(1) = 0$
III. Doğru $f(x) = -(x - 2)(x + 3) = -(x^2 + x - 6)$
$= -x^2 - x - 6$

Cevap: E



Eşitsizlik çözümü yapılırken öncelikle bütün terimler eşitsizliğin bir tarafına alınır ve eşitsizliğin diğer tarafı "sıfır" yapılır.

Örnek 4

$3x^2 - 3x - 2 < x^2 + 7$

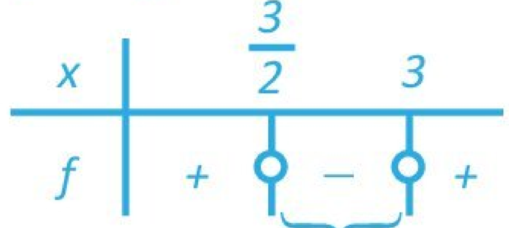
eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(-\frac{3}{2}, 3\right)$ B) $\left(-2, \frac{3}{2}\right)$ C) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

D) $\left(2, \frac{5}{2}\right)$ E) $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$

$2x^2 - 3x - 9 < 0$

$(2x + 3)(x - 3) < 0$



Ç.K = $\left(-\frac{3}{2}, 3\right)$ *Cevap: A*

$f(x) \cdot g(x) > 0$ ve $f(x) \cdot g(x) < 0$, $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ ve $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$

eşitsizliklerinin çözüm kümesi bulunurken f ve g'nin başkatsayılarının işaretlerinin çarpımı tablonun en sağına yazılır.

• Köklerin her biri çözüm aralığında hariçtir.

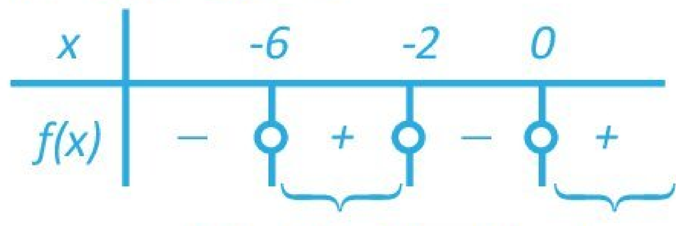
Örnek 5

$(x + 2)(x^2 + 6x) > 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesindeki negatif tam sayıların toplamı kaçtır?

A) –7 B) –9 C) –12 D) –14 E) –16

$(x + 6)(x + 2)x > 0$



Ç.K = (-6, -2) ∪ (0, ∞)

Negatif tam sayıların toplamı = (–5) + (–4) + (–3) = –12 *Cevap: C*

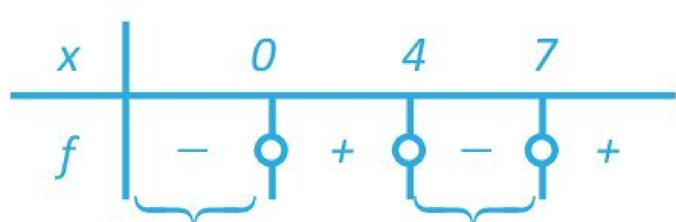
Örnek 6

$\frac{x^2 - 7x}{x - 4} < 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesindeki doğal sayıların toplamı kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

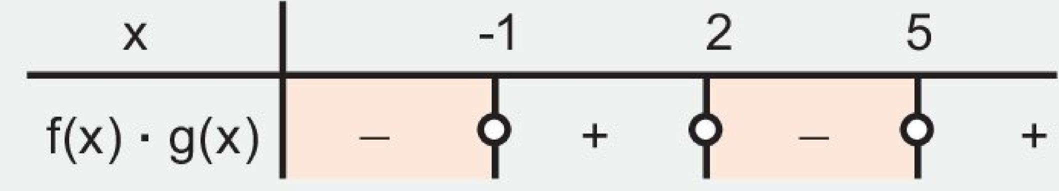
$\frac{x(x-7)}{x-4} < 0$



Ç.K = (-∞, 0) ∪ (4, 7)

Pozitif tam sayıların toplamı = 5 + 6 = 11 *Cevap: B*

Örnek 7



Şekilde $f(x) \cdot g(x) < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi verilmiştir. **Buna göre $f(x) \cdot g(x)$ fonksiyonu**

I. $(2 - x)(x^2 + 4x - 5)$

II. $(2x - 10)(x^2 - x - 2)$

III. $(1 - x)(x^2 + 7x + 10)$

ifadelerinden hangilerine eşit olabilir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) II ve III

$f(x) \cdot g(x) = (x + 1)(x - 2)(x - 5)$ tir.

I. Yanlış başkatsayısı negatif

II. Doğru $2(x - 5)(x - 2)(x + 1)$

III. Yanlış $(1 - x)(x + 2)(x + 5)$ *Cevap: B*

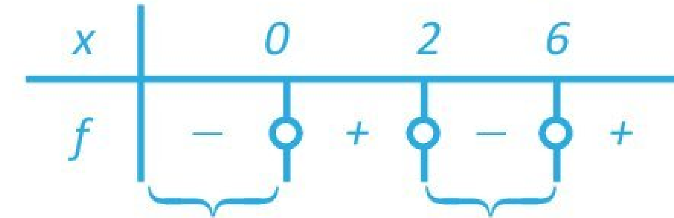
Örnek 8

Kendisi ile çarpma işlemine göre tersinin 12 katının toplamı 8 sayısından küçük olan pozitif tam sayıların toplamı kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

$x + \frac{12}{x} < 8$

$\frac{x^2 - 8x + 12}{x} < 0 \Rightarrow \frac{(x-2)(x-6)}{x} < 0$



Ç.K = (–∞, 0) ∪ (2, 6)

Pozitif tam sayıların toplamı: 3 + 4 + 5 = 12 *Cevap: C*

Örnek 9

$a < 0 < b < c$ olmak üzere

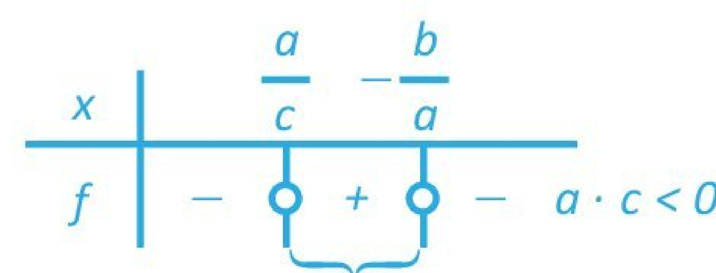
$(ax + b)(cx - a) > 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

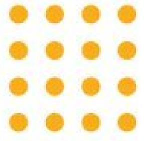
A) $\left(\frac{a}{c}, -\frac{b}{a}\right)$ B) $\left(\frac{b}{a}, -\frac{a}{c}\right)$ C) $\left(\frac{c}{a}, \frac{b}{a}\right)$

D) $\mathbb{R} - \left[\frac{a}{c}, -\frac{b}{a}\right]$ E) $\mathbb{R} - \left[\frac{b}{a}, -\frac{a}{c}\right]$

$x_1 = \frac{a}{c} < 0$ $x_2 = -\frac{b}{a} > 0$



Ç.K = $\left(\frac{a}{c}, -\frac{b}{a}\right)$ *Cevap: A*



Örnek 10

$x^2 - bx + 2c - 2 < 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi (–2, 2) olduğuna göre,

$cx^2 + (2 - c)x + b > 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesindeki tam sayıların toplamı kaçtır?

A) –6 B) –3 C) 1 D) 3 E) 6

x = –2 köktür. $4 + 2b + 2c - 2 = 0 \Rightarrow 2b + 2c = -2$

x = 2 köktür. $4 - 2b + 2c - 2 = 0 \Rightarrow -2b + 2c = -2$ (+)

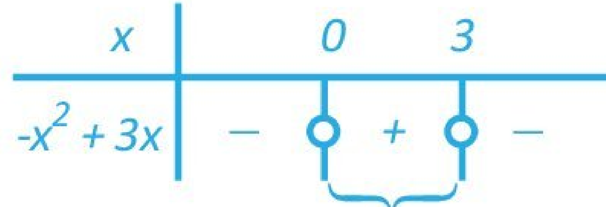
$4c = -4$

$c = -1$

$b = 0$

$-x^2 + 3x > 0$

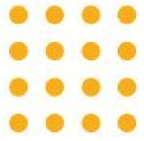
$-x(x - 3) > 0$



Ç.K = (0, 3) Sonuç = 1 + 2 = 3

Cevap: D

$f(x) \geq 0$, $f(x) \leq 0$, $f(x) \cdot g(x) \geq 0$ ve $f(x) \cdot g(x) \leq 0$ biçimindeki eşitsizliklerin çözümünde bütün kökler çözüm aralığına dahil edilir ve köşeli parantez "[ ]" kapalı aralık kullanılır.



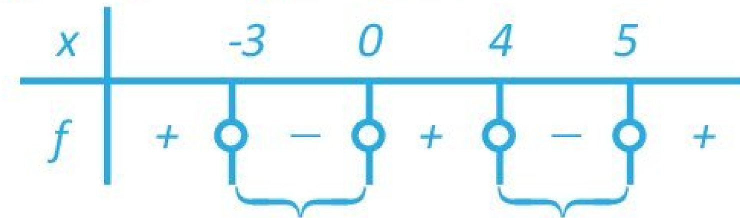
Örnek 11

$(x^2 - 2x - 15)(x^2 - 4x) \leq 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesindeki tam sayıların toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$(x - 5)(x + 3)x(x - 4) \leq 0$



Ç.K = [–3, 0] ∪ [4, 5]

Toplam = (–3) + (–2) + (–1) + (0) + 4 + 5 = 3

Cevap: C

$\dfrac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ ve $\dfrac{f(x)}{g(x)} \leq 0$

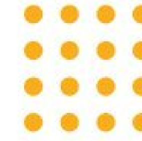
biçimindeki eşitsizliklerin çözümünde

> f(x)'in kökleri çözüm kümesine dahil edilir.

Dahil olan kökler işaret tablosunda "●" biçiminde gösterilir.

> g(x)'in kökleri çözüm kümesine dahil edilmez.

Dahil olmayan kökler işaret tablosunda "○" biçiminde gösterilir.



Örnek 12

$\dfrac{x - m}{x + k} \leq 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulmak için aşağıdaki tablo yapılarak çözüm kümesi (2, 5] olarak bulunuyor.

x		2		5	
$\dfrac{x - m}{x + k}$	+	○	–	●	+

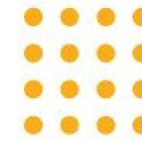
Buna göre, m – k değeri kaçtır?

A) –7 B) –3 C) 1 D) 3 E) 7

m = 5 ve k = –2

m – k = 5 + 2 = 7

Cevap: E



Örnek 13

a bir tam sayı olmak üzere,

$\dfrac{x - 2}{x - a} \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan 4 farklı x tam sayısı vardır.

Buna göre, a'nın alabileceği farklı değerlerin çarpımı kaçtır?

A) –12 B) –10 C) –5 D) 10 E) 12

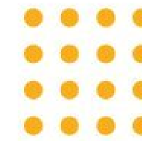
a sayısı payın kökünden 4 fazla veya 4 eksik olmalıdır.

$\dfrac{x - 2}{x - 6} \leq 0$ ve $\dfrac{x - 2}{x + 2} \leq 0$

eşitsizliklerinin çözüm kümelerinde 4 farklı x tam sayısı vardır.

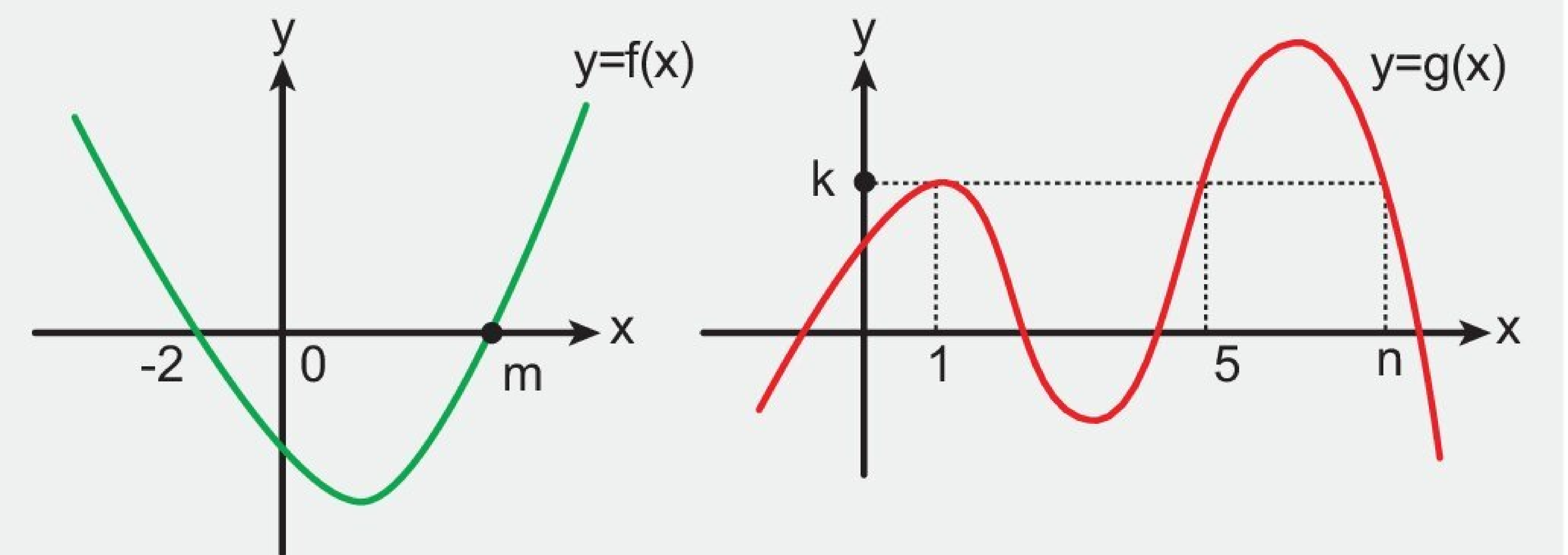
a = 6 veya a = –2 olabilir. Çarpımı = –12

Cevap: A



Örnek 14

Şekilde f(x) ve g(x) fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



- $f(x) < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesindeki tam sayıların toplamı 5
- $g(x) \geq k$ eşitsizliğinin çözüm kümesindeki tam sayıların toplamı 19
- m ve n tam sayıdır.

olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

f(x) < 0 için Ç.K = (–2, m) ⇒ m = 4

g(x) ≥ k için Ç.K = {1} ∪ [5, n] ⇒ n = 7

m + n = 11

Cevap: B

Örnek 15

$0 < a < 1$ iken $a^x \geq a^y \Rightarrow x \leq y$ dir.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{3x+5}$$

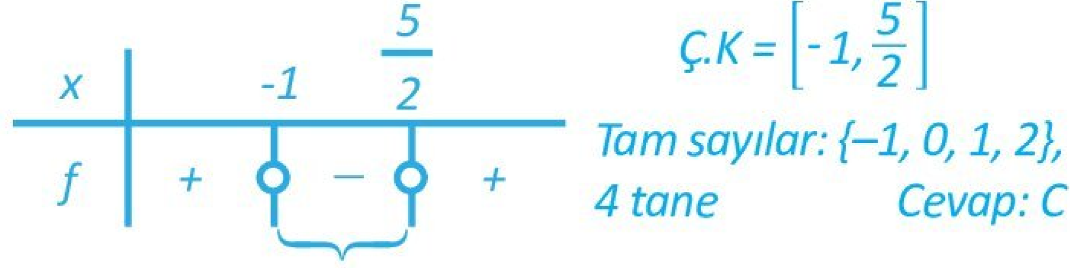
eşitsizliğinin çözüm kümesinde kaç tane tam sayı vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$2x^2 \leq 3x + 5$

$2x^2 - 3x - 5 \leq 0$

$(2x - 5)(x + 1) \leq 0$



Ç.K = $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$

Tam sayılar: {–1, 0, 1, 2}, 4 tane *Cevap: C*

Örnek 16

P(x) ve Q(x) birinci dereceden polinomlardır.

$$\frac{x-1}{P(x)} < 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi (1, 5)

$P(x) \cdot Q(x) \geq 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi [2, 5]

olduğuna göre, Q(x) aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) x –2 B) 2x – 2 C) 2x – 10

D) 6 – 3x E) 15 – 3x

P(x) = x – 5 biçiminde olabilir.

Q(x) = 2 – x, 4 – 2x, 6 – 3x, ... *Cevap: D*

> Eşitsizlik çözümünde eşitsizliğin bir tarafı sıfır yapılmalıdır. İçler dışlar çarpımı yapılmaz.

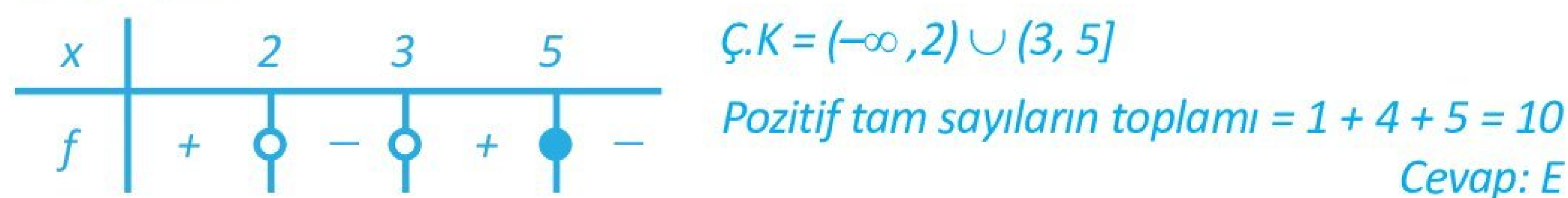
Örnek 17

$$\frac{2}{x-3} \geq \frac{3}{x-2}$$

eşitsizliğinin çözüm kümesindeki pozitif tam sayıların toplamı kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$\underset{(x-2)}{\frac{2}{x-3}} - \underset{(x-3)}{\frac{3}{x-2}} \geq 0 \Rightarrow \frac{2x-4-3x+9}{(x-3)(x-2)} \geq 0 \Rightarrow \frac{-x+5}{(x-3)(x-2)} \geq 0$



Ç.K = $(-\infty, 2) \cup (3, 5]$

Pozitif tam sayıların toplamı = 1 + 4 + 5 = 10

Cevap: E

Örnek Cevapları

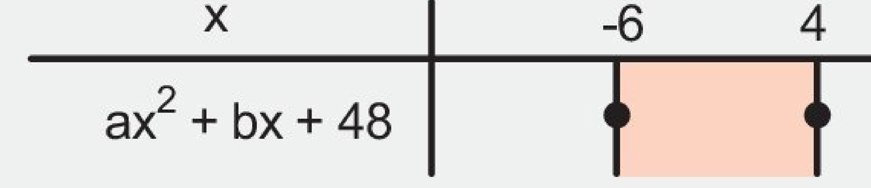
1. A	2. E	3. E	4. A	5.C	6. B	7. B	8. C	9. A	10. D
11. C	12. E	13. A	14. B	15. C	16. D	17.E	18.C	19.E	20.A

Örnek 18

a ve b gerçel sayılar olmak üzere,

$ax^2 + bx + 48 \geq 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulmak için aşağıdaki tablo yapılarak çözüm kümesi [–6, 4] olarak bulunuyor.



Buna göre, a^b kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{32}$ E) $\frac{1}{64}$

Kökler çarpımı = $(-6)4 = \frac{48}{a} \Rightarrow$ $\boxed{a = -2}$ Kökler toplamı = $-6 + 4 = \frac{-b}{-2} \Rightarrow$ $\boxed{b = -4}$

$a^b = (-2)^{-4} = \frac{1}{16}$ *Cevap: C*

$a \neq 0$ olmak üzere, $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde

$\Delta = b^2 - 4ac = 0$ ise denklemin birbirine eşit $x_1 = x_2$ gibi çift katlı kökü vardır. Bu durumda işaret tablosunda çift katlı kökten sonra işaret değişmez. Kökler dahil değilse "⚬⚬", kökler dahilse "••" biçiminde gösterilir.

Örnek 19

	EŞİTSİZLİK	TABLO	ÇÖZÜM KÜMESİ
I.	$x^2 - 8x + 16 > 0$	x: 4; $(x-4)^2$: + ⚬⚬ +	$\mathbb{R} - \{4\}$
II.	$4x^2 + 4x + 1 < 0$	x: $-\frac{1}{2}$; $(2x+1)^2$: + ⚬⚬ +	$\varnothing$
III.	$-x^2 + 10x - 25 \leq 0$	x: 5; $-(x-5)^2$: – •• –	$\mathbb{R}$

ifadelerinden hangilerinde eşitsizliğin çözüm kümesi doğru olarak verilmiştir?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III

D) II ve III E) I, II ve III

Hepsi Doğrudur. *Cevap: E*

Örnek 20

$x^2 - 6x + 2a + 1 \leq 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi bir elemanlıdır. Çözüm kümesindeki eleman ile a reel sayısının toplamı kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

$\Delta = 0$ için ifade tam kare olur.

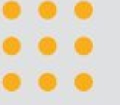
$\Delta = 36 - 4(2a + 1) = 0$

$2a + 1 = 9$

$a = 4$

$x^2 - 6x + 9 \Rightarrow 0 \Rightarrow (x - 3)^2 \leq 0$ Ç.K = {3}

4 + 3 = 7 *Cevap: A*

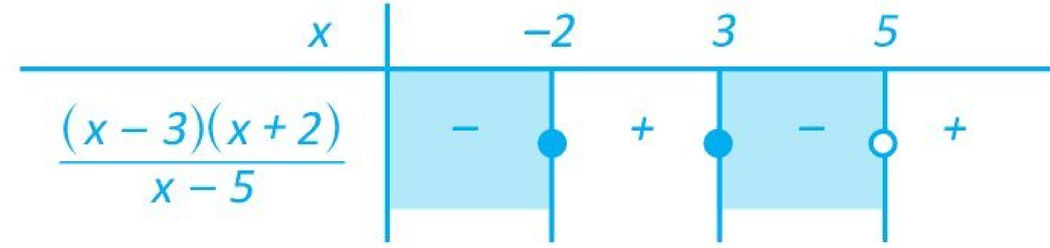


1. $\dfrac{(x-3).(x+2)}{x-5} \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan birbirinden farklı en küçük iki pozitif tam sayının toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$x-3=0 \Rightarrow x=3$, $x+2=0 \Rightarrow x=-2$, $x-5=0 \Rightarrow x=5$ köklerdir.



$\dfrac{(x-3).(x+2)}{x-5} = \dfrac{+.+}{+} = \oplus$ sistemin işareti

Ç.K = $(-\infty, -2] \cup [3, 5)$ olur. En küçük iki pozitif tam sayının toplamı

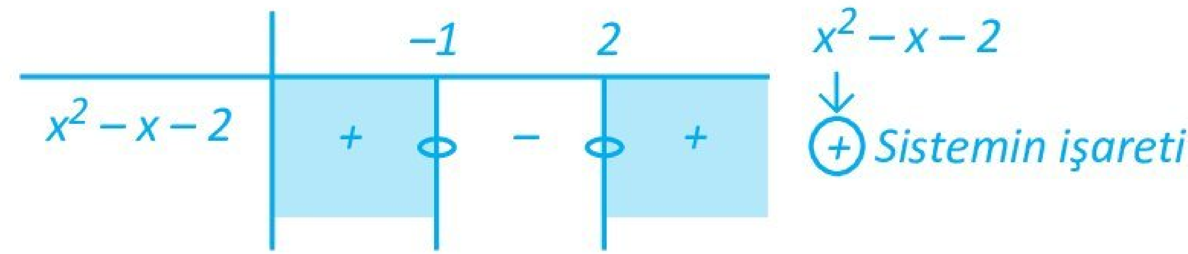
$3 + 4 = 7$ olur. *Cevap E*

2. $2^{x^2+3x+7} > 2^{4x+9}$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$ B) $(-\infty, 2)$
C) $(-\infty, 1)$ D) $(-1, 2)$
E) $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$

$x^2 + 3x + 7 > 4x + 9$
$x^2 - x - 2 > 0$ olur.
$(x-2).(x+1) = 0 \Rightarrow x = 2$ ve $x = -1$ köklerdir.



Ç.K = $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$ bulunur.

Cevap A

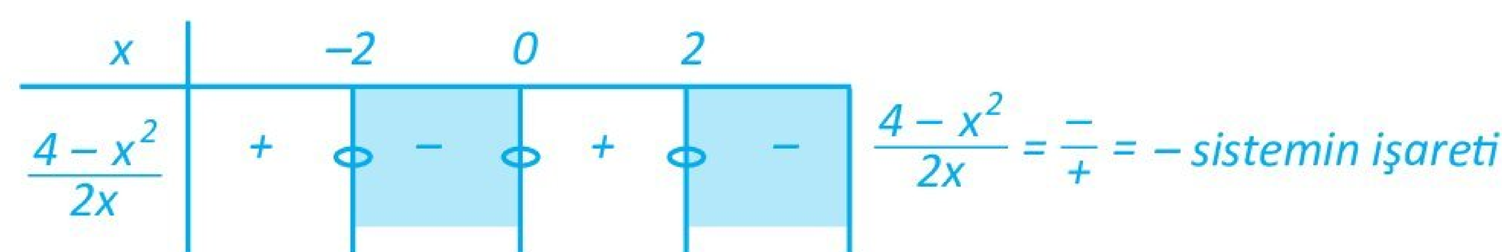
3. $\dfrac{2}{x} < \dfrac{x}{2}$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$ B) $(-2, 2)$
C) $(0, 2) \cup (4, \infty)$ D) $(-2, 0) \cup (2, \infty)$
E) $(-2, 0)$

$\dfrac{2}{x} < \dfrac{x}{2} \Rightarrow \dfrac{2}{x} - \dfrac{x}{2} < 0 \Rightarrow \dfrac{4-x^2}{2x} < 0$ olur.

$4 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$ ve $2x = 0 \Rightarrow x = 0$ köklerdir.



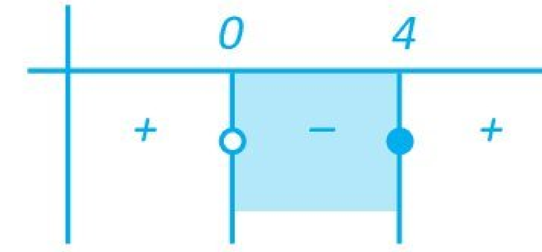
Ç.K = $(-2, 0) \cup (2, \infty)$ bulunur. *Cevap D*

4. $\dfrac{(x^2-5x+6)+(x^2-9x+18)}{x^2-3x} \leq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesindeki farklı x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 11 E) 12

$(x-2)(x-3) + (x-3)(x-6) = (x-3)(2x-8)$



Ç.K = $(0, 4] - \{3\}$

Tamsayıların Toplamı = 1 + 2 + 4 = 7

Cevap: A

5. m ve r gerçek sayıdır.

$\dfrac{2x-m}{r-3x} \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi (2, 5] tir.

Buna göre, m – r işleminin sonucu kaçtır?

A) –6 B) –5 C) –3 D) 2 E) 4

$\dfrac{r}{3} = 2 \Rightarrow r = 6$
$\dfrac{m}{2} = 5 \Rightarrow m = 10$
$m - r = 4$

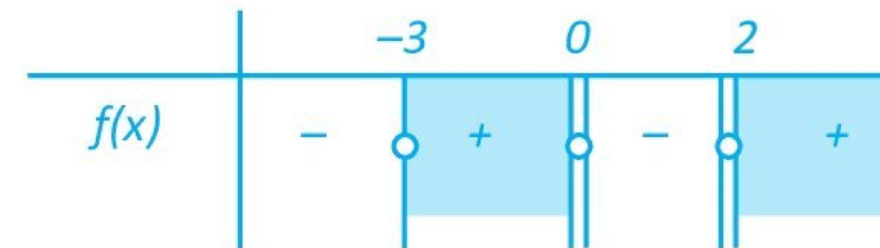
Cevap: E

6. $\dfrac{(x+5)^2.(x+3)}{x.(x-2)} > 0$

eşitsizliğini sağlayan en küçük x negatif tam sayısı kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

Çift dereceli $(x+5)^2$ atılır.
$x+3=0 \Rightarrow x=-3$, $x = 0$, $x-2=0 \Rightarrow x=2$ köklerdir.

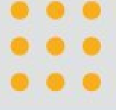


$\dfrac{x+3}{x.(x-2)} = \dfrac{+}{+.+} = \oplus$ sistemin işareti

Ç.K = $(-3, 0) \cup (2, \infty)$ olur.

eşitsizliği sağlayan en küçük x tam sayısı –2 bulunur.

Cevap D



7. $\dfrac{9x+4}{(x+2)^2} > 1$

eşitsizliğini sağlayan farklı x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 17 B) 15 C) 14 D) 11 E) 10

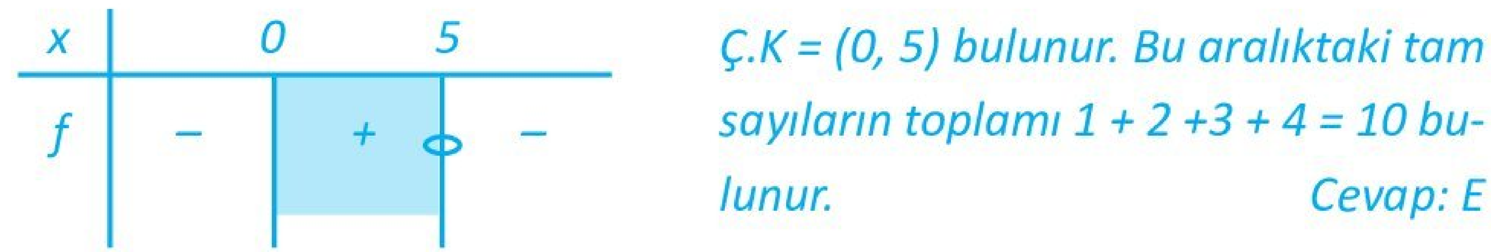
$\dfrac{9x+4}{(x+2)^2} > 1 \Rightarrow \dfrac{9x+4}{x^2+4x+4} - 1 > 0$

$\dfrac{9x+4-x^2-4x-4}{x^2+4x+4} > 0 \Rightarrow \dfrac{-x^2+5x}{x^2+4x+4} > 0$

$\dfrac{-x.(x-5)}{(x+2)^2} > 0$ olur.

$(x+2)^2$ daima pozitif olduğundan atılır.

$-x = 0 \Rightarrow x = 0$ ve $(x-5) = 0 \Rightarrow x = 5$ köklerdir.



Ç.K = (0, 5) bulunur. Bu aralıktaki tam sayıların toplamı 1 + 2 + 3 + 4 = 10 bulunur. Cevap: E

8. $\left(\dfrac{5}{7}\right)^{-x^2+6x-5} < \left(\dfrac{49}{25}\right)^{x-1}$

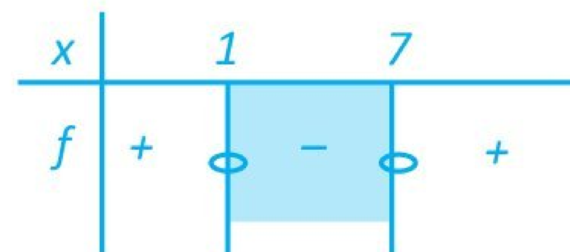
eşitsizliğini sağlayan farklı x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

$\left(\dfrac{7}{5}\right)^{x^2-6x+5} < \left(\dfrac{7}{5}\right)^{2x-2}$

$x^2 - 6x + 5 < 2x - 2$

$x^2 - 8x + 7 < 0$



Ç. K = (1, 7)

Tam sayıların toplamı = 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20 dir. Cevap: A

9. $(2^x - 8).(x^2 - x - 2) < 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -1) \cup (2, 3)$

B) $(-\infty, -1) \cup (3, 4)$

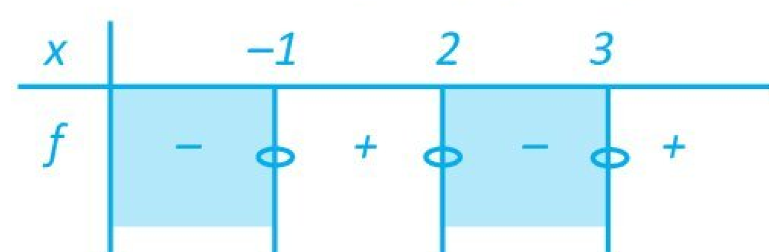
C) $(-\infty, 0) \cup (1, 5)$

D) $(-\infty, 0) \cup (2, 4)$

E) $(-\infty, -2) \cup (0, 3)$

$2^x - 8 = 0 \Rightarrow 2^x = 8 \Rightarrow x = 3$ olur.

$x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2).(x+1) = 0 \Rightarrow x = 2$ ve $x = -1$ olur.



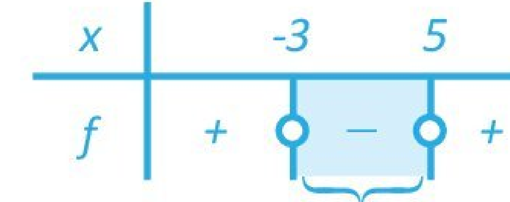
Ç.K = $(-\infty, -1) \cup (2, 3)$ bulunur. Cevap: A

10. **İki katının 15 fazlası, kendisinin karesinden büyük olan kaç farklı tam sayı vardır?**

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

$2x + 15 > x^2 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 < 0$

$(x-5)(x+3) < 0$



Ç.K = (–3, 5)'tir.

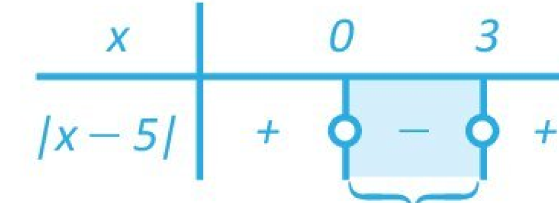
Bu aralıkta 7 farklı tam sayı vardır. Cevap: B

11. $|x-5|^2 - 3|x-5| < 0$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

$|x-5|\,(|x-5| - 3) < 0$



$0 < |x-5| < 3$

$-3 < x - 5 < 3$

$2 < x < 8$

{3, 4, ~~5~~, 6, 7}

Toplamı = 20 Cevap: E

12. $(2x-5)(25-4x^2) > 0$

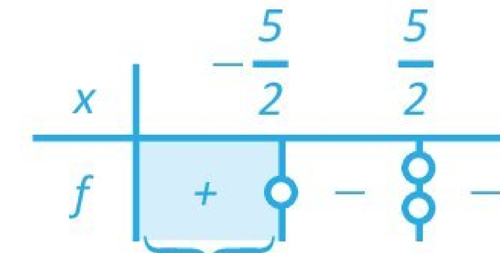
eşitsizliğinin gerçel sayılarda çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(-\infty, -\dfrac{5}{2}\right)$ B) $\left(-\infty, \dfrac{5}{2}\right)$ C) $\left(-\dfrac{5}{2}, \dfrac{5}{2}\right)$

D) $\left(-\dfrac{5}{2}, \infty\right)$ E) $\left(\dfrac{5}{2}, \infty\right)$

$(2x-5)(5-2x)(5+2x) > 0$

$-(2x+5)(2x-5)^2 > 0$



Ç.K = $\left(-\infty, -\dfrac{5}{2}\right)$ Cevap: A

1. E 2. A 3. D 4. A 5. E 6. D 7. E 8. A 9. A 10. B 11. E 12. A

1. $x^2 - (a + 5)x + 5a \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan 4 farklı x tam sayısı vardır.

Buna göre, a' nın alabileği farklı değerlerin çarpımı kaçtır?

A)10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

$(x - 5)(x - a) \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan 4 farklı değer olması için $a_1 = 8$ ve $a_2 = 2$ olabilir.

Sonuç : 2 . 8 = 16 *Cevap: D*

2. f(x) fonksiyonu gerçek sayılarda tanımlı daima azalan bir fonksiyondur.

$f(a^2 - 2a + 2) > f(-a^2 + 3a - 1)$

eşitsizliğini sağlayan a nın değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ B) $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ C) $\left(1, \frac{3}{2}\right)$

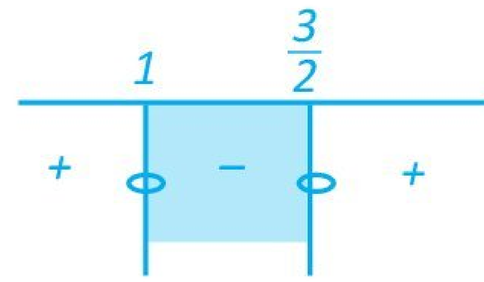
D) $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ E) $\left(2, \frac{5}{2}\right)$

$a^2 - 2a + 2 < -a^2 + 3a - 1$

$2a^2 - 5a + 3 < 0$

$(2a - 3)(a - 1) < 0$

$a \in \left(1, \frac{3}{2}\right)$



Cevap: C

3. $(x - 2)^2 - 2 \cdot |x - 2| < 8$

eşitsizliğini sağlayan farklı x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

$(x - 2)^2 = |x - 2|^2$ olacağından

$|x - 2|^2 - 2 \cdot |x - 2| - 8 < 0$

$|x - 2|^2 - 2 \cdot |x - 2| - 8 < 0$

$-4 \quad 2$

$(|x - 2| - 4).(|x - 2| + 2) < 0$

$|x - 2| + 2 > 0$ olacağından

$|x - 2| - 4 < 0 \Rightarrow |x - 2| < 4$

$-4 < x - 2 < 4 \Rightarrow -2 < x < 6$ olur.

x tam sayılarının toplamı

$-1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 14$ bulunur. *Cevap: D*

4. $f: \mathbb{Z} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$

f(x) = "x in 1 fazlasının çarpmaya göre tersi"

$g: \mathbb{Z} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$

g(x) = "x in çarpmaya göre tersinin 1 eksiği"

şeklinde tanımlanan y = f(x) ve y = g(x) fonksiyonları için

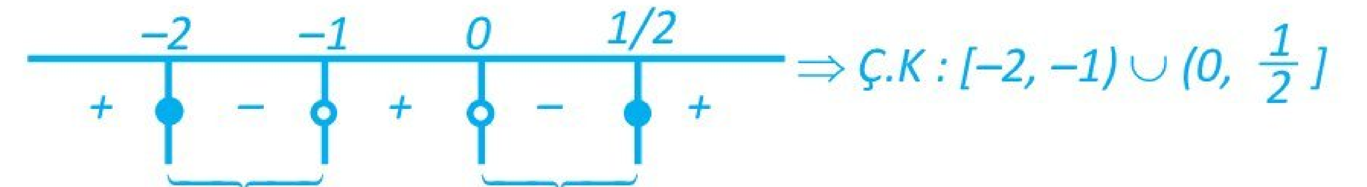
$3 \cdot f(x) \leq 2 \cdot g(x)$

eşitsizliğinin çözüm kümesinde kaç farklı tam sayı vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 8

$\frac{3}{x+1} \leq \frac{2-2x}{x} \Rightarrow \frac{3x-(2-2x^2)}{x(x+1)} \leq 0$

$\frac{2x^2+3x-2}{x(x+1)} \leq 0 \Rightarrow \frac{(2x-1)(x+2)}{x(x+1)} \leq 0$



$\Rightarrow$ Ç.K : $[-2, -1) \cup (0, \frac{1}{2}]$

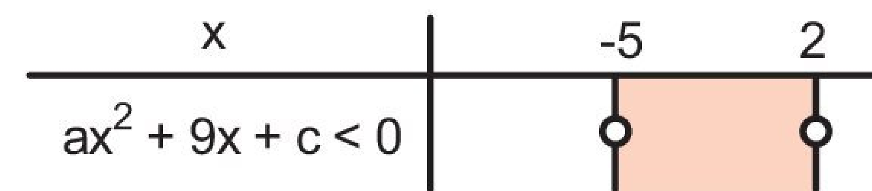
aralığında tam sayı olarak sadece {–2} vardır. Ç.K 1 elemanlıdır.

Cevap B

5. a ve c gerçel sayılar olmak üzere,

$ax^2 + 9x + c < 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulmak için aşağıdaki tablo yapılarak çözüm kümesi (–5, 2) olarak buluyor.



Buna göre, $x^2 - (2a + 1)x + c \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesinde kaç farklı tam sayı vardır?

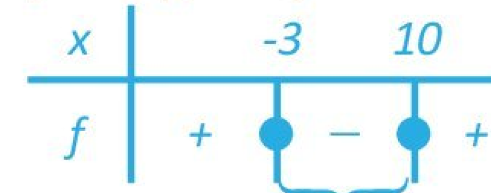
A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11

Kökler toplamı = $2 - 5 = -\frac{9}{a} \Rightarrow$ $\boxed{a = 3}$

Kökler çarpımı= $2 \cdot (-5) = \frac{c}{3} \Rightarrow$ $\boxed{c = -30}$

$x^2 - 7x - 30 \leq 0$

$(x - 10)(x + 3) \leq 0$



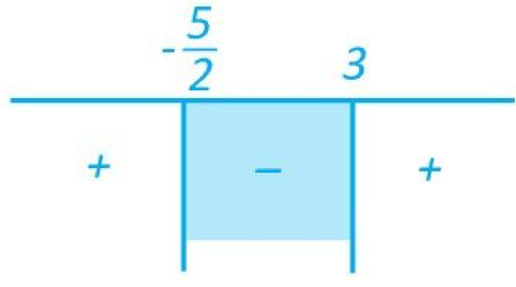
Ç.K = [–3, 10] olmak üzere 14 tane tam sayı vardır. *Cevap: B*

6. Kenar uzunlukları birer tam sayı olan bir dikdörtgenin kenarlarının birinin uzunluğu diğerinin uzunluğunun 2 katından 1 eksiktir.

Dikdörtgenin alanı 15 birim kareden küçük olduğuna göre, dikdörtgenin çevresi en çok kaç birimdir?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

$x(2x-1) < 15 \Rightarrow 2x^2 - x - 15 < 0 \Rightarrow (2x+5)(x-3) < 0$



$0 < x < 3$ olur. Çünkü uzunluk negatif olamaz. $x = 2$ için $2x - 1 = 3$ olur.

Ç = 10 birimidir. *Cevap C*

7. ABCD paralelkenar,

$|AB| = x + 3$ cm

$|AD| = x - 2$ cm

$m(\widehat{BAD}) = 30^\circ$

x bir tam sayıdır.

Yukarıdaki şekilde verilen paralelkenarın alanı 12 cm^2 den küçük olduğuna göre, bölgenin alanının alabileceği değerlerin toplamı kaç cm^2 olur?

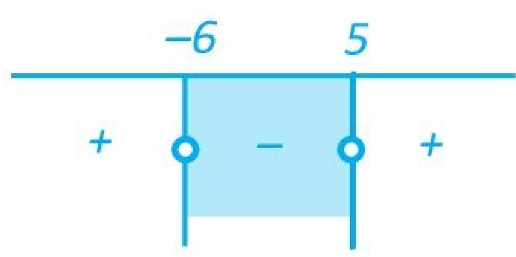
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Alan = $(x-2)(x+3)\frac{1}{2} < 12$

$x^2 + x - 6 < 24$

$x^2 + x - 30 < 0$

$(x+6)(x-5) < 0$



$|AD| = x - 2 > 0$ yani $x > 2$ olduğu için

Çözüm Kümesi $-6 < x < 5$ değil $2 < x < 5$ olur.

$x = 3 \vee x = 4$ olur.

$x = 4$ için $A = 2 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} = 7\ cm^2$

$x = 3$ için $A = 1 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 3\ cm^2$

$7\ cm^2 + 3\ cm^2 = 10\ cm^2$ *Cevap A*

8. $f(x) = \sqrt{\dfrac{2}{2-x} + \dfrac{1}{x-5}}$

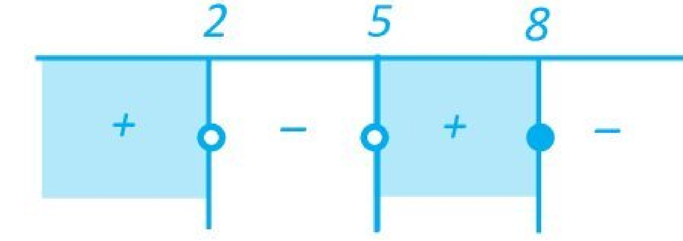
fonksiyonunun en geniş tanım aralığındaki pozitif x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

$\frac{2}{2-x} + \frac{1}{x-5} \geqslant 0$

$\frac{2x-10+2-x}{(2-x)(x-5)} \geqslant 0$

$\frac{x-8}{(2-x)(x-5)} \geqslant 0$

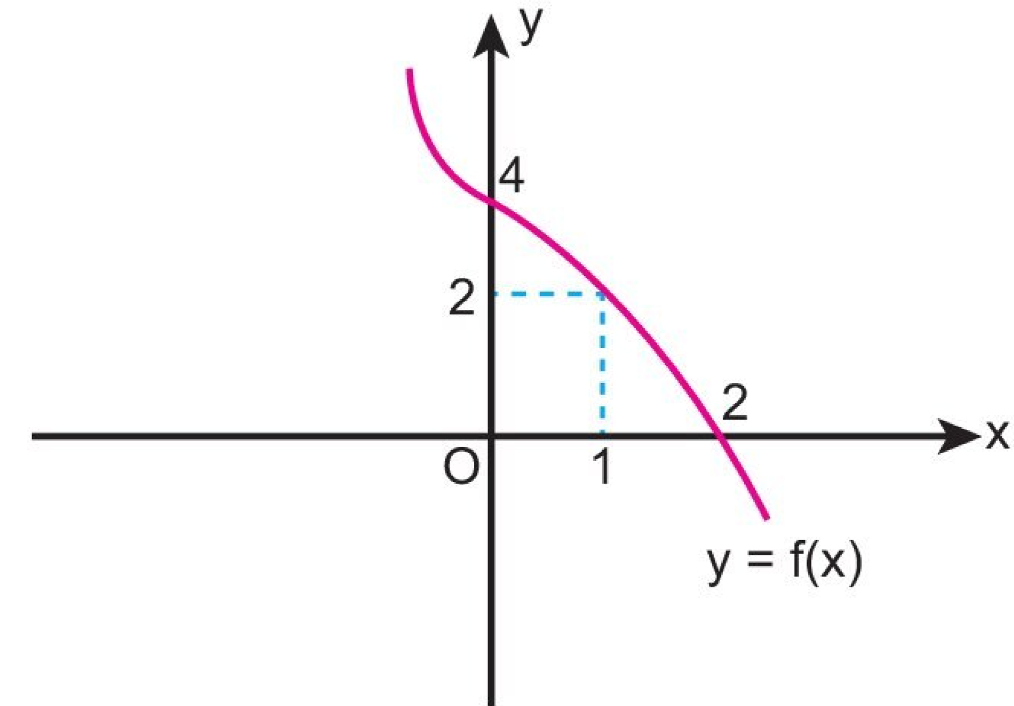


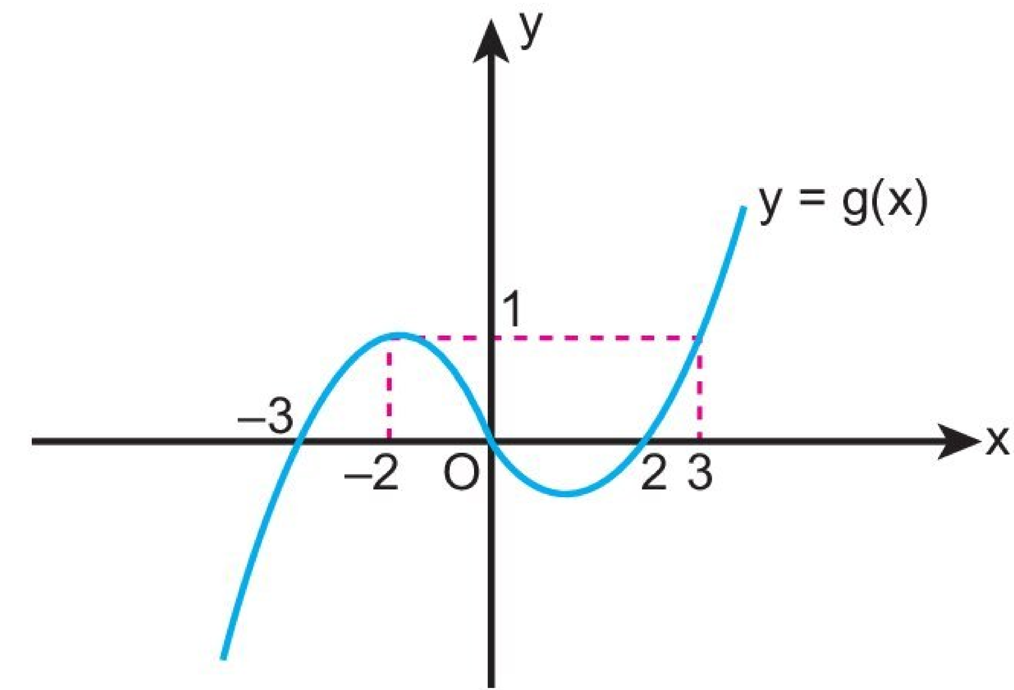
Ç. K = $(-\infty, 2) \cup (5, 8]$

Toplamı : 1 + 6 + 7 + 8 = 22

Cevap E

9.





Yukarıda verilen y = f(x) ve y = g(x) fonksiyonlarının grafiklerine göre

$(fog)(x) > 2$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–2, 0) B) (–3, –2)

C) (–∞, 3) – {–2} D) (0, 2)

E) (–2, 3) – {0}

$x < 1$ için $f(x) > 2$ dir.

$g(x) < 1$ için $f(g(x)) > 2$ dir.

$g(x) < 1$ eşitsizliğinin çözüm kümesi $(-\infty, 3) - \{-2\}$ dir.

Cevap C

1.D 2.C 3.D 4.B 5.B 6.C 7.A 8.E 9.C

İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİKLER VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ

$a \neq 0$ olmak üzere,
$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde
$\Delta = b^2 - 4ac < 0$ ise denklemin gerçel kökü yoktur.
Bu durumda
$ax^2 + bx + c$ üç terimlisinin işaret tablosunda kök yoktur ve işaret $(-\infty, \infty)$ aralığında a'nın işareti ile aynıdır.

x	
$ax^2 + bx + c$	a'nın işareti ile aynı

Örnek 1

	Üç terimli	Diskriminant	İşaret tablosu
I.	$x^2 + x + 1$	$\Delta < 0$	$x^2 + x + 1$: +
II.	$-x^2 - 4$	$\Delta < 0$	$-x^2 - 4$: −
III.	$-x^2 + 9$	$\Delta < 0$	$-x^2 + 9$: −

Yukarıda verilen üç terimlilerin hangilerinin diskriminant ve işaret tablosu doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

I ve II doğrudur.
III yanlıştır. $\Delta > 0$

x		-3		3	
$-x^2 + 9$	−		+		−

olmalıydı. *Cevap: D*

> $ax^2 + bx + c$ tarzındaki ifadelerin diskriminantı sıfırdan küçük ise işaret tablosuna dahil edilmez fakat başkatsayıların çarpımı alınırken a sayısı ile çarpılır.

Örnek 2

$(x^2 - 9)(x^2 + 2x + k) \leq 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi [–3, 3] olduğuna göre, k'nın en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -4)$ B) $(-\infty, 0)$ C) $(-1, 1)$ D) $(2, 4)$ E) $(1, \infty)$

$x^2 - 9 \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm aralığı [–3, 3] tür.

x		-3		3	
$x^2 - 9$	+		−		+

$x^2 + 2x + k$ ifadesinin kökü olmamalıdır. $\Delta < 0$ dır.
$\Delta = 4 - 4(1)(k) < 0$
$4 < 4k$
$1 < k$ *Cevap: E*

Örnek 3

$$\frac{3x^2 + mx + n}{4x^2 + 3x + 2} \leq 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi $\left[-1, \frac{1}{3}\right]$ olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$4x^2 + 3x + 2$ ifadesi daima pozitiftir. Çünkü $\Delta < 0$
Öyleyse $3x^2 + mx + n \leq 0$ eşitsizliğinin Ç.K = $\left[-1, \frac{1}{3}\right]$ tür.
$x = -1$ için, $3 - m + n = 0$
$x = \frac{1}{3}$ için, $\frac{1}{3} + \frac{m}{3} + n = 0$ (−)
$\frac{8}{3} - \frac{4m}{3} = 0 \Rightarrow m = 2 \Rightarrow n = -1$ $m + n = 1$ *Cevap: B*

Örnek 4

a ve b birer tam sayı ve a < 0 < b olmak üzere

$$\frac{x^2 - (a+b)x + a \cdot b}{-x^2 + x - 5} \geq 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesinde 7 tane tam sayı olduğuna göre, a + b toplamı <u>en az</u> kaçtır?

A) 0 B) –1 C) –2 D) –3 E) –4

$-x^2 + x - 5$ ifadesi için $\Delta < 0$ dır.
her $x \in \mathbb{R}$ için $-x^2 + x - 5 < 0$ olur.
Öyleyse $(x - a)(x - b) \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesinde 7 tane tam sayı vardır.

x		a		b	
f	−		+		−

Ç.K = [a, b]
a = –5 ve b = 1 alınırsa a + b = –4 olur.
Cevap: E

Örnek 5

$|2x - 6| = 2x - 6$
$|3x - 18| = 18 - 3x$
denklem sisteminin çözüm kümesi ile
$(x^2 + 1) \cdot (2 + mx) \cdot (12 - 2x) \leq 0$
eşitsizliğinin çözüm kümesi aynı olduğuna göre, m gerçek sayısının değeri kaçtır?

A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) $-\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

I. $2x - 6 \geq 0$ $3x - 18 \leq 0$
$x \geq 3$ $x \leq 6$
$3 \leq x \leq 6$
II. $x^2 + 1$ daima pozitiftir.
$12 - 2x = 0$, $x_2 = 6$ } $2 + mx = 0$ olmalıdır. $x_1 = -\frac{2}{m} = 3$ olmalıdır.
$m = -\frac{2}{3}$ olur.

$\left(-\frac{2}{3}x + 2\right)(-2x + 12) \leq 0$

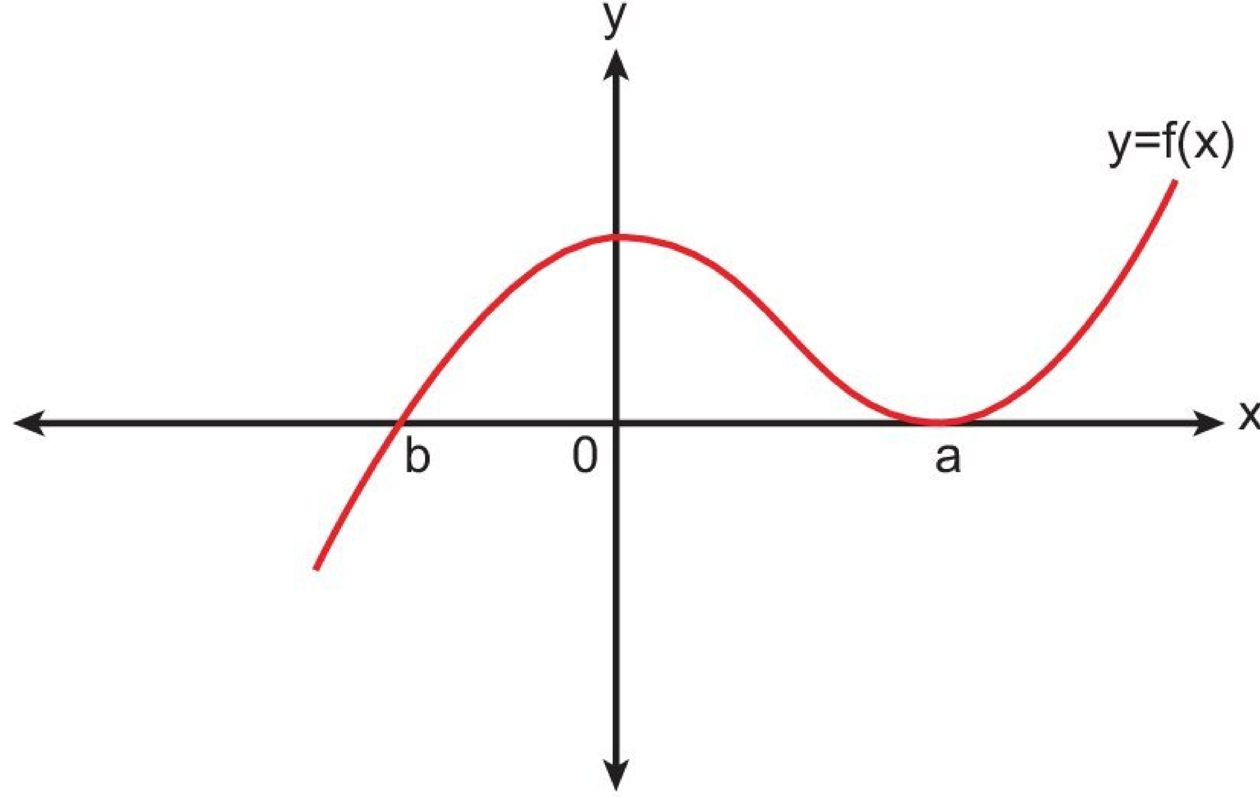
x		3		6	
f	+		−		+

Cevap: C



I. Grafik Üzerinde Eşitsizlik

- Bir fonksiyonun x eksenini kestiği noktalar o fonksiyonun kökleridir.



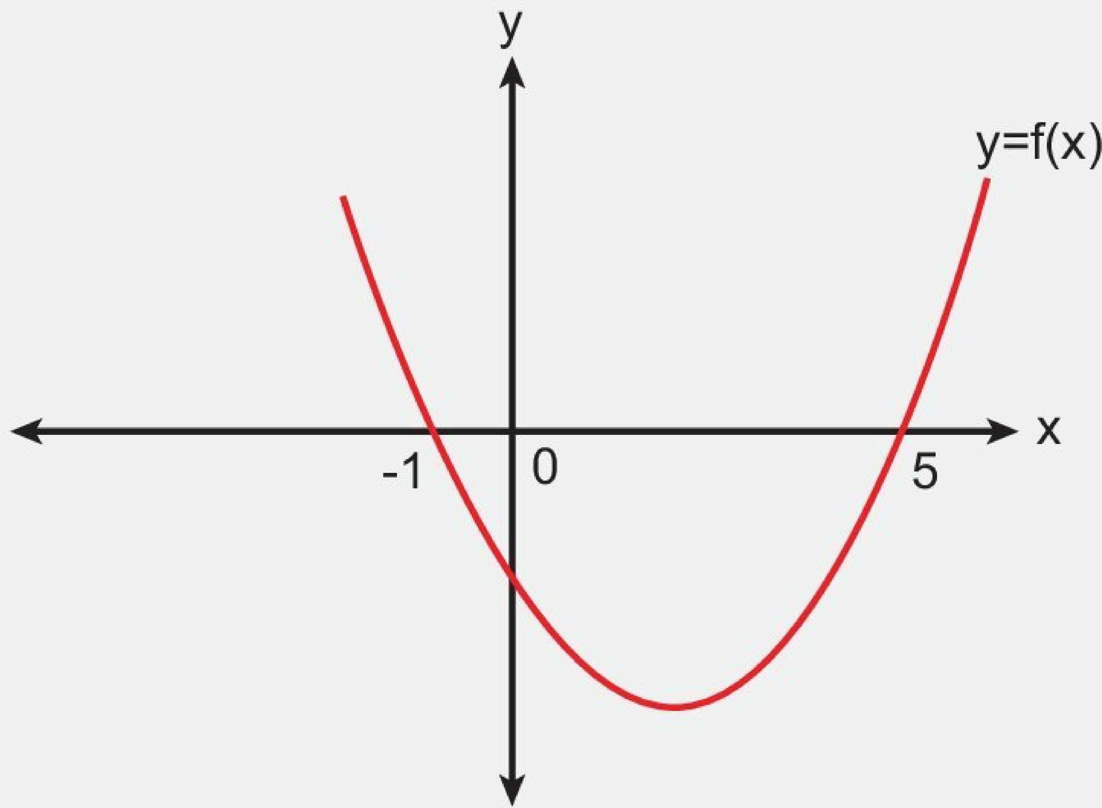
a ⟶ Çift katlı kök (x eksenine teğet)

b ⟶ Tek katlı kök

Fonksiyonun x ekseninin altında kalan bölgeleri negatif, x ekseninin üstünde kalan bölgeleri pozitiftir.

- x ekseni +∞'a giderken grafik y ekseninde +∞'a gidiyorsa polinom tipindeki fonksiyonun başkatsayısı pozitiftir.
- Diğer durumda polinom tipindeki fonksiyonun başkatsayısı negatiftir.

Örnek 6



Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\frac{(x-m)f(x)}{x-n} \leq 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesine uygun tablo aşağıda verilmiştir.

x		-1		2		5		8	
$\frac{(x-m)\cdot f(x)}{x-n}$	+	●	–	●	+	●	–	○	+

Buna göre,

I. m = 2 dir.

II. n = 8 dir.

III. Çözüm kümesindeki tam sayıların toplamı 20 dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

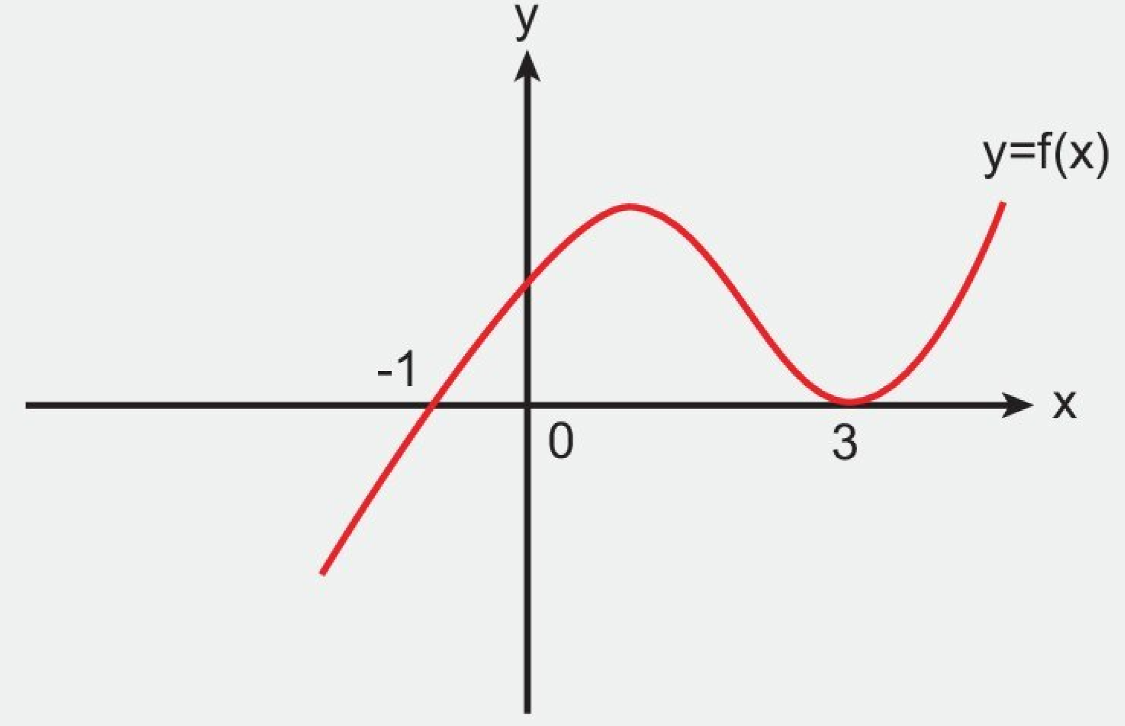
A) I, II ve III B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) Yalnız I

Hepsi doğrudur. *Ç.K = [–1, 2] ∪ [5, 8]*

(–1) + (0) + 1 + 2 + 5 + 6 + 7 = 20

Cevap: A

Örnek 7



Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, x · f(x) ≤ 0 eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–∞, –1] B) [–1, 3] C) [–1, 0] D) [–1, 0] ∪ {3} E) [–1, 3] – {0}

x		-1		0		3	
x · f(x)	+	●	–	●	+	●	+

Ç.K = [–1, 0] ∪ {3} *Cevap: D*

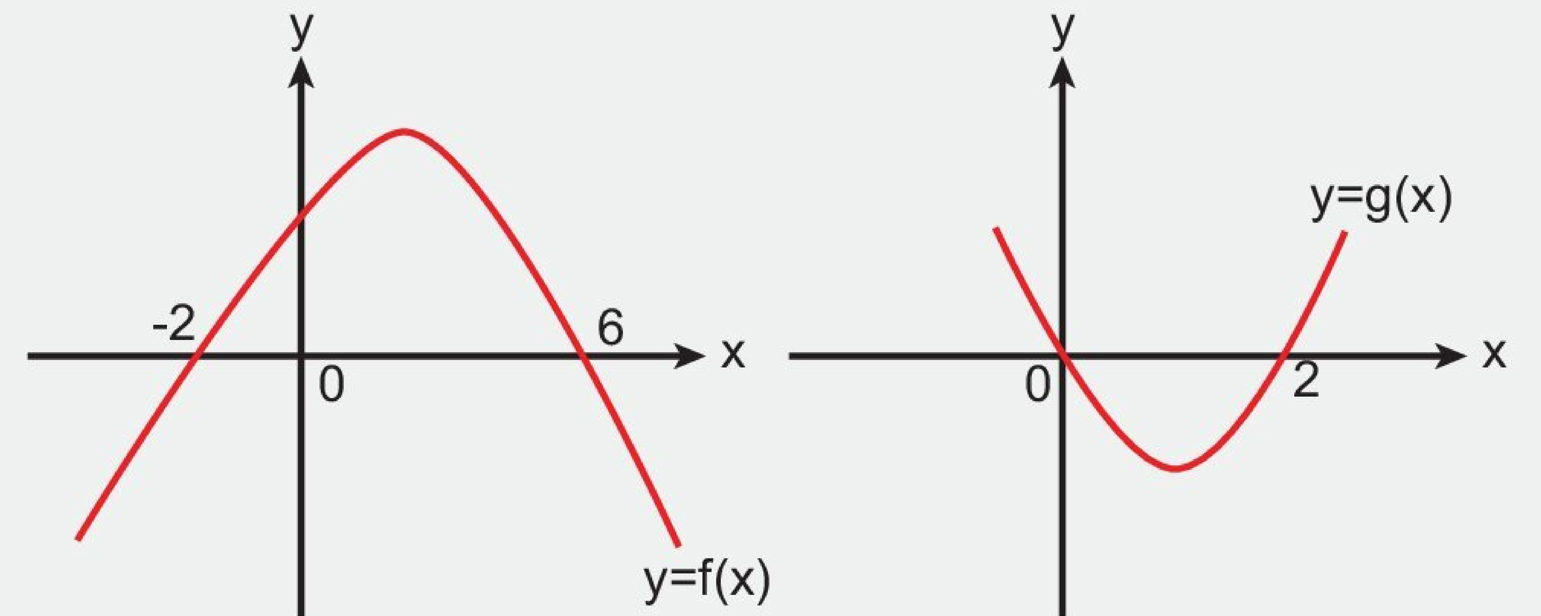
Örnek 8

f(x) = 0 denkleminin kökleri a ve b olmak üzere

f(2x) = 0 denkleminin kökleri $\frac{a}{2}$ ve $\frac{b}{2}$ dir.

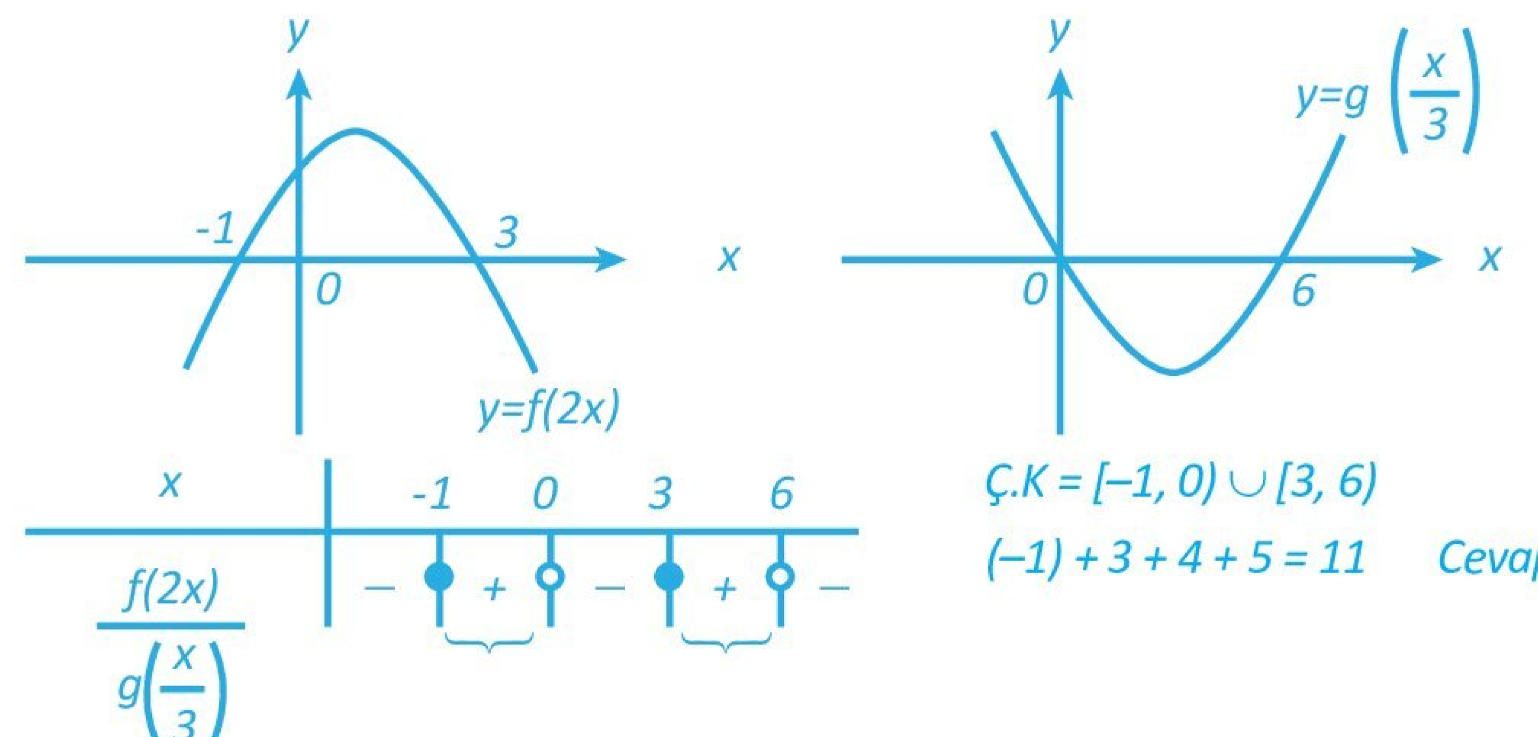
$f\left(\frac{x}{3}\right) = 0$ denkleminin kökleri 3a ve 3b dir.

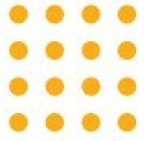
Dik koordinat düzleminde f(x) ve g(x) fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $\frac{f(2x)}{g\left(\frac{x}{3}\right)} \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesindeki tam sayıların toplamı kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11





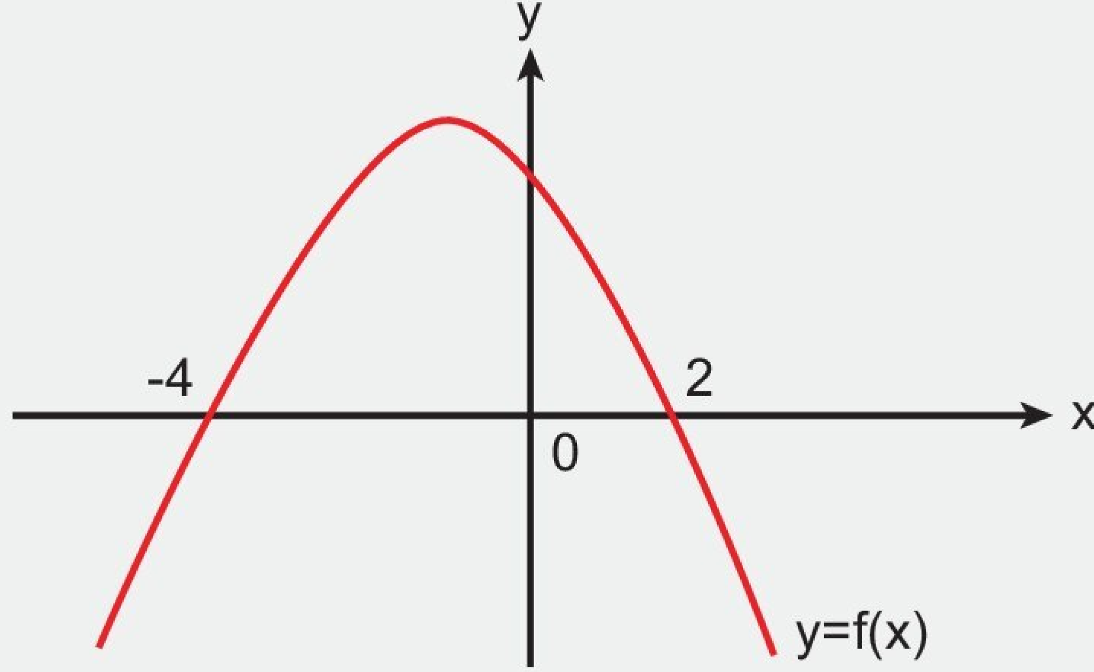
Örnek 9

a < b olmak üzere,

f(x) = 0 denkleminin kökleri a ve b iken,

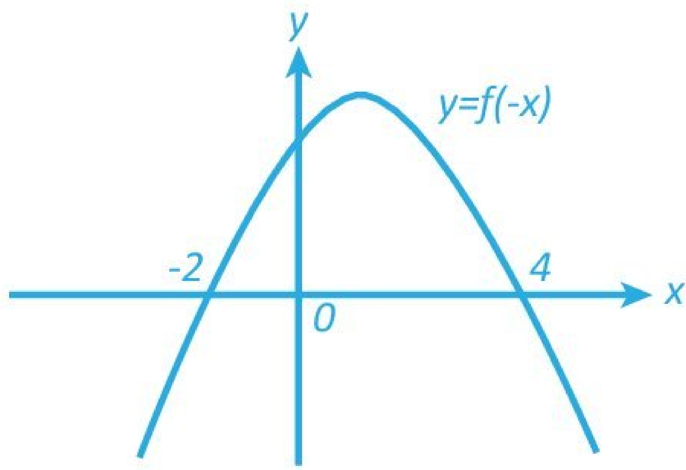
f(–x) = 0 denkleminin kökleri – b ve –a dır.

Aşağıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

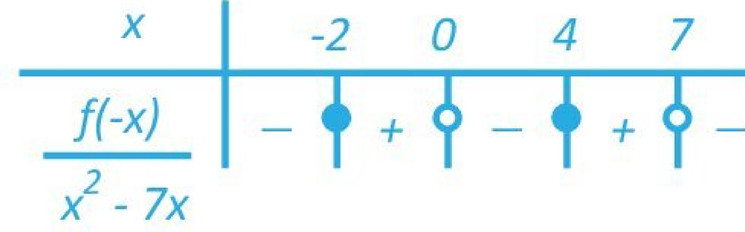


Buna göre, $\dfrac{f(-x)}{x^2-7x} \geq 0$ çözüm kümesindeki tam sayıların toplamı kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14



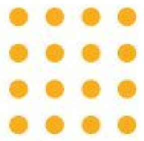
f(–x) in kökleri –2 ve 4 başkatsayısı negatiftir.



Ç.K= [–2, 0) ∪ [4,7)

$-2+(-1)+4+5+6=12$

Cevap: C



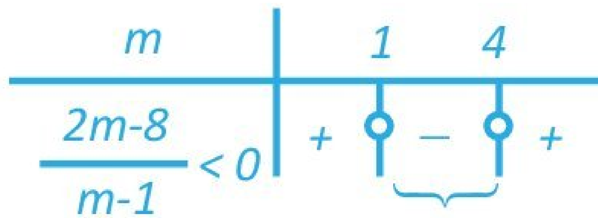
Örnek 10

$(m-1)x^2 + x + (2m-8) = 0$

denkleminin biri pozitif diğeri negatif olmak üzere iki gerçel kökü olduğuna göre, m'nin alabileceği farklı tam sayı değerlerinin çarpımı kaçtır?

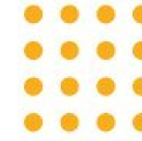
A) 2 B) 6 C) 12 D) 20 E) 30

$x_1 < 0 < x_2 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 < 0 \Rightarrow \dfrac{2m-8}{m-1} < 0$



$1 < m < 4 \Rightarrow 2 \cdot 3 = 6$

Cevap: B



Örnek 11

$x^2 + ax + a - 3 = 0$

denkleminin gerçek kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} \geq 1$

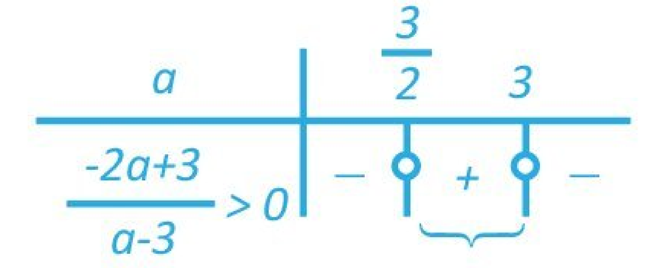
olduğuna göre, a'nın alabileceği tam sayı değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$\dfrac{x_1+x_2}{x_1x_2} - \dfrac{x_1x_2}{x_1x_2} > 0$

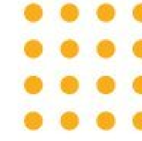
$\dfrac{-a-(a-3)}{a-3} > 0$

$\dfrac{-2a+3}{a-3} > 0$



a = 2 olabilir.

Cevap: B



Örnek 12

$x^2 + (a+2)x + a - 4 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$(x_1)^2 + (x_2)^2 < 15$

olduğuna göre, a'nın alabileceği farklı tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 1 B) 0 C) –1 D) –2 E) –3

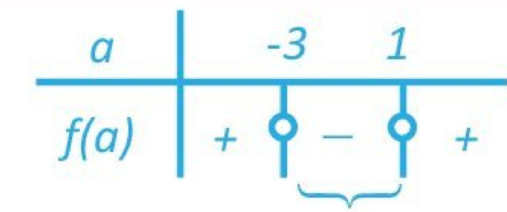
$x_1 + x_2 = -(a+2)$ ve $x_1x_2 = a-4$

$(x_1+x_2)^2 - 2(x_1x_2) < 15$

$a^2 + 4a + 4 - 2a + 8 < 15$

$a^2 + 2a - 3 < 0$

$(a+3)(a-1) < 0$



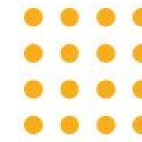
$a \in (-3, 1) \Rightarrow -2 + (-1) + 0 = -3$

Cevap: E

II. Eşitsizlik Sistemi

İki ya da daha çok eşitsizliğin oluşturduğu sisteme eşitsizlik sistemi denir.

Eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi oluşturulan ortak çözüm tablosunda eşitsizliklerin her birini sağlayan noktalar kümesidir.



Örnek 13

$x^2 - 8x < 0$

$\dfrac{-1}{x-4} \leq 0$

eşitsizlik sistemini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$x(x-8) < 0$ ve $\dfrac{-1}{x-4} \leq 0$

x		0		4		8	
$x^2 - 8x < 0$	+	○	–		–	○	+
$\dfrac{-1}{x-4} \leq 0$	+		+	○	–		–
Eşitsizlik Sistemi							

Ç.K = (4, 8)

Tam sayılar 5, 6, 7 olmak üzere 3 tanedir.

Cevap: C

Örnek 14

$x^2 - 5x - 14 < 0$

$\frac{4}{x} < 1$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-2, 0) \cup (4,7)$ B) $(-2,0) \cup (5,14)$ C) $(-2,4) \cup (7,14)$

D) $(5, 7)$ E) $-2, 5)$

$(x-7)(x+2) < 0$, $\frac{4}{x} - \frac{x}{x} < 0 \Rightarrow \frac{4-x}{x} < 0$

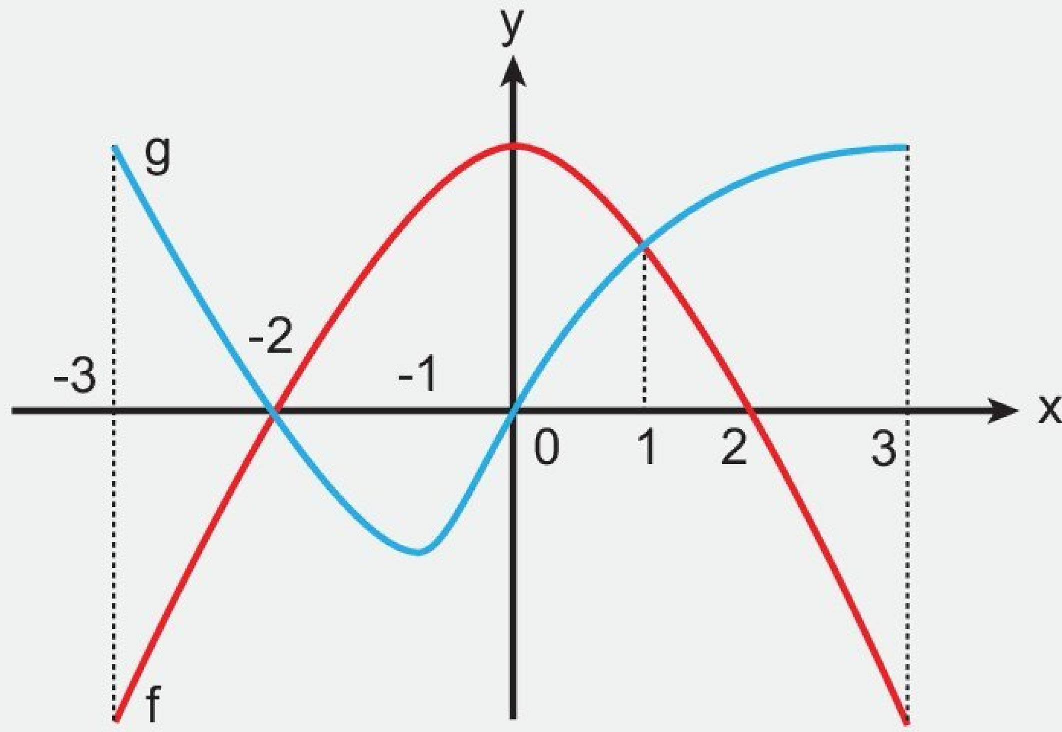
x		-2		0		4		7	
$x^2 - 5x - 14 < 0$	+	○	–		–		–	○	+
$\frac{4-x}{x} < 0$	–		–	○	+	○	–		–

Kırmızı renk ile boyalı bölgeler çözüm kümesidir.

Ç.K = $(-2, 0) \cup (4, 7)$ *Cevap: A*

Örnek 15

Aşağıda tanım kümesi [–3, 3] olan f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre,

$f(x) \geq g(x)$

$f(x) \cdot g(x) > 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-2, 0]$ B) $[-2, 1)$ C) $(0, 2]$

D) $[-2, 2)$ E) $(0, 1]$

$f(x) \geq g(x)$ için Ç.K= $[-2, 1]$

$f(x) \cdot g(x) > 0$ için Ç.K = $(0, 2)$

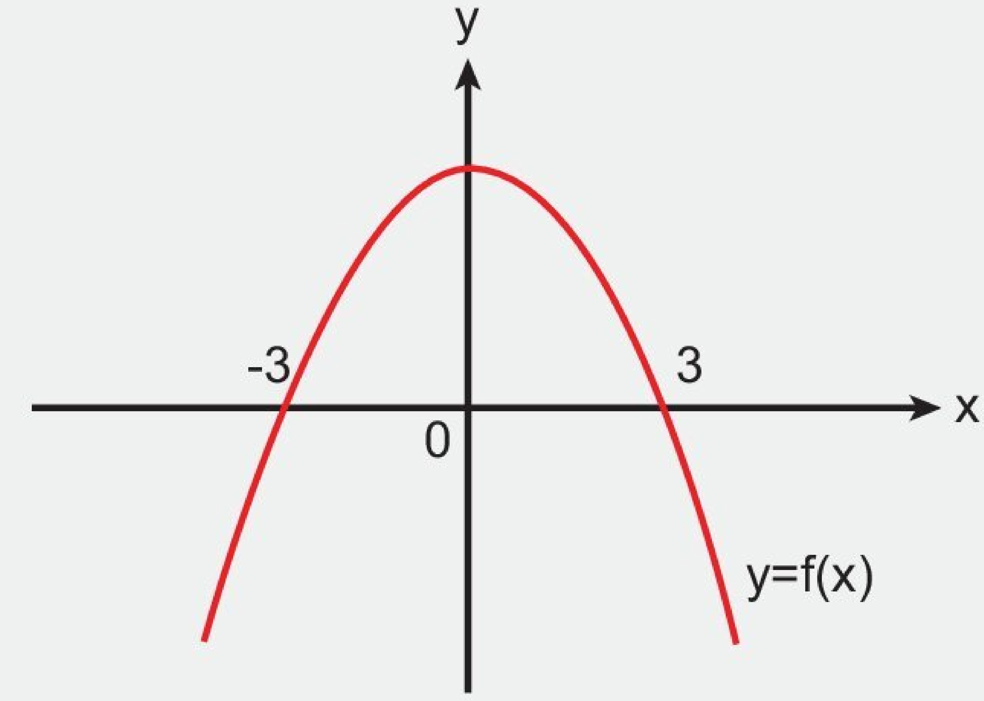
Eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi $(0, 1]$ *Cevap: E*

Örnek Cevapları

1. D	2. E	3. B	4. E	5. C	6. A	7. D	8. E	9. C	10. B
11. B	12. E	13. C	14. A	15. E	16. B	17.D			

Örnek 16

Aşağıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

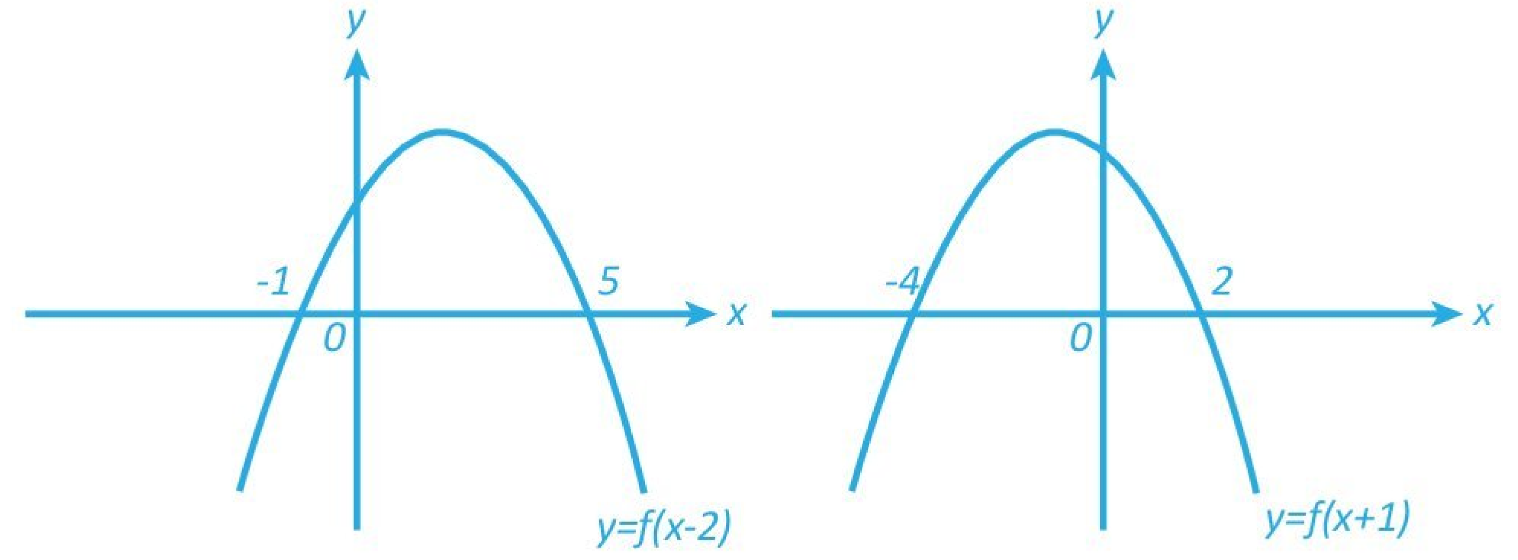
$f(x-2) \leq 0$

$f(x+1) \geq 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-4, 2)$ B) $[-4, -1]$ C) $[-1, 2]$

D) $[-1, 5]$ E) $[2, 5]$



x		-4		-1		2		5	
f(x - 2)	–		–	●	+		+	●	–
f(x + 1)	–	●	+		+	●	–		–

Kırmızı renk ile boyalı bölge eşitsizlik sisteminin çözüm kümesidir.

Ç.K = $[-4, -1]$ *Cevap: B*

Örnek 17

m, n, k ve r gerçel sayılar olmak üzere,

I. $x^2 + mx + n > 0$

II. $kx^2 + x + r > 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulmak için aşağıdaki tablo yapılarak çözüm kümesi $(-6, -4) \cup (2, 7)$ olarak bulunuyor.

x		-6		-4		2		7	
I				○		○			
II		○						○	
Ortak çözüm kümesi									

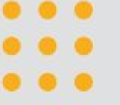
Buna göre, $\frac{r + 2k}{m - n}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

I. Kök Toplamı = $-4 + 2 = -2$, m = 2 Kök çarpımı = $-8 = n$

II. Kök Toplamı = $7 - 6 = 1 = -\frac{1}{k}$, k = – 1 Kök çarpımı = $\frac{r}{-1} = -42$ r = 42

$m - n = 10$ $r + 2k = 40$ $\frac{r + 2k}{m - n} = \frac{40}{10} = 4$ *Cevap: D*

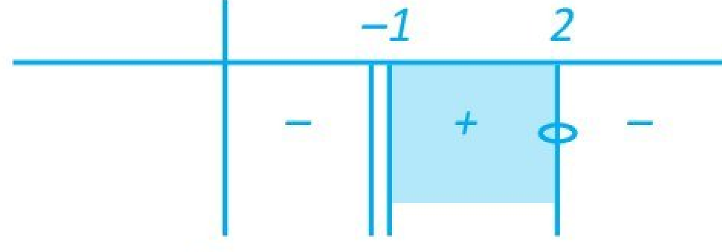


1. $\dfrac{8-x^3}{(x+1).(x^2+5)} \leq 0$

eşitsizliğini sağlamayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$8-x^3=0 \Rightarrow x=2$, $x+1=0 \Rightarrow x=-1$, $x^2+5=0 \Rightarrow x^2=-5$ reel kök yok



$\dfrac{8-x^3}{(x+1).(x^2+5)} = \dfrac{-}{+.+} = \ominus$ sistemin işareti

Ç.K = $(-\infty, -1) \cup [2, \infty)$ olur.

Eşitsizliği sağlamayan değerler $[-1, 2)$ aralığındadır. Bu aralıktaki tam sayılar –1, 0, 1 olmak üzere 3 tanedir. *Cevap C*

2. $\dfrac{(x^2+x+5).(x^2-2x-8)}{x^2+1} > 0$

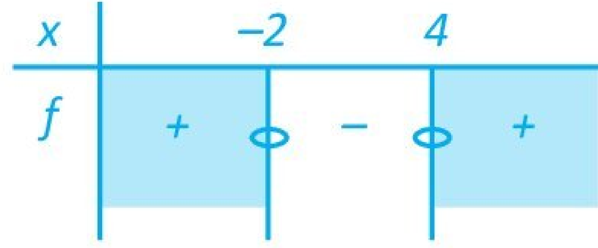
eşitsizliğini sağlayan farklı x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) –12 B) –7 C) –2 D) 3 E) 5

$x^2+x+5=0$, $\Delta<0$, reel kök yok

$x^2-2x-8=0$, $(x-4).(x+2)=0$, $x=4$ ve $x=-2$ köklerdir.

$x^2+1=0$, $\Delta<0$, reel kök yok



$\dfrac{(x^2+x+5).(x^2-2x-8)}{x^2+1} = \dfrac{+.+}{+} = \oplus$ sistemin işareti

Ç.K = $(-\infty, -2) \cup (4, \infty)$ bulunur. x tam sayılarının toplamı

$\ldots -6-5-4-3+5+6+\ldots = -4-3 = -7$ bulunur.

Cevap B

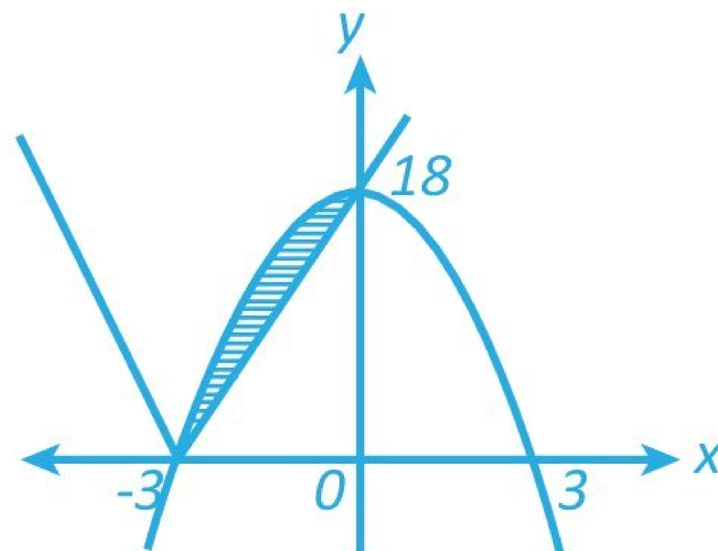
3. $f(x) = 18 - 2x^2$ ve $h(x) = |6x + 18|$ fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, kaç farklı x tam sayı değeri için

$f(x) \geq y \geq h(x)$

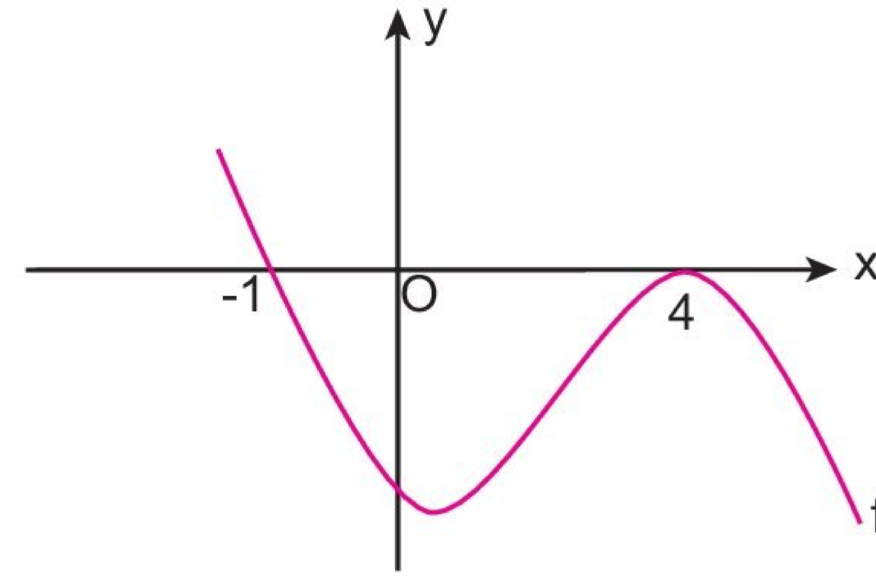
eşitsizlik sistemi sağlanır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



$-3 \leq x \leq 0$ için $f(x) \geq y \geq h(x)$ olur. 4 farklı x tam sayı değeri vardır. *Cevap: D*

4.

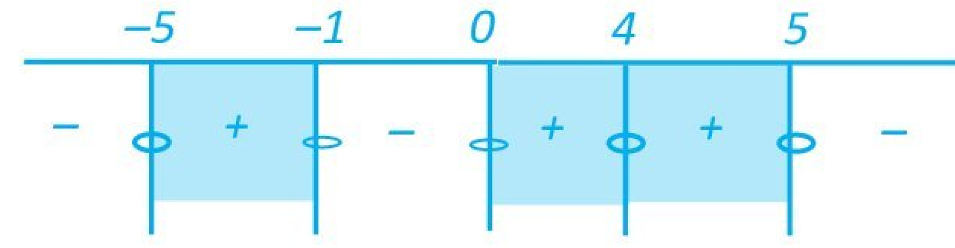


Şekilde f (x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\dfrac{f(x)}{x^3-25x} > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesindeki farklı x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 1 B) 0 C) –1 D) –2 E) –3

$x^3-25x = (x-5)(x)(x+5)$

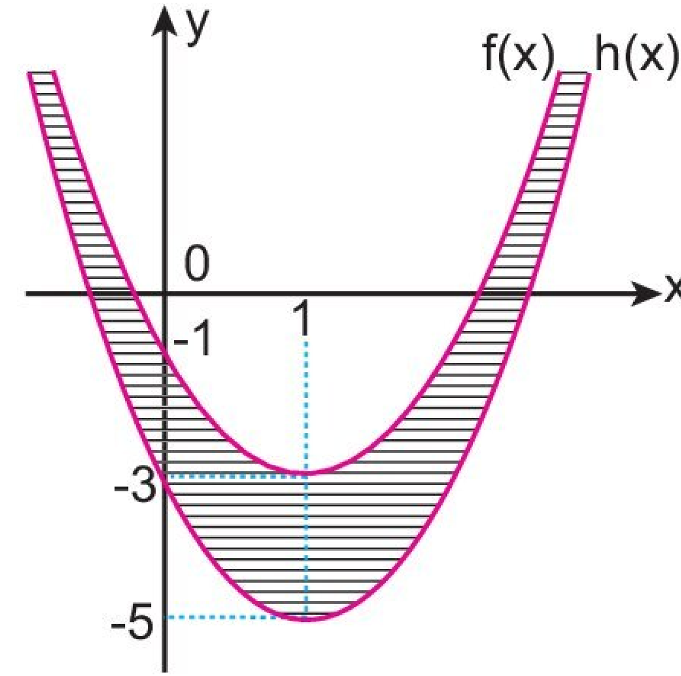


Ç.K = $(-5, -1) \cup (0, 4) \cup (4, 5)$ veya

Ç.K = $(-5, -1) \cup (0, 5) - \{4\}$

Sonuç: $-4-3-2+1+2+3=-3$ *Cevap E*

5.



Şekildeki tepe noktaları ve düşey ekseni kestiği noktaları verilen parabollerin arasında kalan taralı bölgeyi ifade eden eşitsizlik sistemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x^2 - 4x - 1 \geq y \geq 2x^2 - 4x - 3$

B) $2x^2 - 4x + 1 \geq y \geq 2x^2 - 4x - 3$

C) $x^2 - 4x - 3 \geq y \geq x^2 - 4x - 5$

D) $x^2 - 4x + 1 \geq y \geq x^2 - 4x - 3$

E) $x^2 - 4x - 1 \geq x^2 - 4x - 5$

$f(x) = a(x-1)^2 - 3$, $N(0, -1)$ için $a = 2$ dir.

$f(x) = 2(x-1)^2 - 3 = 2x^2 - 4x - 1$

$h(x) = a(x-1)^2 - 5$, $N(0, -3)$ için $a = 2$ dir.

$h(x) = 2(x-1)^2 - 5 = 2x^2 - 4x - 3$

Taralı bölge :

$y \leq 2x^2 - 4x - 1$
$y \geq 2x^2 - 4x - 3$
} eşitsizlik sistemi ile ifade edilir. *Cevap: A*

6. $16 - x^2 < 0$

$x^2 - 8x + 15 > 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–4, 3) B) (–∞, –4) ∪ (5, ∞) C) (–4, 3) ∪ (4, 5)

D) (3, 4) E) (–4, 5)

$16 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \mp 4$ köklerdir.

$x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow (x-3).(x-5) = 0 \Rightarrow x = 3$ ve $x = 5$ köklerdir.

		–4		3		4		5	
$16 - x^2$	–	o	+		+	o	–		–
$x^2 - 8x + 15$	+		+	o	–		–	o	+

Ç.K = (–∞, –4) ∪ (5, ∞) bulunur. *Cevap B*

7. $\frac{3}{x} < \frac{x}{3}$

$x^2 + 5x < 7x + 8$

eşitsizlik sistemini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$\frac{3}{x} < \frac{x}{3} \Rightarrow \frac{3}{x} - \frac{x}{3} < 0 \Rightarrow \frac{9-x^2}{3x} < 0$ olur. $9 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \mp 3$

$3x = 0 \Rightarrow x = 0$ köklerdir.

$x^2 + 5x < 7x + 8 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 < 0$ olur.

$(x-4)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 4$ ve $x = -2$ köklerdir.

		–3		–2		0		3		4	
$\frac{9-x^2}{3x}$	+	o	–		–	‖	+	o	–		–
$x^2 - 2x - 8$	+		+	o	–		–		–	o	+

Ç.K = (–2, 0) ∪ (3, 4) bulunur. Eşitsizliği sağlayan –1 tam sayısı vardır.

Cevap A

8. $\frac{(x-1).(4-x)}{x} < 0$

$\frac{x-2}{7-x} \geq 0$

eşitsizlik sistemini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 11 B) 14 C) 18 D) 21 E) 30

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$, $4 - x = 0 \Rightarrow x = 4$ ve $x = 0$ köklerdir.

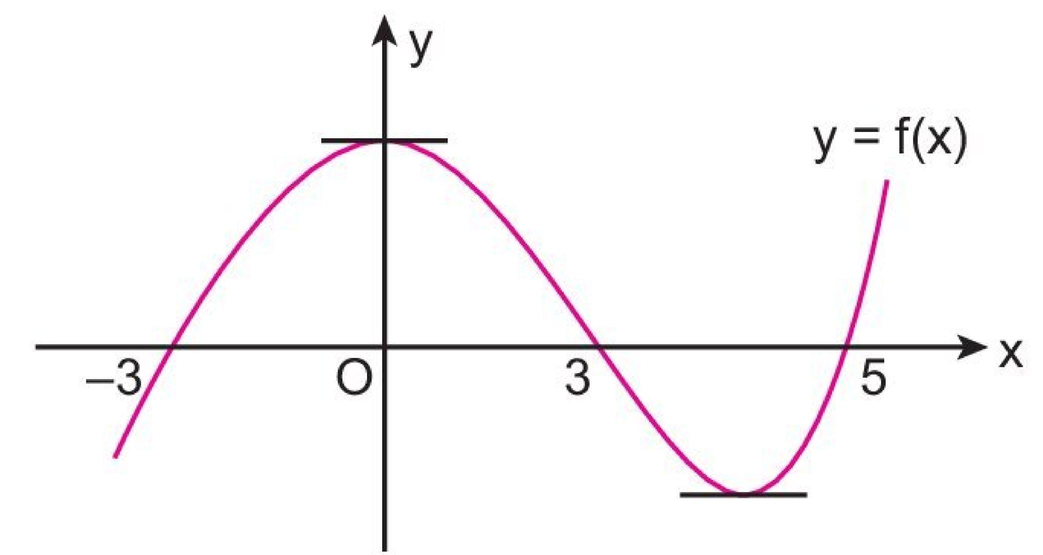
$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ ve $7 - x = 0 \Rightarrow x = 7$ köklerdir.

		0		1		2		4		7	
$\frac{(x-1)(4-x)}{x}$	+	‖	–	o	+		+	o	–		–
$\frac{x-2}{7-x}$	–		–		–	o	+		+	‖	–

Ç.K = (4, 7) bulunur. Eşitsizliği sağlayan tam sayıların toplamı

5 + 6 = 11 bulunur. *Cevap A*

9.



Şekilde y = f(x) fonksiyonun grafiği verilmiştir.

Buna göre, x . f(x) ≤ 0 eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) –3 B) –1 C) 2 D) 5 E) 6

		–3		0		3		5	
f(x)	–	o	+		+	o	–	o	+
x	–		–	o	+		+		+
x . f(x)	+		–		+		–		+

Ç.K. = [–3, 0] ∪ [3, 5] bulunur. x tam sayılarının toplamı

–3 –2 –1 + 0 + 3 + 4 + 5 = 6 olur.

Cevap E

1.C 2.B 3.D 4.E 5.A 6.B 7.A 8.A 9.E

1. $f(x) = \dfrac{4x^3 + 1}{x^2 + 2mx + 12}$

fonksiyonu her x gerçel sayısı için tanımlıdır.

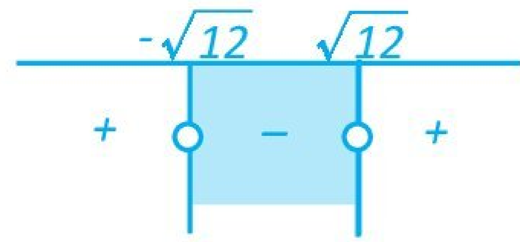
Buna göre, m'nin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$\Delta = 4m^2 - 4 . 1 . 12 < 0$

$m^2 - 12 < 0$

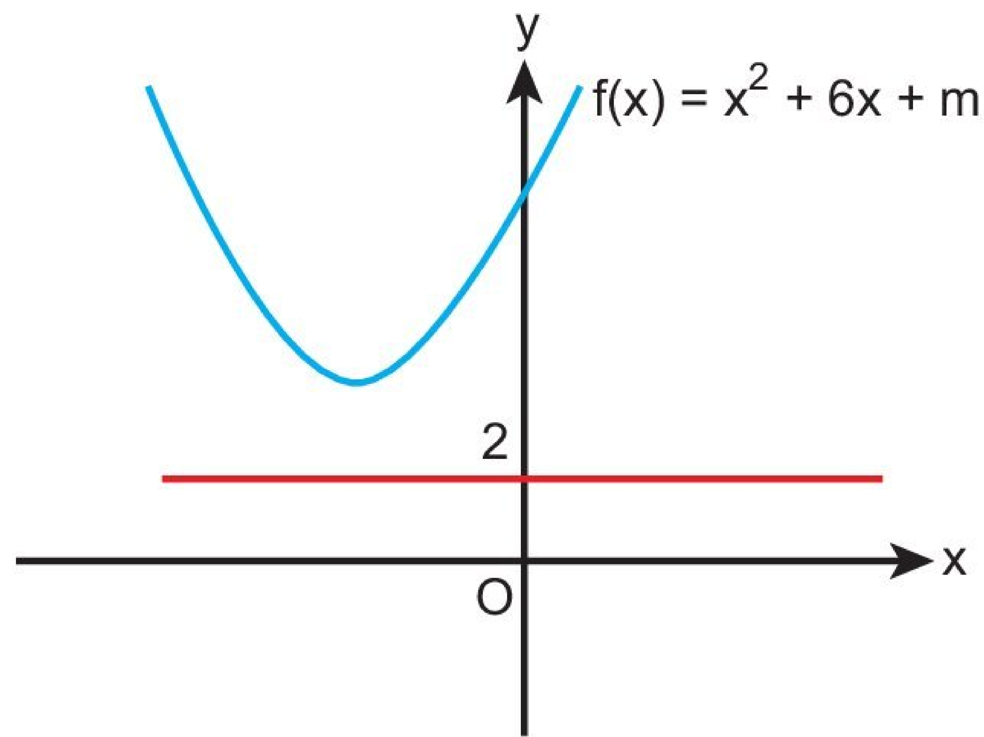
$(m - \sqrt{12})(m + \sqrt{12}) < 0$



m tam sayıları = {–3, – 2, – 1, 0, 1, 2, 3 } olmak üzere 7 tanedir.

Cevap E

2.



Şekilde grafiği verilen $f(x) = x^2 + 6x + m$ fonksiyonu daima y = 2 doğrusunun üstündedir.

Buna göre, m tam sayısının değeri en az kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

$x^2 + 6x + m > 2$

$x^2 + 6x + m - 2 > 0$

$\Delta = 36 - 4(m - 2) < 0$

$9 < m - 2$

$11 < m$

m tam sayısı en az 12

Cevap D

3.

$$\begin{array}{r|l} A & 6x-14 \\ -\;2x^2-10x & x \end{array}$$

x tam sayı olmak üzere, şekilde pozitif tam sayılarda tanımlı bölme işlemi verilmiştir.

Buna göre, A nın alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

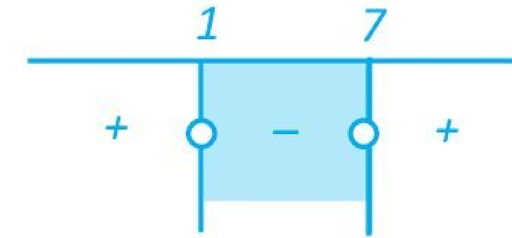
A) 224 B) 234 C) 244 D) 254 E) 264

1. $6x - 14 > 0$

$x > \frac{7}{3}$

2. $2x^2 - 10x > 0$

$2x(x - 5) \geqslant 0$



3. $2x^2 - 10x < 6x - 14$

$2x^2 - 16x + 14 < 0$

$(x^2 - 8x + 7) < 0$

1 7

+ – +

$x = 5$ için $A = 5 . 16 = 80$

$x = 6$ için $A = 6 . 22 + 12 = 144$

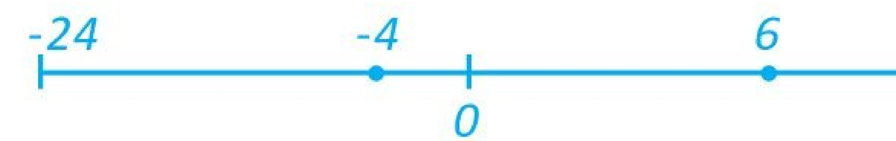
Sonuç : 80 + 144 = 224

Cevap A

4. Gerçel sayı ekseninde

"–4 noktasına olan uzaklığının yarısı 6 noktasına olan uzaklığının üçte birinden küçük" olan kaç farklı tam sayı vardır?

A) 5 B) 11 C) 17 D) 23 E) 29



$\dfrac{|x+4|}{2} < \dfrac{|x-6|}{3}$

$9(x + 4)^2 < 4(x - 6)^2$

$9(x^2 + 8x + 16) < 4(x^2 - 12x + 36)$

$9x^2 + 72x < 4x^2 - 48x$

$5x^2 + 120x < 0$

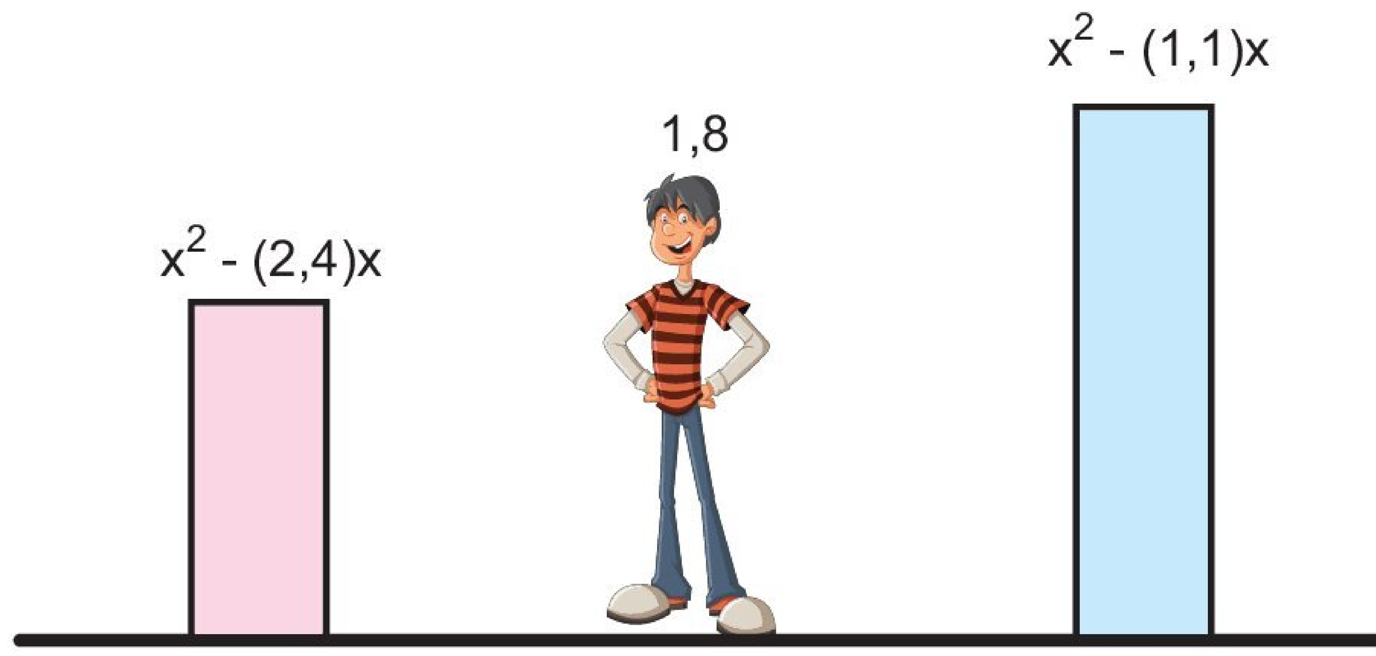
$5x(x + 24) < 0$



Ç.K = (–24, 0) olmak üzere 23 tane tam sayı vardır.

Cevap: D

5.



Halı yıkama fabrikasında çalışan 1,8 metre boyundaki Temel taşıyacağı halı rulolarıyla birlikte düz bir zeminde görülmektedir.

Temel'in boyu yükseklikleri metre türünden verilen halı rulolarından birinden uzun diğerinden kısadır.

Buna göre, x'in alabileceği en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (2, 3) B) $\left(-\frac{9}{10}, -\frac{3}{5}\right)$ C) $\left(-\frac{9}{10}, 3\right)$

D) $\left(-\frac{3}{5}, 2\right)$ E) $\left(-\frac{9}{10}, 2\right)$

$x^2 - 2,4x < 1,8$ *$x^2 - 1,1x > 1,8$*

$x^2 - 2,4x - 1,8 < 0$ *$x^2 - 1,1x - 1,8 > 0$*

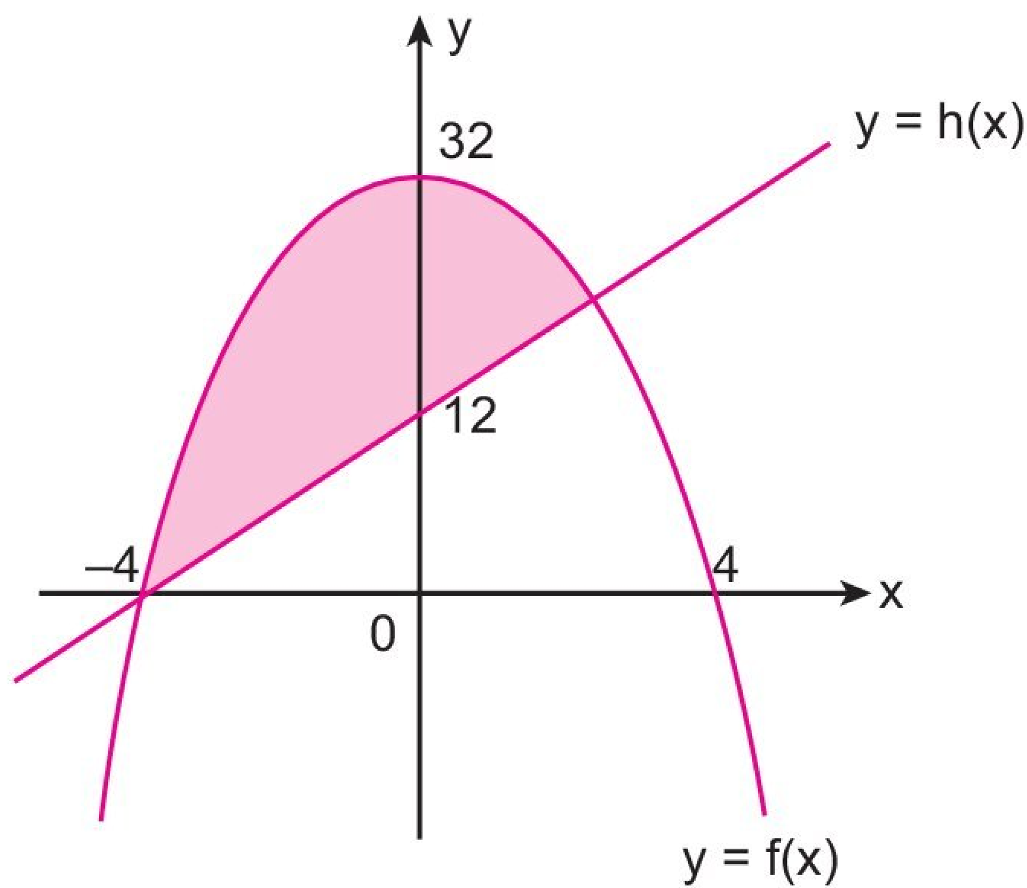
$(x-3)(x+0,6) < 0$ *$(x-2)(x+0,9) > 0$*

x		-0,6		3	
f	+		–		+

x		-0,9		2	
g	+		–		+

Eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi: (2,3)   *Cevap: A*

6.



Şekilde y = f(x) parabolü ile y = h(x) doğrusunun grafiği arasında kalan bölge boyanmıştır.

Buna göre, boyalı bölgeyi ifade eden eşitsizlik sistemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4x + 12 \le y \le 32 - x^2$

B) $4x + 12 \le y \le 32 - 2x^2$

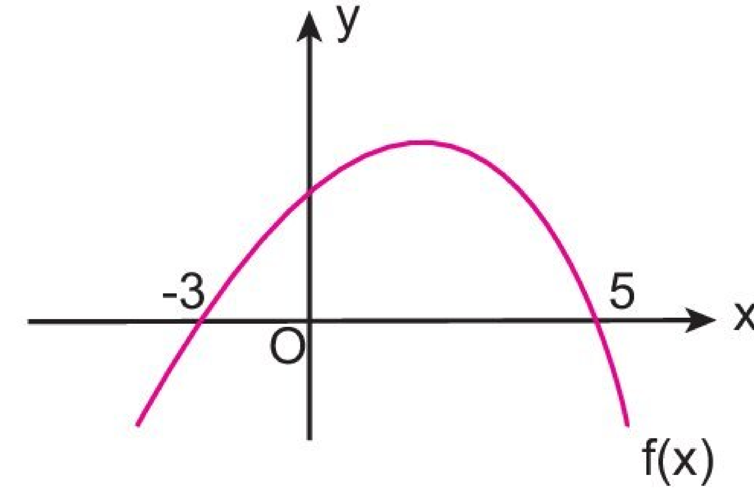
C) $3x + 12 \le y \le 32 - 2x^2$

D) $3x + 12 \le y \le 32 - 4x^2$

E) $2x + 12 \le y \le 32 - 4x^2$

$h(x) = 3x + 12$, $f(x) = 32 - 2x^2$ *Cevap: C*

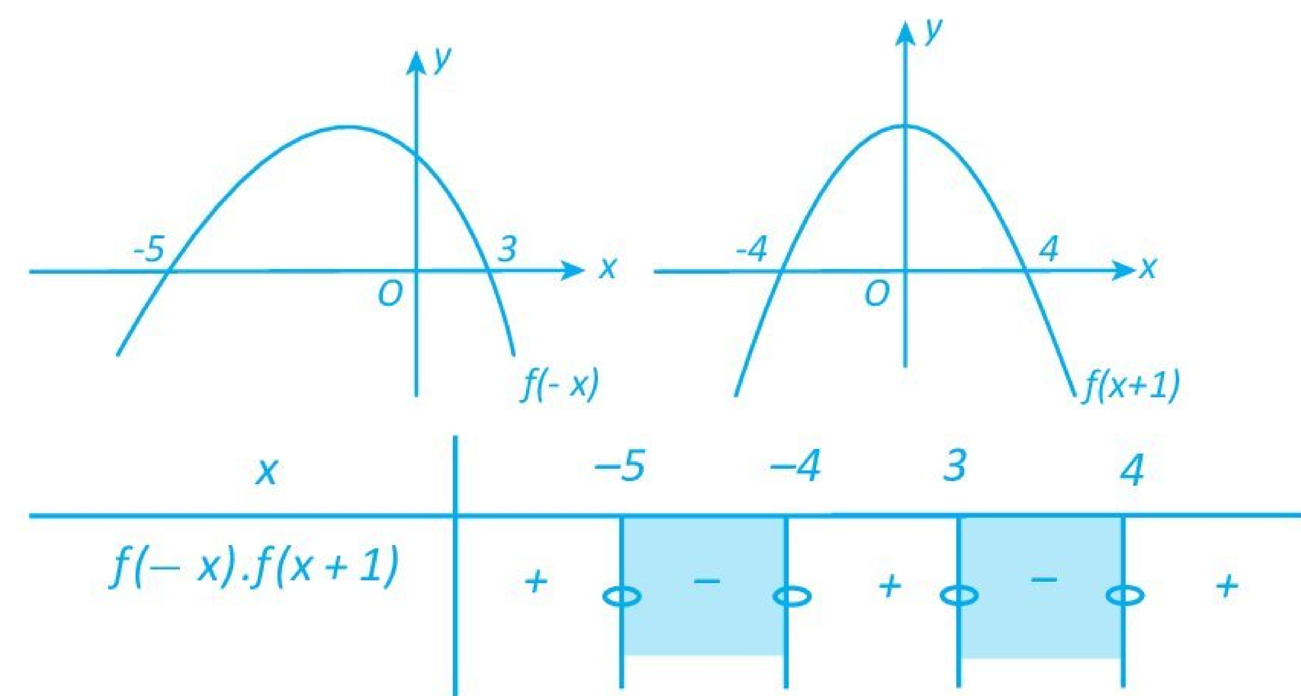
7.



Şekilde f (x) parabolünün grafiği verilmiştir.

Buna göre, f (–x) . f (x + 1) ≤ 0 eşitsizliğinin çözüm kümesindeki farklı x tam sayılarının toplamı kaçtır?

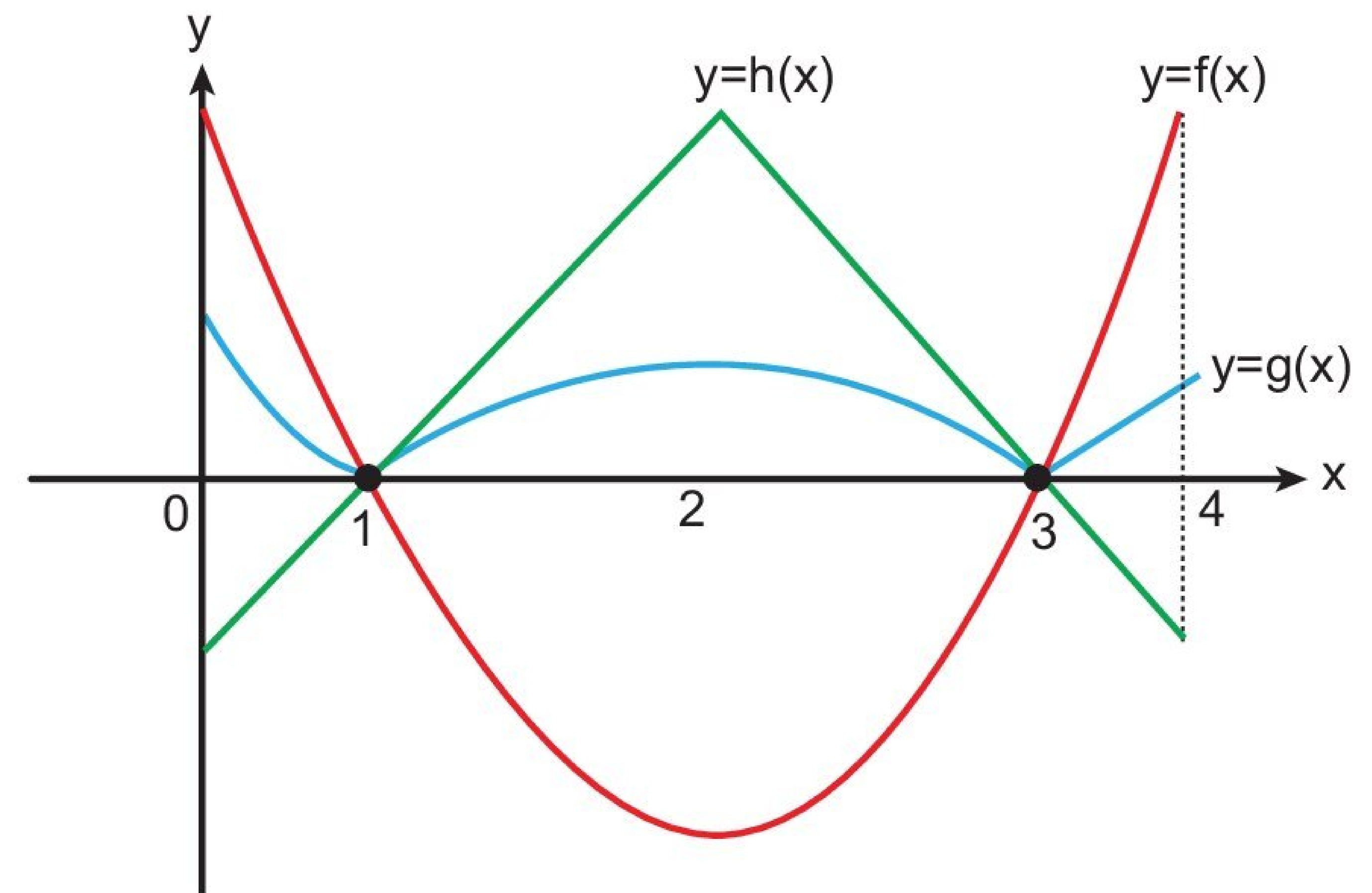
A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2



Ç.K = [–5, –4] ∪ [3, 4]

Sonuç: –5 – 4 + 3 + 4 = –2   *Cevap: A*

8. Dik koordinat düzleminde tanım kümeleri [0, 4] olan f, g ve h fonksiyonlarının grafikleri şekilde verilmiştir.



Buna göre,

$g(x) \cdot h(x) \le 0$

$f(x) \cdot g(x) \ge 0$

eşitiszlik sisteminin çözüm kümesindeki tam sayıların toplamı kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$g(x) \cdot h(x) \le 0$



$f(x) \cdot g(x) \le 0$



Sistemin çözüm kümesi: [3, 4] ∪ {1}

3 + 4 + 1 = 8   *Cevap:C*

1.E 2.D 3.A 4.D 5.A 6.C 7.A 8.C



KOŞULLU OLASILIK

E örnek uzayının iki olayı A ve B olmak üzere, B olayının gerçekleşmiş olması durumunda (gerçekleştiği bilindiğine göre) A olayının gerçekleşme olasılığına A olayının B olayına bağlı koşullu olasılığı denir ve P(A | B) ile gösterilir.

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Örnek 1

24 kişilik bir sınıftaki erkek ve kız öğrencilerin gözlük kullanma durumuna ait olan tablo aşağıda verilmiştir.

	Gözlüklü	Gözlüksüz
ERKEK	2	6
KIZ	5	11

Buna göre, bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin,

I. Gözlüklü olduğu bilindiğine göre, erkek öğrenci olma olasılığı $\frac{2}{7}$ dir.

II. Gözlüksüz olduğu bilindiğine göre, kız öğrenci olma olasılığı $\frac{11}{17}$ dir.

III. Erkek öğrenci olduğu bilindiğine göre, gözlüklü olma olasılığı %20 dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

I ve II doğrudur.

III. yanlıştır. Çünkü $\frac{2}{8} = \frac{25}{100}$ yani %25 tir.

Cevap: D

Örnek 2

Bir turist kafilesinde 4 Japon, 3 Çinli ve 2 Güney Koreli turist vardır.

Bu kişiler arasından aynı anda rastgele 2 kişi seçiliyor.

Seçilen kişilerin farklı milletlerden olduğu bilindiğine göre, seçilenler arasında Çinli <u>olmama</u> olasılığı kaçtır?

A) $\frac{5}{26}$ B) $\frac{3}{13}$ C) $\frac{7}{26}$ D) $\frac{4}{13}$ E) $\frac{9}{26}$

$$\frac{(J,G)}{(J,G)+(J,Ç)+(G,Ç)} = \frac{4 \cdot 2}{4 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 2 \cdot 3} = \frac{8}{8+12+6} = \frac{8}{26} = \frac{4}{13}$$

Cevap: D

Örnek 3

P(A ∪ B) = P(A) + P(B) – P(A ∩ B) dir.

A ve B aynı örnek uzayın iki olayıdır.

$P(A) = \frac{2}{3}$

$P(B) = \frac{3}{4}$

$P(A \cup B) = \frac{5}{6}$

olduğuna göre, A olayının B olayına bağlı koşullu olasılığı (B bilindiğine göre, A'nın olma olasılığı) kaçtır?

A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{7}{9}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{9}{10}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\frac{5}{6} = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - P(A \cap B)$

$P(A \cap B) = \frac{8+9-10}{12} = \frac{7}{12}$

$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{7}{12}}{\frac{9}{12}} = \frac{7}{9}$

Cevap: C

Örnek 4

Bir sınıftaki öğrencilerin

- %50'si voleybol
- %40'ı basketbol

oynamaktadır. Bu öğrencilerin %25'i bu oyunlardan hiçbirini oynamamaktadır. Buna göre, bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin

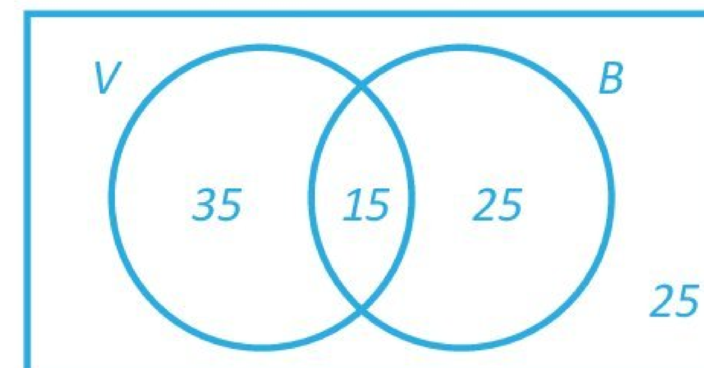
I. Voleybol oynadığı bilindiğine göre, aynı zamanda basketbol oynama olasılığı $\frac{3}{10}$ dur.

II. Voleybol veya basketbol oynadığı bilindiğine göre, her iki oyunu da oynama olasılığı $\frac{1}{5}$ tir.

III. Basketbol oynamadığı bilindiğine göre, voleybol oynama olasılığı $\frac{5}{12}$ dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) I, II ve III B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) Yalnız I

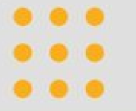


I. Doğru $\frac{15}{50} = \frac{3}{10}$

II. Doğru $\frac{15}{75} = \frac{1}{5}$

III. Yanlış $\frac{35}{60} = \frac{7}{12}$

Cevap: B



Örnek 5

Bir santranç turnuvasında bir okulu temsil etmek üzere seçilen aday öğrencilerin sayısı aşağıdaki tabloda verilmiştir.

SINIF	12–A	12–B	12–C	12–D
Öğrenci sayısı	4	1	2	3

Bu öğrenciler arasından rastgele seçilen iki öğrenci bu okulu temsil edecektir. Seçilen öğrencilerin her ikisinin de aynı şubedeki öğrenciler olduğu bilindiğine göre, bu öğrencilerin 12–A sınıfından seçilmiş olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{5}$

$$\frac{\binom{4}{2}}{\binom{4}{2}+\binom{2}{2}+\binom{3}{2}} = \frac{6}{6+1+3} = \frac{3}{5}$$

Cevap: E

Örnek 6

A = {1, 3, 5, 6, 7, 8}

kümesindeki rakamlar arasından birbirinden farklı rastgele iki tanesi seçiliyor.

Seçilen rakamların çarpımının çift sayı olduğu bilindiğine göre, bu rakamların toplamının tek sayı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{8}{9}$ B) $\frac{7}{9}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{4}{9}$

Bütün durumlar: $\frac{(Ç, T)}{(Ç, T) + (Ç, Ç)} = \frac{\binom{2}{1}\binom{4}{1}}{\binom{2}{1}\binom{4}{1}+\binom{2}{2}} = \frac{8}{9}$

Cevap: A

Örnek 7



Şekildeki kartlar arasından aynı anda rastgele 3 kart çekiliyor ve kartların üzerinde yazan rakamlar toplanıyor.

Çekilen kartlardan iki tanesinin aynı renkte ve diğerinin farklı renkte olduğu bilindiğine göre, kartların üzerinde yazan rakamların toplamının 8 olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{12}$

Bütün durumlar:

(2 sarı, 1 kırmızı)+ (2 sarı, 1 mavi) + (2 kırmızı, 1 sarı) + (2 kırmızı, 1 mavi)

Kartların toplamı	Kartların toplamı	Kartların toplamı	Kartların toplamı
1 + 2 + 3 = 6, 1 + 2 + 4 = 7	1 + 2 + 5 = 8	3 + 4 + 1 = 8, 3 + 4 + 2 = 9	3 + 4 + 5 = 12

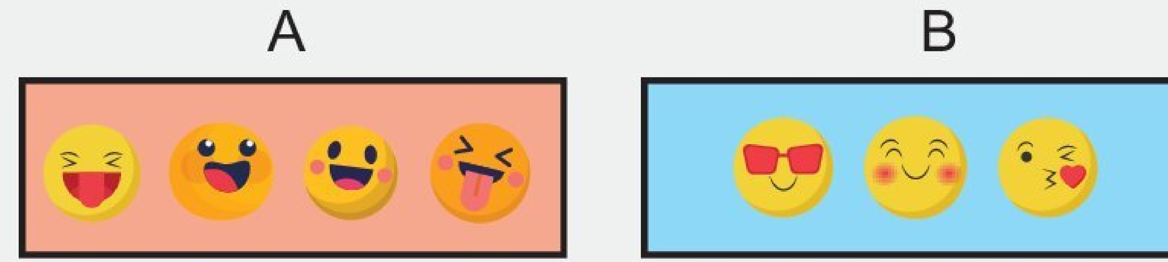
6 farklı durum vardır. Bunlardan 2 tanesinde rakamlar toplamı 8 dir.

Olasılık= $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Cevap: B

Örnek 8

A B



Zeynep bir gün içinde 7 farklı telefon mesajı yazmış ve her mesajda yukarıdaki sembollerden farklı bir tanesini kullanmıştır.

Zeynep'in yazdığı mesajlardan rastgele 3 tanesi seçiliyor.

Seçilen mesajlarda Zeynep'in A kutusundaki sembollerden en az bir tanesini kullandığı bilindiğine göre, kullanılan sembollerin iki tanesinin A kutusundan ve bir tanesinin B kutusundan seçilmiş olma olasılığı kaçtır?

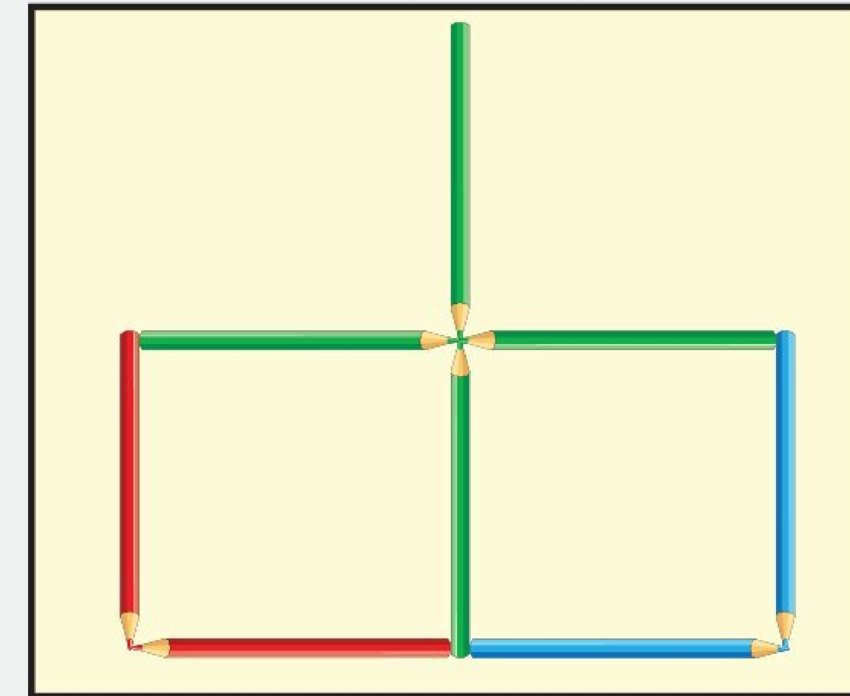
A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{9}{17}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{9}{20}$ E) $\frac{3}{7}$

$$\frac{(A2, B1)}{(A1, B2) + (A2, B1) + (A3)} = \frac{\binom{4}{2}\binom{3}{1}}{\binom{4}{1}\binom{3}{2}+\binom{4}{2}\binom{3}{1}+\binom{4}{3}}$$

$$= \frac{18}{12+18+4} = \frac{18}{34} = \frac{9}{17}$$

Cevap: B

Örnek 9



Bir kartonun üzerine yerleştirilen 8 kalemden aynı anda rastgele iki tanesi seçiliyor.

Seçilen kalemlerin birbirine değen iki kalem olduğu bilindiğinde göre, bu kalemlerin her ikisinin de sivri uçlarının birbirine değen kalemler olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{5}{11}$ B) $\frac{6}{11}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{7}{13}$ E) $\frac{8}{13}$

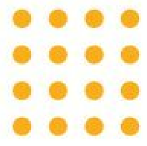
Sivri iki ucun değdiği: $\underbrace{\binom{4}{2}}_{Yeşil} + \underbrace{\binom{2}{2}}_{Kırmızı} + \underbrace{\binom{2}{2}}_{Mavi} = 6 + 1 + 1 = 8$ *tane*

Sivri olmayan uçların değdiği: $\underbrace{\binom{2}{2}}_{Kırmızı-yeşil} + \underbrace{\binom{2}{2}}_{Mavi-yeşil} + \underbrace{\binom{3}{2}}_{Kırmızı-mavi-yeşil}$

$= 1 + 1 + 3 = 5$ *tane*

Olasılık= $\frac{8}{8+5} = \frac{8}{13}$

Cevap: E



Örnek 10

Üç kişi arasında oynanan bir oyunda;



Şekildeki kartlardan beş tanesi Seval, Mert ve Emirhan'a rastgele aşağıdaki gibi dağıtılmıştır.

SEVAL	MERT	EMİRHAN
1 ve 8	4 ve 6	9

Kalan kartlardan iki tanesi Emirhan'a, birer tanesi Mert ve Seval'e rastgele dağıtılacak ve kartların üzerinde yazan rakamların toplamı en çok olan kişi oyunu kazanacaktır. Emirhan bundan sonraki dağılımda kendisi için galibiyet, yenilgi ve beraberlik olabilecek durumlar için bir tablo oluşturmuş ve bu tablonun bazı hücrelerini doldurmuştur.

Emirhan'ın alacağı kartlar	Emirhan'ın puanı	Mert'in alacağı kart	Mert'in puanı	Seval'in alacağı kart	Seval'in puanı	Kazanan
2 ve 3	14	5	15	7	16	SEVAL
2 ve 3	14	7	17	5	14	MERT
2 ve 5	16	3	13	7	16	BERABERLİK
2 ve 5	16	7		3		
3 ve 5	17	2		7		
3 ve 5	17	7		2		

diğer durumların her birinde kendisi kazanacağı için tabloyu burada bitirmiştir.

Oyunun beraberlikle bitmediği bilindiğine göre, oyunu Emirhan'ın kazanmış olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{6}{11}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{7}{11}$ D) $\frac{7}{10}$ E) $\frac{4}{5}$

12 durumun, 2si beraberlik, 7si Emirhan, 2si Mert, 1i Seval'in galibiyeti ile biter.

Olasılık= $\frac{7}{10}$

Cevap: D

I. Bağımlı Olaylar ve Bağımsız Olaylar

E örnek uzayında olasılıkları sıfırdan büyük olan A ve B olayları için,

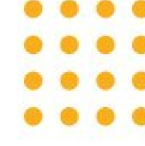
> A olayının gerçekleşme olasılığı B olayının gerçekleşmesini etkilemiyorsa B olayı A olayından bağımsızdır. A ve B birbirinden bağımsız olaylar iken,

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$,

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$ dir.

> A olayının gerçekleşmesi B olayının gerçekleşmesini etkiliyorsa A ve B bağımlı olaylardır.

Bu durumda $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$



Örnek 11

A ve B bağımsız iki olaydır.

- A olayının gerçekleşme olasılığı $\frac{2}{5}$ tir.
- $A \cup B$ olayının gerçekleşme olasılığı $\frac{4}{5}$ tir.

Buna göre, B olayının gerçekleşmeme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{2}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$

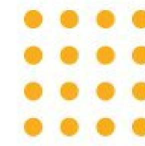
$\frac{4}{5} = \frac{2}{5} + P(B) - \frac{2}{5} \cdot P(B)$

$\frac{2}{5} = \frac{3}{5} P(B)$

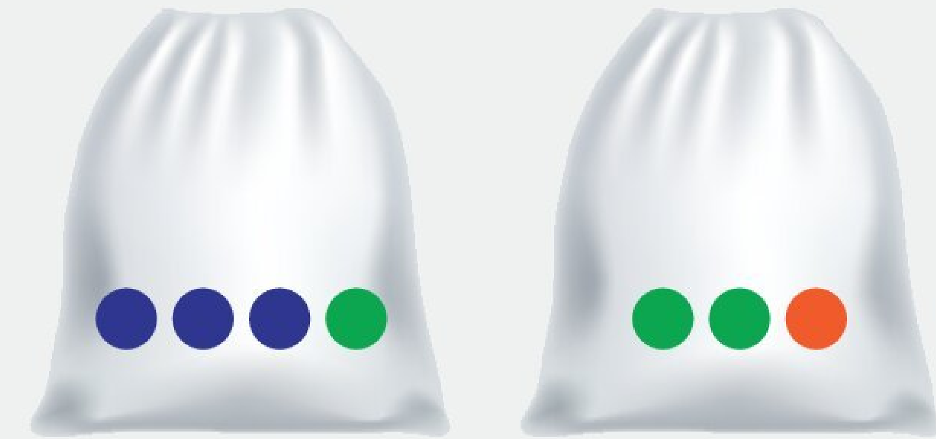
$\frac{2}{3} = P(B)$

$\frac{1}{3} = P(B^{I})$

Cevap: C



Örnek 12



A B

Şekilde A ve B torbalarında sırasıyla, 3 mavi ve 1 yeşil, 2 yeşil ve 1 kırmızı top vardır.

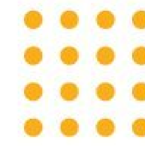
Her iki torbadan aynı anda birer top çekiliyor. Çekilen topların renginin farklı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{11}{12}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{7}{12}$

Aynı olma (yeşil) olasılığı: $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{12}$

Farklı olma olasılığı: $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

Cevap: B



Örnek 13



Rıdvan ve Muzaffer'in bir kaleciye attıkları bir penaltıyı gole çevirme olasılıkları sırasıyla 0,8 ve 0,9 dur.

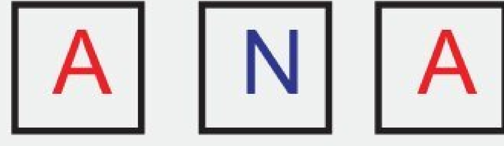
Her ikisi de aynı kaleciye birer penaltı attığında sadece bir golün atılmış olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{13}{50}$ C) $\frac{27}{100}$ D) $\frac{7}{25}$ E) $\frac{29}{100}$

$\frac{8}{10} \cdot \frac{1}{10} + \frac{9}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{26}{100} = \frac{13}{50}$

Cevap: B

Örnek 14



Şekilde verilen 3 kart bulundukları yerde merkezleri etrafında defalarca 90° döndürülüyor.

Elde edilebilecek görüntülerden 3 tanesi aşağıda verilmiştir.



Buna göre, yapılan işlem sonunda elde edilen görüntünün



olma olasılığı kaçtır?

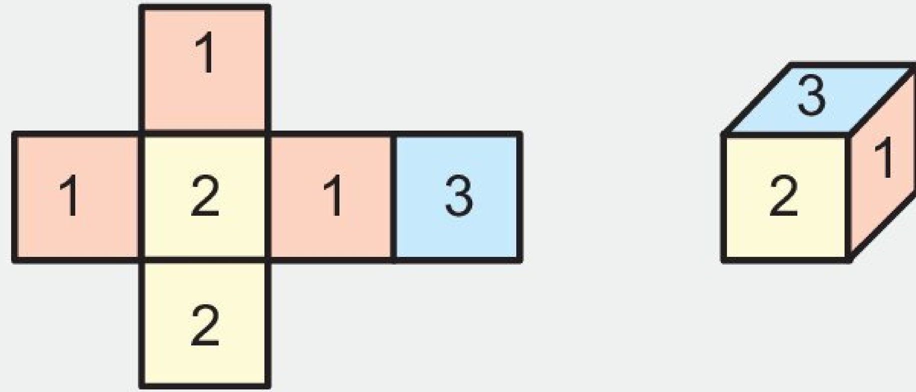
A) $\frac{1}{64}$ B) $\frac{1}{32}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{2}{64}=\frac{1}{32}$

Cevap: B

Örnek 15

Şekilde üzerinde rakamlar yazılı olan bir zarın açık ve kapalı biçimi verilmiştir.



Bu zar arka arkaya 3 kez atılıyor ve üst yüze gelen rakamlar not ediliyor.

Buna göre, not edilen rakamların çarpımının 2 olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{5}{18}$ D) $\frac{11}{36}$ E) $\frac{1}{3}$

1 gelme olasılığı = $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

2 gelme olasılığı = $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

3 gelme olasılığı = $\frac{1}{6}$

(1, 1, 2) + (1, 2, 1) + (2, 1, 1) olabilir.

$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

Cevap: B

Örnek 16



Yukarıda verilen kartlar arasından, seçilen kart çöp kutusuna atılmak koşuluyla art arda rastgele iki kart çekiliyor.

Buna göre, ilk çekilen kartın üzerinde yazan sayının asal sayı olma ve ikinci çekilen kartın üzerinde yazan sayının ilk çekilen kartın üzerinde yazan sayıdan büyük olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{2}$

(2) + (3) + (5)

$\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{1}{5}\cdot 0=\frac{5}{20}$

$=\frac{1}{4}$

Cevap: B

Örnek 17



Orhan Bey'in kahve içtiği 5 kupa vardır. Her kahvesini bu kupalardan rastgele seçtiği bir tanesi ile içmekte ve içtiği kupayı bulaşık makinesine koymaktadır.

Belirli bir günün sabahında bu kupalar temizdir. Orhan Bey aynı gün 4 kahve içmiştir.

Buna göre, dördüncü kahvesini Ankaragücü arması olan kupa ile içmiş olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{11}{60}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{5}{24}$ E) $\frac{7}{30}$

Çözüm 1: Hepsi eşit ve $\frac{1}{5}$ tir.

Çözüm 2: İlk 3 tanesini Ankaragücü dışındaki bir kupa ile ve dördüncüyü Ankaragücü kupası ile içmesi isteniyor.

Olasılık:

$\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{Ankaragücü}}=\frac{1}{5}$

Cevap: C

Örnek 18

Bir toplantı salonunda 2 hakim, 3 savcı ve 1 memur vardır. Toplantı sonunda bu kişiler rastgele toplantı salonunu terkediyor.

Buna göre, bu odadan ilk çıkan kişinin hakim ve üçüncü çıkan kişinin savcı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{2}{15}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{5}$

P(HHS) + P(HSS) + P(HMS)

$\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{4}+\frac{2}{6}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{4}$

$\frac{6}{120}+\frac{12}{120}+\frac{6}{120}=\frac{24}{120}=\frac{1}{5}$

Cevap: E

Örnek 19

Çekilen kart çöp kutusuna atılmak koşuluyla art arda 3 kart çekme işleminin sonucu ile aynı anda 3 kart çekme işleminin sonucu aynıdır.



Şekildeki kartlar arasından çekilen kart yırtılıp çöp kutusuna atılmak koşuluyla art arda rastgele üç kart çekiliyor.

Buna göre, kalan kartların üçünün de farklı renklerde olma olasılığı kaçtır? (Sonucu iki farklı yöntemle bulabilirsiniz.)

A) $\frac{7}{30}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{11}{30}$

Çekilen kartların ikisinin mavi ve birinin yeşil olması isteniyor.

1. Çözüm: P(MMY) + P(MYM) + P(YMM)

$\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{2}{6}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}=\frac{36}{6\cdot5\cdot4}=\frac{3}{10}$

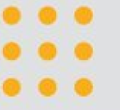
2. Çözüm: Aynı anda 3 kart çekme işlemi yapılabilir.

$\frac{\binom{3}{2}\binom{2}{1}}{\binom{6}{3}}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

Cevap: C

Örnek Cevapları

1.D	2.D	3.C	4.B	5.E	6.A	7.B	8.B	9.E	10.D
11.C	12.B	13.B	14.B	15.B	16.B	17.C	18.E	19.C	



1. **Bir zar atıldığında üst yüze gelen rakamın asal sayı olduğu bilindiğine göre, tek sayı olma olasılığı kaçtır?**

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

$\frac{\{3, 5\}}{\{2, 3, 5\}} \Rightarrow$ Olasılık = $\frac{2}{3}$

Cevap D

2. Üç madeni para aynı anda atılıyor.

Paralardan en az bir tanesinin yazı geldiği bilindiğine göre, paralardan iki tanesinin yazı gelmiş olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{3}{7}$

2 yazı, 1 tura gelmesi $\Rightarrow$ 3 durum

En az bir yazı gelmesi $\Rightarrow$ 7 durum

Olasılık = $\frac{3}{7}$

Cevap E

3. **5 i gözlüklü olan 13 kız ve 8 i gözlüklü olan 17 erkek arasından rastgele seçilen bir kişinin erkek veya gözlüklü olduğu bilindiğine göre, gözlüklü bir erkek olma olasılığı kaçtır?**

A) $\frac{2}{11}$ B) $\frac{3}{11}$ C) $\frac{4}{11}$ D) $\frac{5}{11}$ E) $\frac{6}{11}$

Erkek veya gözlüklü = 17 + 5 = 22 kişi

Gözlüklü erkek = 8

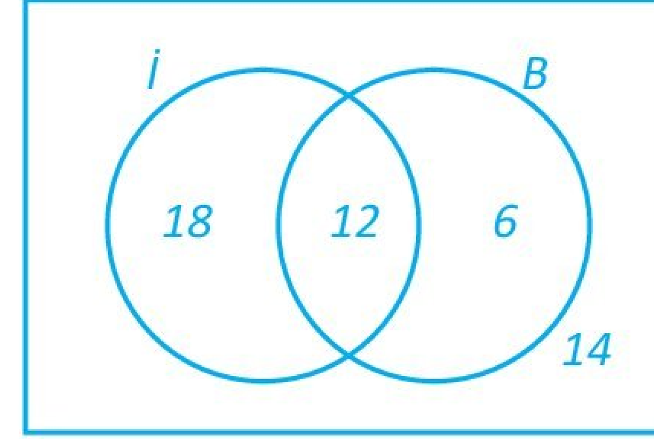
Olasılık = $\frac{8}{22} = \frac{4}{11}$

Cevap C

4. 50 öğrenciden oluşan bir öğrenci grubundaki öğrencilerin 30 u seçmeli ders olarak iktisat, 18 i seçmeli ders olarak bilgisayar programlama dili dersini seçmiştir. 14 öğrenci ise seçmeli ders olarak belirtilen derslerin dışında bir ders seçmiştir.

Bu gruptan rastgele seçilen bir öğrencinin iktisat dersini seçtiği bilindiğine göre, aynı zamanda bilgisayar programlama dili dersini de seçmiş olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{4}{15}$ E) $\frac{1}{5}$



Olasılık = $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$

Cevap A

5. Bir hedefe ok atan Fatma ve Merve adındaki iki arkadaşın hedefi vurma olasılıkları sırasıyla $\frac{1}{3}$ ve $\frac{2}{5}$ tir.

Her iki arkadaş hedefe birer kez ok attıklarında hedefin (en az bir kez) vurulma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{8}{15}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{11}{15}$ E) $\frac{4}{5}$

$1 - (\overline{F}\ \overline{M}) = 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

Cevap B

6. Bir çift zar atılıyor.

Zarların üst yüzündeki rakamların toplamının en az 8 olduğu bilindiğine göre, üst yüze gelen rakamlardan sadece bir tanesinin asal sayı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{8}{15}$ E) $\frac{3}{5}$

Bütün durumlar = 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 tanedir.

İstendik durumlar = (2, 6), (6, 2), (3, 6), (6, 3), (5, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 5) olmak üzere 8 tanedir.

Olasılık = $\frac{8}{15}$

Cevap D

7. SELİN kelimesindeki harflerin yer değiştirmesi ile yazılacak 5 harfli sözcüklerin her biri birer karta yazılarak bir torbaya atılıyor.

Rastgele bir kart seçildiğinde, üzerinde yazan kelimenin sesli harfle başlayıp sessiz harfle bitme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{4}{17}$ B) $\frac{5}{17}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{9}$

$\frac{2 \cdot 3! \cdot 3}{5!} = \frac{3}{10}$

İkinci çözüm: $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$

Cevap C

8. A = {1, 2, 3, 4, 5}

B = {2, 4, 6, 7}

kümeleri veriliyor.

A x B kartezyen çarpım kümesinden rastgele seçilen bir elemanın bileşenlerinin hem rakamlarının toplamının hem de rakamlarının çarpımının çift sayı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{7}{10}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{10}$

İstendik durum her iki elemanın da çift sayı olmasıdır.

$2 \cdot 3 = 6$ tanedir.

Bütün durumlar = $5 \cdot 4 = 20$ tanedir.

Olasılık = $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

Cevap E

9. A = {1, 2, 3, 4}

B = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

C = {1, 2, 3}

olduğuna göre, (A x B) ∩ (A x C) kümesinin elemanlarının arasından rastgele seçilen bir tanesinin iki elemanının da aynı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{5}{24}$ E) $\frac{1}{4}$

A x (B ∩ C) = {1, 2, 3, 4} x {1, 2, 3} kümesi $4 \cdot 3 = 12$ elemanlıdır.

İstendik durum = {(1, 1), (2, 2), (3, 3)}

Olasılık = $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Cevap E

10. 3 basamaklı bütün doğal sayılar birer kâğıda yazılıp bir torbanın içine atılıyor. Bu torbadan rastgele bir kâğıt çekiliyor.

Çekilen kağıttaki sayının rakamlarının herbirinin bir sağındaki rakamdan daha büyük olma olasılığı kaçtır? (752 gibi)

A) $\frac{2}{15}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{5}$

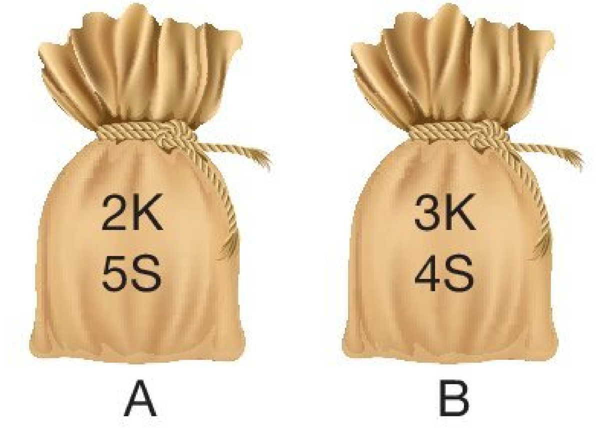
Seçim, diziliş

$\frac{\binom{10}{3} \cdot 1}{9 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{6}}{9 \cdot 10 \cdot 10}$

$= \frac{8}{60} = \frac{2}{15}$

Cevap A

11. A torbasında 2 kırmızı ve 5 siyah top vardır. B torbasında 3 kırmızı ve 4 siyah top vardır. 3 madeni para aynı anda atılıyor. Paraların üst yüzüne iki tura ve bir yazı gelirse A torbasından rastgele iki top çekiliyor, paraların üst yüzüne üç tura gelirse B torbasından rastgele iki top çekiliyor. Bunların dışındaki durumlar için top çekme işlemi yapılmıyor.



Buna göre, farklı renklerde iki topun çekilmiş olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{5}{16}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{7}{16}$ E) $\frac{1}{2}$

$\frac{3}{8} \cdot \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{7}{2}} + \frac{1}{8} \cdot \frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{7}{2}}$

$= \frac{30 + 12}{8 \cdot 21} = \frac{42}{8 \cdot 21} = \frac{1}{4}$

Cevap A

12. Herhangi üçü doğrusal olmayan A, B, C, D, E, F, G noktaları veriliyor. Köşeleri bu noktalar olmak koşuluyla oluşturulabilecek tüm çokgenler ayrı ayrı kâğıtlara çizilerek bir kutuya atılıyor.

Kutudan rastgele seçilen bir çokgenin, köşelerinden biri A noktası olan bir üçgen olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{11}$ B) $\frac{4}{33}$ C) $\frac{5}{33}$ D) $\frac{2}{11}$ E) $\frac{7}{33}$

Olasılık = $\frac{\binom{6}{2}}{\binom{7}{3}+\binom{7}{4}+\binom{7}{5}+\binom{7}{6}+\binom{7}{7}} = \frac{15}{35+35+21+7+1}$

Olasılık = $\frac{15}{99} = \frac{5}{33}$

Cevap C

1.D 2.E 3.C 4.A 5.B 6.D 7.C 8.E 9.E 10.A 11.A 12.C

1. 

Şekildeki toplar arasından, çekilen top tekrar yerine konmadan art arda rastgele iki top çekiliyor.

Çekilen birinci topun üzerinde yazan rakamın asal sayı olmasının ve çekilen iki topun üzerinde yazan rakamların toplamının 6 dan büyük olmasının olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{7}{20}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{9}{20}$ E) $\frac{1}{2}$

• *İlk top 2 iken ikinci top* $\in \{5,6\} = \frac{1}{6}\cdot\frac{2}{5} = \frac{2}{30}$

• *İlk top 3 iken ikinci top* $\in \{4,5,6\} = \frac{1}{6}\cdot\frac{3}{5} = \frac{3}{30}$

• *İlk top 5 iken ikinci top* $\{2,3,4,6\} = \frac{1}{6}\cdot\frac{4}{5} = \frac{4}{30}$ +

$\frac{9}{30} = \frac{3}{10}$

Cevap: A

2. YKS'ye hazırlanan Eylül'ün sınavın yaklaştığı bir dönemdeki çalışma programı aşağıda verilmiştir.

HAFTA İÇİ 5 GÜN	HAFTA SONU 2 GÜN
• 2 GÜN DENEME ÇÖZÜLECEK • 3 GÜN KONU TEKRARI YAPILACAK	• 1 GÜN DENEME ÇÖZÜLECEK • 1 GÜN KONU TEKRARI YAPILACAK

Eylül'ün bu programı uyguladığı herhangi bir haftada deneme çözdüğü günlerin Salı, Perşembe ve Pazar olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{3}{20}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{20}$

$\frac{1}{\binom{5}{2}}\cdot\frac{1}{\binom{2}{1}} = \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{20}$

Cevap: E

3. Bir fabrikada her haftanın mesaisi Salı günü başlayıp Pazar günü bitmektedir. Çalışanlar Pazartesi günü tatil yapmaktadır.

Fabrikanın yöneticileri her hafta haftanın üç farklı gününde birer toplantı yapmakta ve bu toplantıların en az bir tanesi hafta sonu günlerinden birinde yapılmaktadır.

Buna göre, başlangıç günü Salı olan ve rastgele seçilen bir haftada yöneticilerin yaptıkları toplantıların iki tanesinin hafta sonunda yapılmış olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{16}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{5}{16}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{7}{16}$

Olasılık $= \frac{P(\text{ikisi hafta sonu})}{P(\text{ikisi hafta sonu}) + P(\text{biri hafta sonu})}$

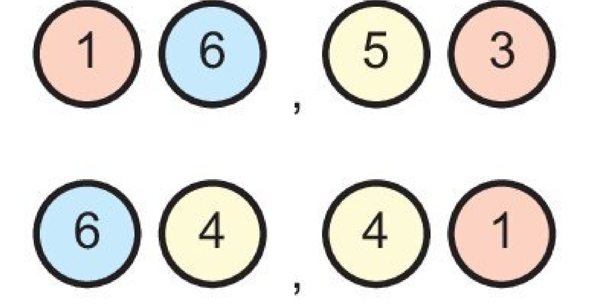
$= \frac{\binom{2}{2}\binom{4}{1}}{\binom{2}{2}\binom{4}{1}+\binom{2}{1}\binom{4}{2}} = \frac{4}{4+12} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

Cevap: B

4. Şekil I'de üzerinde rakamların yazılı olduğu 6 top verilmiştir.

ÜST KAT:	1	2	3
ORTA KAT:	4	5	
ALT KAT:	6		

Şekil I



Şekil II

Her biri farklı bir kattan alınmak koşuluyla şekildeki topların arasından rastgele iki top alınıp yan yana konularak mümkün olan tüm dizilişler elde edilerek her birinin fotoğrafı çekiliyor.

Şekil II'de bu dizilişlerden 4 tanesi verilmiştir.

Buna göre, bu fotoğraflar arasından rastgele seçilen bir tanesindeki görüntünün (2)(5) olma olasılığı kaçtır?

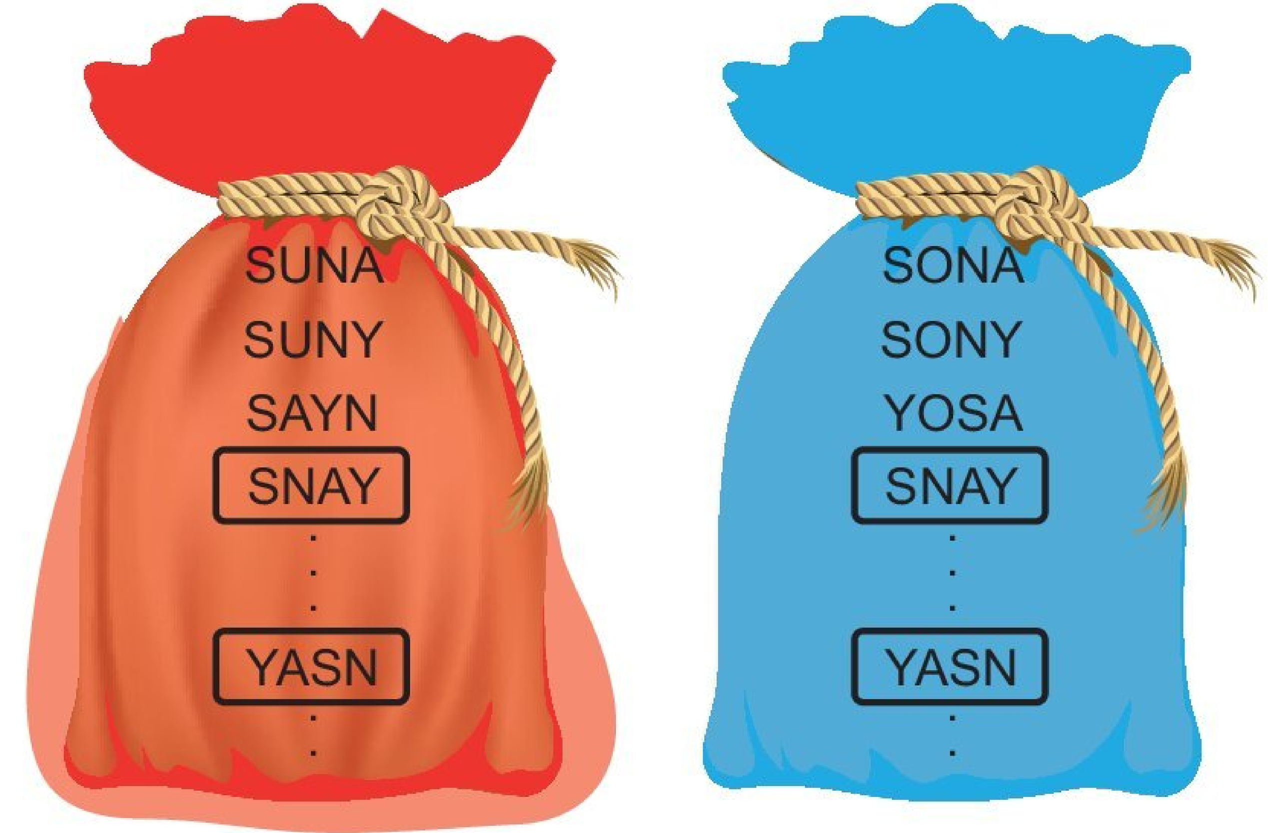
A) $\frac{1}{22}$ B) $\frac{1}{20}$ C) $\frac{1}{18}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{14}$

$(3 . 2 + 3 . 1 + 2 . 1) . 2 = 22$ *fotoğraf*

olasılık $= \frac{1}{22}$

Cevap: A

5. SUNAY VE SONAY sözcüklerinin 4 harfli permütasyonları ayrı ayrı kağıtlara yazılarak sırasıyla kırmızı ve mavi torbalara atılıyor.



Her iki torbadan aynı anda rastgele çekilen birer kağıdın üzerinde yazan sözcüğün aynı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{240}$ B) $\frac{1}{300}$ C) $\frac{1}{360}$ D) $\frac{1}{480}$ E) $\frac{1}{600}$

4 harfli permütasyon sayısı: | 5 | 4 | 3 | 2 | = 120 tane

Ortak harfler = {S, N, A, Y}

Yazılabilecek sözcük sayısı : | 4 | 3 | 2 | 1 | = 24 tane

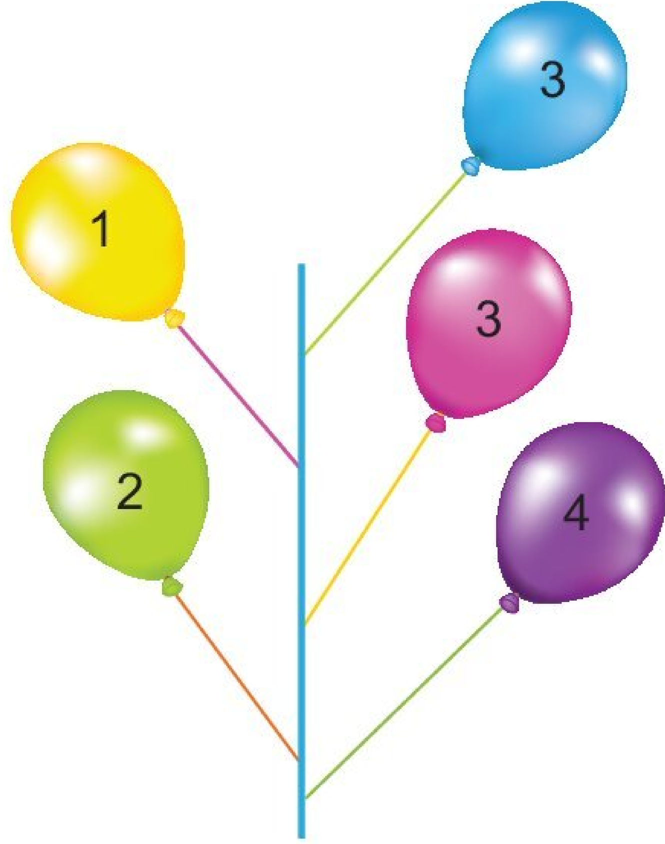
SNAY sözcüğünün her iki torbadan aynı anda seçilme olasılığı $= \frac{1}{120}\cdot\frac{1}{120}$

Olasılığı SNAY ile eşit olan 24 sözcük vardır.

OLASILIK $= 24\cdot\frac{1}{120}\cdot\frac{1}{120} = \frac{1}{600}$

Cevap: E

6. Bir baloncunun sattığı üzerinde rakamlar yazılı olan balonların tamamı aşağıda verilmiştir.



Kızına 2 balon alacak olan matematik öğretmeni bir anne "Bu balonlardan rastgele iki tanesini seçsem ve üzerlerinde yazılı olan rakamları toplasam kızımın yaşını elde etme olasılığı $\frac{3}{10}$ olur" dediğine göre, bu annenin kızının yaşı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

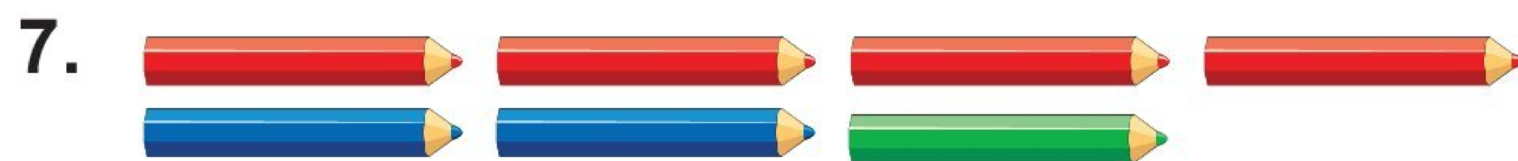
Aşağıda seçimler ve rakamlar toplamı verilmiştir.

Seçimler: (1 – 2), (1 – 3), (1 – 3), (1 – 4), (2 – 3), (2 – 3), (2 – 4), (3 – 3), (3 – 4), (3 – 4)

Toplamlar: 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 7,

Toplamın 5 olma olasılığı = $\frac{3}{10}$ dur. *Cevap: C*

7.



Bir çantada şekilde verilen renk ve sayıda olmak üzere toplam 7 kalem vardır.

Çantadan rastgele birer birer kalemler çekilmiş ve rengine bakılmadan çocuklara verilmiştir.

Dördüncü çekilişten sonra çantadaki kalemler kontrol edilmiş ve çantada mavi kalemin kalmadığı görülmüştür.

Buna göre, çekilen kalemlerin ilk iki tanesinin mavi olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{3}$

Mavi dışındaki kalemler D (Diğer) harfi ile gösterilmiştir.

Olasılık $= \frac{mm}{mm + (Dm)m + (DDm)m}$

Olasılık $\frac{\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{6}}{\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{6} + 2\left(\frac{5}{7}\cdot\frac{2}{6}\right)\cdot\frac{1}{5} + 3\left(\frac{5}{7}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5}\right)\cdot\frac{1}{4}}$

Olasılık $= \frac{2}{2+4+6} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

İKİNCİ ÇÖZÜM

mmDD 6 farklı şekilde dizilir.

1 tanesinde ilk ikisi mavidir.

Olasılık $= \frac{1}{6}$ *Cevap: C*

8. 12. sınıf öğrencisi olan Ahmet herhangi bir teneffüste futbol oynarsa teneffüsün tamamında okulun herhangi bir yerinde futbol oynamakta ve bahçeye çıkarsa teneffüsün tamamını bahçede geçirmektedir. Ahmet'in teneffüste bahçeye çıkması, futbol oynaması ve havanın yağışlı olması birbirinden bağımsız olaylardır.

Ahmet belli bir Pazartesi günü birinci saatin sonundaki teneffüste okuldadır. Bu zaman dilimi ile ilgili olarak aşağıda önermeler verilmiştir.

p : "Teneffüste yağmur yağma olasılığı $\frac{1}{4}$ tür.

q : "Ahmet'in teneffüste bahçeye çıkma olasılığı $\frac{2}{5}$ tir.

r : "Ahmet'in teneffüste futbol oynama olasılığı $\frac{5}{8}$ dir.

$p \Rightarrow (q \wedge r)'$

önermesinin yanlış olduğu bilindiğine göre, Ahmet'in bu teneffüste yağmurlu bir havada bahçede futbol oynama olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{32}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{5}{48}$ D) $\frac{5}{64}$ E) $\frac{1}{16}$

$p \equiv 1$, $q \wedge r \equiv 1$ yani $p \equiv 1$, $q \equiv 1$, $r \equiv 1$

Olasılık $\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{8} = \frac{1}{16}$ *Cevap: E*

9. **K A R A Y E L**

Sözcüğünün harflerinin yerlerini değiştirerek oluşturulan 7 harfli sözcüklerin tamamı ayrı ayrı kartlara yazılıyor.

Bu kartlar arasından seçilen bir kağıtta yazan sözcüğün

- İlk harfinin **A**
- Ortanca harfinin **E**
- Son harfinin sessiz harf

olma özelliklerinin hepsine sahip olması istenmektedir.

Buna göre, rastgele seçilen bir kartta yazan sözcüğün bu özelliklere sahip bir kart olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{105}$ B) $\frac{1}{35}$ C) $\frac{4}{105}$ D) $\frac{1}{21}$ E) $\frac{2}{35}$

İlk harfin A olma olasılığı $\frac{2}{7}$

A seçildikten sonra ortanca harfin E olma olasılığı $\frac{1}{6}$

A ve E seçildikten sonra son harfin sessiz harf olma olasılığı $\frac{4}{5}$

Olasılık $= \frac{2}{7}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{4}{5} = \frac{4}{105}$ *Cevap: C*

1.A 2.E 3.B 4.A 5.E 6.C 7.C 8.E 9.C

KOŞULLU OLASILIK

II. Basit Olay, Bileşik Olay:

Bir deneyin çıktılarının her birine olay denir.

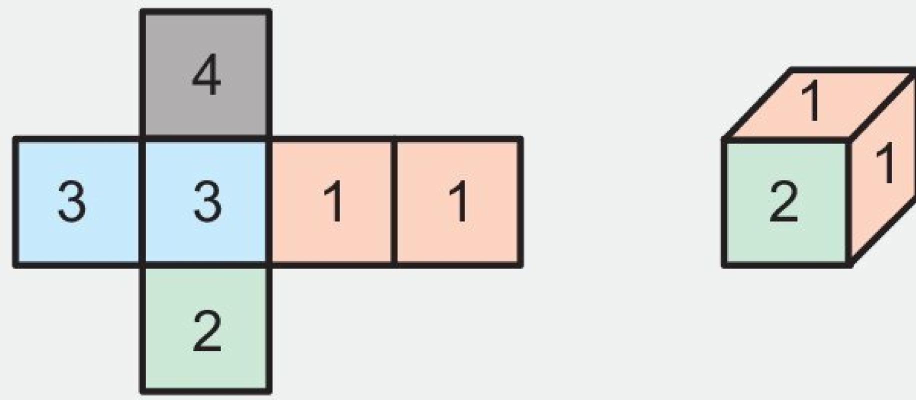
Bu deneyin sadece bir çıktısından oluşan kümeye basit olay denir.

Bu deneyin birden çok çıktısından oluşan kümeye bileşik olay denir.

Örneğin: Rakamlar kümesinden rastgele seçilen bir sayının 5 olması basit olay ve üç ile kalansız bölünebilen bir sayı {0, 3, 6, 9} olması bileşik olaydır.

Örnek 1

Şekilde üzerinde rakamlar yazılı olan bir zarın açık ve kapalı biçimi verilmiştir.



Bu zar art arda iki kez atılıyor ve üst yüze gelen rakamlar not ediliyor.

Buna göre, not edilen rakamların çarpımının tek sayı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{7}{18}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{9}$

Her iki zarın tek sayı gelmesi isteniyor.

$\frac{4}{6}\cdot\frac{4}{6}=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$

Cevap: C

Örnek 2

Bir otobüste bulunan sekiz kişinin ödedikleri ücrete ait tablo aşağıda verilmiştir.

	Kişi sayısı	Ödediği ücret
Tam	3	4 lira
Öğrenci	3	2 lira
65 yaş üstü	2	Ücretsiz

Buna göre, bu kişiler arasından rastgele seçilen dört kişinin ödediği toplam ücretin 8 lira olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{3}{14}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{5}{14}$ E) $\frac{2}{5}$

$\dfrac{\binom{3}{2}\binom{3}{0}\binom{2}{2}+\binom{3}{1}\binom{3}{2}\binom{2}{1}}{\binom{8}{4}}=\frac{3+18}{70}=\frac{21}{70}=\frac{3}{10}$

Cevap: C

Örnek 3

4 öğretmen ve 5 öğrenci arasından rastgele seçilen 5 kişilik bir voleybol takımında en az 4 öğrencinin bulunma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{17}{126}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{19}{126}$ D) $\frac{10}{63}$ E) $\frac{1}{6}$

$\dfrac{\binom{4}{1}\binom{5}{4}+\binom{5}{5}}{\binom{9}{5}}=\dfrac{4\cdot5+1}{\frac{9\cdot8\cdot7\cdot6}{2\cdot3\cdot4}}=\frac{4\cdot5+1}{9\cdot7\cdot2}=\frac{21}{9\cdot14}=\frac{1}{6}$

Cevap: E

Örnek 4

A = {1, 2, 3, 4} olmak üzere,

A kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilen rakamları farklı tüm pozitif tam sayılar ayrı ayrı kağıtlara yazılıyor.

Bu kağıtlar arasından rastgele seçilen bir kağıtta yazılı olan sayının iki basamaklı bir sayı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{3}{32}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{5}{32}$ E) $\frac{3}{16}$

Bir basamaklı + iki basamaklı + üç basamaklı + dört basamaklı

4 + 4 . 3 4 . 3 . 2 4 . 3 . 2 . 1

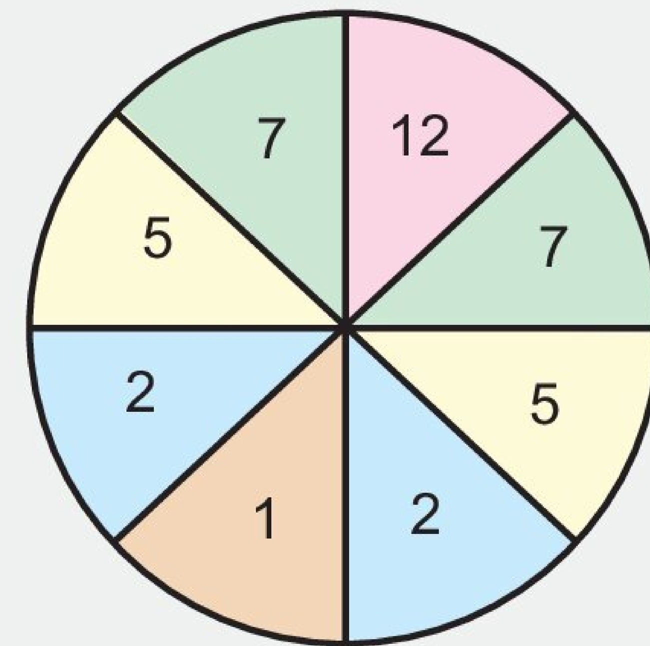
olmak üzere 64 sayı yazılabilir.

Olasılık: $\frac{12}{64}=\frac{3}{16}$

Cevap: E

Örnek 5

Şekilde verilen daire biçimindeki nişan tahtası merkez açıları eşit 8 parçaya ayrılmış ve numaralandırılmıştır.



Bu nişan tahtasına art arda iki ok atıp okların her ikisinde de isabet kaydeden bir kişinin elde ettiği puanlarının toplamın 14 olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{5}{64}$ C) $\frac{3}{32}$ D) $\frac{7}{64}$ E) $\frac{1}{8}$

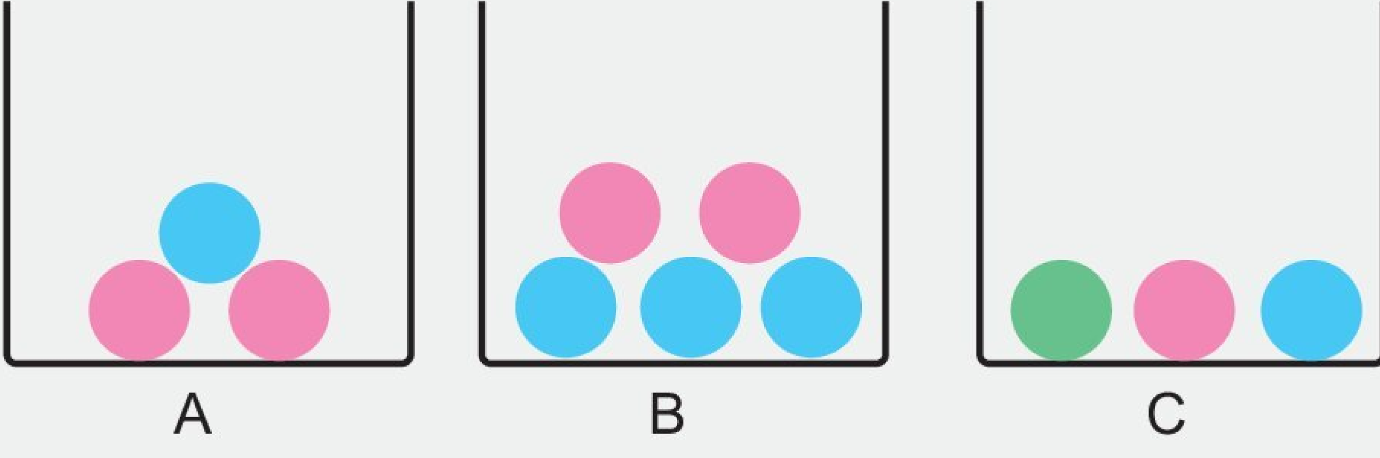
(7 – 7) + (7 – 7) + (7 – 7) + (7 – 7) + (2 – 12) + (12 – 2) + (2 – 12) + (12 –2)

olmak üzere 8 durum vardır.

Olasılık: $\frac{8}{8\cdot8}=\frac{1}{8}$

Cevap: E

Örnek 6



Şekildeki kutulardan rastgele bir tanesi seçilip içinden rastgele bir top alınıyor.

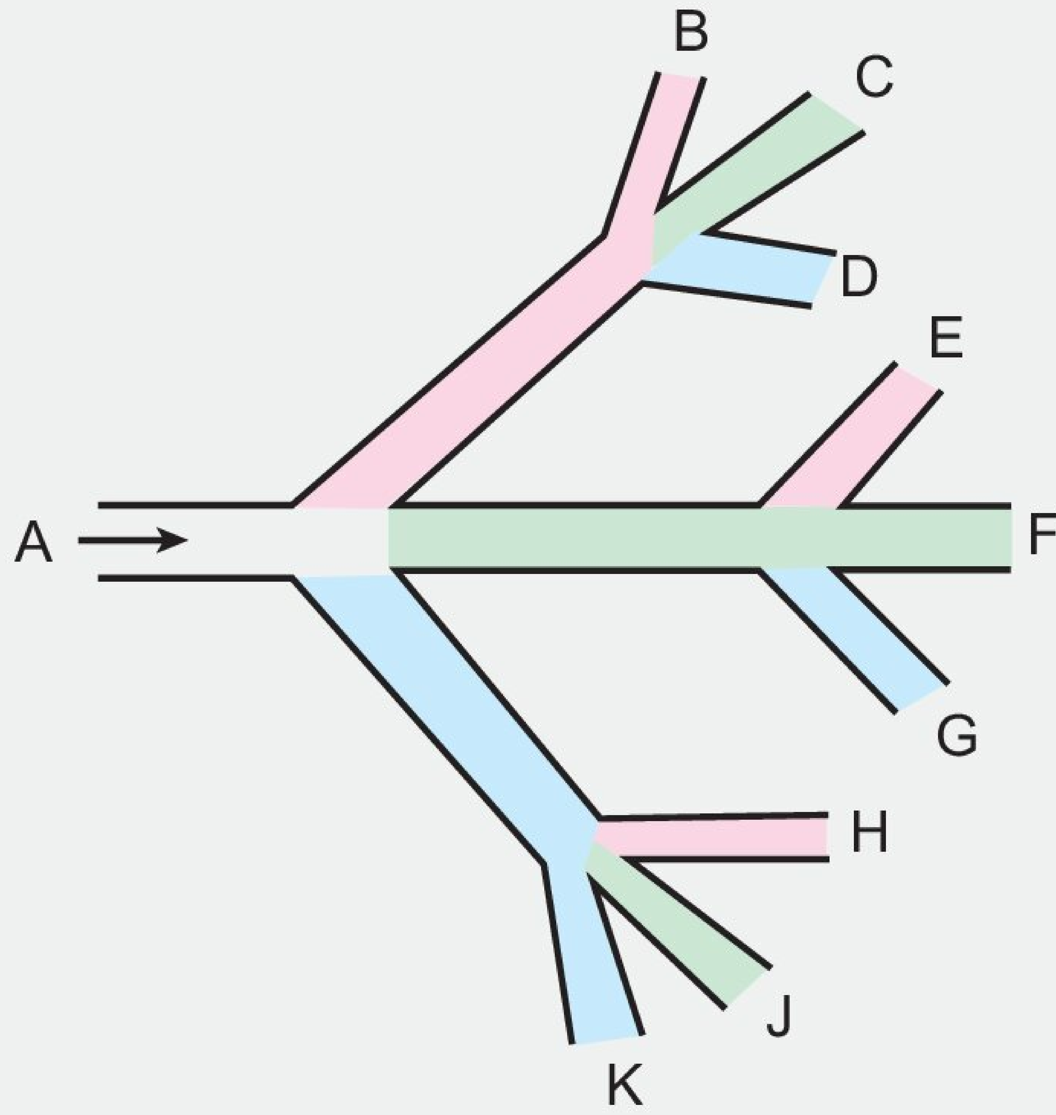
Buna göre, alınan topun renginin kırmızı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{11}{30}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{13}{30}$ E) $\frac{7}{15}$

$\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{10+6+5}{45}=\frac{21}{45}=\frac{7}{15}$

Cevap: E

Örnek 7



Bir bilgisayar oyununda A noktasında oyuna başlayan bir oyuncunun her kavşakta

- Kırmızı yolu tercih etme olasılığı $\frac{1}{2}$
- Yeşil yolu tercih etme olasılığı $\frac{1}{3}$
- Mavi yolu tercih etme olasılığı $\frac{1}{6}$

olup oyuncu girdiği kapı hariç verilen 9 çıkış kapısının herhangi birinden dışarıya çıkacaktır.

Buna göre, C veya H kapılarından çıkma olasılığı kaçtır?

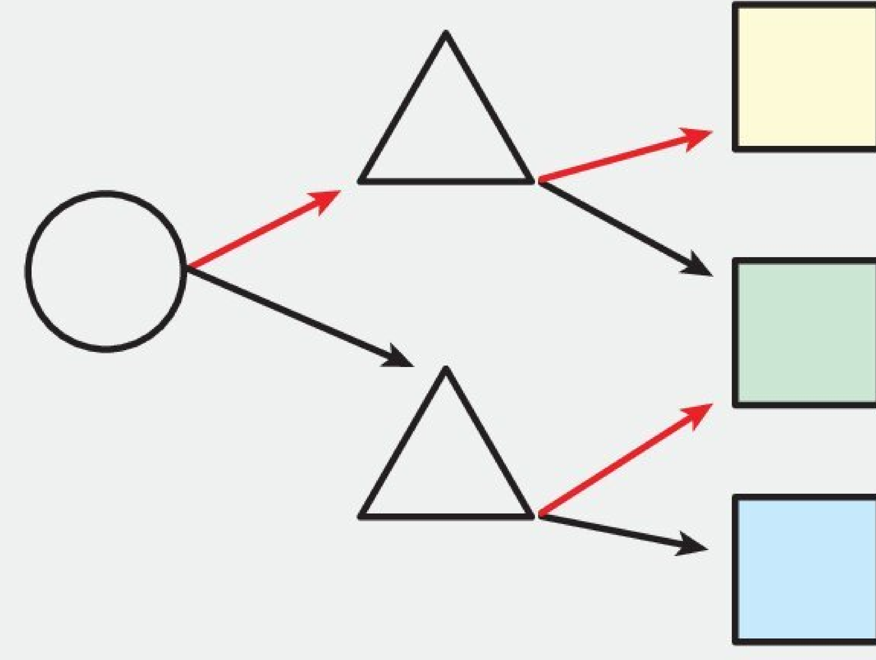
A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{2}{9}$

P(C) + P(H)

$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

Cevap: B

Örnek 8



Şekilde çemberden başlayıp ilk hamlede bir üçgene ve ikinci hamlede üçgenden bir kareye ulaşılacaktır.

Her bir hamlede kırmızı okun seçilme olasılığı siyah okun seçilme olasılığının iki katıdır.

Buna göre, ikinci hamle sonunda yeşil kareye ulaşılma olasılığı kaçtır?

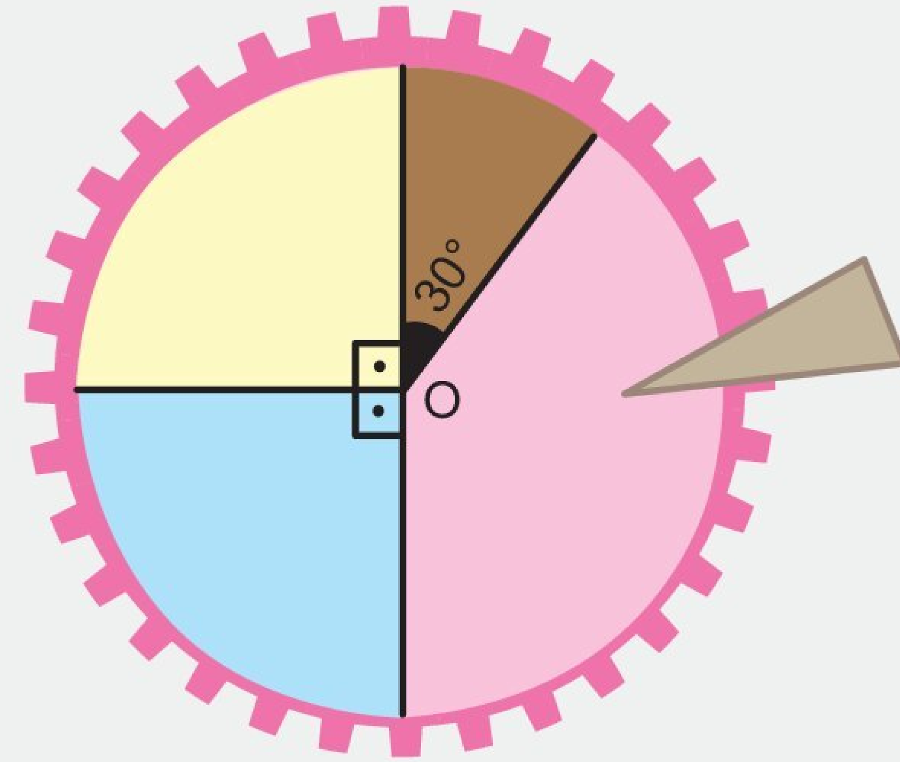
A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{2}{3}$

P(Kırmızı ve siyah) + P(Siyah ve kırmızı)

$\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$

Cevap: C

Örnek 9



Daire biçiminde olan O merkezli şekildeki çark art arda iki defa rastgele çevrilmiş ve çarkın göstergesi her ikisinde de boyalı bölgelerin herhangi birinin üzerinde iken çark durmuştur.

Buna göre çarkın göstergesinin her iki seferde de aynı renkli bölgede iken çarkın durmuş olma olasılığı kaçtır?

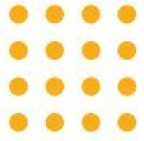
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{5}{18}$ C) $\frac{11}{36}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{13}{36}$

P(sarı, sarı) + P(mavi, mavi) + P(kırmızı, kırmızı) + P(kahverengi, kahverengi)

$\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}+\frac{5}{12}\cdot\frac{5}{12}+\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{12}$

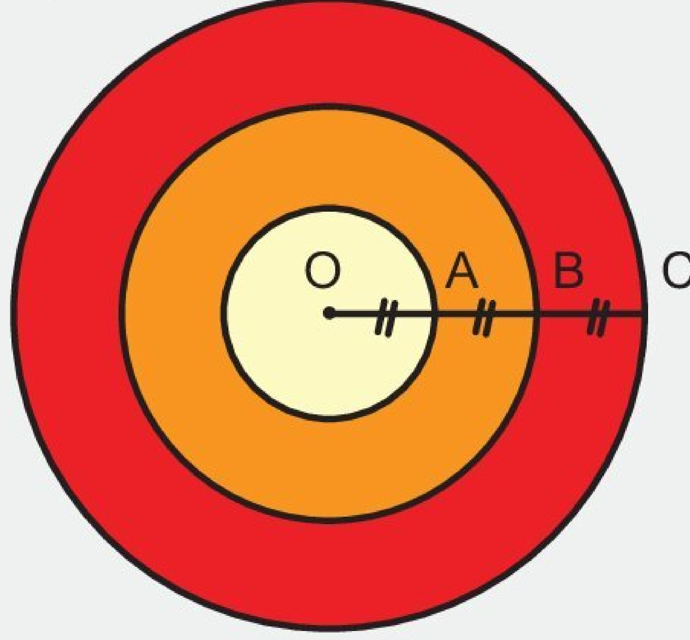
$\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{25}{144}+\frac{1}{144}=\frac{44}{144}=\frac{11}{36}$

Cevap: C



Örnek 10

Şekilde O merkezli üç daireden oluşan hedef tahtasında |OA| = |AB| = |BC| dir.



Oluşan bölgelerin renkleri içten dışa doğru sırasıyla sarı, turuncu ve kırmızıdır.

Bu hedef tahtasına art arda isabetli iki atış yapan bir okçunun başarılı sayılması için ikinci atışta vurduğu bölgenin renginin ilk atışta vurduğu bölgenin renginden daha koyu olması istemektedir.

Buna göre, okçunun başarılı sayılma olasılığı kaçtır?

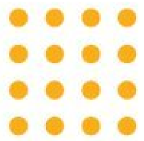
A) $\frac{7}{27}$ B) $\frac{22}{81}$ C) $\frac{23}{81}$ D) $\frac{8}{27}$ E) $\frac{25}{81}$

P(sarı) = $\frac{1}{9}$, P(turuncu) = $\frac{3}{9}$, P(kırmızı) = $\frac{5}{9}$

P(sarı, koyu) + P(turuncu, koyu)

$\frac{1}{9}\cdot\frac{8}{9}+\frac{3}{9}\cdot\frac{5}{9}=\frac{23}{81}$

Cevap: C



Örnek 11



Yukarıdaki kartlar arasından aynı anda rastgele 4 tanesi seçilip alınıyor. Kalan kartların

- [kart] ve [kart] olma olasılığı x
- Birinin renginin yeşil ve diğerinin renginin kırmızı olma olasılığı y

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{7}{15}$ D) $\frac{8}{15}$ E) $\frac{3}{5}$

I. 6 karttan 4 kart $\binom{6}{4}$ = 15 farklı biçimde seçilir. Sadece bir tanesinde istenilen kartlar kalır. Olasılık = x = $\frac{1}{15}$ tir.

II. 2 yeşil, 1 kırmızı ve 1 mavi seçilmelidir.

$$\frac{\binom{3}{2}\binom{2}{1}\binom{1}{1}}{\binom{6}{4}}=\frac{3\cdot2\cdot1}{15}=\frac{6}{15}=y$$

$x + y + = \frac{1}{15}+\frac{6}{15}=\frac{7}{15}$

Cevap: C

III. Deneysel ve Teorik Olasılık

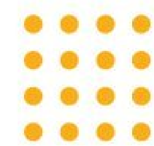
- Yapılan denemelerin sonuçlarına göre bir olayın olma olasılığını bulmaya deneysel olasılık denir.
- Bir deneyde ortaya çıkabilecek tüm sonuçlar dikkate alınarak yapılan matematiksel hesaplamaya teorik olasılık denir.

Örneğin, bir madeni para 100 kez atılıp sonuçlar gözlendiğinde 53 kez yazı, 47 kez tura gelmiş olabilir.

Bu durumda aynı paranın 101. kez atıldığında yazı gelmesinin deneysel olasılığı $\frac{53}{100}$ dür.

Fakat aynı paranın yazı gelmesinin teorik olasılığı $\frac{1}{2}$ dir.

Deney sayısı artırıldığında, örneğin para milyarlarca kez atıldığında deneysel olasılığın sonucunun teorik olasılık olan $\frac{1}{2}$ ye daha çok yaklaşması beklenir.



Örnek 12

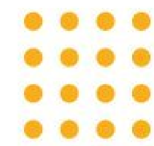
Kaleci Cem futbolcu Remzi'nin attığı ve her biri kaleye isabet eden 40 penaltı atışından 16 sında topu yakalamıştır.

Buna göre, Remzi'nin kaleye isabet eden bir sonraki penaltı atışında Cem'in topu yakalamasının deneysel olasılığı kaçtır?

A) $\frac{25}{41}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{17}{41}$ E) $\frac{2}{5}$

Çözüm: $\frac{16}{40}=\frac{2}{5}$

Cevap: E



Örnek 13

T	E	R	S
E	R	S	A
R	K	A	N
S	A	N	E

Şekil I

SÖZCÜK	KİŞİ SAYISI
TERSANE	28
TERKANE	12

Şekil II

Bir sınıftaki 40 öğrencinin her biri Şekil I'deki T harfinden başlayıp komşu harfler üzerinden her hamlede 1 birim sağa veya 1 birim aşağıya ilerleyerek sağ alt köşedeki E harfine ulaşmış ve elde ettiği sözcüğü bir kağıda yazmıştır. Şekil II'de kaç öğrencinin hangi sözcüğü yazdığı verilmiştir.

Buna göre, sınıftaki 41. öğrenci aynı işlemi yaptığında elde edeceği sözcüğün "TERSANE" olmasının deneysel olasılığı teorik olasılığından kaç fazladır?

A) $\frac{7}{40}$ B) $\frac{3}{20}$ C) $\frac{5}{40}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{40}$

I. Deneysel olasılık = $\frac{28}{40}$

II. Teorik olasılık:

i) sözcük sayısı için 3 kez sağa ve 3 kez aşağı gidilmelidir.

SSSAAA ⇒ $\frac{6!}{3!3!}$ = 20 sözcük yazılır.

ii) K harfi kullanılarak yazılan sözcük sayısı:

(SAA) . (SSA) = $\frac{3!}{2!}\cdot\frac{3!}{2!}$ = 3 · 3 = 9 tane TERKANE sözcüğü yazılır.

iii) 20 – 9 = 11 tane TERSANE sözcüğü yazılır.

Teorik olasılık = $\frac{11}{20}=\frac{22}{40}$ SONUÇ: $\frac{28}{40}-\frac{22}{40}=\frac{6}{40}=\frac{3}{20}$

Cevap: B

Örnek 14

Nalan Öğretmen 21 kişilik sınıfında, Buse hariç geriye kalan 20 öğrencinin her birine 10 cm uzunluğunda birer ip vermiş ve öğrencilerinden bu ipi her birinin uzunluğu cm türünden tam sayı ve iki parça olacak biçimde kesmelerini istemiştir.

Öğrencilerin her biri kendilerine verilen ipi istenildiği biçimde kestikten sonra 17 öğrencinin elde ettiği parçaların uzunluklarının birbirinden farklı olduğu görülmüştür.

Buna göre, Buse aynı kesme işlemini yaparsa elde ettiği parçaların uzunluklarının birbirine eşit olmasının teorik ve deneysel olasılıklarını toplamı kaç olur?

A) $\frac{47}{180}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{7}{15}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{7}{18}$

Deneysel olasılık $= \frac{3}{20}$

Teorik olasılık : (1 – 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5), (6, 4), (7, 3), (8, 2), (9, 1)

Eşit olma olasılığı $= \frac{1}{9}$

Sonuç : $\frac{3}{20} + \frac{1}{9} = \frac{27+20}{180} = \frac{47}{180}$

Cevap: A

Örnek 15

Şekilde bir telefon ekranının belli bir bölümü verilmiştir.

Bu bölümdeki her satırdan bir rakam seçilerek elde edilen birbirinden farklı üç basamaklı tüm şifreler ayrı ayrı kağıtlara yazılıyor.

Bu kağıtlar arasından rastgele seçilen bir şifrenin rakamlarının her birinin farklı sütunlardan seçilmiş olma olasılığı kaçtır?

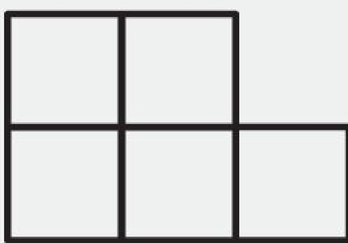
A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{5}{9}$

Olasılık $\frac{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3!}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3!} = \frac{2}{9}$

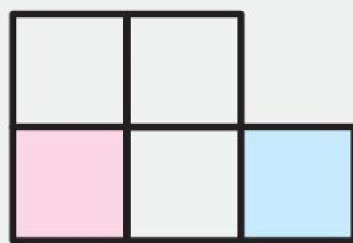
Cevap: B

Örnek 16

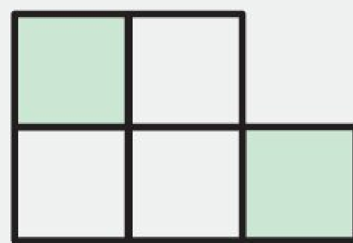
Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3



Şekil 1 deki 5 birim kareden 2 tanesi seçilecek ve seçilen karelerin içi yeşil, kırmızı veya mavi renklerden biri ile rastgele boyanacaktır. Şekil 2 de uygun boyama desenlerinden bir tanesi verilmiştir.

Bu desenlerden rastgele bir tanesi seçildiğinde boyanan karelerin farklı satırlarda ve birbiri ile aynı renkte boyanmış olma (Şekil 3 te uygun bir örnek verilmiştir) olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{2}$

$\frac{\binom{2}{1}\binom{3}{1} \cdot 3 \cdot 1}{\binom{5}{2} \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3}{10 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{5}$

Cevap: B

Örnek 17

$(2a^4 + c^7)^{15}$

ifadesinin açılımında elde edilen terimlerin her biri birer kağıda yazılarak bir torbaya atılıyor.

Buna göre, bu torbadan rastgele çekilen bir kağıtta yazan terimde a nın üssünün c nin üssünden büyük olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{7}{16}$ E) $\frac{1}{2}$

$\binom{15}{r}(a^4)^{15-r}(c^7)^r$

$60 - 4r > 7r$

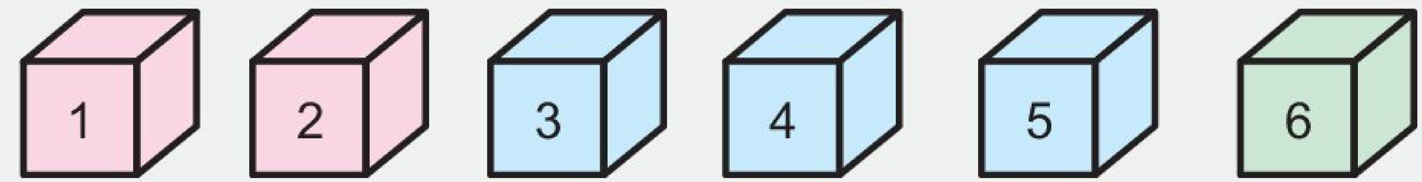
$60 > 11r$

$\frac{60}{11} > r \Rightarrow r = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

Olasılık $= \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

Cevap: B

Örnek 18



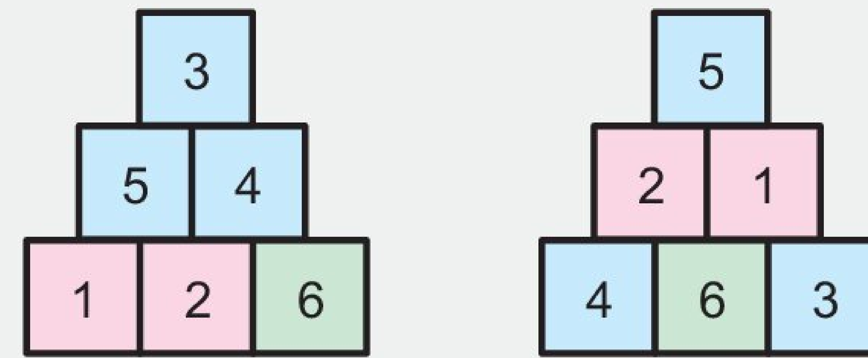
Şekilde aynı büyüklükte ve numaralandırılmış altı küp verilmiştir. Bu küpler, üçü alt sırada, ikisi orta sırada ve bir tanesi üst sırada olacak ve bir üst sıradaki küpler alt sıradaki küpleri ortalayacak biçimde üst üste diziliyor.

Bu diziliş sonunda

- 1 ve 2 numaralı küplerin aynı sırada ve yanyana
- 6 numaralı küpün alt sırada olduğu bir görünüm elde edilmek isteniyor.

Aşağıda buna uygun iki diziliş verilmiştir.

Örnek:



Buna göre, verilen küpler rastgele dizildiğinde istenen bir görünüm elde etme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{40}$ B) $\frac{1}{20}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{8}$

Kırmızılar altta iken: $\underbrace{2 . 2!}_{\text{Kırmızılar}} . \underbrace{1}_{\text{Yeşil}} . \underbrace{3!}_{\text{Maviler}} = 24$ *şekilde*

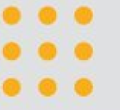
Kırmızılar orta sırada: $\underbrace{1 . 2!}_{\text{Kırmızılar}} . \underbrace{3}_{\text{Yeşil}} . \underbrace{3!}_{\text{Maviler}} = 36$ *şekilde*

Olasılık $= \frac{24+36}{6!} = \frac{60}{6!} = \frac{1}{12}$

Cevap: C

Örnek Cevapları

1. C	2. C	3. E	4. E	5. E	6. E	7. B	8. C	9. C	10. C
11. C	12. E	13. B	14. A	15. B	16. B	17.B	18.C		



1. 5 kız ve 3 erkek öğrencinin bulunduğu bir gruptan 3 temsilci seçilecektir.

Seçilen bu üç temsilciden ikisinin kız, birinin erkek öğrenci olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{15}{28}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{17}{28}$ E) $\frac{9}{14}$

$\frac{\binom{5}{2}\binom{3}{1}}{\binom{8}{3}} = \frac{10 . 3}{56} = \frac{15}{28}$

Cevap B

2. Bir madeni para art arda 5 kez atılıyor. Bu atışlardan herhangi üçünün yazı gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{9}{16}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{7}{16}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{5}{16}$

$\frac{5!}{3! . 2!} . \frac{1}{32} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$

Cevap E

3. Berra bir çift zarı 36 kez atmış ve üst yüze gelen sayıların toplamını not etmiştir.

Üst yüze hangi toplamdan kaç kez geldiği (frekansı) aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Zarların toplamı	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Frekansı	1	1	3	3	7	7	5	3	3	2	1

Buna göre, zarların toplamın 7 olmasının teorik olasılığı ile deneysel olasılığının toplamı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{13}{36}$ C) $\frac{7}{18}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{4}{9}$

$\frac{6}{36} + \frac{7}{36} = \boxed{\frac{13}{36}}$

Cevap: B

4. Küçük plastik bir koni 1001 kez havaya atılmıştır.

Bu atışlardan 182 sinde tabanı üzerine geriye kalan atışlarda ise yan yüzü üzerine düşmüştür.

Buna göre, bu koninin atılması deneyinde koninin yan yüzeyi üzerine düşmesinin deneysel olasılığı kaçtır?

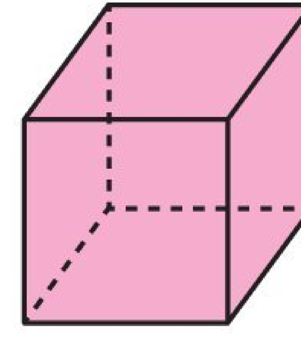
A) $\frac{6}{11}$ B) $\frac{7}{11}$ C) $\frac{8}{11}$ D) $\frac{9}{11}$ E) $\frac{10}{11}$

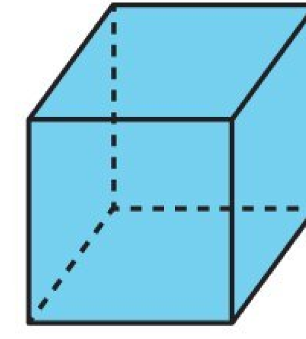
1001 = 11 . 7 . 13 tür.

$1 - \frac{182}{1001} = 1 - \frac{2}{11} = \frac{9}{11}$

Cevap D

5.





- Şekildeki kırmızı küpün yüzeylerinden
  4 tanesine S, E, V, A harfleri
  2 tanesine L harfi yazılmıştır.
- Mavi küpün yüzeylerinden
  4 tanesine S, U, N, A harfleri 2 tanesine Y harfi yazılmıştır.

Kırmızı ve mavi küp aynı anda havaya atılıyor.

Sırasına ve yönüne bakılmaksızın görünen yüzeylerde SEVAL ve SUNAY isimlerinin görülme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{5}{9}$

{L} {Y} $\frac{2}{6} . \frac{2}{6} = \frac{1}{3} . \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

Cevap: A

6.

Bilet Ücretleri

TAM: ₺10
ÖĞRETMEN: ₺4
ÖĞRENCİ: ₺1

Bir resim sergisini gezme ücreti ₺10 dir. Sergide öğretmen ve öğrencilere indirim uygulanmaktadır. Ücret öğretmenler için ₺4 ve öğrenciler için ₺1 dir. Sergiyi ilk bir saat içinde 3'ü öğrenci, 2'si öğretmen olmak üzere toplam 9 kişi gezmiştir.

Buna göre, bu sergiyi ilk bir saatte gezen 9 kişiden herhangi 4 ünden alınan toplam ücretin ₺16 olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{4}{21}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{4}{35}$

4 yetişkin ve 2 öğretmen ve 3 öğrenci gezmiş.

4 kişiden 16 TL toplanabilme durumunda

1 Yetişkin + 1 Öğretmen + 2 Öğrenci

$\frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{3}{2}}{\binom{9}{4}} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = \frac{8}{42} = \boxed{\frac{4}{21}}$

Cevap: C

7. Bir torbada 2 kırmızı 3 beyaz bilye vardır. İki kişinin oynadığı bir oyunda çekilen bilye torbaya geri atılmamak koşuluyla iki kişi sırayla arka arkaya birer bilye çekeceklerdir. Oyun ilk kırmızı bilye çekilene kadar devam edecektir. Torbadan ilk kez kırmızı bilye çeken kişi oyunu kazanacaktır.

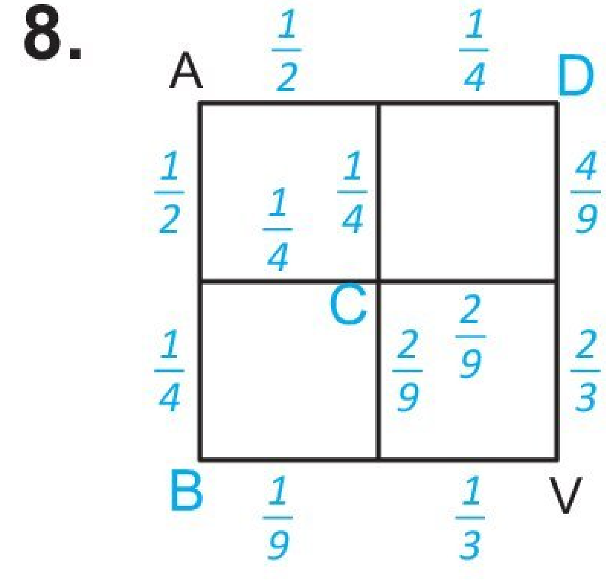
Buna göre, oyuna ikinci olarak başlayan kişinin oyunu kazanma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{8}{15}$ C) $\frac{7}{12}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{3}$

(B, K) + (B, B, B, K)

$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{18 + 6}{60} = \frac{2}{5}$

Cevap D

8. 

Bir bilgisayar oyununda iki oyuncu şekildeki birim karelerin kenarları üzerinde hareket edecek ve en kısa yollardan birini kullanarak diğerinin bulunduğu noktaya gidecektir.

- Oyuncuların hızları eşit olup aynı anda harekete başlayacaktır.
- A noktasında bulunan Ali'nin herhangi bir kavşakta sağa veya aşağıya gitme olasılığı eşittir.
- V noktasında bulunan Veli'nin herhangi bir kavşakta yukarı gitme olasılığı sola gitme olasılığının 2 katıdır.

Buna göre, iki oyuncunun karşılaşma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{5}{18}$ C) $\frac{11}{36}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{13}{36}$

B noktasında buluşma olasılığı: $\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{9}=\frac{1}{36}$

D noktasında buluşma olasılığı: $\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{9}=\frac{4}{36}$

C noktasında buluşma olasılığı: $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)\cdot\left(\frac{2}{9}+\frac{2}{9}\right)=\frac{2}{4}\cdot\frac{4}{9}=\frac{8}{36}$

Buluşma olasılığı: $\frac{1}{36}+\frac{4}{36}+\frac{8}{36}=\frac{13}{36}$ *Cevap E*

9. Ali: "Benim çantamda 3 tanesi kırmızı, 2 tanesi mavi ve 1 tanesi siyah olmak üzere 6 kalem vardır."

Veli: "Benim çantamda sadece 1 tane kırmızı kalem vardır."

Bu kişilerden Ali kalemlerinden rastgele 1 tanesini alıp Veli'nin çantasındaki kalemin yanına atıyor.

Ardından her ikisi de çantalarından rastgele birer kalem çıkarıyorlar.

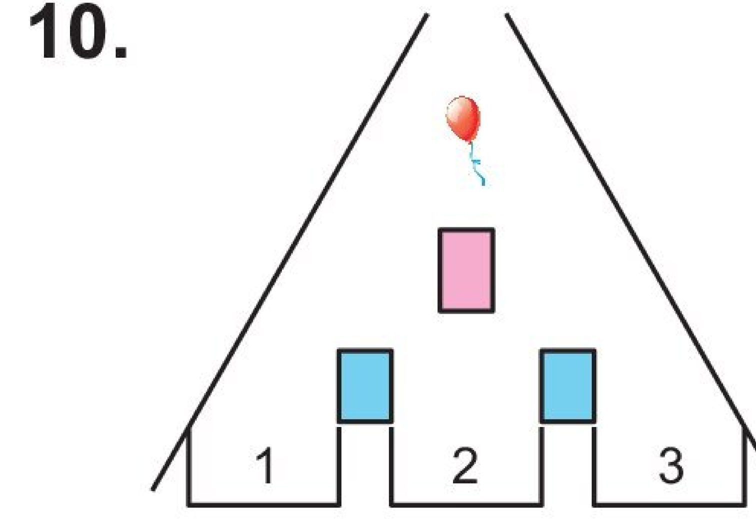
Buna göre, hem Ali'nin hem de Veli'nin son çıkardıkları kalemlerin her ikisinin de kırmızı renkli olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{7}{20}$ C) $\frac{11}{30}$ D) $\frac{23}{60}$ E) $\frac{2}{5}$

K(KK) + M(KK) + S(KK)

Olasılık = $\frac{3}{6}\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{2}\right)+\frac{2}{6}\left(\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{6}\left(\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}\right)$

Olasılık = $\frac{12+6+3}{60}=\frac{21}{60}=\frac{7}{20}$ *Cevap B*

10. 

Şekildeki kırmızı balon bir kırmızı ve 1 mavi olmak üzere toplam 2 engele çarparak numaralandırılmış 3 kutudan birine düşmüştür.

Balon kırmızı engele çarptıktan sonra alt satırdaki mavi engellerden birine çarpmıştır.

- Kırmızı engele çarptıktan sonra sağa gitme olasılığı sola gitme olasılığının iki katıdır.
- Mavi engele çarptıktan sonra sola gitme olasılığı sağa gitme olasılığının 3 katıdır.

Buna göre, balonun 2 numaralı kutuya düşme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{7}{12}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{6}$

P(Sağ, Sol) + P(Sol, Sağ) = $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{7}{12}$ *Cevap: B*

11. Bir bilgisayarın açılış şifresi 3 tanesi harf ve 2 tanesi rakam olmak üzere 5 karakterden oluşmaktadır.

- Kullanılan harfler A, B ve C dir.
- Kullanılan rakamlar 2 ve 7 dir.
- Şifre harf ile başlayıp rakam ile bitmektedir.

Yukarıda verilen bilgilere sahip bir kişinin ilk denemede bilgisayarı açma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{24}$ B) $\frac{1}{30}$ C) $\frac{1}{36}$ D) $\frac{1}{42}$ E) $\frac{1}{48}$

3 . 3! . 2 = 36

Olasılık = $\frac{1}{36}$ *Cevap C*

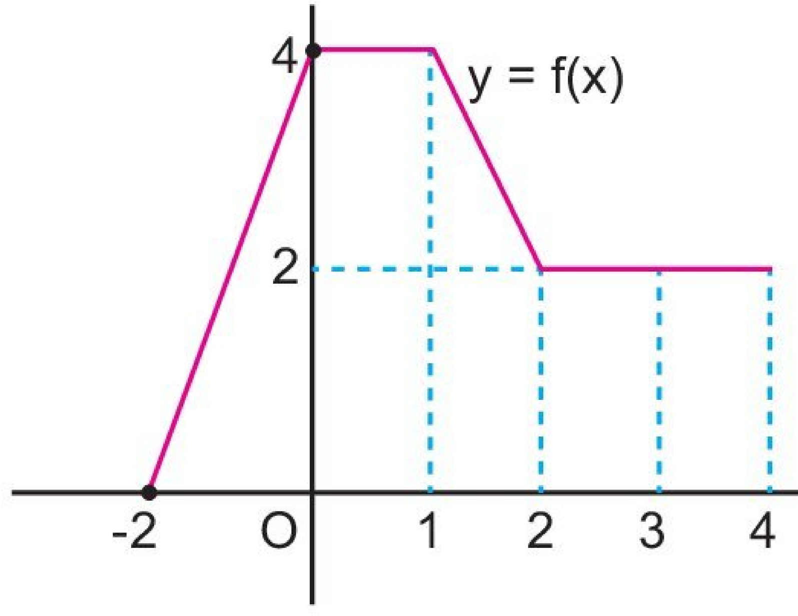
12. Bir takımın yaptığı maçları galibiyet ile bitirme olasılığı $\frac{1}{3}$, beraberlikle bitirme olasılığı $\frac{1}{2}$ dir. Bir maçın sonucu için belirtilenler dışında sadece yenilgi durumu söz konusudur. **Buna göre, bu takımın yapacağı 5 maçın ikisini galibiyet ve ikisini yenilgi ile bitirme olasılığı kaçtır?**

A) $\frac{5}{108}$ B) $\frac{1}{18}$ C) $\frac{7}{108}$ D) $\frac{2}{27}$ E) $\frac{1}{12}$

2G 2Y 1B

$\frac{5!}{2!2!}\cdot\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{36}\cdot\frac{1}{2}=\frac{30}{9.36.2}=\boxed{\frac{5}{108}}$ *Cevap: A*

1.B 2.E 3.B 4.D 5.A 6.C 7.D 8.E 9.B 10.B 11.C 12.A

1. 

f: [–2, 4] → [0, 4]

Şekilde grafiği verilen y = f(x) fonksiyonunda hem apsisi hem de ordinatı tamsayı olan noktalar ayrı ayrı kağıtlara yazılarak bir torbaya atılıyor.

Buna göre, torbadan rastgele çekilen iki kağıdın üzerinde yazılı olan noktalar arasındaki ortalama değişim hızının sıfır olma olasılığı kaçtır?

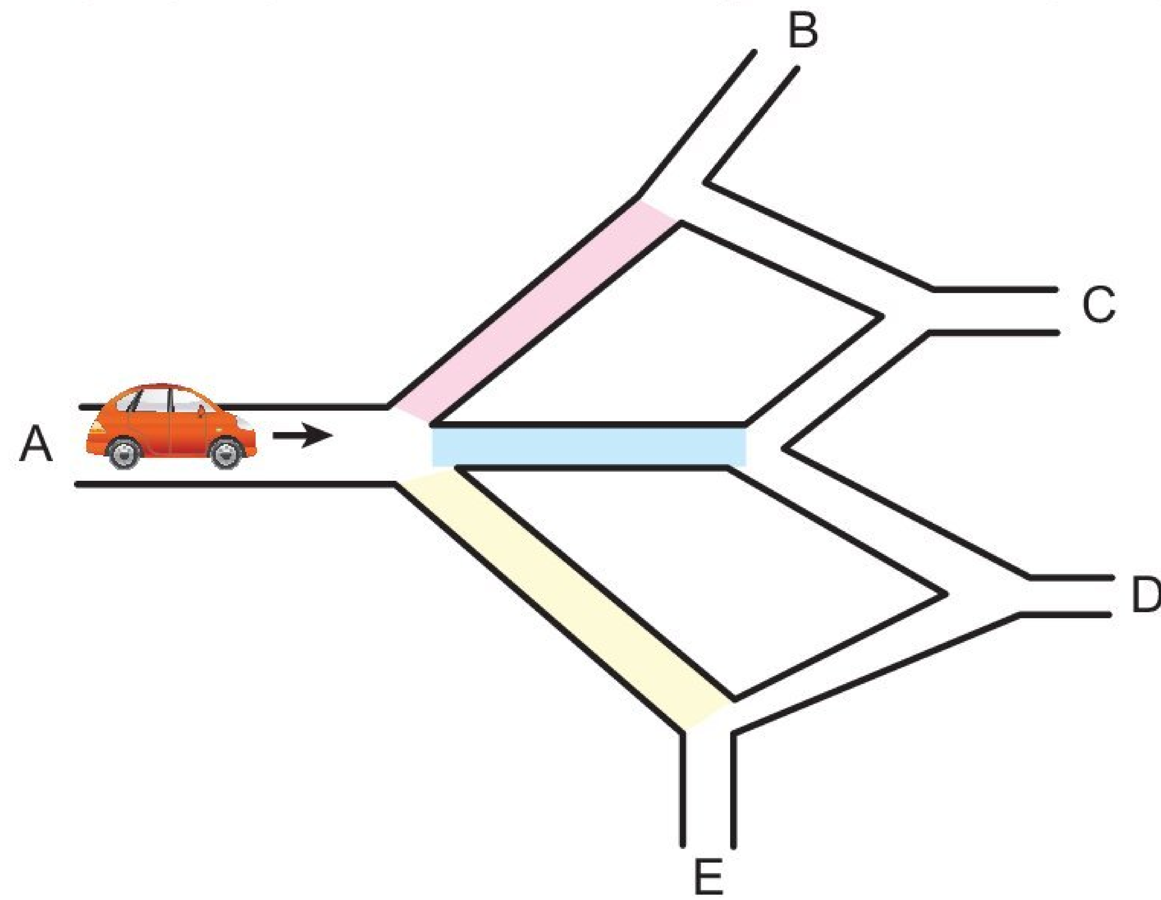
A) $\frac{4}{21}$ B) $\frac{5}{21}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{8}{21}$

(– 2, 0)
(– 1, 2) (2, 2) (3, 2) (4, 2) $\dfrac{\binom{4}{2}+\binom{2}{2}}{\binom{7}{2}} = \dfrac{7}{21} = \dfrac{1}{3}$
(0, 4) (1, 4)

olmak üzere koordinatlar tam sayı olan 7 nokta vardır.

Cevap D

2. Şekildeki A noktasından yola çıkan uzaktan kumandalı oyuncak araba gittiği hiçbir yoldan geri dönmeden B, C, D, E çıkış kapılarından herhangi birinden dışarı çıkacaktır.

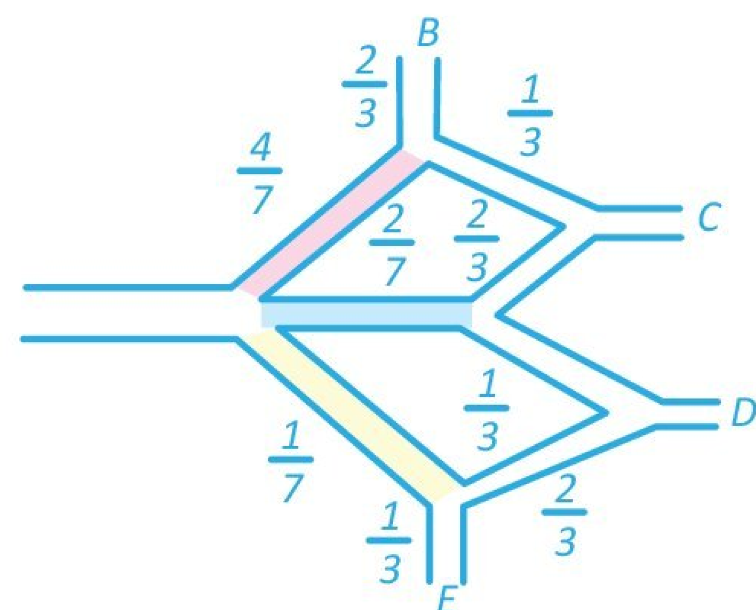


Bu arabanın her yol ayrımında üstteki yolu kullanma olasılığı bir alttaki yolu kullanma olasılığının iki katıdır.

Örneğin, ilk yol ayrımında kırmızı yolu kullanma olasılığı mavi ve sarı yolları kullanma olasılığının sırasıyla iki ve dört katıdır.

Buna göre, arabanın C veya D kapısından çıkma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{10}{21}$ C) $\frac{11}{21}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{13}{21}$

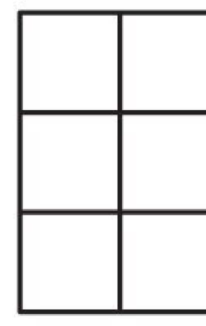


$P(C) = \frac{4}{7}\cdot\frac{1}{3}+\frac{2}{7}\cdot\frac{2}{3} = \frac{8}{21}$

$P(D) = \frac{2}{7}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{7}\cdot\frac{2}{3} = \frac{4}{21}$

$P(C\cup D) = \frac{8}{21}+\frac{4}{21} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$

Cevap: D

3. 

Şekil 3 satır ve 6 birim kareden oluşmaktadır. Bu şeklin 3 karesi maviye, 2 karesi kırmızıya boyanacak ve 1 karesine boyama yapılmayacaktır.

Buna göre, kırmızı ile boyanacak karelerin aynı satırda yanyana gelmeme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{13}{15}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{23}{30}$ E) $\frac{11}{15}$

- *6 kareden boş kalacak bir kare* $\binom{6}{1} = 6$ *farklı şekilde seçilir.*
- *Geriye kalan 5 kareden maviye boyanacak 3 kare* $\binom{5}{3} = 10$ *farklı şekilde seçilir.*
- *6 . 10 = 60 farklı boyama yapılır.*
  İSTENMEYEN DURUM: Kırmızıların yanyana olmasıdır.
- *3 farklı satırda kırmızılar yanyana gelebilir. 3 durum.*
- *Her durumda geriye kalan 4 kareden 3 ü seçilecek ve maviye boyanacaktır.* $\binom{4}{3} = 4$ *durum.*
- *3 . 4 = 12 tane istenmeyen duurm vardır.*
- *OLASILIK =* $1 - \frac{12}{60} = \frac{4}{5}$

Cevap: C

4. Bir traktör fabrikasında belli bir proje için görevlendirilen kişiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

MÜHENDİSLER	BAŞMÜHENDİSLER
NİL	OĞUZ
KAAN	KEMAL
ÖZLEM	CENK
VOLKAN	

Bu kişiler arasından biri 3 diğeri 4 kişilik iki ekip seçilecektir.

Her ekipte 2 mühendis ve en az bir Başmühendis olmak üzere ekiplerden biri hafta içinde diğeri hafta sonunda çalışacaktır.

Buna göre, Özlem'in hafta içindeki ekipte ve Oğuz'un hafta sonunda çalışacak ekipte görev alma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{11}{24}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

I) Hafta içi ekibinin kaç türlü seçileceğin bulursak her durum için hafta sonu ekibi sadece 1 türlü seçilir.

Hafta içi ekibi:

(2 mühendis ve 2 başmühendis) + (2 mühendis + 1 başmühendis) olabilir

$\binom{4}{2}\cdot\binom{3}{2}$ + $\binom{4}{2}\binom{3}{1}$

$6\cdot 3$ $6\cdot 3 = 36$ *durum*

II) Özlemin hafta içinde ve Oğuz'un hafta sonu ekibinde olduğu hafta içi ekiplerini seçelim. Hafta sonu her durum için sadece 1 türlü başmühendis gerçekleşir.

(Özlem, 1 mühendis, 2 başmühendis–Oğuz yok)+(Özlem, 1 mühendis, 1 başmühendis–Oğuz yok)

$\binom{3}{1}\cdot\binom{2}{2}$ + $\binom{3}{1}\binom{2}{1}$

$3\cdot 1$ $3\cdot 2 = 9$ *durum*

III) Olasılık $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

Cevap: E

5.



Bir sırada yanyana 7 tane boş park yerinin bulunduğu bir otoparka 3 ü kırmızı, 2 si mavi, 2 si yeşil renkli olan aynı marka ve aynı model 7 araç yanyana park edilecektir.

Buna göre, kırmızı renkli araçların herhangi ikisinin yanyana gelmeden (kırmızı renkli herhangi bir aracın sağında veya solunda kırmızı renkli araç olmamak üzere) park edilme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{13}{84}$ D) $\frac{3}{20}$ E) $\frac{1}{7}$

İstenen durum: . M . M . Y . Y .

$\frac{4!}{2!.2!} \cdot \binom{5}{3}$

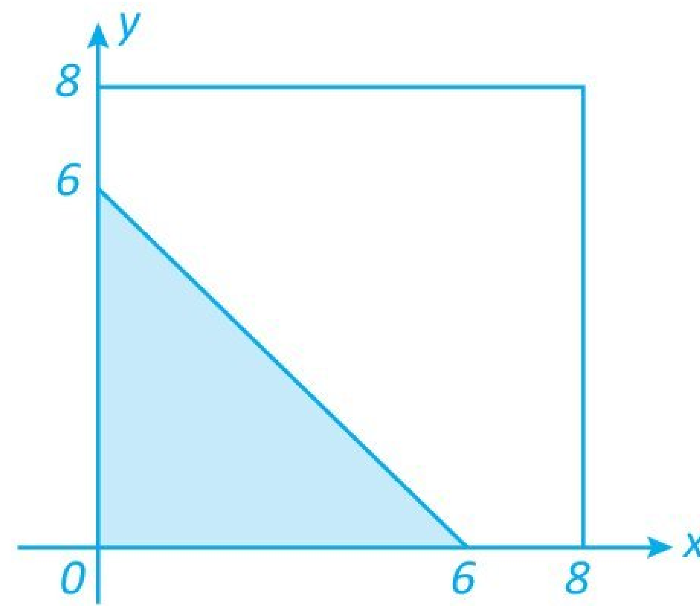
3 kırmızı 5 boşluğa yerleşecek

Olasılık $= \dfrac{\binom{4}{2}\binom{5}{3}}{\frac{7!}{3!\,2!\,2!}} = \dfrac{6.10}{7.5.3.2} = \dfrac{2}{7}$

Cevap A

6. **Sayı doğrusundaki [0, 8] aralığından seçilen iki gerçek sayının toplamının 6 veya 6 dan küçük olma olasılığı kaçtır?**

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{9}{32}$ C) $\frac{5}{16}$ D) $\frac{11}{32}$ E) $\frac{3}{8}$



$\dfrac{\frac{6 \cdot 6}{2}}{64} = \dfrac{18}{64}$

$= \boxed{\dfrac{9}{32}}$

Cevap: B

7. Bir okulun bir pazartesi günü için ilan edilen nöbetçi listesi aşağıdaki gibidir.

9 – A sınıfı : Anıl ve Emel
10 – B sınıfı: Burak ve Fatma
11 – C sınıfı: Canan ve Gülizar

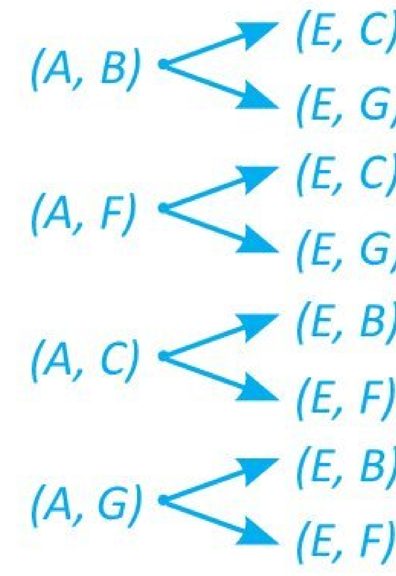
Bu okulda bahçe, giriş kat ve üst kat olmak üzere 3 farklı nöbet yerinin her birinde 2 öğrenci nöbet tutmaktadır.

Aynı sınıftaki öğrencilerin aynı nöbet yerinde birlikte nöbet tutmalarına izin verilmemektedir.

Bu koşullara uygun olacak biçimde nöbetçiler ikişer ikişer rastgele eşleştirilip 3 görev yerine atanmıştır.

Buna göre, Anıl ve Burak'ın birlikte bahçede nöbet tutma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{15}$



Her bölümde sonuncu eşleşmeler zorunlu olduğu için yazılmamıştır. Toplamda 8 farklı eşleşme vardır. Bu eşleşmelerden 2 tanesinde Anıl ve Burak birlikte nöber tutar. Olasılık $= \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ *tür. Anıl ve Burak'ın bahçede nöbet tutma olasılığı* $\frac{1}{3}$ *tür.*

Olasılık $= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

Cevap: D

8. K E R E V E T

sözcüğünün 7 harfli permütasyonları arasından rastgele seçilen bir tanesinde herhangi iki E harfinin yanyana gelmemiş olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{5}{42}$ B) $\frac{2}{21}$ C) $\frac{1}{14}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{42}$

1) İstenen durum: $\underset{1}{\bullet}$ K $\underset{2}{\bullet}$ R $\underset{3}{\bullet}$ V $\underset{4}{\bullet}$ T $\underset{5}{\bullet}$

Sessiz harfler 4! farklı şekilde dizilir. Oluşan 5 boşluktan üç tanesi $\binom{5}{3}$ *farklı şekilde seçilip E harfleri yerleştirilir.*

2) Tüm durumlar: $\frac{7!}{3!}$ *diziliş vardır.*

3) Olasılık $= \dfrac{4!\binom{5}{3}}{\frac{7!}{3!}} = \dfrac{24 \cdot 5 \cdot 2}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4} = \dfrac{2}{7}$

Cevap: D

1.D 2.D 3.C 4.E 5.A 6.B 7.D 8.D

ÜSTEL FONKSİYON

Örnek 1

Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\frac{1}{27} = 9^x$ denkleminin kökü $-\frac{3}{2}$ dir.

B) $0{,}25 + 0{,}125 = \frac{3}{8}$ dir.

C) $(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) = 3$

D) $\sqrt{4\sqrt[3]{2}} = 2^x$ denkleminin kökü $\frac{7}{6}$ dır.

E) $100\sqrt{10} = 10^{\frac{5}{2}}$

$(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) = 5 - 4 = 1$

Cevap: C

Örnek 2

Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $f(x) = \sqrt{5 - x}$ fonksiyonunun tanımlı olduğu en geniş küme $(-\infty, 5]$ dir.

B) $x < 2$ iken $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2 - x$ dir.

C) $f(x) = 2x - 4$ olmak üzere $f^{-1}(x) = \frac{x+4}{2}$ dir.

D) $f(x) = 2x$ ve $g(x) = x + 3$ fonksiyonları için $(fog)(x) = 2x + 6$ dır.

E) $(2^{-3})^{-2} = 32$ dir.

$(2^{-3})^{-2} = 2^6 = 64$

Cevap: E

Örnek 3

I. $2^x \geq 2^{-5}$ ise $x \geq -5$

II. $\left(\frac{1}{3}\right)^x > \left(\frac{1}{3}\right)^4$ ise $x > 4$

III. $5^x = 1$ denkleminin çözüm kümesi $\{0\}$ dır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

II. yanlıştır: 0 < Taban < 1 için eşitsizlik yön değiştirir.

$\left(\frac{1}{3}\right)^x > \left(\frac{1}{3}\right)^4$ için $x < 4$ olmalıdır.

Cevap: C

I. Üstel Fonksiyon

$a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ ve $a \neq 1$ olmak üzere,

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$, $f(x) = a^x$

biçiminde tanımlanan bire bir ve örten f fonksiyonuna üstel fonksiyon denir.

Örnek 4

Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi üstel fonksiyondur?

A) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = (-2)^x$

B) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ $f(x) = 3^x$

C) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ $f(x) = 5^x$

D) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ $f(x) = 1^x$

E) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ $f(x) = 7^x$

Cevap: C

Örnek 5

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$f(x) = (2m - 5)^x$

üstel fonksiyondur. Buna göre, m'nin en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(\frac{5}{2}, \infty\right) - \{3\}$ B) $\left(\frac{5}{2}, \infty\right)$ C) $(3, \infty)$

D) $\left(-\infty, \frac{5}{2}\right)$ E) $(-\infty, 3)$

$2m - 5 > 0$ ve $2m - 5 \neq 1$

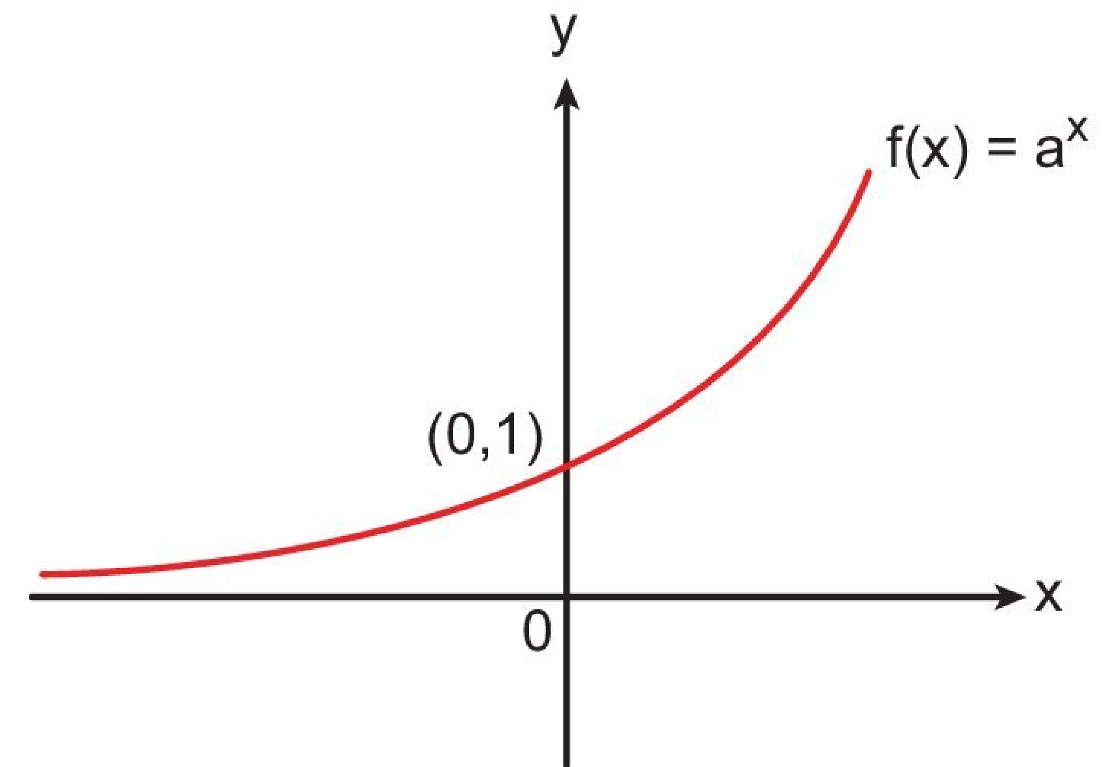
$m > \frac{5}{2}$ ve $m \neq 3$

$Ç.K = \left(\frac{5}{2}, \infty\right) - \{3\}$

Cevap: A

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$, $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonda

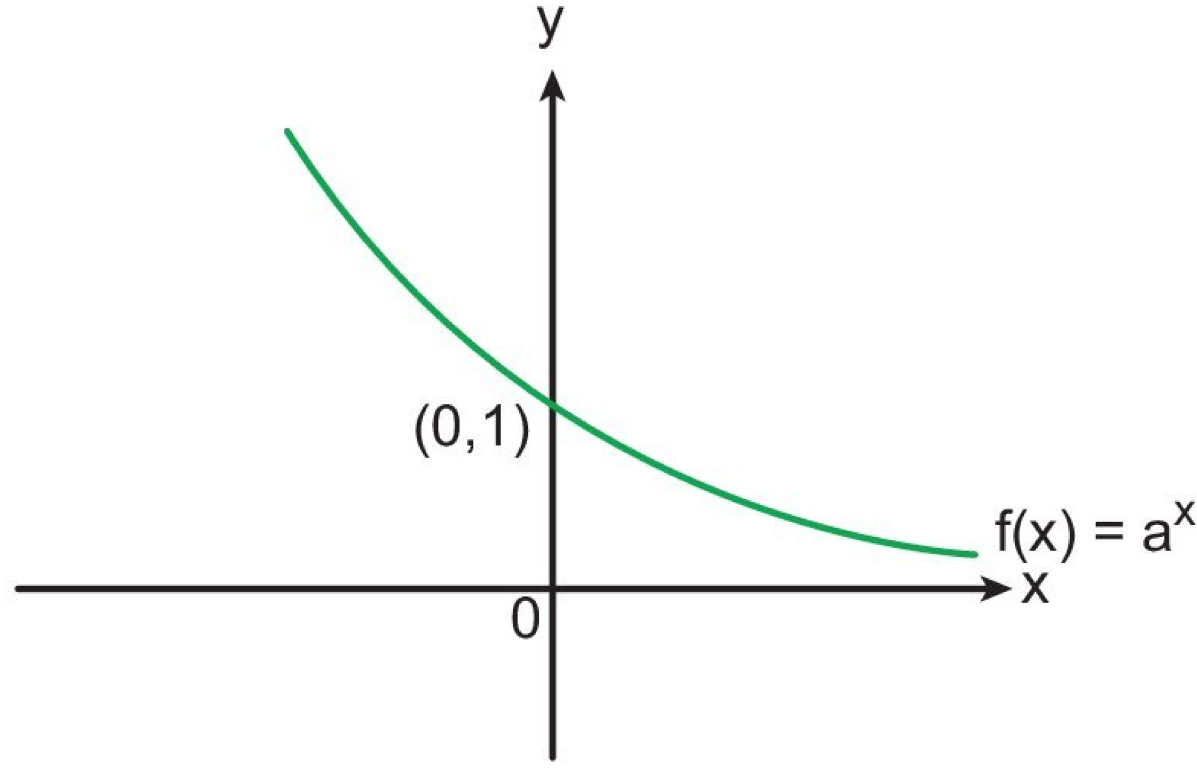
I) a > 1 iken fonksiyonun grafiği ve özellikleri



- 1 – 1 ve örtendir.
- Tersi de bir fonksiyondur.
- Artandır.
- (0, 1) noktasından geçer.
- Pozitif değerlidir.
- a ve b gerçel sayı olmak üzere, $f(a + b) = f(a) \cdot f(b)$ eşitliğini sağlar.



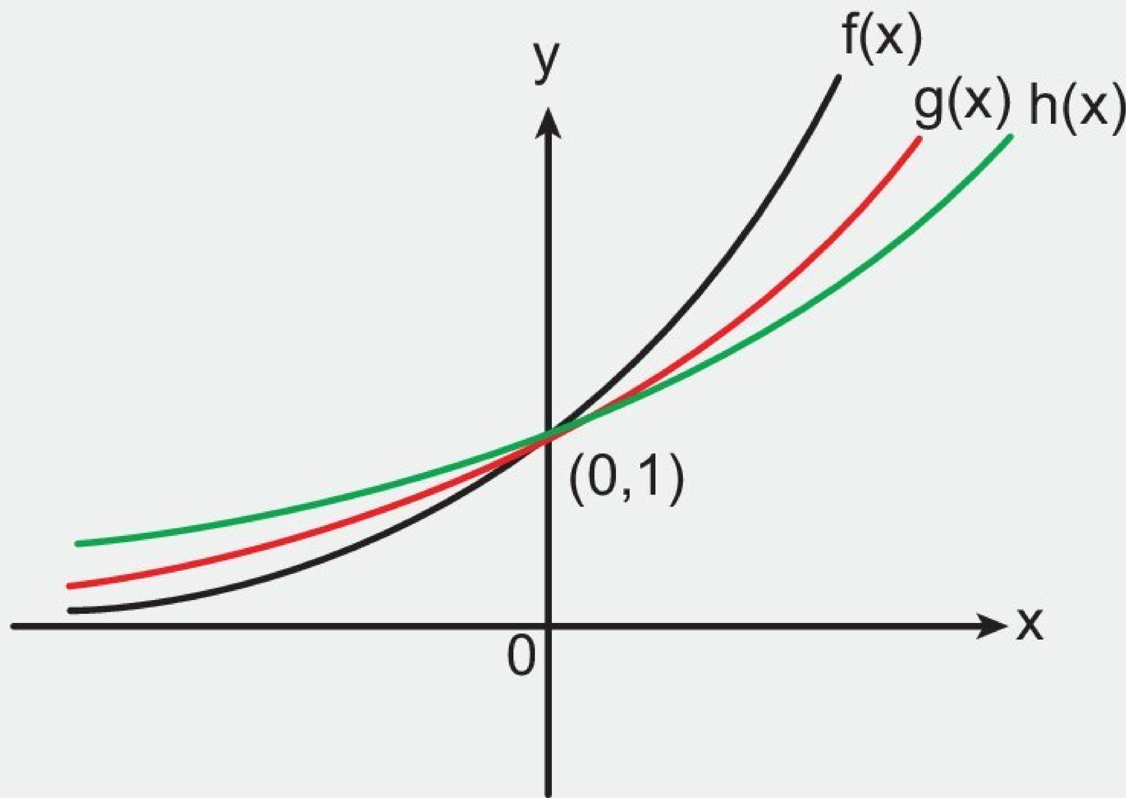
II) 0 < a < 1 iken fonksiyonun grafiği ve özellikleri



- 1 – 1 ve örtendir.
- Tersi de bir fonksiyondur.
- Azalandır.
- (0, 1) noktasından geçer.
- Pozitif değerlidir.
- a ve b gerçel sayı olmak üzere,

  f(a + b) = f(a) · f(b) eşitliği sağlanır.

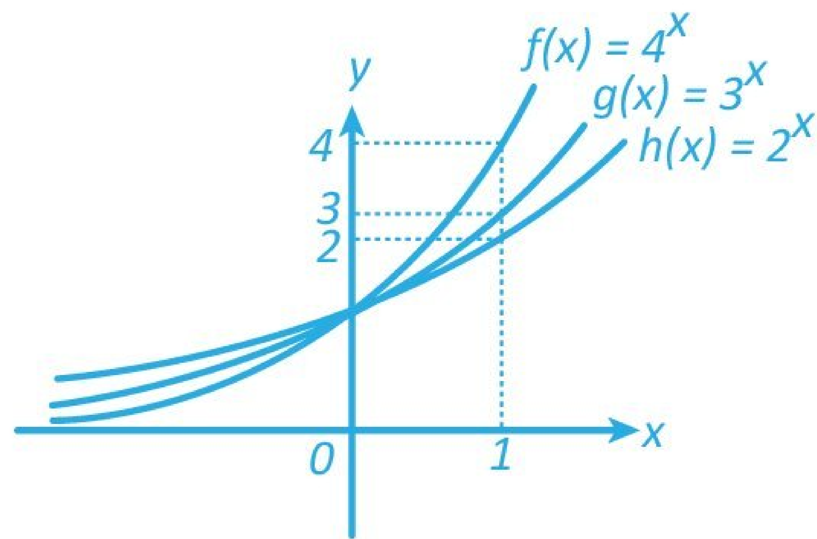
Örnek 6



Şekilde $f(x) = a^x$, $g(x) = b^x$ ve $h(x) = c^x$ fonksiyonlarının grafikleri çizilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) a > b > c
B) a > c > b
C) b > c > a
D) b > a > c
E) c > b > a

a = 4, b = 3, c = 2 gibi düşünülebilir.



Cevap: A

Örnek 7

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$f(x) = (4m - 2)^x$ üstel fonksiyonu artandır.

Buna göre, m reel sayısının en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$
B) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$
C) $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{4}\right)$
D) $\left(\frac{3}{4}, \infty\right)$
E) $(1, \infty)$

$4m - 2 > 1$

$4m > 3$

$m > \frac{3}{4} \Rightarrow m \in \left(\frac{3}{4}, \infty\right)$

Cevap: D

Örnek 8

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$f(x) = a \cdot b^x$

fonksiyonu veriliyor.

$f(2) = 20$

$f^{-1}(10) = 1$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 8
B) 7
C) 6
D) 5
E) 4

$f(2) = 20 = a \cdot b^2$

$f(1) = 10 = a \cdot b$

ifadeleri taraf tarafa bölünürse

$\boxed{b = 2}$ ve $\boxed{a = 5}$, $\boxed{a + b = 7}$ olur.

Cevap: B

Örnek 9

f(x) fonksiyonu her a ve b gerçel sayısı için

f(a + b) = f(a) . f(b)

eşitliğini sağlamaktadır.

f(1) = 2

olduğuna göre, f(3) değeri kaçtır?

A) 4
B) 6
C) 8
D) 10
E) 12

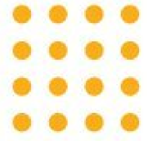
Çözüm 1: $f(1 + 1) = f(1) . f(1)$ $f(1 + 2) = f(1) . f(2)$

$f(2) = 2 . 2 = 4$ $f(3) = 2 . 4 = 8$

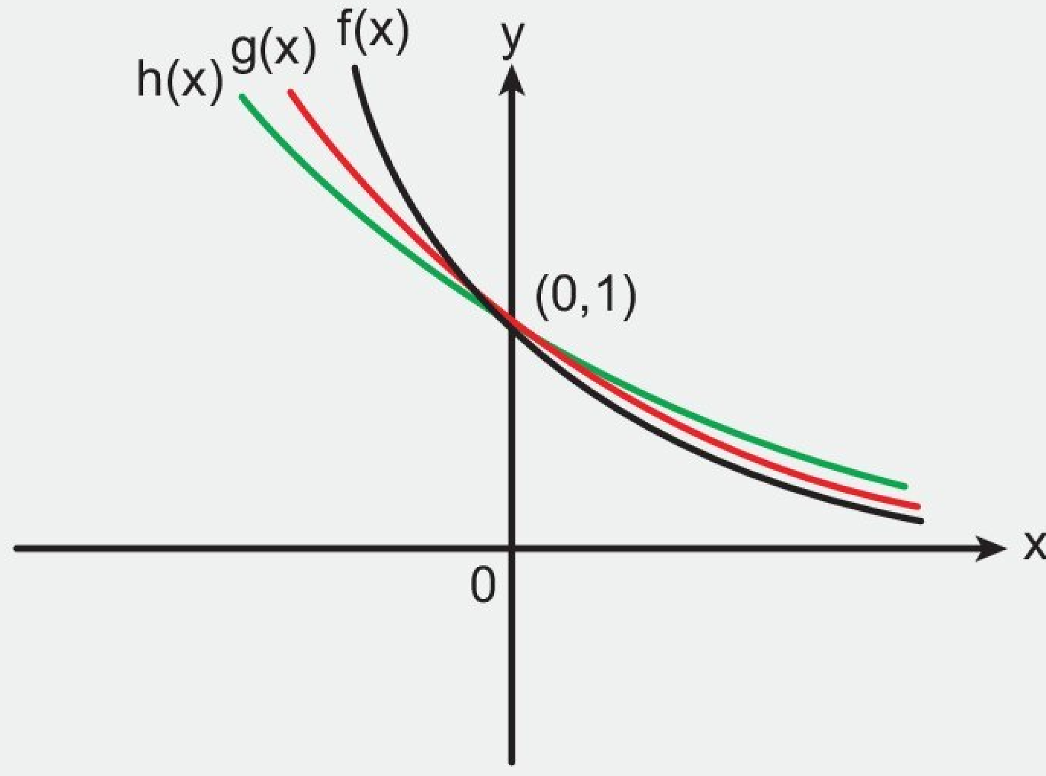
Çözüm 2: $f(x) = a^x$

$f(1) = a^2 \Rightarrow f(x) = 2^x$ ve $f(3) = 2^3 = 8$

Cevap: C



Örnek 10

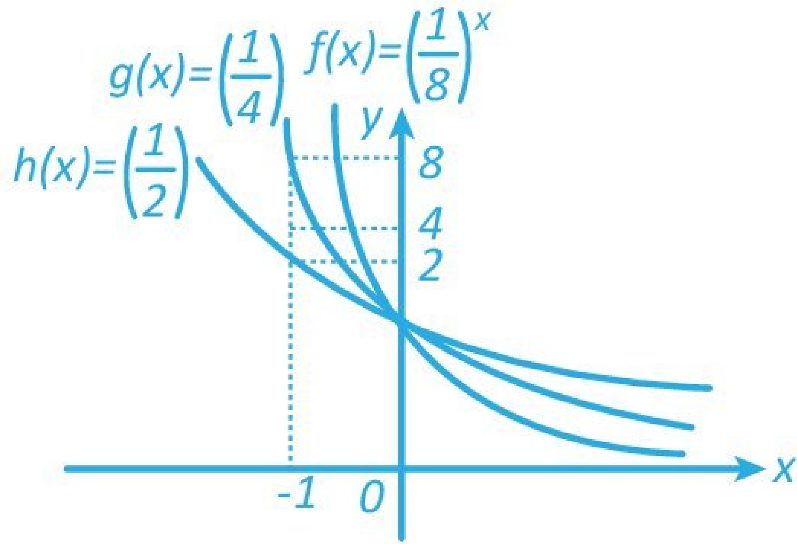


Şekilde $f(x) = a^x$, $g(x) = b^x$ ve $h(x) = c^x$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

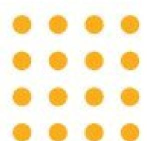
Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) a > b > c B) a > c > b C) b > a > c
D) c > a > b E) c > b > a

$a = \frac{1}{8}$, $b = \frac{1}{4}$, $c = \frac{1}{2}$ olabilir.
c > b > a dır.



Cevap: E



Örnek 11

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

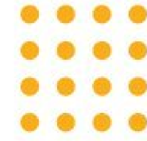
$f(x) = (5 - 2m)^x$ üstel fonksiyonu azalandır.

Buna göre, m reel sayısının en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ B) $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ C) $\left(1, \frac{3}{2}\right)$
D) $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ E) $\left(2, \frac{5}{2}\right)$

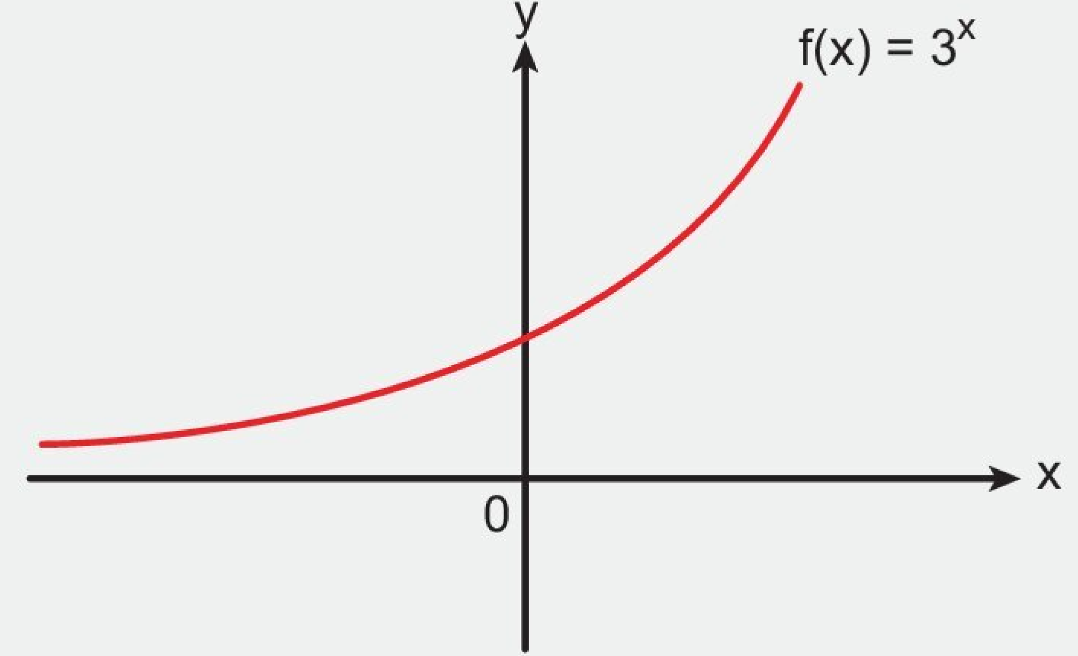
$0 < 5 - 2m < 1$
$-5 < -2m < -4$
$2 < m < \frac{5}{2} \Rightarrow m \in \left(2, \frac{5}{2}\right)$

Cevap: E



Örnek 12

Bazı denklemlerin çözümünde cebirsel işlemler yapılarak çözüm kümesini bulmak zordur. Fakat grafik çizilerek çözüm kümesinin kaç elemanlı olduğu görülebilir.



Şekilde tanım kümesi gerçel sayılar olan $f(x) = 3^x$ fonksiyonunun grafiği ile tanım kümesi gerçel sayılar olan $g(x) = -x$, $h(x) = x + 10$, $k(x) = 4 - x^2$ fonksiyonları veriliyor.

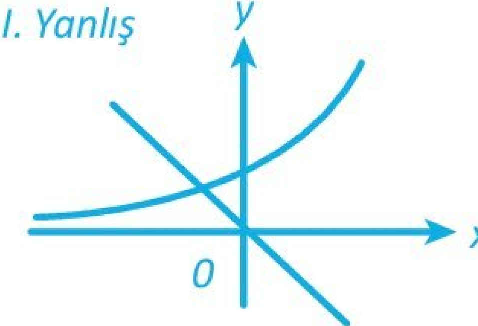
Buna göre,

I. f(x) = g(x) denkleminin çözüm kümesi boş kümedir.
II. f(x) = h(x) denklemin çözüm kümesi bir elemanlıdır.
III. f(x) = k(x) denkleminin çözüm kümesi iki elemanlıdır.

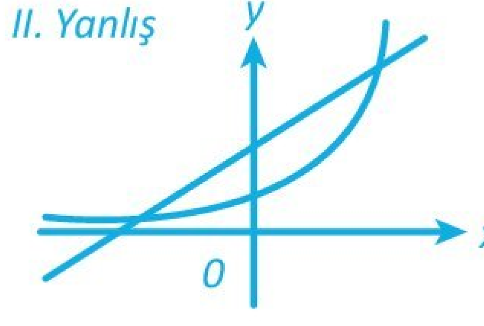
ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I ve III

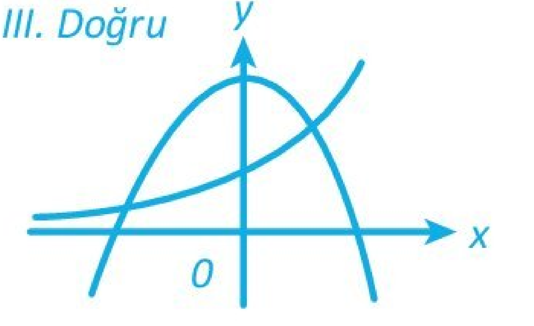
I. Yanlış



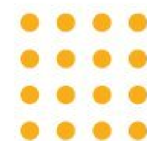
II. Yanlış



III. Doğru



Cevap: C



Örnek 13

Bir deney tüpünde bulunan bakterilerin sayısı her 10 dakikanın sonunda iki katına çıkmaktadır.

Başlangıçta 4 bakteri bulunan bu deney tüpünde başlangıçtan itibaren

I. 1. saatin sonunda 256 bakteri bulunur.
II. 3. saatin sonunda 2^{20} bakteri bulunur.
III. t. saatin sonunda 2^{6t+2} bakteri bulunur.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I, II ve III

Hepsi doğrudur. Bakteri sayısı her saatte 6 defa 2 katına yani 2^6 katına çıkar.
$f(t) = 4 . (2^6)^t = 4 . 2^{6t} = 2^{6t+2}$

Cevap: E

LOGARİTMA FONKSİYONU

$a > 0$ ve $a \neq 1$ olmak üzere,

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$, $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonunun ters fonksiyonu

$f^{-1} : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $f^{-1}(x) = \log_a x$ fonksiyonudur.

$\log_a x$ ifadesinde, a sayısı logaritmanın tabanı ve x sayısı logaritması alınan sayıdır.

Logaritma fonksiyonunun özellikleri:

- 1 sayısının logaritması sıfıra eşittir.

  $a > 0$ ve $a \neq 1$ iken $\boxed{\log_a 1 = 0}$

- Logaritması alınan sayı ile logaritmanın tabanı aynı iken sonuç 1 dir.

  $a > 0$ ve $a \neq 1$ iken $\boxed{\log_a a = 1}$

- Logaritmanın tabanı yazılmamışsa logaritmanın tabanı 10 demektir.

  $\boxed{\log a = \log_{10} a}$

Örnek 14

$$\log_{\sqrt{2}} 1 + \log_7 7 + \log 10$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$\log_{\sqrt{2}} 1 + \log_7 7 + \log_{10} 10$

$0 + 1 + 1 = 2$

Cevap: B

$a > 0$ ve $a \neq 1$ ve $x > 0$, $n \in \mathbb{R}$ ve $r \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

- $\log_a x^n = n \cdot \log_a x$
- $\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x$
- $\log_{a^r} x^n = \frac{n}{r} \log_a x$

Örnek 15

$$\log_2 4 + \log_9 27 + \log_{125} 25$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{25}{6}$ B) 4 C) $\frac{23}{6}$ D) $\frac{11}{3}$ E) $\frac{7}{2}$

$\log_2 2^2 + \log_{3^2} 3^3 + \log_{5^3} 5^2$

$2 + \frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{12+9+4}{6} = \frac{25}{6}$

Cevap: A

Çıkmış Soru Cevapları

1. C

Örnek Cevapları

1.C	2.E	3.C	4.C	5.A	6.A	7.D	8.B	9.C	10.E
11.E	12.C	13.E	14.B	15.A	16.C	17.E	18.D		

Örnek 16

$$\log_{\frac{1}{7}} 49 + \log_{0,1} 0,01 + \log_{\sqrt{2}} 8$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$\log_{7^{-1}} 7^2 + \log_{10^{-1}} 10^{-2} + \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^3$

$\frac{2}{-1} + \frac{-2}{-1} + \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6$

Cevap: C

Doğal logaritma: e tabanında logaritmadır. e = 2,718... irrasyonel sayısı logaritmanın tabanı olarak alınırsa bu tarz logaritmaya doğal logaritma denir.

$\boxed{\log_e x = \ln x}$ dir.

Örnek 17

$$\ln e^2 + \ln\sqrt{e} + \ln\sqrt[3]{e}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{13}{6}$ B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{17}{6}$

$2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{12+3+2}{6} = \frac{17}{6}$

Cevap: E

Çarpımı Toplama Dönüştürme Özelliği:

$x > 0$, $y > 0$, $a > 0$ ve $a \neq 1$ olmak üzere,

$\log(x \cdot y) = \log x + \log y$

$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$

$\ln(x \cdot y) = \ln x$ ve $\ln y$ dir.

Örnek 18

Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\log 35 = \log 5 + \log 7$

B) $\log 20 = 1 + \log 2$

C) $\log 5 = 1 - \log 2$

D) $\log 2 = 1 + \log 5$

E) $\log_2 6 = 1 + \log_2 3$

$\log 10 = \log(2 \cdot 5)$

$1 = \log 2 + \log 5 \Rightarrow \log 2 = 1 - \log 5$ tir.

Cevap: D

Çıkmış Soru 1

$$\log_2 \sqrt{8\sqrt{4\sqrt{2}}}$$

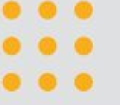
işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{13}{8}$ B) $\frac{15}{8}$ C) $\frac{17}{8}$ D) $\frac{23}{16}$ E) $\frac{27}{16}$

2016 LYS

$\sqrt{8\sqrt{4\sqrt{2}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{2^{17}}}} = \sqrt[8]{2^{17}} = 2^{\frac{17}{8}}$ $\log_2 2^{\frac{17}{8}} = \frac{17}{8}\log_2 2 = \frac{17}{8}$

Cevap: C



1. $f(x) = 1 + 3 \cdot (5)^x$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre, f(2) – f(0) işleminin sonucu kaçtır?

A) 72 B) 73 C) 74 D) 75 E) 76

$f(2) = 1 + 3 \cdot 5^2 = 76$
$f(0) = 1 + 3 \cdot 5^0 = 4$
$f(2) - f(0) = 72$

Cevap: A

2. $f(x) = (3m - 5)^x$

üstel fonksiyonu azalandır.

Buna göre, m'nin en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(-4, \frac{5}{3}\right)$ B) $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ C) $\left(0, \frac{5}{3}\right)$ D) $(0, 2)$ E) $\left(\frac{5}{3}, 2\right)$

$0 < 3m - 5 < 1$
$5 < 3m < 6$
$\frac{5}{3} < m < 2$

Cevap: E

3. $2^x = 13$

denklemini sağlayan x değeri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $2 < x < 3$ B) $3 < x < 4$ C) $4 < x < 5$ D) $5 < x < 6$ E) $6 < x < 7$

$8 < 13 < 16$
$2^3 < 2^x < 2^4$
$3 < x < 4$

Cevap: B

4. $f(x) = 4a^x + b$

fonksiyonunun grafiği A(0, 10) noktasından geçmektedir. $f^{-1}(x)$ fonksiyonun grafiği B(8, 1) noktasından geçmektedir.

Buna göre, f(3) kaçtır?

A) 5 B) $\frac{11}{2}$ C) 6 D) $\frac{13}{2}$ E) 7

$f(0) = 4 + b = 10$ ise $b = 6$
$f^{-1}(8, 1) \Rightarrow f(1) = 4a + 6 = 8$ ise $a = \frac{1}{2}$
$f(x) = 4\left(\frac{1}{2}\right)^x + 6$
$f(3) = 4 \cdot \frac{1}{8} + 6 = \frac{13}{2}$

Cevap: D

5. $\log_2 \sqrt{2\sqrt{8\sqrt{32}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{13}{8}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{15}{8}$ D) 2 E) $\frac{17}{8}$

$\log_2 (\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[8]{32})$
$= \log_2 \sqrt[8]{2^4 \cdot 2^6 \cdot 2^5} = \log_2 2^{\frac{15}{8}} = \frac{15}{8}$

Cevap: C

6. $2^{\log\left(\frac{3}{10}\right)} \cdot 2^{\log\left(\frac{1}{30}\right)}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 4 B) 2 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

$2^{\log\left(\frac{3}{10}\right) + \log\left(\frac{1}{30}\right)} = 2^{\log\left(\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{30}\right)} = 2^{\log\left(\frac{1}{100}\right)} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$

Cevap: D

7. Tanım kümesi gerçek sayılar olan

$$f(x)=\left(\frac{m-2}{5-m}\right)^x$$

üstel fonksiyondur.

Buna göre, m tam sayısının alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 10 D) 12 E) 15

$\frac{m-2}{5-m}>0$

$\frac{m-2}{5-m}\neq 1$

Ç.K = $(2, 5)-\left\{\frac{7}{2}\right\} \Rightarrow 3+4=7$

	2		5	
-		+		-

$m-2\neq 5-m$

$m\neq \frac{7}{2}$

Cevap: B

8. $\log 24 = x$

$\log 3 = y$

olduğuna göre, log2 ifadesinin x ve y türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2x-4}{4}$ B) $\frac{2y-x}{3}$ C) $\frac{x-y}{3}$ D) $\frac{x+y}{4}$ E) $\frac{2x+y}{8}$

$x=\log(3\cdot 2^3)=\log 3+3\log 2$

$x=y+3\log 2 \Rightarrow \log 2=\frac{x-y}{3}$

Cevap: C

9. $\log_{\sqrt{2}}\sqrt[3]{4\sqrt{2}}+\log_{\sqrt{2}+1}\sqrt{2}-1$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

$\log_{2^{\frac{1}{2}}}2^{\frac{5}{6}}+\log_{\sqrt{2}+1}(\sqrt{2}+1)^{-1}$

$=\frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{2}}-1=\frac{5}{3}-1=\frac{2}{3}$

Cevap: D

10. $\log_{(3-\sqrt{2})}(11-6\sqrt{2})$

ifadesinin değeri kaçtır?

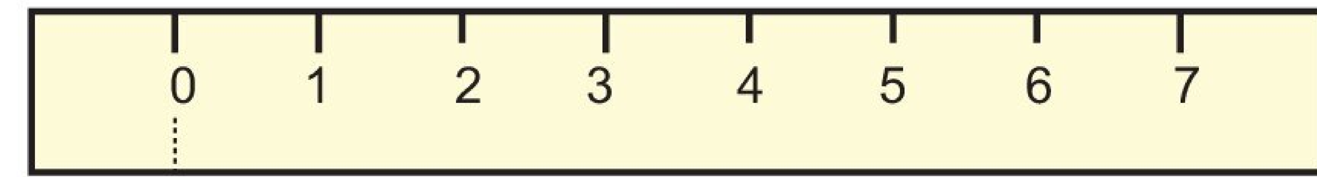
A) –2 B) –1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

$11-6\sqrt{2}=(3-\sqrt{2})^2$ dir.

$\log_{3-\sqrt{2}}(3-\sqrt{2})^2=2$

Cevap: E

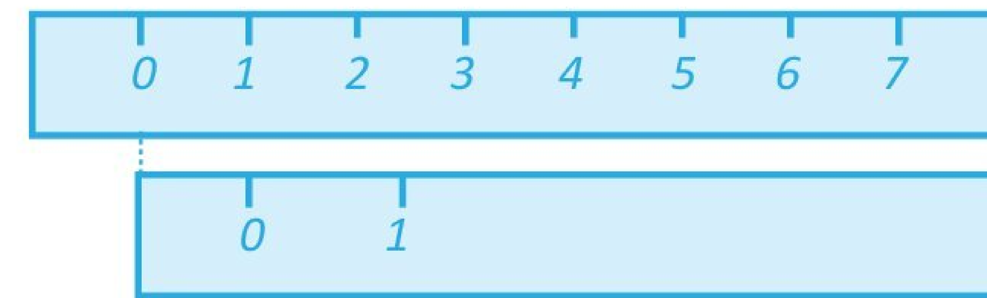
11. Üzerinde sadece sıfırdan 7 ye kadar olan rakamların yazılı olduğu bir cetvel türünde her n rakamının cetvelin başlangıç noktasına olan uzaklığı 2^n birimdir.



Bu özellikteki iki cetvel şekildeki gibi, üstteki cetveldeki sıfır rakamı ile alttaki cetvelin başlangıç noktası aynı hizada ve cetveller birbirine paralel olmak koşuluyla alt alta getirilmiştir.

Buna göre, her iki cetvelde de rakam yazılı olan noktaların aynı hizada olduğu kaç farklı nokta vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Sadece üstteki cetveldeki 1 rakamı ile alttaki cetvelde sıfır rakamı aynı hizadadır.

Cevap: A

12. $\log_3 72 = m$

olduğuna göre, $\log_3 36$ ifadesinin m türünden değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{4m-3}{2}$ B) $\frac{2m+3}{3}$ C) $\frac{3m-2}{2}$ D) $\frac{2m+2}{3}$ E) $\frac{3m+2}{2}$

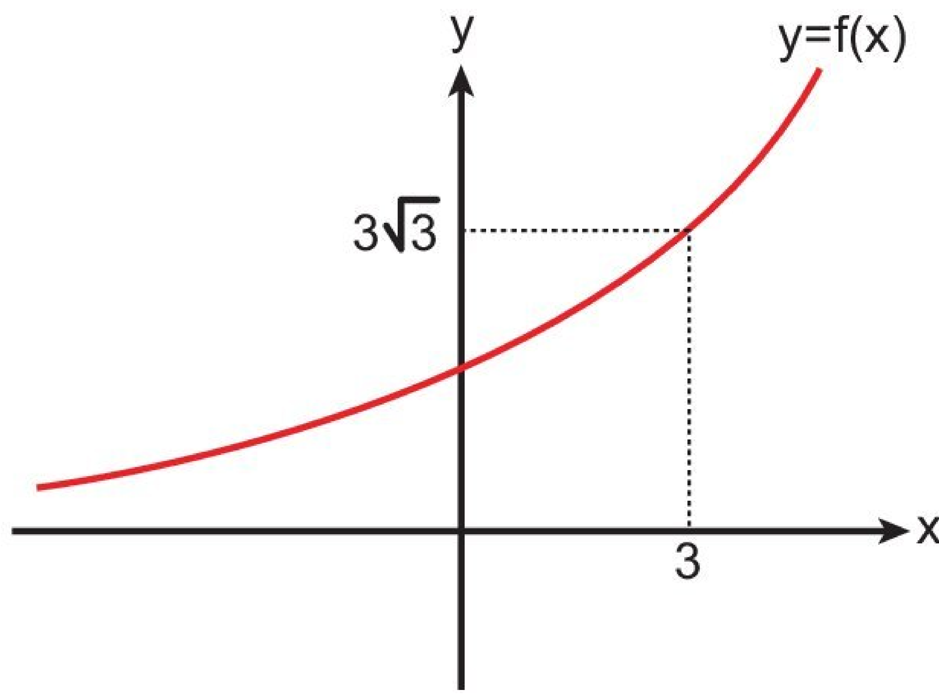
$m=\log_3(3^2\cdot 2^3)=2+3\log_3 2 \Rightarrow \log_3 2=\frac{m-2}{3}$

$\log_3 36=\log_3\left(\frac{72}{2}\right)=\log_3 72-\log_3 2=m-\frac{m-2}{3}=\frac{2m+2}{3}$

Cevap: D

1.A 2.E 3.B 4.D 5.C 6.D 7.B 8.C 9.D 10.E 11.A 12.D

1.



Yukarıda $f(x) = (a - 2)^x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\dfrac{f(0) + f(2)}{a - f(1)}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$f(3) = (a - 2)^3 = (\sqrt{3})^3$ $f(x) = \sqrt{3}^{\,x}$ $\dfrac{f(0) + f(2)}{a - f(1)} = \dfrac{1 + 3}{2} = 2$

$a - 2 = \sqrt{3}$ $f(0) = 1$

$a = 2 + \sqrt{3}$ $f(1) = \sqrt{3}$

$f(2) = 3$

Cevap: B

2. a, b ve c pozitif reel sayı ve $c \neq 1$ olmak üzere,

(a)
[c] $= \log_c\left(\dfrac{a^2}{b^3}\right)$
(b)

biçiminde tanımlanıyor.

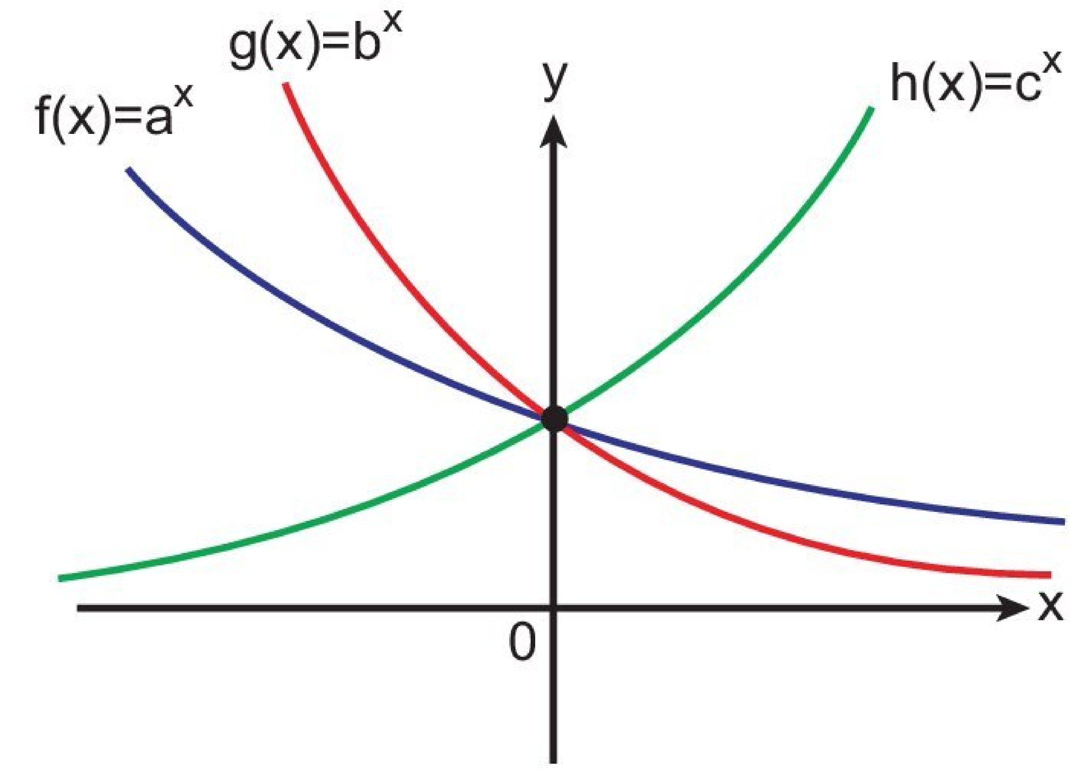
(1/2)
Buna göre, [4] **sembolünün değeri kaçtır?**
(8)

A) –5 B) $-\dfrac{11}{2}$ C) –6 D) $-\dfrac{13}{2}$ E) –7

$\log_4\left(\dfrac{\frac{1}{4}}{8^3}\right) = \log_4\left(\dfrac{2^{-2}}{2^9}\right) = \log_{2^2} 2^{-11} = -\dfrac{11}{2}$

Cevap: B

3.



Yukarıda $f(x) = a^x$, $g(x) = b^x$ ve $h(x) = c^x$ üstel fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre,

$|b - a| + |a - c| + |b + c|$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2a – 2c B) 2b – 2a C) 2a

D) 2b E) 2c

$f(x) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$, $g(x) = \left(\dfrac{1}{4}\right)^x$, $h(x) = 3^x$ olabilir.

$a = \dfrac{1}{2}$, $b = \dfrac{1}{4}$, $c = 3 \Rightarrow \boxed{b < a < c}$

$|b - a| + |a - c| + |b + c|$

$a - b + c - a + b + c = 2c$

Cevap: E

4. n kenarlı düzgün bir çokgenin içine pozitif bir x rasyonel sayısının yazılmasıyla elde edilen sembolün değeri $\log_x\left(\dfrac{x}{n}\right)$ sayısına eşittir.

Örneğin, $\boxed{\tfrac{1}{8}} = \log_{\frac{1}{8}}\left(\dfrac{\frac{1}{8}}{4}\right) = \dfrac{5}{3}$ tür.

Buna göre, aşağıdaki sembollerden hangisi ⬡216 sembolünün değerine eşittir?

A) △27 B) □$\tfrac{1}{6}$ C) ⬡$\tfrac{1}{6}$ D) △9 E) □8

⬡6^3 $= \log_{6^3}\left(\dfrac{6^3}{6}\right) = \dfrac{2}{3}$

△3^3 $= \log_{3^3}\left(\dfrac{3^3}{3}\right) = \log_{3^3} 3^2 = \dfrac{2}{3}$

Cevap: A

5. Bir üçgenin köşelerine yazılan pozitif A, B ve C rasyonel sayıları ile oluşturulan sembolün değeri

(A üst köşede, B sol alt köşede, C sağ alt köşede olan üçgen) $= \begin{cases} \log_B\left(\dfrac{B}{C}\right), & A \in Z \text{ ise} \\ \log_C\left(\dfrac{B}{C}\right), & A \notin Z \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,

(Üst köşe $\frac{1}{2}$, sol alt köşe $\frac{1}{9}$, sağ alt köşe 3 olan üçgen) – (Üst köşe 3, sol alt köşe $\frac{1}{2}$, sağ alt köşe $\frac{1}{8}$ olan üçgen)

işleminin sonucu kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

$\frac{1}{9} \notin Z \Rightarrow \log_3\left(\dfrac{\frac{1}{9}}{3}\right) = \log_3 3^{-3} = -3$

$3 \in\!> \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{8}}\right) = \log_{\frac{1}{2}} 4 = -2$

Sonuç = –3–(–2) = –1 *Cevap: E*

6. Bir bankanın değerli evraklarının saklandığı bölüme ardışık konumlandırılmış iki kapıdan geçilerek girilmektedir.

Her kapının bir şifresi olup herhangi bir kapının şifresi yanlış girildiğinde alarm çalmaktadır.

A = {4, 8} ve B = {8, 32, 64, 128}

olmak üzere, kapıların her ikisinin de şifresi birbirinden bağımsız olmak üzere; şifre $a \in A$, $b \in B$ ve $\log_a b$ olacak biçimde her gün rastgele belirlenmektedir.

Bu bilgilere sahip olan bir banka görevlisi belli bir günde birinci kapının şifresinin sonucunun bir tam sayıya eşit olmadığını ve ikinci kapının şifresinin sonucunun bir tam sayıya eşit olduğunu bilmekte fakat şifrelerin ne olduğunu bilmemektedir.

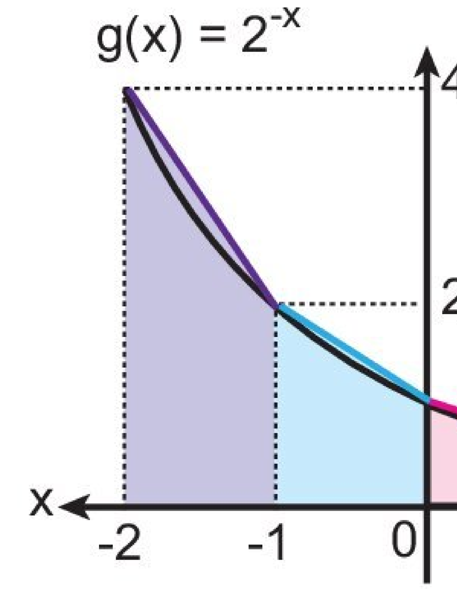
Buna göre, bu banka görevlisinin değerli evrakların olduğu bölüme alarm çalmadan girme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{64}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{15}{64}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{5}{16}$

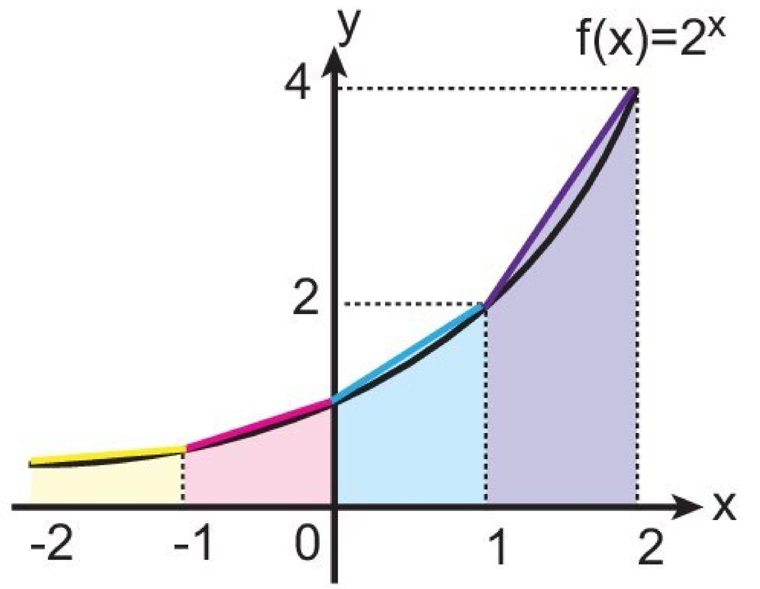
2 x 4 = 8 durum vardır.
Sonucu tam sayı olmayan:
$\log_4 8$, $\log_4 32$, $\log_4 128$, $\log_8 32$, $\log_8 128$
olmak üzere 5 tanedir.
Sonucu tam sayı olan:
$\log_4 64$, $\log_8 8$, $\log_8 64$
olmak üzere 3 tanedir.
Sonuç = $\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{15}{64}$ *Cevap: C*

7. $f : [-2, 2] \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2^x$

$g : [-2, 2] \to \mathbb{R}$, $g(x) = 2^{-x}$



Şekil I



Şekil II

Şekil I de y = g(x) ve Şekil II de y = f(x) fonksiyonlarının grafikleri ile her iki grafik üzerinde apsisleri tam sayı olan noktalar işaretlenerek dörder tane yamuksal bölge farklı renklere boyanmıştır.

Buna göre,

I. Şekil II'deki mavi renk ile boyalı yamuksal bölgenin alanı $\frac{3}{2}$ birimkaredir.

II. Şekil I'deki her bir yamuksal bölgenin alanı kendisine sağında komşu olan yamuksal bölgenin alanının iki katına eşittir.

III. Her iki şekilde de aynı renk ile boyalı olan bölgelerin alanları birbirine eşittir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) I, II ve III

Hepsi doğrudur. Farklı renkler ile boyalı bölgelerin alanları küçükten büyüğe doğru sırayla $\frac{3}{8}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}$ ve 3 birimkaredir. *Cevap: E*

8. Gerçel sayılarda tanımlı

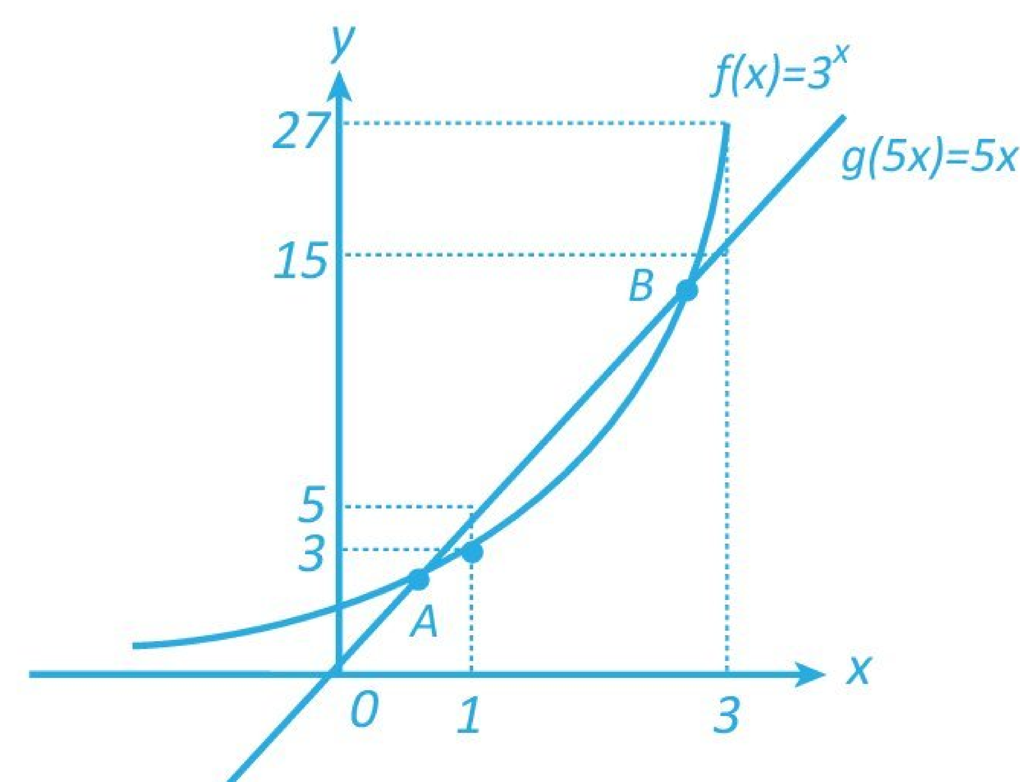
$f(x) = 3^x$

$g(x) = x$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, f(x) = g(5x) denkleminin çözüm kümesi kaç elemanlıdır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1



f(x) ve g(5x) A ve B gibi iki farklı noktada kesişir.
Cevap: D

1.B 2.B 3.E 4.A 5.E 6.C 7.E 8.D



LOGARİTMA FONKSİYONU

I. Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri

$x > 0$, $y > 0$, $a > 0$ ve $a \neq 1$ olmak üzere,

$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$

$\log\left(\frac{x}{y}\right) = \log x - \log y$

$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln x - \ln y$

Örnek 1

Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\log\left(\frac{5}{3}\right) = \log 5 - \log 3$

B) $\log\left(\frac{6}{5}\right) = \log 2 + \log 3 - \log 5$

C) $\log_2 5 + \log_2 3 - \log_2 7 = \log_2 \frac{15}{7}$

D) $1 + \ln 3 - \ln 5 = \ln\left(\frac{3e}{5}\right)$

E) $\log 1300 - \log 13 = 100$

$\log\frac{1300}{13} = \log 100 = 2$ dir. *Cevap: E*

Örnek 2

$\log_6 128 - \log_6 8 + \log_6 81$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$\log_6\left(\frac{128 \cdot 81}{8}\right) = \log_6(2^4 \cdot 3^4) = \log_6 6^4 = 4$ *Cevap: A*

Örnek 3

$\log 2 \cong 0,3$ olmak üzere,

$\log 20 - \log 500$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –1,8 B) –1,6 C) –1,4 D) –1,2 E) 1

$\log 5 = 1 - \log 2$

$\log 20 = 1 + \log 2$

$-\ \log 500 = 3 - \log 2$

$\log 20 - \log 500 = 1 + \log 2 - (3 - \log 2)$
$= -2 + 2\log 2$
$= -2 + 0,6$
$= -1,4$

Cevap: C

Örnek 4

$\log 2 \cong 0,3$

olduğuna göre, $\log\sqrt{0,008}$ sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2,15 B) –1,75 C) –1,05 D) 0,25 E) 1,45

$\frac{1}{2}\log\left(\frac{8}{1000}\right) = \frac{1}{2}[\log 8 - \log 1000]$

$= \frac{1}{2}[0,9 - 3] = \frac{1}{2}(-2,1) = -1,05$ *Cevap C*

1. Logaritma içeren Basit Denklemlerin Çözümü:

a ve b pozitif gerçel sayılar ve $a \neq 1$ olmak üzere, $\log_a b = c$ denkleminde $b = a^c$ dir.

Örnek 5

Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\log_2 x = 3$ denkleminin kökü 8 dir.

B) $\log x = 2$ denkleminin kökü 100 dür.

C) $\ln x = -1$ denkleminin kökü $\frac{1}{e}$ dir.

D) $\log_2(\log_3 x) = 1$ denkleminin kökü 9 dur.

E) $\ln(x - 2) = 2$ denkleminin kökü e^2 dir.

$\ln(x-2) = 2 \Rightarrow x - 2 = e^2 \Rightarrow x = e^2 + 2$ dir. *Cevap: E*

Örnek 6

$\ln(\log(2x - 4)) = 0$

denkleminin kökü kaçtır?

A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

$\log(2x - 4) = e^0 = 1$

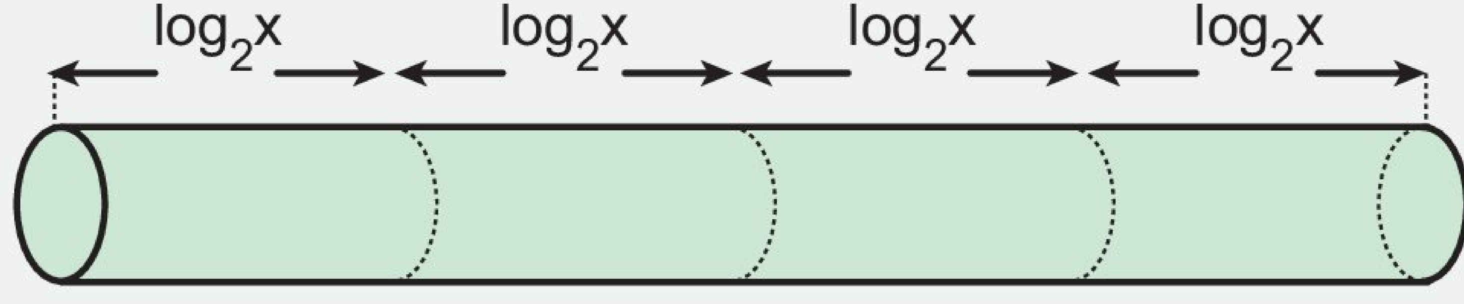
$2x - 4 = 10$

$x = 7$ *Cevap: C*



Örnek 7

12 metre uzunluğundaki bir kütük kesilerek her birinin uzunluğu $\log_2 x$ metre olan 4 kütük elde edilecektir.



Her bir kesim için 3 TL ücret ödenecektir. Kesme işlemi için ödenecek toplam ücret y TL olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

A) 13 B) 16 C) 17 D) 20 E) 24

Kütüğü 3 kesme işlemi için 3 . 3 = 9 lira ödenir. y = 9

Her bir parçanın boyu = 3 = $\log_2 x \Rightarrow x = 2^3 = 8$

x + y = 9 + 8 = 17 *Cevap: C*

Örnek 8

$$\frac{1}{3}x^2 + 2x - \log_3 m = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 6$$

olduğuna göre, m değeri kaçtır?

A) 9 B) 3 C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt[3]{3}$ E) $\sqrt[6]{3}$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-2}{-\log_3 m} = 6 \Rightarrow \log_3 m = \frac{1}{3}$$

$$m = \sqrt[3]{3}$$

Cevap: D

2. Logaritma Fonksiyonunun Tanımlı Olmasının Koşulları:

$\log_a x$ fonksiyonunun tanımlı olması için

1. $x > 0$
2. $a > 0$ ve $a \neq 1$ olmalıdır.

Örnek 9

$f(x) = \log_2(x - 5)$ ve $h(x) = \log_{8-x} 3$

fonksiyonları tanımlı olduğuna göre, x'in alabileceği tam sayı değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$x - 5 > 0 \Rightarrow x > 5$

$8 - x > 0 \Rightarrow x < 8$ ve $8 - x \neq 1$

$7 \neq x$ *Cevap: B*

Örnek 10

$f(x) = \log_{(x-2)}(36 - x^2)$

fonksiyonu tanımlanıyor. Buna göre, x'in alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

$x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$ ve $x - 2 \neq 1 \Rightarrow x \neq 3$

$36 - x^2 > 0 \Rightarrow (6 - x)(6 + x) > 0$

x		−6		6	
$36 - x^2$	−		+		−

$-6 < x < 6$

Ç.K = (2, 6) − {3} ⇒ 4 + 5 = 9 *Cevap: A*

Örnek 11

$$\log_2(x - 1) - \log_2(x + 2) = 1$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) ∅ B) {2} C) {3} D) {4} E) {5}

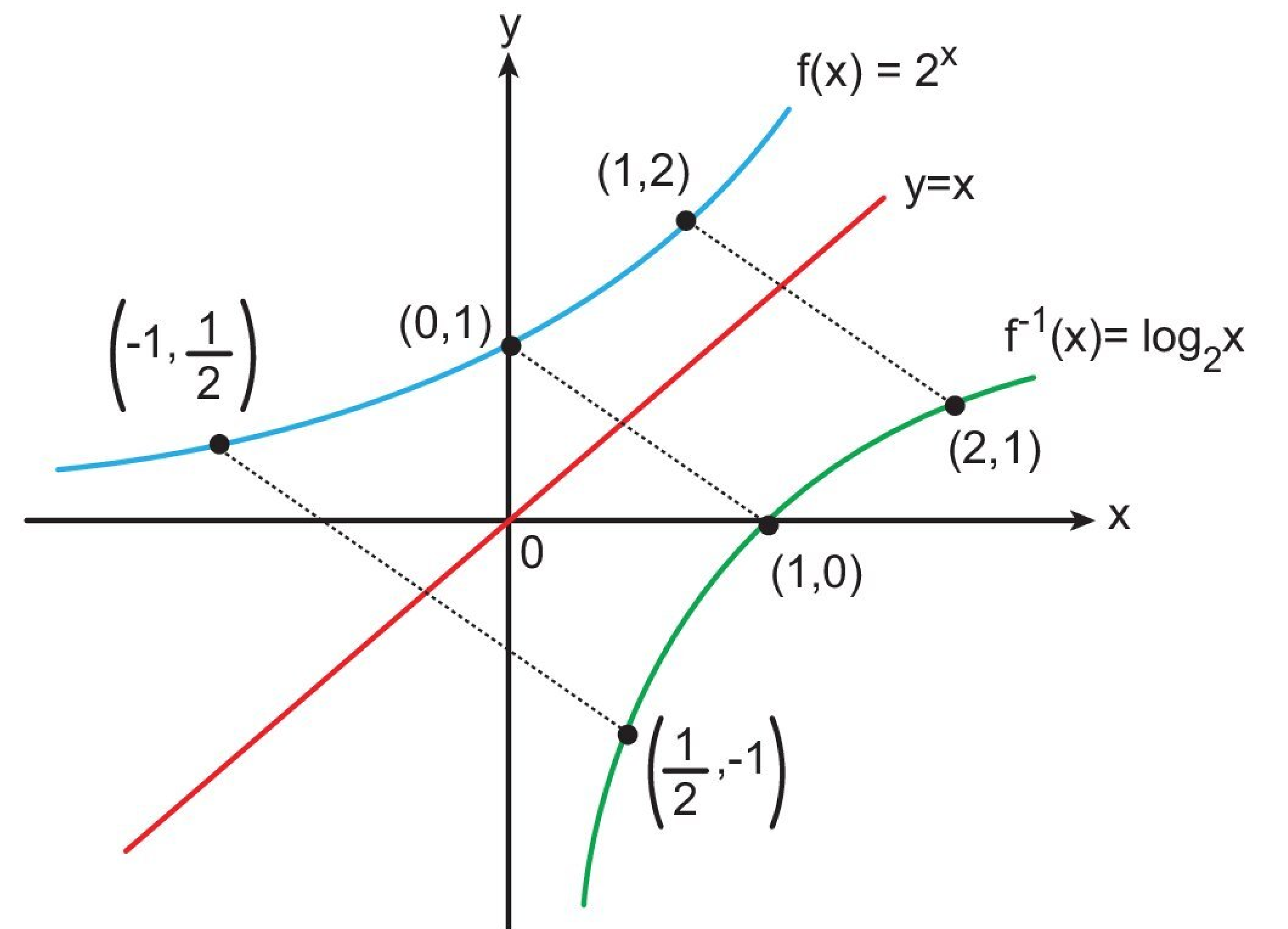
$$\log_2\left(\frac{x-1}{x+2}\right) = 1$$

$$\frac{x-1}{x+2} = 2 \Rightarrow x - 1 = 2x + 4 \Rightarrow \boxed{x = -5}$$

Fakat logaritma fonksiyonunun tanımlı olması için x > 1 olmalıdır. Ç.K = ∅

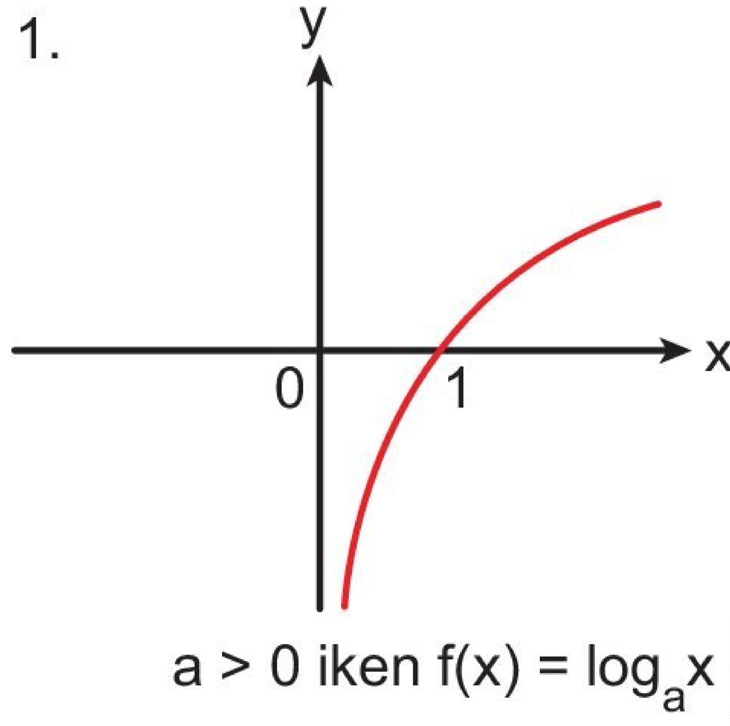
Cevap: A

II. Logaritma Fonksiyonunun Grafiği

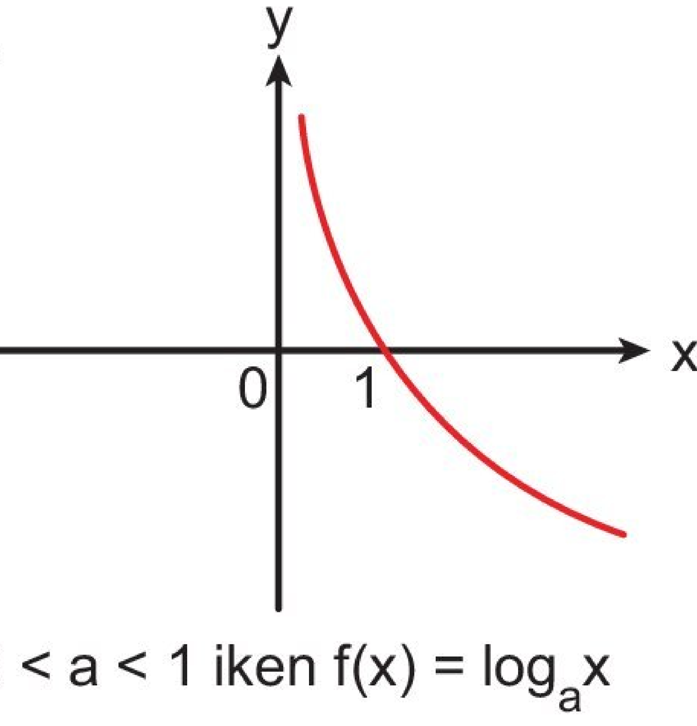


Şekilde $f(x) = 2^x$ ve $f^{-1}(x) = \log_2 x$ fonksiyonlarının grafikleri birlikte verilmiştir.

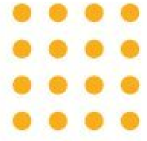
$f(x)$ ve $f^{-1}(x)$ fonksiyonlarının grafikleri $y = x$ doğrusuna göre simetrik noktalardan oluşur.

1.


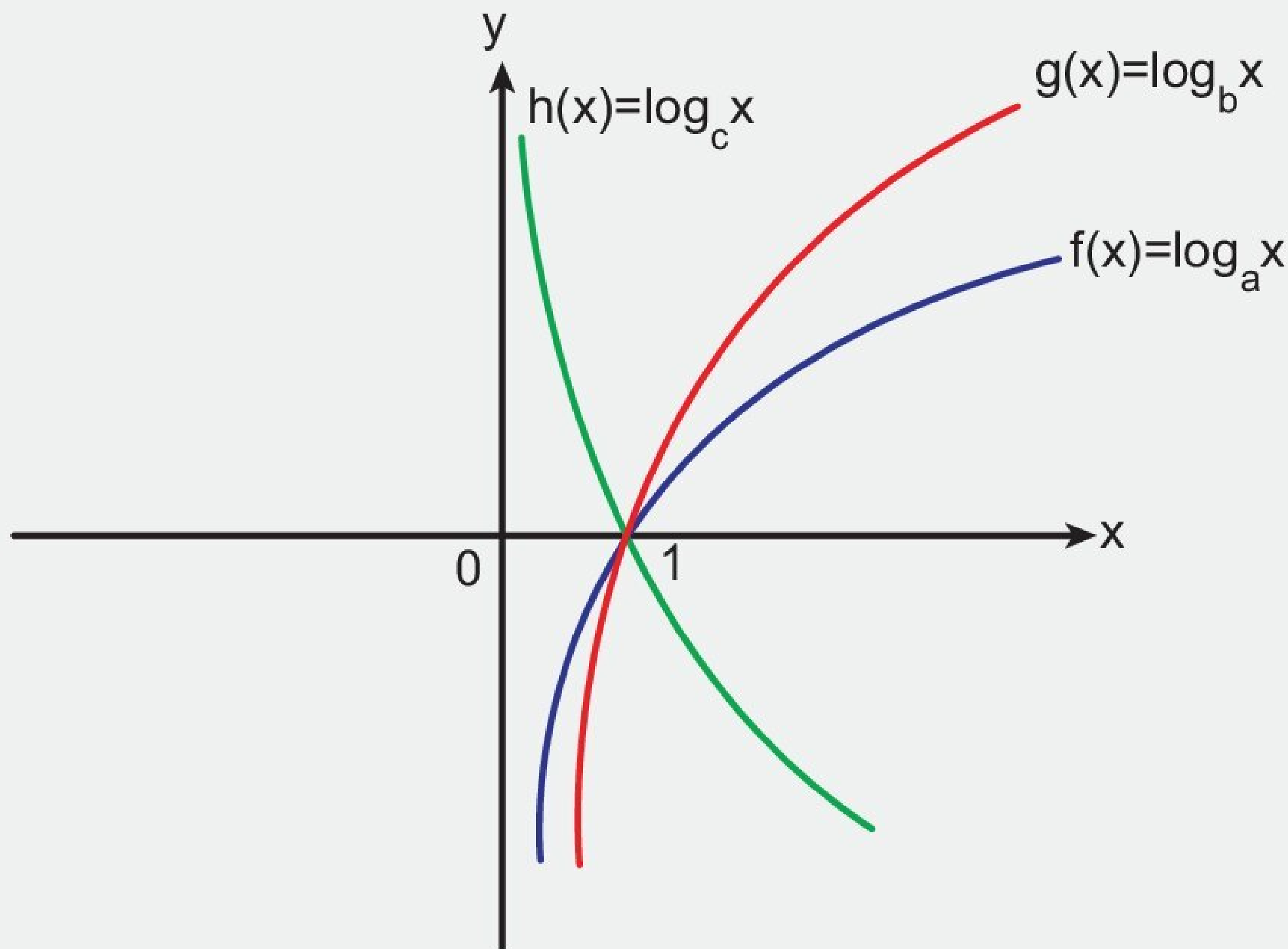
$a > 0$ iken $f(x) = \log_a x$

2.


$0 < a < 1$ iken $f(x) = \log_a x$



Örnek 12

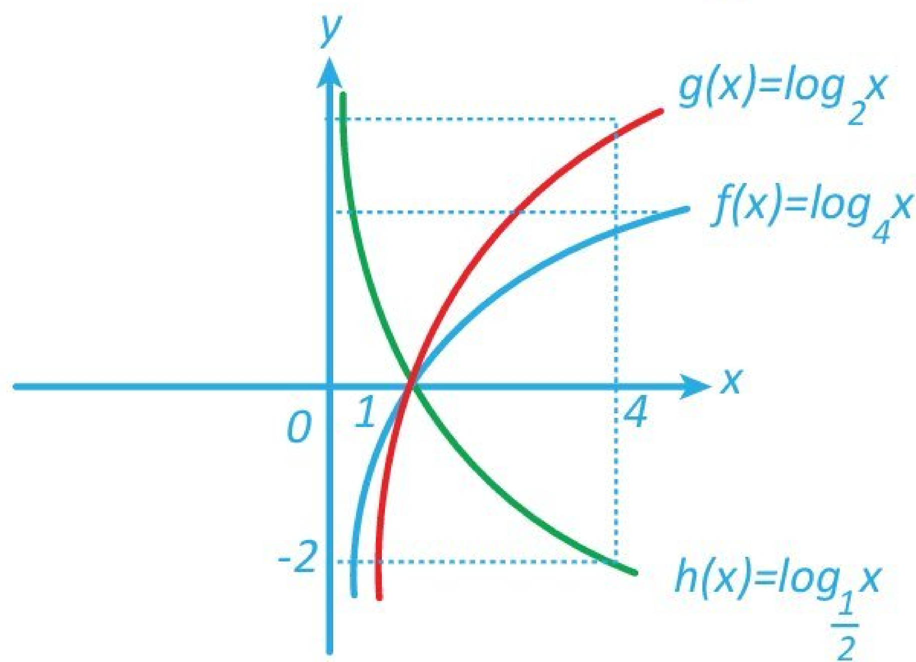


Şekilde $f(x) = \log_a x$, $g(x) = \log_b x$ ve $h(x) = \log_c x$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

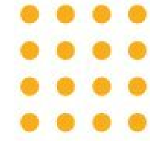
A) $a > b > c$ B) $a > c > b$ C) $b > a > c$

D) $c > a > b$ E) $c > b > a$

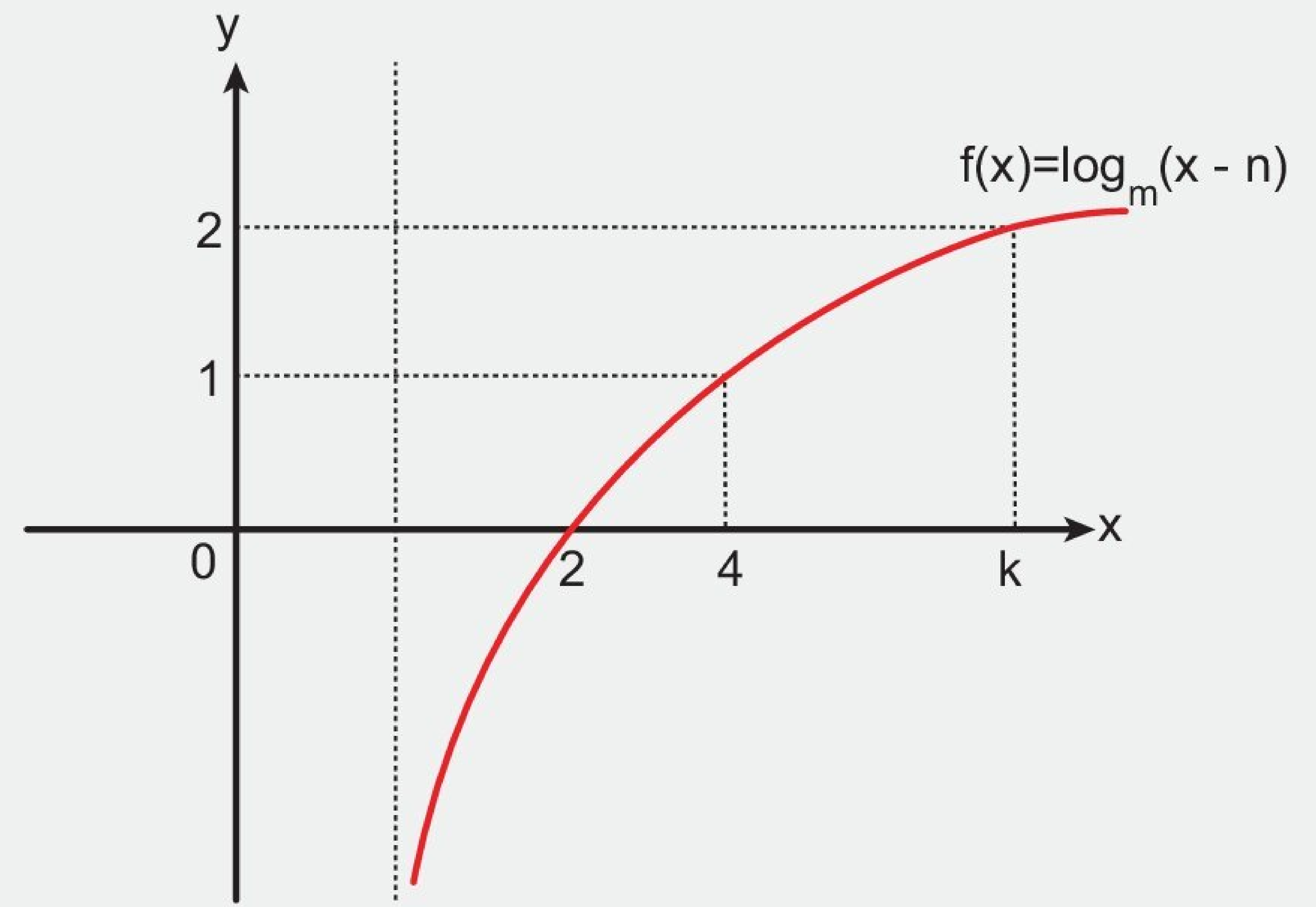
$f(x) = \log_4 x$, $g(x) = \log_2 x$, $h(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ olabilir.



Cevap: A



Örnek 13



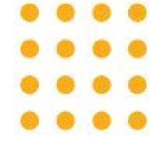
Şekilde $f(x) = \log_m(x - n)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, k değeri kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

(2, 0) noktası. $0 = \log_m(2 - n) \Rightarrow 1 = 2 - n \Rightarrow n = 1$

(4, 1) noktası: $1 = \log_m(4 - 1) \Rightarrow m = 3$

$f(x) = \log_3(x - 1) \Rightarrow f(k) = \log_3(k - 1) = 2 \Rightarrow k - 1 = 9 \Rightarrow k = 10$ *Cevap: D*



Örnek 14

$7 = 5^{2x - 3}$

eşitliğinde x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

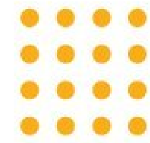
A) $\dfrac{2 + \log_5 7}{3}$ B) $\dfrac{3 + \log_5 7}{2}$ C) $\dfrac{4 + \log_5 7}{3}$

D) $\dfrac{2 + \log_7 5}{3}$ E) $\dfrac{3 + \log_7 5}{2}$

5 tabanında logaritma alalım.

$\log_5 7 = \log_5 5^{2x - 3} \Rightarrow \log_5 7 = 2x - 3 \Rightarrow 3 + \log_5 7 = 2x$

$\dfrac{3 + \log_5 7}{2} = x$ *Cevap: B*



Örnek 15

Gerçek sayılarda tanımlı

$f(x) = 3 + 4e^{2 - x}$

fonksiyonunun ters fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln\left(\dfrac{2e^2}{x - 4}\right)$ B) $\ln\left(\dfrac{4e^2}{x - 2}\right)$ C) $\ln\left(\dfrac{3e^2}{x - 2}\right)$

D) $\ln\left(\dfrac{2e^2}{x - 3}\right)$ E) $\ln\left(\dfrac{4e^2}{x - 3}\right)$

$x = 3 + 4e^{2 - y} \Rightarrow \dfrac{x - 3}{4} = e^{2 - y}$

$\ln\left(\dfrac{x - 3}{4}\right) = 2 - y \Rightarrow y = \ln e^2 - \ln\left(\dfrac{x - 3}{4}\right)$

$f^{-1}(x) = \ln\left(\dfrac{4e^2}{x - 3}\right)$

Cevap E

Örnek 16

$f(x) = \log_2\left(\frac{1}{x}\right)$

$g(x) = \ln x$

olmak üzere,

$(fog)(m) = -2$

eşitliğini sağlayan m değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt[4]{e}$ B) $\sqrt{e}$ C) e D) e^2 E) e^4

$g(m) = \ln(m)$

$f(g(m)) = \log_2\left(\frac{1}{\ln(m)}\right)$ $\ln(m) = -2$

$\ln m = 2^{-2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{\ln(m)}$

$\ln m = 4$

$m = e^4$

Cevap: E

Çıkmış Soru 1

k pozitif bir gerçel sayı olmak üzere,

$f(x) = \log_x(x - k)$

fonksiyonu için $f(3k) = \frac{2}{3}$ olduğuna göre, k kaçtır?

A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{9}{8}$ C) $\frac{27}{8}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{4}{9}$

2015 LYS

$\log_{3k}(3k - k) = \frac{2}{3}$

$2k = (3k)^{\frac{2}{3}}$

$2k = 3^{\frac{2}{3}} \cdot k^{\frac{2}{3}} \Rightarrow k^{\frac{1}{3}} = \frac{3^{\frac{2}{3}}}{2} \Rightarrow k = \frac{9}{8}$

Cevap: B

Örnek 17

$g(x) = 4x + 2, (fog)(x) = \log_3\left(\frac{4x+1}{2}\right)$

olduğuna göre, $f(55) + f^{-1}(1)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 13 B) 12 C) 11 D) 10 E) 9

$f(x) = \log_3\left(\frac{4x+1}{2}\right) \circ \left(\frac{x-2}{4}\right)$

$f(x) = \log_3\left(\frac{x-1}{2}\right) \Rightarrow f(55) = 3$

$f^{-1}(x) = 1 + 2 . 3^x \Rightarrow f^{-1}(1) = 7$

$\Rightarrow$ Sonuç = 3 + 7 = 10

Cevap D

Örnek 18

x > 0 olmak üzere,

$f(x) = 1 - \log_2 x$

$g(x) = \log_2 x^3$

fonksiyonlarının grafikleri A noktasında kesişmektedir.

Buna göre, A noktasının ordinatı kaçtır?

A) $\frac{2}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 1 D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{3}{2}$

$1 - \log_2 x = 3\log_2 x$

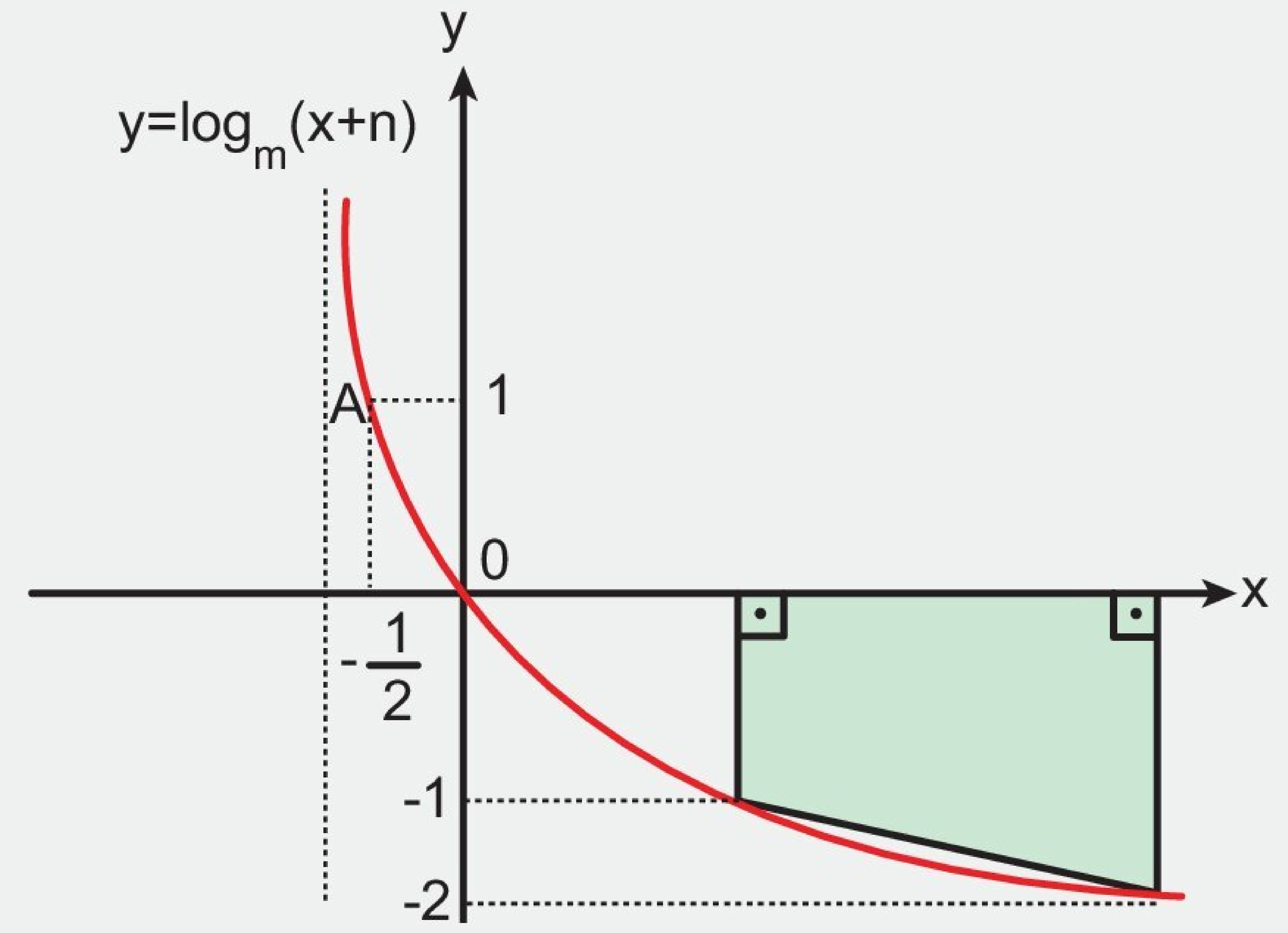
$1 = 4\log_2 x$

$\frac{1}{4} = \log_2 x \Rightarrow x = 2^{\frac{1}{4}}$

$x = 2^{\frac{1}{4}}$ için $y = 1 - \log_2 2^{\frac{1}{4}} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Cevap: B

Örnek 19



Yukarıda grafiği verilen $f(x) = \log_m(x + n)$ fonksiyonun orijinden ve $A\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ noktasından geçtiğine göre boyalı yamuksal bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{5}{2}$ B) 3 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$

$(0,0) \Rightarrow 0 = \log_m(0 + n) \Rightarrow \boxed{1 = n}$

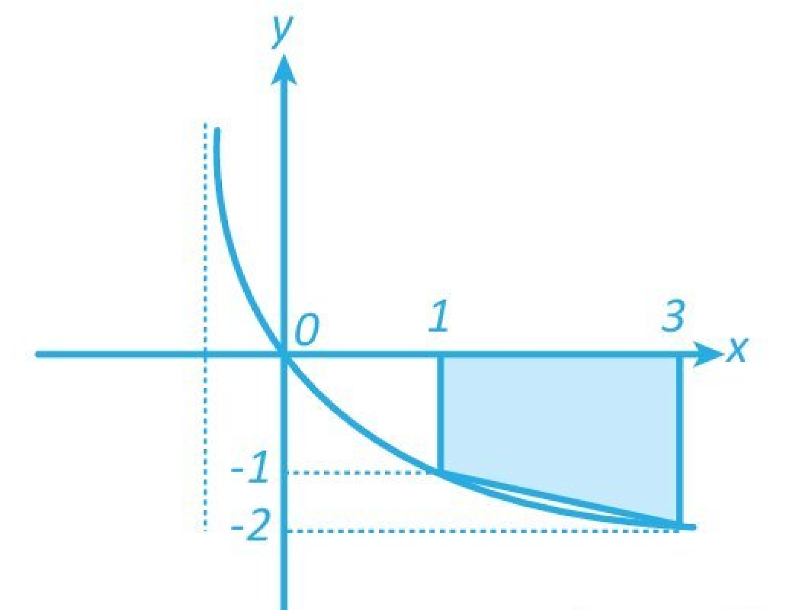
$\left(-\frac{1}{2}, 1\right) \Rightarrow 1 = \log_m\left(-\frac{1}{2} + 1\right) \Rightarrow \boxed{m = \frac{1}{2}}$

$f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x + 1)$

$-1 = \log_{\frac{1}{2}}(x + 1) \Rightarrow 2 = x + 1 \Rightarrow \boxed{x_1 = 1}$

$-2 = \log_{\frac{1}{2}}(x + 1) \Rightarrow 4 = x + 1 \Rightarrow \boxed{x_2 = 3}$

ALAN = $\frac{1+2}{2} \cdot 2 = 3$



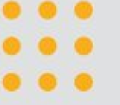
Cevap: B

Çıkmış Soru Cevapları

1. B

Örnek Cevapları

1.E	2.A	3.C	4.C	5.E	6.C	7.C	8.D	9.B	10.A
11.A	12.A	13.D	14.B	15.E	16.E	17.D	18.B	19.B	



1. $\log 12{,}5 = a$

olduğuna göre, log5 ifadesinin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a+3}{a+1}$ B) $\frac{a+2}{4}$ C) $\frac{a+1}{3}$ D) $\frac{1-2a}{1-a}$ E) $\frac{a+3}{2}$

$a = \log\left(\frac{25}{2}\right) = 2\log 5 - \log 2 = 2\log 5(1 - \log 5)$

$\boxed{a = 3\log 5 - 1} \Rightarrow \log 5 = \frac{a+1}{3}$

Cevap: C

2. $f(x) = 3 \,.\, 2^{4x-1}$

olduğuna göre, $f^{-1}(6)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

$x = 3 \,.\, 2^{4y-1}$

$\frac{x}{3} = 2^{4y-1}$

$\log_2 \frac{x}{3} = 4y - 1$

$1 + \log_2 \frac{x}{3} = 4y$

$\frac{1 + \log_2 \frac{x}{3}}{4} = y = f^{-1}(x) \Rightarrow f^{-1}(6) = \frac{1}{2}$

Cevap: E

3. $\log_{\sqrt{2}}(\log_3(x-4)) = 4$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 68 B) 72 C) 75 D) 81 E) 85

$\log_3(x-4) = (\sqrt{2})^4 = 4$

$x - 4 = 3^4 = 81$

$x = 85$

Cevap: E

4. $\log_3(x-1) - \log_3 5 = 2$

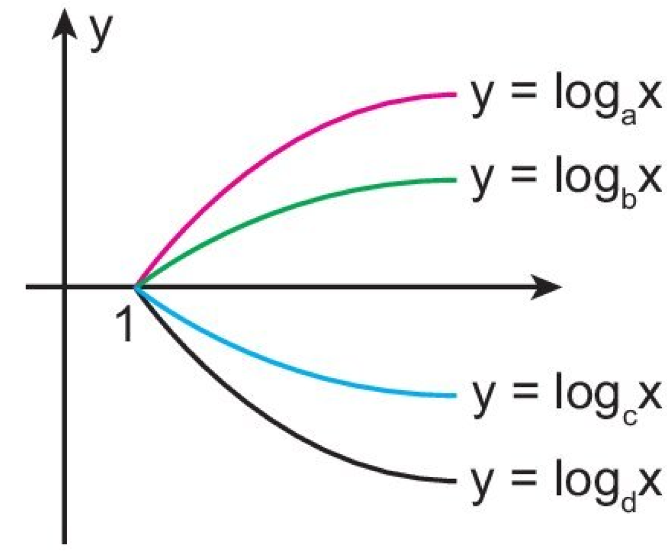
denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A) 40 B) 42 C) 44 D) 46 E) 48

$\log_3\left(\frac{x-1}{5}\right) = 2 \Rightarrow \frac{x-1}{5} = 9 \Rightarrow x - 1 = 45 \Rightarrow x = 46$

Cevap: D

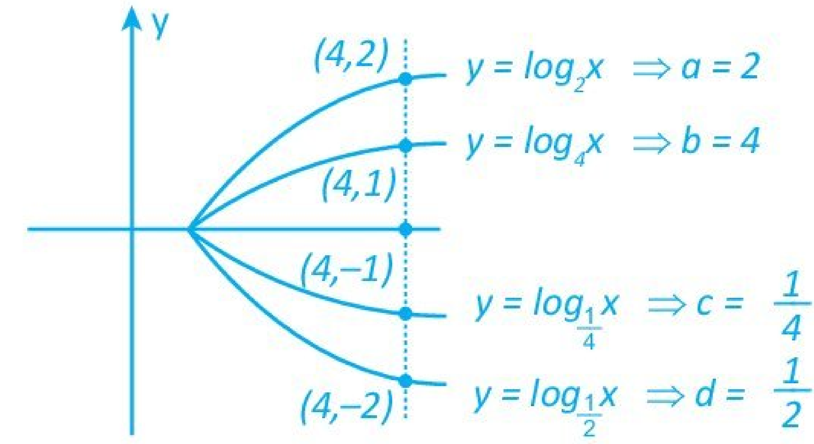
5.



Şekilde grafiklerinin bir kısmı verilen logaritma fonksiyonları için a, b, c, d nin küçükten büyüğe doğru sıralanmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) d < c < b < a B) a < b < c < d C) c < d < a < b D) d < b < c < a E) c < d < b < a

$a = 2,\ b = 4,\ c = \frac{1}{4},\ d = \frac{1}{2}$ olarak düşünelim.



Cevap C

6. $f(x) = \log_{(4-x)}(-x^2 + 5x + 6)$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesinde kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

1) $4 - x > 0 \Rightarrow \boxed{x < 4}$ ve $\boxed{x \neq 3}$

2) $-(x^2 - 5x - 6) > 0$

$-(x-6)(x+1) > 0$

	–1		6	
–		+		–

$\boxed{-1 < x < 6}$

3) Eşitsizlik sisteminin çözümünden

Ç.K = $(-1, 4) - \{3\}$

Tam sayılar {0, 1, 2} olmak üzere 3 tanedir.

Cevap E

7. $f(x) = \log_{(x-5)}(-x^2 + 9x + 10)$

fonksiyonunun tanımlı olduğu en geniş kümedeki x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

1) $-(x^2 - 9x - 10) = -(x - 10)(x + 1) > 0$

x		−1		10	
−(x − 10)(x + 1)	−		+		−

2) $x - 5 > 0 \Rightarrow x > 5$ olmalıdır.

3) $x - 5 \neq 1 \Rightarrow x \neq 6$ olmalıdır.

Eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi bulunur.

En geniş tanım kümesi: $(5, 10) - \{6\} \Rightarrow 7 + 8 + 9 = 24$ *Cevap: D*

8. $f(\log_3 x) = x^2 - 1$

olduğuna göre, f(x) aşağıdakilerden hangisidir?

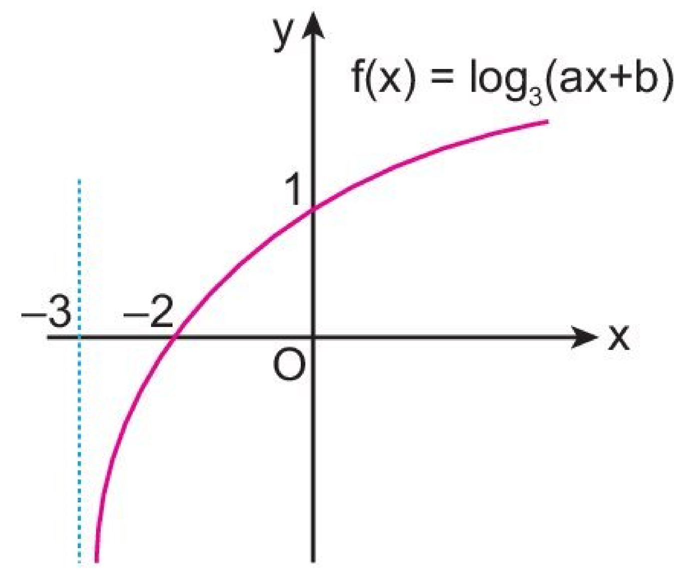
A) $3^x + 2$ B) $3^x - 1$ C) $9^x - 1$

D) $9^x + 1$ E) $27^x - 2$

$\log_3 x \longrightarrow x$ geçmek için x yerine $\log_3 x$ in tersi olan 3^x yazalım.

$f(\log_3 3^x) = (3^x)^2 - 1 = 3^{2x} - 1 = 9^x - 1$ *Cevap C*

9. Şekilde $f(x) = \log_3(ax + b)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 18 B) 15 C) 12 D) 9 E) 4

(0,1) noktasını denklemde yazalım

$1 = \log_3(a \cdot 0 + b)$ ise $3 = b$

(–2, 0) noktasını denklemde yazalım.

$0 = \log_3(-2a + b)$ ise $3^0 = (-2a + 3)$

$1 = -2a + 3$

$2a = 2$

$a = 1$

$a + b = 3 + 1 = 4$ *Cevap E*

10. $f(2x + 1) = 16^x$

olduğuna göre, $f(\log_2\sqrt{3})$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{7}{3}$

x yerine $\frac{x-1}{2}$ yazalım $f(x) = 16^{\frac{x-1}{2}} = 4^{x-1}$

$f(\log_2\sqrt{3}) = 4^{\log_2\sqrt{3} - 1} = \frac{2^{2\log_2\sqrt{3}}}{4} = \frac{2^{\log_2 3}}{4} = \frac{3}{4}$ *Cevap D*

11. $f(x) = \log_3(x - 1)$ ve $(gof)(x) = 2x + 1$

olduğuna göre, g(2) değeri kaçtır?

A) 14 B) 21 C) 24 D) 30 E) 36

$f^{-1}(x) = 3^x + 1$

$g(x) = 2(3^x + 1) + 1 = 2 \cdot 3^x + 3$

$g(2) = 21$

2. Yol:

x = 10 için f(x) = 2 olur.

$g(2) = 2 \cdot 10 + 1 = 21$ *Cevap B*

12. $\sqrt{\left[\log_2\left(\frac{32}{5}\right)\right]^2} + \sqrt{\left[\log_2\left(\frac{4}{5}\right)\right]^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $2 - 2\log_2 5$ B) $2\log_2 5 - 3$ C) $3 + 2\log_2 5$

D) 7 E) 3

$\left|\log_2\left(\frac{32}{5}\right)\right| + \left|\log_2\left(\frac{4}{5}\right)\right| = 5 - \log_2 5 + \log_2 5 - 2 = 3$

Cevap E

1.C 2.E 3.E 4.D 5.C 6.E 7.D 8.C 9.E 10.D 11.B 12.E

1. n kenarlı düzgün bir çokgenin içine yazılan pozitif x gerçel sayısı ile oluşturulan sembolün değeri "$\log_{\frac{1}{n^2}} x$ sayısından daha küçük olan en büyük tam sayıya eşittir" biçiminde tanımlanıyor.

Örneğin; (üçgen içinde 10) sembolünün değeri:

"$\log_{\frac{1}{9}} 10$ sayısından daha küçük olan en büyük tam sayı olan –2 ye eşittir."

Buna göre, (kare içinde 17) – (üçgen içinde $\frac{1}{80}$) **işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) (altıgen içinde 6) B) (üçgen içinde 81) C) (kare içinde $\frac{1}{2}$) D) (üçgen içinde 243) E) (altıgen içinde $\frac{1}{36}$)

(kare 17) $= \underbrace{\log_{\frac{1}{16}} 17}_{\approx -1,02} = -2$

(üçgen $\frac{1}{80}$) $= \underbrace{\log_{\frac{1}{9}} \frac{1}{80}}_{\approx -1,99} = 1$

(kare 17) – (kare $\frac{1}{80}$) $= -3$

(üçgen 81) $= \underbrace{\log_{\frac{1}{9}} 81}_{-2} = -3$

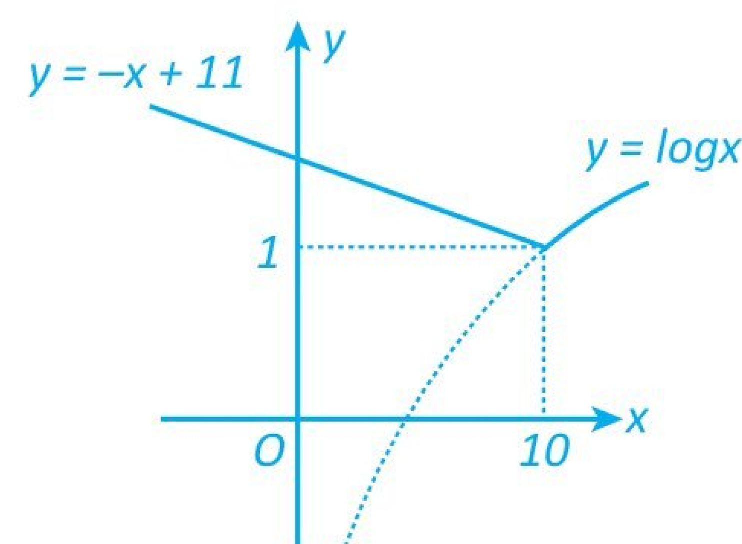
Cevap: B

2. Gerçel sayılardan gerçel sayıların bir M alt kümesine tanımlı,

$$f(x) = \begin{cases} \log x & x \geq 10 \\ -x + 11 & x < 10 \end{cases}$$

fonksiyonu örten olduğuna göre, M kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 10)$ B) $(-10, -1]$ C) $[-1, 10)$ D) $[-2, 7]$ E) $[1, \infty)$



Cevap E

3. Kaan, kullandığı bilimsel bir hesap makinesinde x pozitif tam sayı olmak üzere, 1 den başlayarak x sayısı dahil olmak üzere, x'e kadar olan tüm ardışık sayılar için $\log_3 x$ değerini hesaplıyor.

- Bulduğu değer tam sayı ise o tam sayıyı not ediyor.

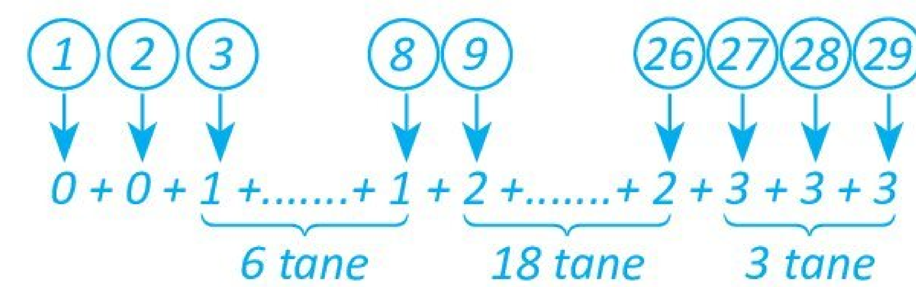
  Örneğin: $\log_3 9 = 2$ için 2 sayısını not ediyor.

- Bulduğu değer ondalıklı sayı ise o sayının tam kısmını not ediyor.

  Örneğin: $\log_3 10 = 2,...$ için 2 sayısını not ediyor.

Kaan'ın not ettiği sayıların toplamı 51 olduğuna göre, x kaçtır?

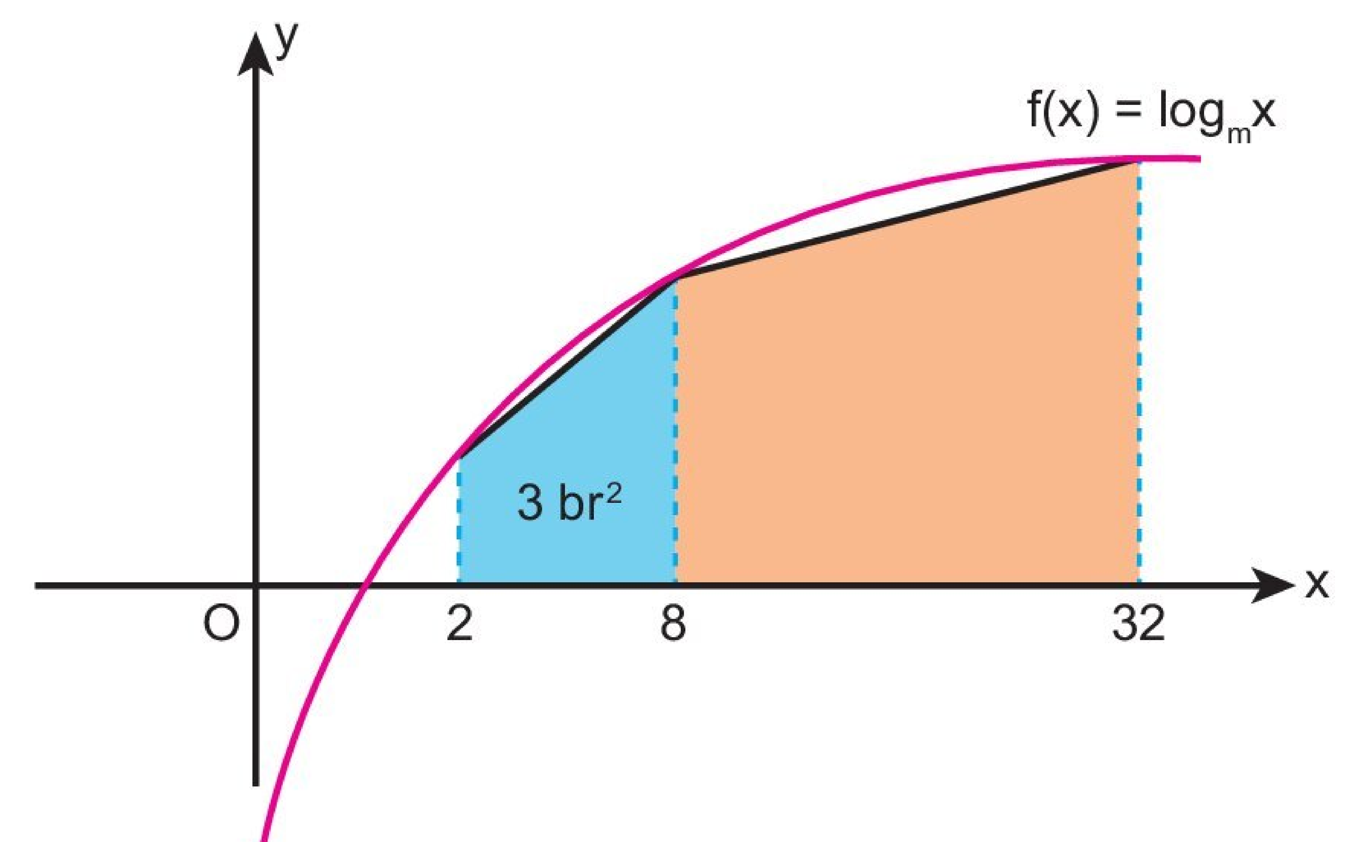
A) 33 B) 31 C) 29 D) 27 E) 25



6 + 36 + 9 = 51 ⇒ Son sayı = 29 dur.

Cevap C

4.



Şekilde $f(x) = \log_m x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Mavi ile boyalı yamuksal bölgenin alanı 3 birim karedir.

Buna göre, turuncu ile boyalı yamuksal bölgenin alanı kaç birimkaredir?

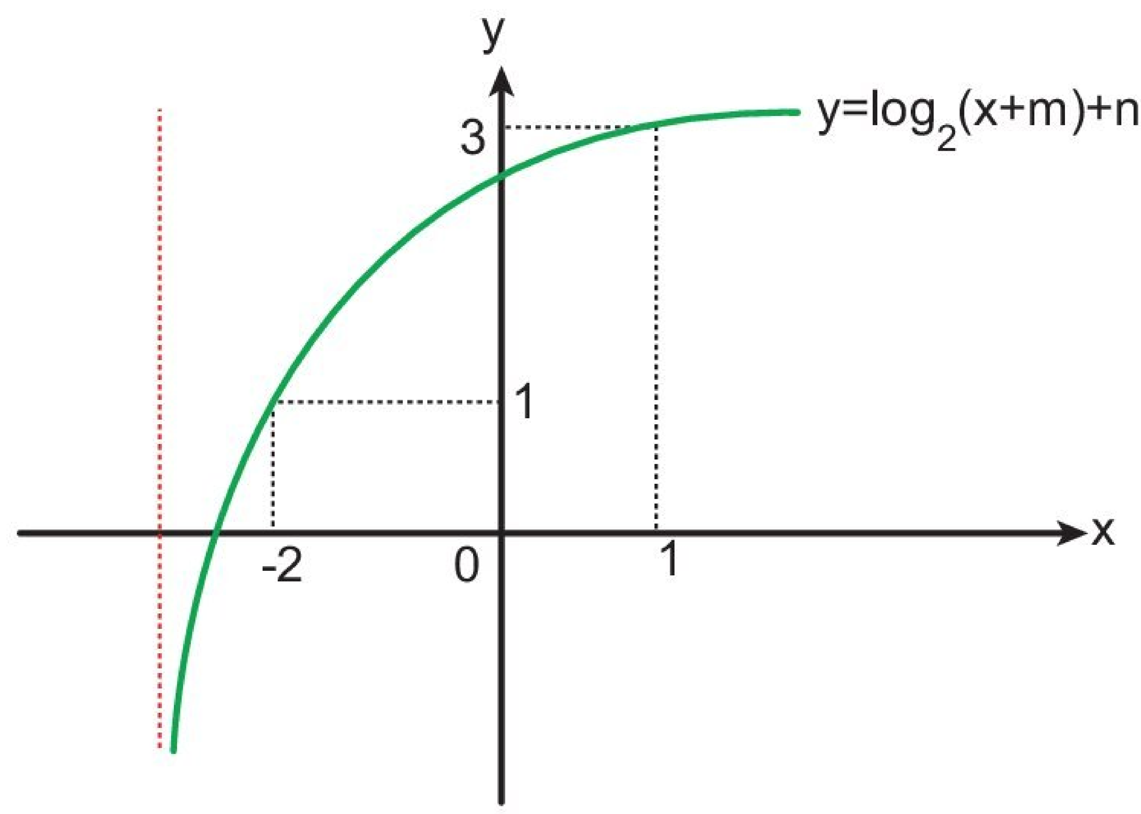
A) 8 B) 12 C) 16 D) 24 E) 32

$\dfrac{\log_m 2 + \log_m 8}{2} . 6 = 3 \Rightarrow m = 16$

$\dfrac{\log_{16} 8 + \log_{16} 32}{2} . 24 = 24$

Cevap D

5.



Yukarıda $y = \log_2(x + m) + n$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, m + n toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2 B) –1 C) 2 D) 4 E) 5

(–2, 1) noktası: $1 = \log_2(-2 + m) + n$

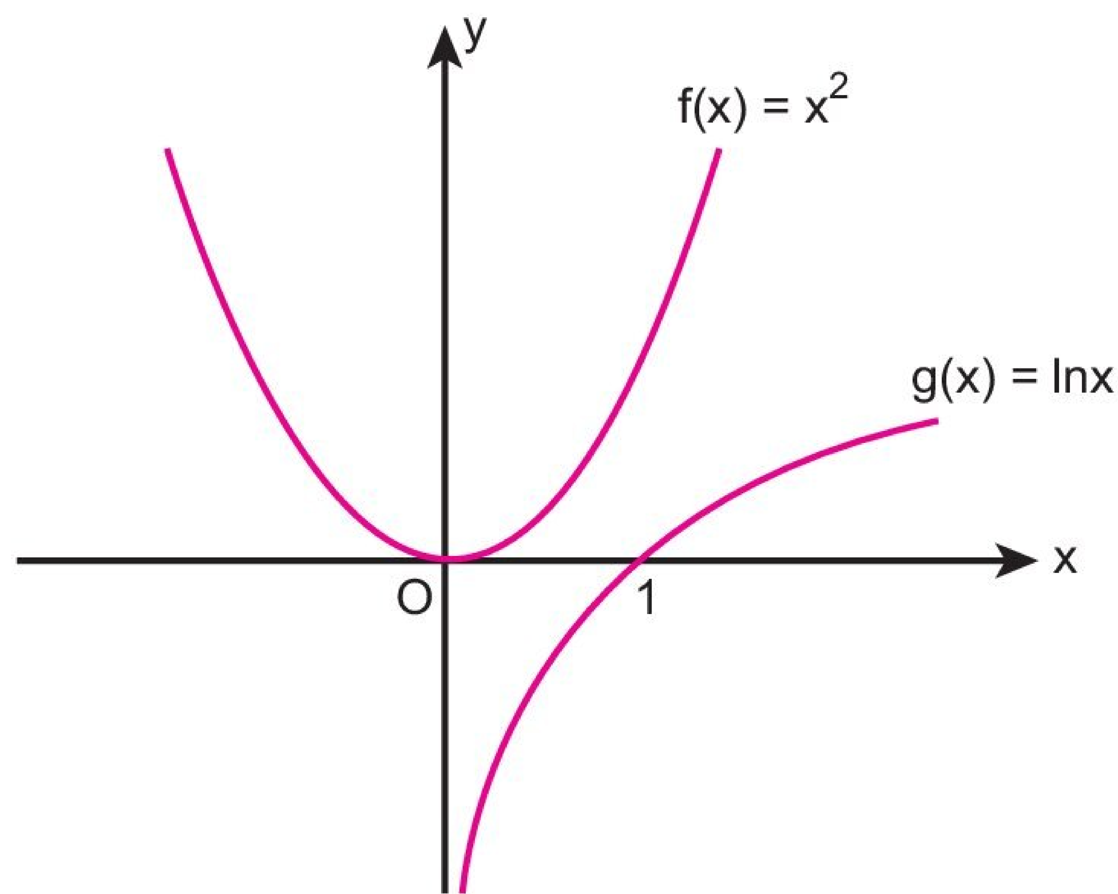
(1, 3) noktası : $-\ 3 = \log_2(1 + m) + n$

$2 = \log_2\left(\frac{1+m}{-2+m}\right) \Rightarrow 4 = \frac{1+m}{-2+m} \Rightarrow \boxed{m = 3}$

$m = 3$ için $3 = \log_2 4 + n \Rightarrow \boxed{n = 1}$

$m + n = 4$ *Cevap: D*

6.



Şekildeki analitik düzlemde

$f(x) = x^2$ ve $g(x) = \ln x$

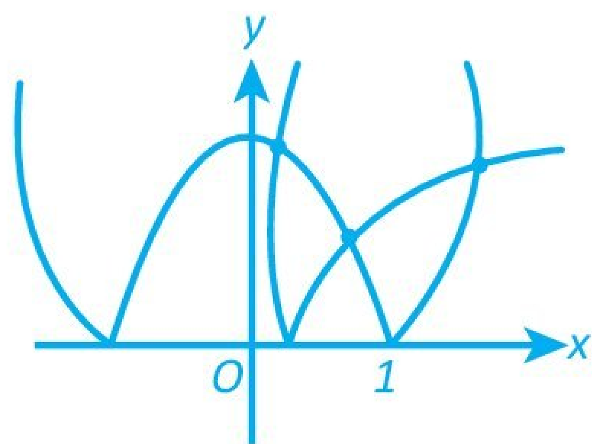
fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre,

$y = |f(x) - 16|$ ve $y = |\ln x|$

fonksiyonlarının grafikleri analitik düzlemde kaç farklı noktada kesişir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



3 farklı noktada kesişir. *Cevap C*

7. $y = g(x)$ ve $f(x) = 2 + 3 \cdot 5^{x-3}$

fonksiyonlarının grafikleri y = x doğrusuna göre simetriktir.

Buna göre, g(77) + g(17) işleminin sonucu kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

a) *g(77) değeri f(x) = 77 denklemini sağlayan x değeridir.*

$f(x) = 2 + 3 \cdot 5^{x-3} = 77$

$5^{x-3} = 25 = 5^2$

$x - 3 = 2$

$x = 5$

b) $x = 2 + 3 \cdot 5^{y-3}$

$\frac{x-2}{3} = 5^{y-3}$

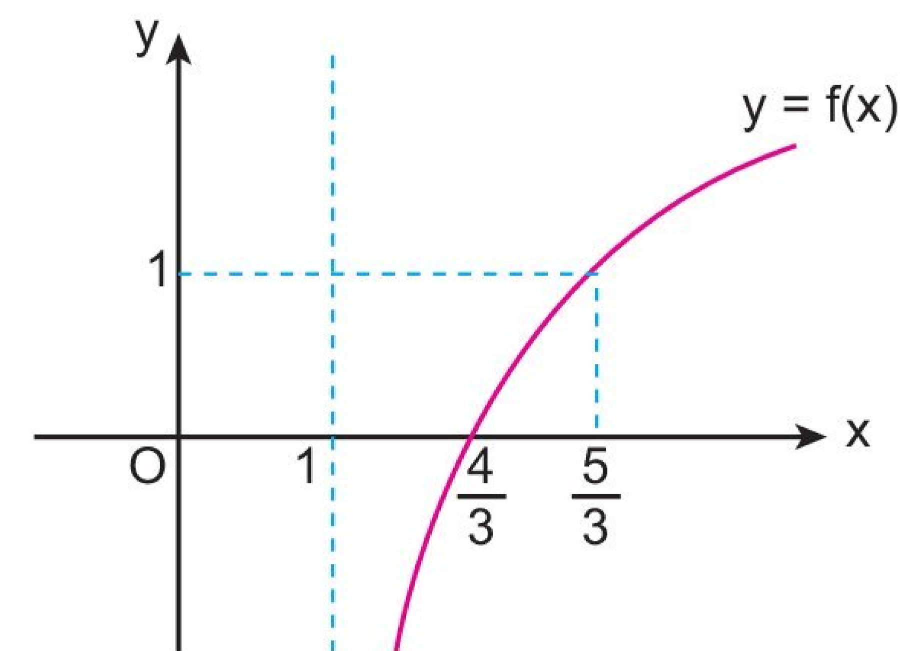
$\log_5\left(\frac{x-2}{3}\right) = y - 3$

$3 + \log_5\left(\frac{x-2}{3}\right) = f^{-1}(x) = g(x)$

$g(17) = 3 + \log_5\left(\frac{17-2}{3}\right) = 3 + 1 = 4$

Sonuç = 5 + 4 = 9 *Cevap: E*

8. Şekilde $y = \log_k(mx + p)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, k + m – p işleminin sonucu kaçtır?

A) 12 B) 8 C) 4 D) 3 E) –4

$y = \log_k\left(m\left[x + \frac{p}{m}\right]\right) \Rightarrow \frac{p}{m} = -1$ *(Çünkü grafik x = 1 doğrusunun sağında çizilmiştir.)*

$\boxed{p = -m}$

$0 = \log_k\left(m\left[\frac{4}{3} - 1\right]\right) \Rightarrow \frac{1}{m} = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{m = 3}$

$\boxed{p = -3}$

$1 = \log_k\left(3\left[\frac{5}{3} - 1\right]\right) \Rightarrow \boxed{k = 2}$

$k + m - p = 2 + 3 + 3 = 8$ *Cevap: B*

1.B 2.E 3.C 4.D 5.D 6.C 7.E 8.B



LOGARİTMA FONKSİYONU

III. Taban Değiştirme

a, b , c $\in \mathbb{R}$, a $\neq$ 1 olmak üzere,

$\log_a b = \frac{\log b}{\log a} = \frac{\log_c b}{\log_c a} = \frac{\ln b}{\ln a}$ biçiminde yazılır.

$\log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{\log_7 3}{\log_7 2} = \frac{\log_{41} 3}{\log_{41} 2} = \frac{\ln 3}{\ln 2}$ biçiminde yazılabilir.

- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
- $\log_a b \,.\, \log_b c \,.\, \log_c d = \log_a d$

Örnek 1

log2 ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşit değildir?

A) $1 - \log 5$ B) $\frac{\log_5 2}{\log_5 10}$ C) $\frac{1}{\log_2 10}$

D) $\frac{\ln 2}{\ln 10}$ E) $\frac{\ln 5}{\ln 2}$

$\frac{\ln 5}{\ln 2} = \log_2 5$ tir. Verilen ifadeye eşit değildir. *Cevap: E*

Örnek 2

a, b, c ve d 1 den farklı pozitif gerçel sayılar olmak üzere,

$\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c d$

işleminin sonucu

I. $\log_a d$

II. $\frac{1}{\log_d a}$

III. $\frac{\ln d}{\ln a}$

ifadelerinden hangilerine eşittir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) I, II ve III

Her birine eşittir.

$\frac{\log b}{\log a} \cdot \frac{\log c}{\log b} \cdot \frac{\log d}{\log a} = \log_a d = \frac{\ln d}{\ln a} = \frac{1}{\log_d a}$ *Cevap: E*

Örnek 3

$\log_3 4 = a$

olduğuna göre, $\log_{48} 54$ ün a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a+4}{2a+1}$ B) $\frac{a+3}{4a+1}$ C) $\frac{a+2}{2a+1}$

D) $\frac{a+6}{4a+2}$ E) $\frac{2a+3}{3a+4}$

$2\log_3 2 = a \Rightarrow \log_3 2 = \frac{a}{2}$

3 tabanında taban değişikliği yapalım.

$\log_{48} 54 = \frac{\log_3 54}{\log_3 48} = \frac{\log_3 (3^3.2)}{\log_3 (3.2^4)} = \frac{3 + \log_3 2}{1 + \log_3 2^4} = \frac{3 + \frac{a}{2}}{1 + 4.\frac{a}{2}}$

$= \frac{\frac{a+6}{2}}{\frac{2+4a}{2}} = \frac{a+6}{4a+2}$ *Cevap D*

Örnek 4

$\ln 10 = a$

olduğuna göre, a sayısının çarpma işlemine göre tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln \frac{1}{10}$ B) loge C) $\frac{1}{e}$

D) $\frac{1}{\log e}$ E) $1 - \log e$

$\frac{1}{a} = \log_{10} e = \log e$ *Cevap: B*

Örnek 5

$\ln 3 = x$ olmak üzere,

log3 sayısının x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x}{\ln 3}$ B) $\frac{\ln 3}{x}$ C) $\frac{x}{\ln 10}$

D) $\frac{\ln 10}{x}$ E) $\frac{x}{\ln 30}$

$\frac{\log 3}{\log e} = x \Rightarrow \log_{10} 3 = x \cdot \log_{10} e = \frac{x}{\log_e 10} = \frac{x}{\ln 10}$ *Cevap: C*



Örnek 6

log2 = a

log3 = b

olduğuna göre, $\log_6\left(\frac{4}{3}\right)$ ifadesinin a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a+2b}{2a-b}$ B) $\frac{2a-b}{a+b}$ C) $\frac{a-b}{a+b}$

D) $\frac{2a+b}{a-b}$ E) $\frac{1+a-b}{a+b}$

$\frac{\log\frac{4}{3}}{\log 6} = \frac{\log 4 - \log 3}{\log 2 + \log 3} = \frac{2a-b}{a+b}$

Cevap: B

Örnek 7

$\log_{15}3 = x$

olduğuna göre, $\log_3 5$ ifadesinin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1-x}{x}$ B) $\frac{x-1}{x}$ C) $\frac{x}{x-1}$

D) $\frac{x-1}{x+1}$ E) $\frac{x-1}{x+2}$

$\frac{1}{x} = \log_3 15 = 1 + \log_3 5 \Rightarrow \log_3 5 = \frac{1}{x} - 1$

$\log_3 5 = \frac{1-x}{x}$

Cevap: A

Örnek 8

$\frac{\ln 24}{\ln 2} = a$ olmak üzere,

$\log_3 2$

ifadesinin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{a-3}$ B) $\frac{2}{3-a}$ C) $\frac{a-1}{a-3}$

D) 3a – 1 E) 1 – 3a

$a = \log_2 24 = \log_2(2^3 . 3) = 3 + \log_2 3 = a$

$\log_2 3 = a - 3$

$\log_3 2 = \frac{1}{a-3}$

Cevap: A

Örnek 9

$$\frac{4}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_{81} 6}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$\frac{4\log 2}{\log 6} + \frac{\log 81}{\log 6} = \frac{4\log 2 + 4\log 3}{\log 6} = \frac{4\log 6}{\log 6} = 4$

Cevap: D

Örnek 10

$$\frac{\ln 10^6 \cdot \log e^3}{\log_3 8 \cdot \log_4 27}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

$\frac{\frac{6\log 10}{\log e} \cdot \frac{3\log e}{1}}{\frac{3\log 2}{\log 3} \cdot \frac{3\log 3}{2\log 2}} = \frac{6 \cdot 3}{\frac{3 \cdot 3}{2}} = 4$

Cevap: C

Örnek 11

$$\frac{\log_3\frac{2}{3} + \log_3\frac{3}{4} + \log_3\frac{4}{5} + \ldots + \log_3\frac{31}{32}}{\log_9 10.\log_{10} 11.\log_{11} 12.\ldots.\log_{15} 16}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –2 D) 2 E) 3

$\frac{\log_3\left(\frac{2}{3}.\frac{3}{4}.\frac{4}{5}.\ldots\frac{31}{32}\right)}{\frac{\log 10}{\log 9}.\frac{\log 11}{\log 10}.\ldots\frac{\log 16}{\log 15}} = \frac{\log_3\frac{1}{16}}{\log_9 16} = \frac{-4\log 2}{\log 3}.\frac{2\log 3}{4\log 2} = -2$

Cevap C

Örnek 12

$x = \log_5 10$

$y = \ln 5$

olduğuna göre, log(100e) ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1+xy}{xy}$ B) $\frac{1+2xy}{xy}$ C) $\frac{2xy-1}{xy}$

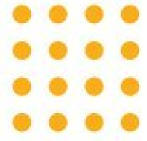
D) 2 + xy E) 2 – xy

$x \cdot y = \frac{\log 10}{\log 5} \cdot \frac{\log 5}{\log e} = \log_e 10$

$\frac{1}{x \cdot y} = \log e$

$\log(100e) = 2 + \log e = \frac{2xy}{xy} + \frac{1}{xy} = \frac{1+2xy}{xy}$

Cevap: B



Örnek 13

$A = \log_4 5$

$B = \log_{125} 13$

olduğuna göre, $\log_{13} 8$ ifadesinin A ve B türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2AB}$ B) $\frac{2}{AB}$ C) $\frac{3A}{B}$

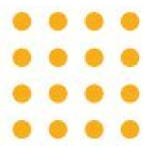
D) $\frac{2B}{A}$ E) $\frac{2A}{1+B}$

$A \cdot B = \frac{\log 5}{2\log 2} \cdot \frac{\log 13}{3\log 5} = \frac{\log 13}{6\log 2}$

$\frac{1}{AB} = 6\log_{13} 2 \Rightarrow \log_{13} 2 = \frac{1}{6 \cdot A \cdot B}$

$\log_{13} 8 = 3\log_{13} 2 = 3 \cdot \frac{1}{6 \cdot A \cdot B} = \frac{1}{2AB}$

Cevap: A



Örnek 14

$a = \log 2$

$b = \ln 3$

$c = \log_2 3$

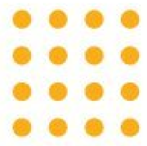
olduğuna göre loge ifadesinin a, b ve c türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a \cdot b}{c}$ B) $\frac{b \cdot c}{a}$ C) $\frac{a \cdot c}{b}$

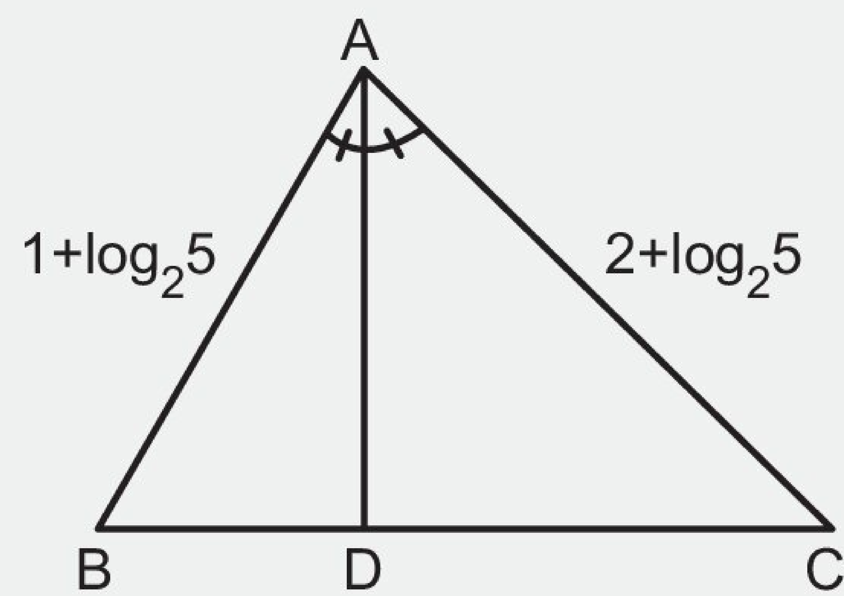
D) $\frac{a}{b \cdot c}$ E) $\frac{b}{a \cdot c}$

$\frac{a \cdot c}{b} = \frac{\frac{\log 2}{1} \cdot \frac{\log 3}{\log 2}}{\frac{\log 3}{\log e}} = \log e$

Cevap: C



Örnek 15



ABC bir üçgen

$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$

$|AB| = 1 + \log_2 5$ birim

$|AC| = 2 + \log_2 5$ birim

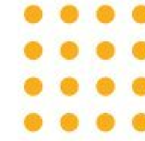
olduğuna göre, $\frac{|DC|}{|DB|}$ oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $1 - \log 2$ B) $1 + \log 2$ C) $2 - \log 4$

D) $1 + \log 4$ E) $1 + \log 8$

$\frac{|DC|}{|DB|} = \frac{|AC|}{|AB|} = \frac{2 + \log_2 5}{1 + \log_2 5} = \frac{\log_2 20}{\log_2 10} = \log_{10} 20 = 1 + \log 2$

Cevap: B



Örnek 16

a > 0 ve a ≠ 1 olmak üzere,

$a^x = 2$

$a^y = 3$

olduğuna göre, $\frac{x - y + 1}{x + y}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\log_6 \frac{2a}{3}$ B) $\log_6 \frac{3a}{2}$ C) $\log_2 3a$

D) $\log_3 2a$ E) $\log_3 (a + 1)$

$a^x \cdot a^y = 2 \cdot 3$

$a^{x+y} = 6$

$x + y = \log_a 6$

$\frac{a^x}{a^y} = \frac{2}{3}$

$a^{x-y} = \frac{2}{3}$

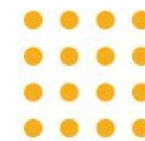
$x - y = \log_a \frac{2}{3}$

$x - y + 1 = \log_a \frac{2}{3} + \log_a a$

$x - y + 1 = \log_a \frac{2a}{3}$

$\frac{x - y + 1}{x + y} = \frac{\log_a \left(\frac{2a}{3}\right)}{\log_a 6} = \log_6 \left(\frac{2a}{3}\right)$

Cevap: A



Örnek 17

$3^{-m} = 2$

$5^n = \frac{1}{27}$

olduğuna göre, m · n çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\ln 8}{\ln 5}$ B) $\frac{\ln 5}{\ln 4}$ C) $\log_8 5$

D) $1 + \log_2 3$ E) $\log_6 8$

$-m = \log_3 2$ ve $m = -\log_3 2$

$n = \log_5 3^{-3}$ ve $n = -3\log_5 3$ (x)

$m \cdot n = 3 \frac{\log 2}{\log 3} \cdot \frac{\log 3}{\log 5} = \frac{3\log 2}{\log 5}$

$m \cdot n = \frac{\log 8}{\log 5} = \frac{\ln 8}{\ln 5}$

Cevap: A



IV. Ters Fonksiyon İle İlgili Özellik:

- $f(x) = a^x$ fonksiyonunun tersi $f^{-1}(x) = \log_a x$ dir. $(a > 0, a \neq 1)$

  $(f \circ f^{-1})(x) = (a^x) \circ (\log_a x)$

  $x = a^{\log_a x}$ olur.

- $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

Örnek:

$10^{\log 7} = 7$, $2^{\log_2 3} = 3$, $e^{\ln 5} = 5$ tir.

Örnek 18

$\log_2 3 = x$

$\log_3 7 = y$

olduğuna göre, $\log_{21} 56$ ifadesinin x ve y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{xy+1}{xy+3}$ B) $\dfrac{xy+3}{xy+y}$ C) $\dfrac{xy+2}{xy+x}$ D) $\dfrac{xy+y}{xy+x}$ E) $\dfrac{xy+3}{xy+x}$

$$\log_{21} 56 = \frac{\log_3 56}{\log_3 21} = \frac{\log_3 7 + \log_3 8}{\log_3 7 + \log_3 3} = \frac{y + \frac{3}{x}}{y+1}$$

$$\log_{21} 56 = \frac{xy+3}{xy+x}$$

Cevap: E

Örnek 19

$6^m = 4^k = e^x$

olduğuna göre, $\dfrac{x(m+k)}{m \cdot k}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 24 B) 12 C) ln24 D) ln12 E) log24

$x = m \cdot \ln 6 \Rightarrow \dfrac{1}{m} = \dfrac{\ln 6}{x}$

$x = k \cdot \ln 4 \Rightarrow + \dfrac{1}{k} = \dfrac{\ln 4}{x}$

$\dfrac{m+k}{m \cdot k} = \dfrac{\ln 24}{x}$ $x \cdot \dfrac{\ln 24}{x} = \ln 24$

Cevap: C

Örnek 20

Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $2^{\log_2 5} = 5^{\log_2 2} = 5$

B) $e^{\ell n 3} = 3^{\ln e} = 3$

C) $10^{\log 7} = 7^{\log 10} = 7$

D) $4^{\log_2 5} = 5^{\log_2 4} = 25$

E) $27^{\log_3 2} = 2^{\log_3 27} = 9$

$2^{\log_3 27} = 2^3 = 8$ dir.

Cevap: E

Örnek 21

$$2^{\log_{\sqrt{2}} 3} + \sqrt{3}^{\log_3 2} - 3^{\log_3 \sqrt{2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 17 B) 15 C) 12 D) 9 E) 5

$2^{2\log_2 3} + 3^{\log_3 \sqrt{2}} - \sqrt{2}$

$= 2^{\log_2 9} + \sqrt{2} - \sqrt{2}$

$= 9 + \sqrt{2} - \sqrt{2} = 9$

Cevap D

Çıkmış Soru 1

$2^x = \dfrac{1}{5}$

$3^y = \dfrac{1}{4}$

olduğuna göre, x . y çarpımının değeri kaçtır?

A) $\dfrac{\ln 3}{\ln 2}$ B) $\dfrac{\ln 15}{\ln 2}$ C) $\dfrac{\ln 5}{\ln 4}$ D) $\dfrac{\ln 25}{\ln 3}$ E) $\dfrac{\ln 5}{\ln 6}$

2012 LYS

$x = \dfrac{\ln\left(\frac{1}{5}\right)}{\ln 2}, y = \dfrac{\ln\left(\frac{1}{4}\right)}{\ln 3}$

$x \cdot y = \dfrac{+\ln 5}{\cancel{\ln 2}} = \dfrac{-2 \cdot \cancel{\ln 2}}{\ln 3}$

$x \cdot y = \dfrac{2\ln 5}{\ln 3} = \dfrac{\ln 25}{\ln 3}$

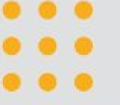
Cevap: D

Çıkmış Soru Cevapları

1. D

Örnek Cevapları

1.E	2.E	3.D	4.B	5.C	6.B	7.A	8.A	9.D	10.C
11.C	12.B	13.A	14.C	15.B	16.A	17.A	18.E	19.C	20.E
21.D									



1. **$log_3 2$ aşağıdakilerden hangisine eşit değildir?**

A) $\frac{log2}{log3}$ B) $\frac{1}{log_2 3}$ C) $\frac{log_7 2}{log_7 3}$

D) $\frac{ln2}{ln3}$ E) $\frac{log_5 3}{log_5 2}$

$log_3 2 = \frac{log_5 2}{log_5 3} \neq \frac{log_5 3}{log_5 2}$

Cevap: E

2. $log_2 3 = x$

olduğuna göre, $log_{24} 18$ in x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2+x}{3-x}$ B) $\frac{2+x}{3+x}$ C) $\frac{1+2x}{3+x}$

D) $\frac{2x+1}{3x+2}$ E) $\frac{2x+3}{x+2}$

$log_{24} 18 = \frac{log_2 18}{log_2 24} = \frac{log_2(2.3^2)}{log_2(2^3.3)} = \frac{1+2log_2 3}{3+log_2 3} = \frac{1+2x}{3+x}$

Cevap C

3. $A = log_2 27$ ve $B = log_3 4^6$

olduğuna göre, $\sqrt{A \cdot B}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) $log_2 9$ D) $log_3 8$ E) 6

$\sqrt{3log_2 3.12log_3 2} = \sqrt{36} = 6$

Cevap E

4. $\frac{ln45}{ln3} = x$ olmak üzere,

$log_3 5$ ifadesinin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2x – 1 B) x – 2 C) 3 – x

D) $\frac{1}{x-1}$ E) $\frac{2}{x-2}$

$x = log_3 45 = log_3(5 \cdot 3^2) = log_3 5 + 2 \Rightarrow log_3 5 = x - 2$

Cevap: B

5. $2^x = 7 = 3^y$

olduğuna göre, $log_7 24$ ifadesinin x ve y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2x+3y}{xy}$ B) $\frac{3x+2y}{xy}$ C) $\frac{x+3y}{xy}$

D) $\frac{4x-y}{xy}$ E) $\frac{3x-2y}{xy}$

$x = log_2 7$ ve $y = log_3 7$

$\frac{1}{x} = log_7 2$ ve $\frac{1}{y} = log_7 3$

$log_7 24 = log_7(3.2^3) = log_7 3 + log_7 2^3 = \frac{1}{y} + 3.\frac{1}{x} = \frac{1}{y} + \frac{3}{x} = \frac{x+3y}{xy}$

Cevap C

6. $\sqrt[3]{1000^{log3} + e^{ln37}}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

$\sqrt[3]{27+37} = \sqrt[3]{64} = 4$

Cevap A

7. $\log_{12}54 = x$

olduğuna göre, $\log_2 3$ ifadesinin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2x+1}{x+1}$ B) $\frac{1-2x}{x-3}$ C) $\frac{1-2x}{x+3}$ D) $\frac{x-1}{2x-1}$ E) $\frac{x+1}{2x+3}$

$\log_{12}54 = x = \frac{\log_2 54}{\log_2 12} = \frac{\log_2 2 + \log_2 3^3}{\log_2 4 + \log_2 3} = \frac{1+3\log_2 3}{2+\log_2 3} = x$

$x = \frac{1+3A}{2+A} \Rightarrow 2x + xA = 1 + 3A \Rightarrow A(x-3) = 1 - 2x$

$A = \frac{1-2x}{x-3}$

Cevap: B

8. $x = \log_2 3$ ve $y = \log_5 3$

olduğuna göre, $\log_2 15$ in x ve y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2+x+xy}{x}$ B) $\frac{1+x+xy}{y}$ C) $\frac{2x+xy}{y}$ D) $\frac{xy+y}{x}$ E) $\frac{xy+x}{y}$

$\log_2 15 = \frac{\log_3 15}{\log_3 2} = \frac{\log_3 3 + \log_3 5}{\log_3 2} = \frac{1+\frac{1}{y}}{\frac{1}{x}} = \frac{\frac{y+1}{y}}{\frac{1}{x}} = \frac{xy+x}{y}$

Cevap E

9. **$3^x = 8$ ve $7^y = 32$ olduğuna göre, $\log_4 63$ ün x ve y türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{2x+3y}{xy}$ B) $\frac{3x-2y}{4xy}$ C) $\frac{5x+6y}{2xy}$ D) $\frac{4x+3y}{2xy}$ E) $\frac{4x-5y}{xy}$

$x = \log_3 8 = 3 . \log_3 2 \Rightarrow \frac{3}{x} = \log_2 3$

$y = \log_7 32 = 5 . \log_7 2 \Rightarrow \frac{5}{y} = \log_2 7$

$\log_4 63 = \frac{1}{2}\log_2(7.3^2) = \frac{1}{2}[\log_2 7 + 2\log_2 3]$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{5}{y} + \frac{6}{x}\right] = \frac{5x+6y}{2xy}$

Cevap C

10. $3^{2a} = 5$

$2^{3b} = 3$

olduğuna göre, a · b çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\ln 5}{\ln 64}$ B) $\frac{\ln 3}{\ln 32}$ C) $\frac{\ln 25}{\ln 3}$ D) $\frac{\ln 9}{\ln 5}$ E) $\frac{\ln 10}{\ln 2}$

$2a = \log_3 5$

$x \quad 3b = \log_2 3$

$6 \cdot a \cdot b = \log_2 5 \Rightarrow a \cdot b = \frac{1}{6} \cdot \frac{\log 5}{\log 2} = \frac{\log 5}{\log 64} = \frac{\ln 5}{\ln 64}$

Cevap: A

11. $\log_3 17 = a$

$\log_5 2 = b$

$\log_2 17 = c$

olduğuna göre, $\log_3 5$ ifadesinin a, b ve c türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a \cdot b}{c}$ B) $\frac{a \cdot c}{b}$ C) $\frac{b \cdot c}{a}$ D) $\frac{a}{b \cdot c}$ E) $\frac{b}{a \cdot c}$

$\frac{a}{b \cdot c} = \frac{\frac{\log 17}{\log 3}}{\frac{\log 2}{\log 5} \cdot \frac{\log 17}{\log 2}} = \frac{\log 5}{\log 3} = \log_3 5$

Cevap: D

12. Tanım kümesi 1'den büyük tam sayılar olan

$f(x) = \log_x(x + 3)$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$A = f(3) \cdot f(6) \cdot f(9)$

olmak üzere, 3^A işleminin sonucu kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 12 D) 18 E) 17

$f(3) \cdot f(b) \cdot f(g) = \log_3 6 \cdot \log_6 9 \cdot \log_9 12 = \log_3 12$

$3^{\log_3 12} = 12$

Cevap: C

1.E 2.C 3.E 4.B 5.C 6.A 7.B 8.E 9.C 10.A 11.D 12.C

1. Alp Öğretmen öğrencisi Berk'ten $\log_2 x$ sayısı ile $\log_x 4$ sayısını çarpmasını istemiştir.

Berk yanlışlıkla $\log_2 x$ sayısını $\log_x 4$ sayısına hatasız olarak bölmüştür.

Alp Öğretmen

"Berk, bulman gereken yanıtın 9 katını buldun."

dediğine göre, x'in tam sayı değeri kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 16 D) 64 E) 81

$9 \cdot \log_2 x \cdot \log_x 4 = \dfrac{\log_2 x}{\log_x 4}$

$9 \cdot 2 \cdot \log_x 2 = \dfrac{1}{2\log_x 2}$

$36 = (\log_2 x)^2$

$6 = \log_2 x$

$2^6 = x$

Cevap: D

2. a, b, c ve d pozitif gerçel sayılardır.

$\dfrac{\log a}{4} = \dfrac{\log b}{3} = \dfrac{\log c}{2} = \log d$

$\log_d (a \cdot b \cdot c) = \ln x$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) e^3 B) e^6 C) e^9 D) e^{12} E) e^{15}

$\log a = 4\log d = \log d^4$

$\log b = 3\log d = \log d^3$

$+\quad \log c = 2\log d = \log d^2$

$\log a + \log b + \log c = \log d^4 + \log d^3 + \log d^2$

$\log(abc) = \log(d^4 \cdot d^3 \cdot d^2) = \log d^9$

$\boxed{abc = d^9}$

$\log_d d^9 = \ln x$

$9 = \ln x$

$e^9 = x$

Cevap: C

3. $8^{\log_{\sqrt{2}} \sqrt[3]{4}}$

ifadesinin eşiti kaçtır?

A) 12 B) 16 C) 20 D) 32 E) 64

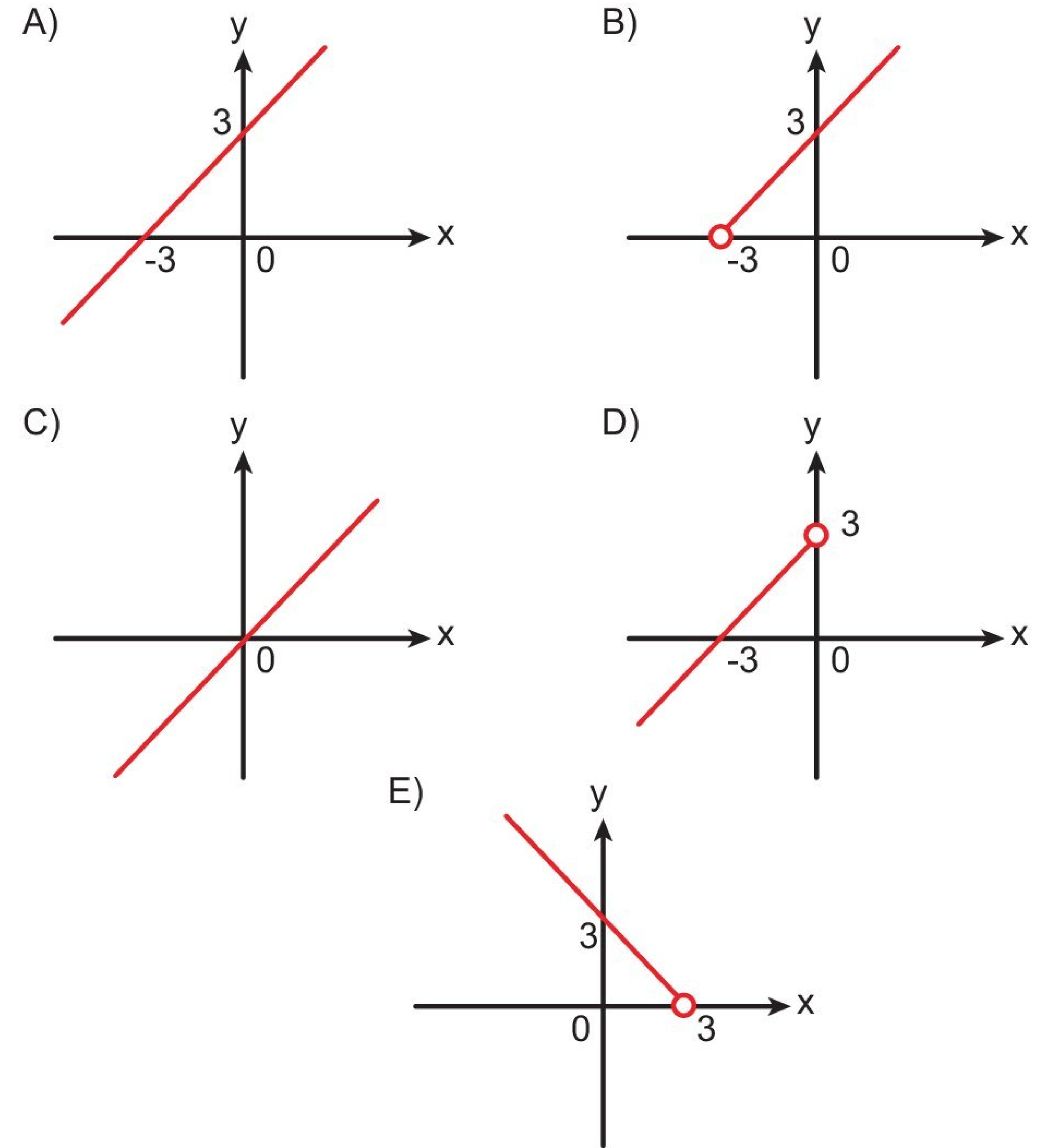
$(2^3)^{\log_{\sqrt{2}} \sqrt[3]{4}} = 2^{3 \cdot \log_{\sqrt{2}} \sqrt[3]{4}} = 2^{\log_{\sqrt{2}} 4}$

$= 2^{2\log_2 4} = 2^{\log_2 16} = 16$

Cevap: B

4. $f(x) = 10^{\log(x+3)}$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



$f(x) = 10^{\log(x+3)} = x + 3$ tür. $x + 3 > 0$ ve $x > -3$ için

Cevap: B

5. Aşağıda aynı uzunlukta ve farklı renklerde iki profil boru verilmiştir.



Kırmızı ve mavi renkli borular sırasıyla 12 ve k eşit parçaya ayrılıyor.

Bir kırmızı parçanın uzunluğu $\log_3(x^2 + 2x + 1)$ birim ve bir mavi parçanın uzunluğu $\log_3(x^3 + 3x^2 + 3x + 1)$ birim olduğuna göre, k kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 15 D) 18 E) 24

$12 \cdot \log_3(x+1)^2 = k \cdot \log_3(x+1)^3$

$24\log_3(x+1) = 3k \cdot \log_3(x+1)$

$24 = 3k$

$8 = k$

Cevap: A

6. **A ve B birbirinden farklı en küçük iki asal sayıdır.**

$A = \log_3(\log_2 m)$

$B = \log_2(\log_3 n)$

olduğuna göre, m + n toplamının en küçük değeri kaçtır?

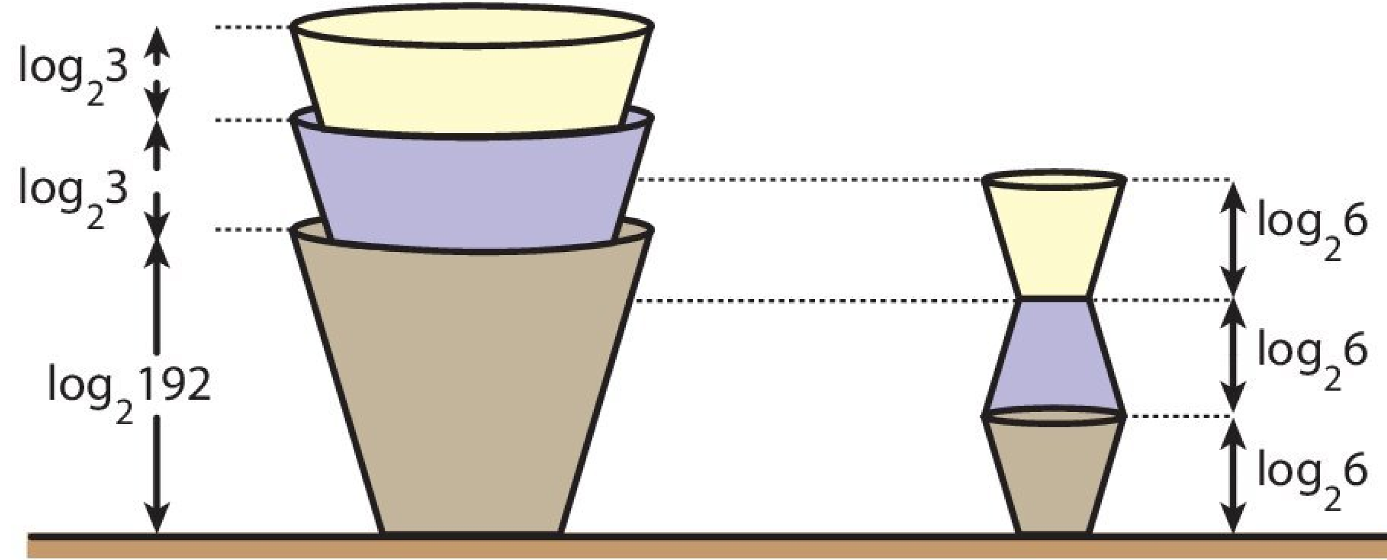
A) $2^{64} + 3^{18}$ B) $2^{27} + 3^{8}$ C) $2^{18} + 3^{12}$ D) $2^{9} + 3^{8}$ E) $2^{8} + 3^{6}$

A = 3 için $m = 2^{27}$
B = 2 için $+ \; n = 3^4$
$m + n = 2^{27} + 2^4$
büyük değerdir.

A = 2 için $m = 2^9$
B = 3 için $+ \; n = 3^8$
$m + n = 2^9 + 3^8$
küçük değerdir.

Cevap: D

7. Mert boş bir sehpanın üstünde özdeş büyük bardaklardan üç tanesini iç içe, özdeş küçük bardaklardan üç tanesini üst üste dizmiştir.



Mert bardakları dizmeye aynı şekilde devam ederek her iki kuleye eşit sayıda bardak ekleyerek kulelerin boylarını da eşitlemiştir.

Buna göre, bardak kulelerinin boyları eşitlendiği anda sehpanın üzerinde kaç bardak vardır?

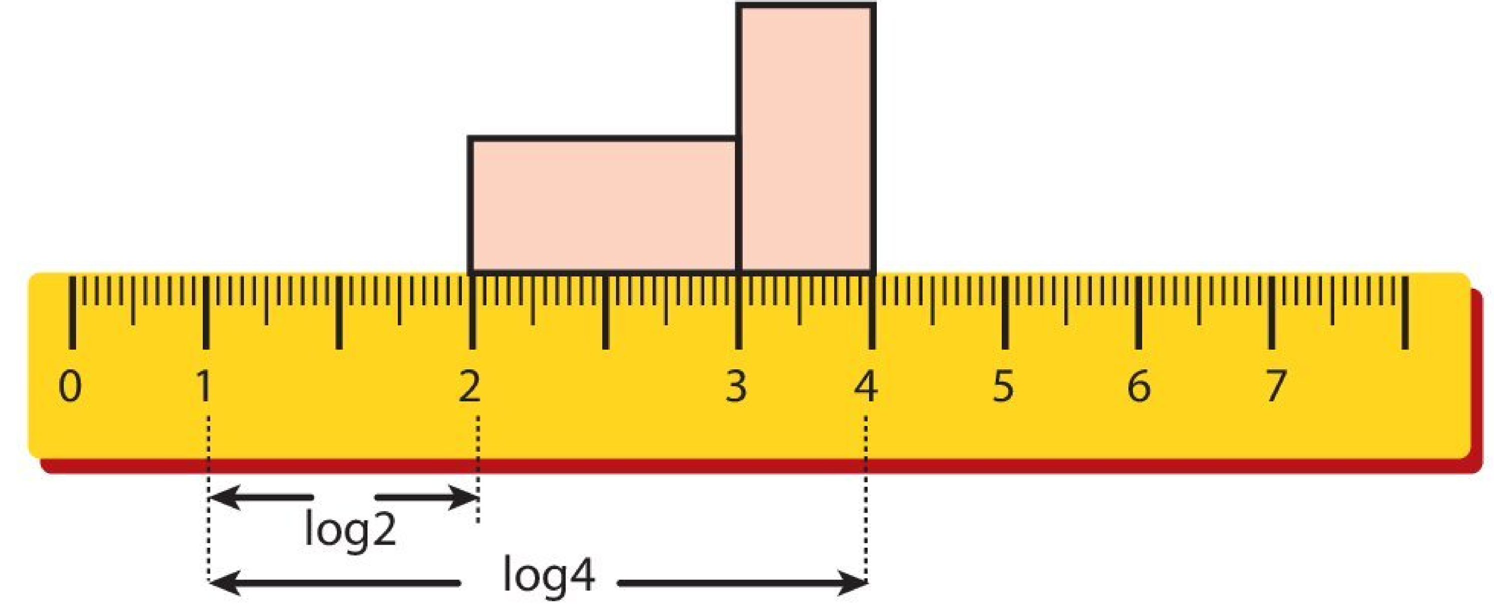
A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

$\log_2(192) = \log_2(2^6 \cdot 3)$ sayısının $x \cdot \log_2 6$ sayısına eşit olması için 5 tane $\log_2 3$ sayısına ihtiyaç vardır. Bu yüzden üçer tane daha bardak konulmalı $\log_2(3 \cdot 2^6) + 5 \cdot \log_2 3 = \log_2(3 \cdot 2^6 \cdot 3^5) = \log_2 6^6 = 6 \cdot \log_2 6$ olur.
Son durumda 6 + 6 = 12 bardak bulunur.

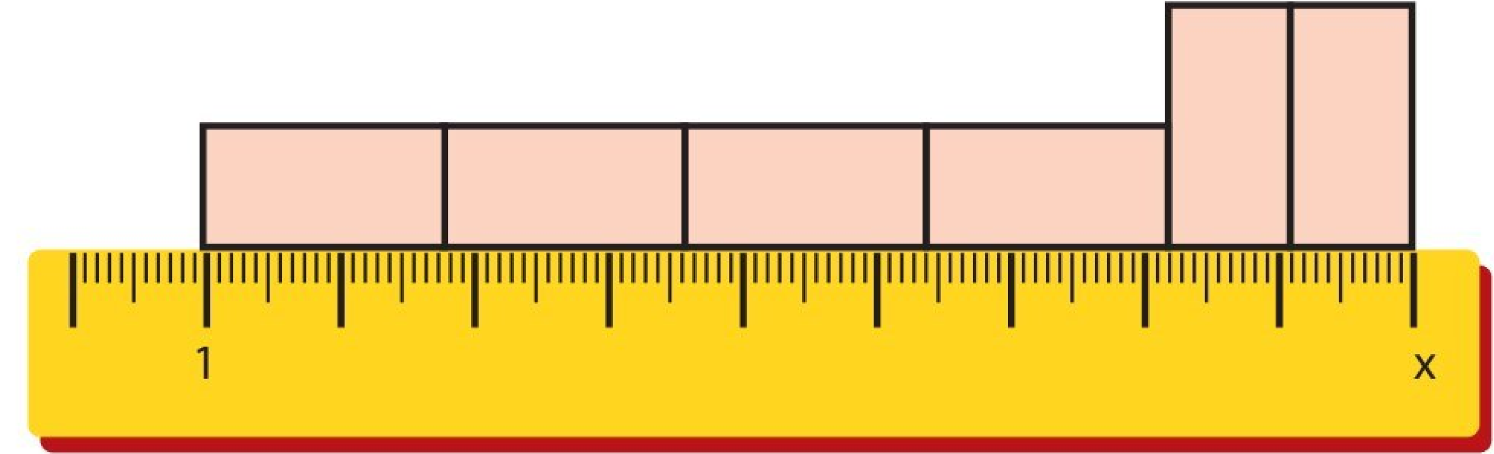
Cevap: B

8. Üzerinde tam sayıların yazılı olduğu bir cetvel türünde her p tam sayısının 1 sayısına uzaklığı logp birimdir.

Dikdörtgen biçimindeki bir kartonun uzun ve kısa kenarları bu cetvel üzerinde ölçülmüş ve elde edilen uzunluklar aşağıda gösterilmiştir.



Bu karton ile özdeş olan 6 karton aynı cetvel üzerinde 4 defa yatay ve 2 defa dikey konumda bitiştirilmiş olarak bir kez daha ölçülmüştür.



Bu ölçüye göre, x tam sayısı kaçtır?

A) 16 B) 15 C) 12 D) 9 E) 8

Uzun = $\log 3 - \log 2 = \log \frac{3}{2}$

Kısa = $\log 4 - \log 3 = \log \frac{4}{3}$

$4\text{uzun} + 2\text{kısa} = 4\log\left(\frac{3}{2}\right) + 2\log\left(\frac{4}{3}\right)$
$= \log \frac{81}{16} + \log \frac{16}{9}$
$= \log\left(\frac{81}{16} \cdot \frac{16}{9}\right)$
$= \log 9 \Rightarrow \boxed{x = 9}$

Cevap: D

9. $2^{3x-1} = 3^{2x+1}$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\dfrac{\log 2 + \log 9}{\log 6 + \log 8}$ B) $\dfrac{\log 3 + \log 2}{\log 6}$ C) $\dfrac{\log 3 - \log 2}{\log 6}$

D) $\dfrac{\ln 6}{\ln 8 + \ln 9}$ E) $\dfrac{\ln 6}{\ln 8 - \ln 9}$

$(3x - 1)\log 2 = (2x + 1)\log 3$
$3x\log 2 - \log 2 = 2x\log 3 + \log 3$
$x(3\log 2 - 2\log 3) = \log 2 + \log 3$
$x = \dfrac{\log 6}{\log 8 - \log 9} = \dfrac{\log 9}{\log\left(\frac{8}{9}\right)} = \dfrac{\ln 6}{\ln \frac{8}{9}}$

Cevap: E

1.D 2.C 3.B 4.B 5.A 6.D 7.B 8.D 9.E



ÜSTEL VE LOGARİTMİK DENKLEMLER

1. $a > 0$ ve $a \neq 1$, $b > 0$ olmak üzere,

   $\log_a b = c \Rightarrow b = a^c$

2. $a > 0$ ve $a \neq 1$, $b > 0$ olmak üzere,

   $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Rightarrow f(x) = g(x)$

Örnek 1

$\ln(3x - 2e^3) = 3$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3e$ B) $2e^3$ C) $4e^2$ D) e^3 E) $2e^2$

$3x - 2e^3 = e^3$

$3x = 3e^3$

$x = e^3$

Cevap D

Örnek 2

Pozitif gerçek sayılarda tanımlı f fonksiyonu için,

$2^{f(x) - 4} = x$

eşitliği sağlandığına göre,

$f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{4}\right) + f\left(\frac{1}{8}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

$f(x) - 4 = \log_2 x$

$f(x) = \log_2(16x)$

$f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{4}\right) + f\left(\frac{1}{8}\right) = \log_2 8 + \log_2 4 + \log_2 2$

$= 3 + 2 + 1$

$= 6$

Cevap D

Örnek 3

$\log_2 \sqrt{x} = 4\log_x 4$

denkleminin tam sayı olmayan kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{32}$

$\frac{1}{2}\log_2 x = 8\log_x 2 \Rightarrow \log_2 x = 16\log_x 2$

$\Rightarrow (\log_2 x)^2 = 16 \Rightarrow \log_2 x = -4$ ve $\log_2 x = 4$

$\boxed{x = \frac{1}{16}}$ ve $x = 16$

Cevap D

Örnek 4

$4^x - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {1} B) $\{\log_3 2\}$ C) $\{1, \log_3 2\}$ D) $\{2, \log_2 3\}$ E) $\{1, \log_2 3\}$

$2^x = a$, $4^x = a^2$

$a^2 - 5a + 6 = 0$

$(a - 2)(a - 3) = 0$

$a = 2^x = 2$, $a = 2^x = 3$

$x = 1$, $x = \log_2 3$

Cevap: E

Örnek 5

$\log_7(2x - 12) = \log_3(x^2 - 5x) \cdot \log_7 3$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {3} B) {4} C) {3,4} D) {12} E) ∅

$\log_7(2x - 12) = \log_7(x^2 - 5x)$

$2x - 12 = x^2 - 5x$

$x^2 - 7x + 12 = 0$

$(x - 4)(x - 3) = 0 \Rightarrow x \neq 4, x \neq 3$ tür.

Fonksiyonun tanımlı olması için $2x - 12 > 0$

$x > 6$ olmalıdır.

Bu yüzden Ç.K = Ø

Cevap E



> $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$

Örnek 6

$5^{\log_a 3} + 3^{\log_a 5} = 18$

olduğuna göre, a sayısı kaçtır?

A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\sqrt{5}$ D) 5 E) $5\sqrt{5}$

$2 . 3^{\log_a 5} = 18$

$3^{\log_a 5} = 3^2$

$\log_a 5 = 2 \Rightarrow a^2 = 5$ ve $a = \sqrt{5}$ *Cevap: C*

Örnek 7

$7^{\ln x} + x^{\ln 7} = 14$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{e}$ B) 2 C) e D) 7 E) e^2

$7^{\ln x} + 7^{\ln x} = 14 \Rightarrow 7^{\ln x} = 7^1 \Rightarrow \ln x = 1 \Rightarrow x = e$ *Cevap: C*

Çıkmış Soru 1

$x^{\ln 4} - 6 . 2^{\ln x} + 8 = 0$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) e^6 B) e^4 C) e^3 D) $\frac{e^2}{2}$ E) $\frac{e^3}{3}$

2017 LYS

$4^{\ln x} - 6 . 2^{\ln x} + 8 = 0$ *$2^{\ln x} = t$*

$t^2 - 6t + 8 = 0$

$(t - 4)(t - 2) = 0$

$2^{\ln x} = 2^2$ ve $2^{\ln x} = 2^1$

$\ln x = 2$ ve $\ln x = 1$

$x_1 = e^2$ ve $x_2 = e^1$

$x_1 . x_2 = e^3$

Cevap: C

Örnek 8

$\ln(xy) = 4$

$\ln\left(\frac{x^2}{y}\right) = 5$

olduğuna göre, $\ln\sqrt{x}$ değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) –1

$x.y = e^4$

$\frac{x^2}{y} = e^5$

x (çarpma)

$x^3 = e^9 \Rightarrow x = e^3$

$\ln\sqrt{x} = \frac{1}{2}\ln e^3 = \frac{3}{2}$ *Cevap A*

Örnek 9

$\ln^2 x + \ln x - 20 = 0$

denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

A) e^6 B) e^3 C) e^2 D) e^{-1} E) e^{-2}

$a^2 + a - 20 = 0$

$(a + 5)(a - 4) = 0$

$a = -5$, $a = 4$

$\ln x = -5$, $\ln x = 4$

$x_1 = e^{-5}$, $x_2 = e^4$

$x_1 x_2 = e^{-5}.e^4 = e^{-1}$ *Cevap D*

Örnek 10

$\log_2 x + \log_x \sqrt[3]{4} = \frac{5}{3}$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) $\sqrt[3]{16}$ B) 2 C) $2 \cdot \sqrt[3]{4}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt[3]{2}$

$\log_2 x = V$

$V + \frac{2}{3V} - \frac{5}{3} = 0$

$3V^2 - 5V + 2 = 0$

$(3V - 2)(V - 1) = 0$

$V = \frac{2}{3}$ $V = 1$

$\log_2 x = \frac{2}{3}$

$V_1 = \frac{2}{3} \Rightarrow \log_2 X = \frac{2}{3} \Rightarrow$ $x_1 = 2^{\frac{2}{3}}$

$V_2 = 1 \Rightarrow \log_2 x = 1 \Rightarrow$ $x_2 = 2$

x (çarpma)

$x_1 . x_2 = 2^{\frac{5}{3}} = 2 \cdot \sqrt[3]{4}$ *Cevap: C*

Örnek 11

$(\log_x 16)^{\log_5 125} = 2^9$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) $-2\sqrt{2}$ B) $-\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) 2 E) $2\sqrt{2}$

$(\log_x 16)^3 = (2^3)^3$

$\log_x 2^4 = 8$

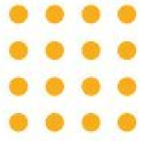
$4\log_x 2 = 8$

$\log_x 2 = 2$

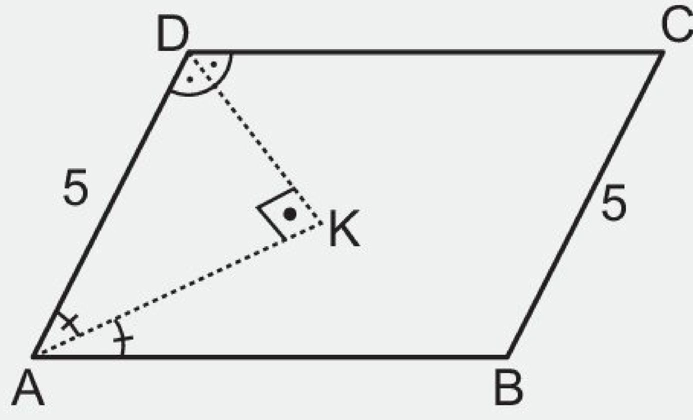
$2 = x^2$

$\boxed{\sqrt{2} = x}$

$x \neq -\sqrt{2}$ çünkü x logaritmanın tabanı > 0 olmalı *Cevap C*



Örnek 12



ABCD eşkenar dörtgeninde A ve D açılarının açıortayları K noktasında kesişmektedir.

$|DK| = \log_a 3$ cm

$|AK| = \log_a 3a$ cm

$|BC| = 5$ cm

olduğuna göre a kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt[3]{3}$ D) $\sqrt[3]{2}$ E) $\sqrt[4]{2}$

$5^2 = (\log_a 3)^2 + (\log_a 3a)^2$

$25 = (\log_a 3)^2 + (1 + \log_a 3)^2$, $\log_a 3 = x$

$25 = x^2 + (1 + x)^2$

$25 = x^2 + 1 + 2x + x^2$

$0 = 2x^2 + 2x - 24$

$0 = x^2 + x - 12$

$0 = (x + 4)(x - 3)$

$x \neq -4$, $x = 3$

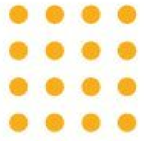
uzunluk negatif olmaz.

$\log_a 3 = 3$

$3 = a^3$

$\sqrt[3]{3} = a$

Cevap C



Örnek 13

$x^{\log_3 x} = 243x$

denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) 3 C) 9 D) 18 E) 27

Eşitliğin her iki tarafının 3 tabanında logaritmasını alalım.

$\log_3 x^{\log_3 x} = \log_3(243.x)$

$\log_3 x.\log_3 x = \log_3 3^5 + \log_3 x$

$\log_3 x = a$ olsun

$\text{lng}_3 x_1 = a_1$

$\log_3 x_2 = a_1$

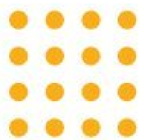
$a^2 - a - 5 = 0$

$a_1 + a_2 = 1$

$\log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 1$

$x_1 x_2 = 3$

Cevap B



Çıkmış Soru 2

Kenar uzunlukları x ve y birim olan bir dikdörtgenin alanı A birimkare olmak üzere,

$\ln A = (\ln x) . (\ln y) + 1$

eşitliği sağlanıyorsa bu dikdörtgene logaritmik dikdörtgen denir.

Buna göre, kare şeklindeki bir logaritmik dikdörtgenin çevresi kaç birimdir?

A) 4e B) $4e^2$ C) $4e^3$ D) $4e^4$ E) $4e^5$

2022 AYT

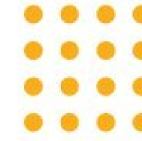
Karenin Alanı: $x . x = x^2$

$\ln(x^2) = (\ln x)(\ln x) + 1$

$0 = (\ln x)^2 - 2\ln x + 1 = (\ln x - 1)^2$

$\Rightarrow \ln x = 1 \Rightarrow x = e$, Çevre = 4e

Cevap: A



Örnek 14

$\log_5(5x + 8) = \log_{13}(x^2 + 3x) . \log_5 13$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdaki aralıkların hangisinde bulunur?

A) (1,3) B) [3,5) C) [5,7) D) [7,9) E) [9,11)

$\frac{\log(x^2 + 3x)}{\log 13} \cdot \frac{\log 13}{\log 5} = \log_5(x^2 + 3x)$

$\log_5(5x + 8) = \log_5(x^2 + 3x)$

$5x + 8 = x^2 + 3x$

$0 = x^2 - 2x - 8$

$0 = (x - 4)(x + 2)$

x = 4 tür ve $4 \in [3, 5)$

x π –2 dir. Çünkü logaritması alınan sayı pozitif olmalıdır.

$5x + 8 > 0$

$x > -\frac{8}{5}$

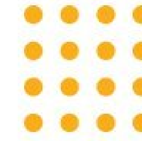
$x(x + 3) > 0$

−3		0	
+	−		+

Eşitsizlikleri birlikte sağlayan bölge x > 0 dır.

Bu yüzden x π –2 dir.

Cevap B



Örnek 15

$\ln x - 2 = 15\log_x e$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $x_1 > x_2$ olduğuna göre,

$(\sqrt{e})^{\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}$

değeri kaçtır?

A) –2 B) 4 C) e^{-4} D) e^{-2} E) e^{-1}

$(\ln x)^2 - 2\ln x - 15 = 0$

$(\ln x - 5)(\ln x + 3) = 0$

$x_1 = e^5$, $x_2 = e^{-3}$

$\frac{x_2}{x_1} = e^{-8}$

$\sqrt{e}^{\ln e^{-8}} = \sqrt{e}^{-8} = e^{-4}$

Cevap C



Bir Sayının Logaritmasının Yaklaşık Değeri:

x basamaklı bir doğal sayının 10 tabanında logaritması alındığında bulunan sonucun tam sayılı kısmı x – 1 ile başlar.

log9 = 0, … ⇒ Bir basamaklı sayının logaritmasının eşiti sıfır ile başlıyor.

log73 = 1, … ⇒ İki basamaklı bir sayının logaritmasının eşiti 1 ile başlıyor.

log814 = 2, … ⇒ Üç basamaklı bir sayının logaritmasının eşiti 2 ile başlıyor.

Örnek 16

logx = 7, …

biçiminde verilen x doğal sayısı kaç basamaklıdır.

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

8 basamaklıdır. *Cevap: C*

Örnek 17

x = log97

y = log999

z = log9998

sayıları veriliyor. a ve b ardışık tam sayılar,

a < x + y + z < b

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 17 E) 21

$x = \log 97 = 1{,}98 \Rightarrow x < 2$

$y = \log 999 = 2{,}99 \Rightarrow y < 3$

$z = \log 9998 = 3{,}99 \Rightarrow + \; z < 4$

$8 < x + y + z < 9$

$8 + 9 = 17$ *Cevap D*

Örnek 18

log2 ≅ 0,301

olduğuna göre, A = 4^{1000} sayısı kaç basamaklıdır?

A) 603 B) 712 C) 648 D) 596 E) 742

logA = 1000 . log4 = 1000 . 0,602 = 602

A → 603 basamaklıdır. *Cevap A*

Örnek 19

$e^{3-\ln k} = k^{-3+\ln k}$

denklemini sağlayan k değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) e D) e^2 E) e^3

$\frac{e^3}{k} = k^{\ln k - 3} \Rightarrow e^3 = k^{\ln k - 2}$

$\Rightarrow 3 = (\ln k - 2)(\ln k)$

$\Rightarrow (\ln k)^2 - 2(\ln k) - 3 = 0$

$\ln k_1 = 3,\ \ln k_2 = -1 \Rightarrow k_1 = e^3$ ve $k = e^{-1} \Rightarrow k_1 k_2 = e^2$ *Cevap D*

Örnek 20

$25^x + 5^{x+1} + 3 = 0$

denkleminin kökler toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir? (NOT: İkinci dereceden denkleme dönüştürüp kökler çarpımını bularak sonuca gidiniz.)

A) $\log_5 3$ B) $\log_3 5$ C) $1 + \log_5 3$
D) $1 + \log_3 5$ E) $2 + \log_5 3$

$5^x = a,\ 5^{x_1} = a_1,\ 5^{x_2} = a_2$ olsun.

$a^2 + 5a + 3 = 0$

$a_1 \cdot a_2 = 3 \Rightarrow 5^{x_1} \cdot 5^{x_2} = 5^{x_1 + x_2} = 3 \Rightarrow x_1 + x_2 = \log_5 3$ *Cevap: A*

Çıkmış Soru 3

Ada, kullandığı bilimsel bir hesap makinesinde n ≤ 32 olmak üzere, her n pozitif tam sayısı için $\log_2 n$ değerini hesaplıyor ve her bir değerin ya tam sayı ya da ondalıklı sayı olduğunu görüyor. Ada; ekranda görünen değer tam sayı ise o sayıyı, ondalıklı sayı ise o sayının tam kısmını bir kâğıda yazdıktan sonra yazdığı bu sayıların toplamını buluyor.

Buna göre, Ada'nın bulduğu toplamın sonucu kaçtır?

A) 94 B) 97 C) 100 D) 103 E) 106

2019 AYT

n = 1 → 0	
n = 2 ve n = 3	1 + 1 = 2
n = 4, 5, 6, 7	4 . 2 = 8
8 ≤ n ≤ 15	8 . 3 = 24
16 ≤ n ≤ 31	16 . 4 = 64
n = 32	5

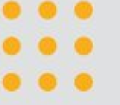
Toplam 103 *Cevap: D*

Çıkmış Soru Cevapları

1. C 2.A 3.D

Örnek Cevapları

1.D	2.D	3.D	4.E	5.E	6.C	7.C	8.A	9.D	10.C
11.C	12.C	13.B	14.B	15.C	16.C	17.D	18.A	19.D	20.A



1. $25^x - 9 \cdot 5^x + 20 = 0$

denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

A) $\log_5 4$ B) $\log_5 2$ C) $\log_2 5$ D) $\log_4 5$ E) $\log_8 5$

$5^x = a$
$a^2 - 9a + 20 = 0$
$(a-4)(a-5) = 0$
$5^x = 4,\ 5^x = 5$
$x_1 = \log_5 4 \quad x_2 = 1$
$x_1 \cdot x_2 = \log_5 4$

Cevap: A

2. $\ln\sqrt{x} + \ln y = 10$

$\ln x^2 + \ln y = 16$

denklem sistemini sağlayan x ve y değerleri için lny – lnx değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$\frac{1}{2}\ln x + \ln y = 10$
$-\ \ 2\ln x + \ln y = 16$

$\frac{3}{2}\ln x = 6 \Rightarrow \ln x = 4 \Rightarrow \ln y = 8 \Rightarrow \ln y - \ln x = 8 - 4 = 4$

Cevap: B

3. I. $2^{\log 5} = 5^{\log x}$ denkleminin kökü a dır.
II. $3^{\log_2 7} = 7^{\log_x 3}$ denkleminin kökü b dir.
III. $\sqrt{e}^{\ln 2} = x$ denkleminin kökü c dir.

Buna göre $a^{\log_c b}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) 4 D) 8 E) 12

$a = 2,\quad b = 2,\quad c = \sqrt{2}$
$2^{\log_{\sqrt{2}} 2} = 2^{2\log_2 2} = 2^{\log_2 4} = 4$

Cevap C

4. $2^{\log x} + x^{\log 2} = e^{\ln 16}$

denkleminin kökü kaçtır?

A) 1000 B) 10 C) 1 D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{100}$

$2^{\log x} = x^{\log 2}$ dir.
$2^{\log x} + 2^{\log x} = 16$
$2^{\log x} = 2^3$
$\log x = 3$
$x = 10^3 = 1000$

Cevap A

5. $(\log_5 x)^2 - (\log_5 x) - 8 = 0$

denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) 2 C) 3 D) 5 E) 10

$\log_5 x = a \quad \log_5 x_1 = a_1 \quad \log_5 x_2 = a_2$ olur.
$a_1 + a_2 = 1$
$\log_5 x_1 + \log_5 x_2 = 1$
$\log_5 x_1 x_2 = 1$
$x_1 x_2 = 5$ olur.

Cevap D

6. $\log 7 = 0{,}845$

olduğuna göre, $A = (490)^{10}$ sayısı kaç basamaklıdır?

A) 25 B) 27 C) 34 D) 40 E) 52

$\log A = 10 . [\log 49 + \log 10] = 10[1{,}69 + 1] = 26{,}9$
$A \longrightarrow 27$ basamaklıdır.

Cevap B

7. $\left(\sqrt{x}\right)^{\log_5 x} = \sqrt[3]{x}$

olduğuna göre, $\log_x 25 - \log_5 x$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{7}{3}$ B) 2 C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) 1

$x^{\log_5 \sqrt{x}} = x^{\frac{1}{3}}$

$\log_5 \sqrt{x} = \frac{1}{3}$

$\sqrt{x} = 5^{\frac{1}{3}}$

$x^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{3}}$

$x = 5^{\frac{2}{3}}$

$\log_{5^{\frac{2}{3}}} 5^2 - \log_5 5^{\frac{2}{3}}$

$\frac{2}{\frac{2}{3}} - \frac{2}{3} = 3 - \frac{2}{3}$

$= \frac{7}{3}$

Cevap A

8. $x^{\log_2 x} = 2^9$

denkleminin büyük kökü x_1 ve küçük kökü x_2 dir.

Buna göre, $\log_4\left(\frac{x_1}{x_2}\right)$ değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 9

2 tabanında logaritma alalım.

$\log_2 x . \log_2 x = \log_2 2^9$

$(\log_2 x)^2 = 9 = 3^2$

$\log_2 x = 3 \quad \log_2 x = -3$

$x_1 = 8 \; x_2 = 2^{-3} = \frac{1}{8}$

$\frac{x_1}{x_2} = \frac{8}{\frac{1}{8}} = 64$

$\log_4 4^3 = 3$

Sonuç = 3

Cevap C

9. log3 = 0,477

olduğuna göre, A = $(2700)^{100}$ sayısı kaç basamaklı bir sayıdır?

A) 268 B) 312 C) 344 D) 368 E) 418

logA = 100[3log3 + 2] = 100 . [3,431] = 343,1

A → 344 basamaklıdır.

Cevap C

10. $\frac{\ln x}{\log_3 x} - \ln 9 = \ln k$

olduğuna göre, k değeri kaçtır?

A) 2 B) $\frac{4}{3}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

$\frac{\frac{\log x}{\log e}}{\frac{\log x}{\log 3}} = \frac{\log 3}{\log e} = \ln 3 \Rightarrow$

$\ln 3 - \ln 9 = \ln k$

$\ln\left(\frac{3}{9}\right) = \ln k$

$\ln \frac{1}{3} = \ln k$

$\frac{1}{3} = k$

Cevap E

11. $\frac{\log_3(2xy)}{\log_3 y} = \ln e + \log_y(5x-2)$

koşulunu sağlayan x değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 2 D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{10}{3}$

$\log_y(2xy) = 1 + \log_y(5x-2)$

$\log_y(2x) + \log_y y = 1 + \log_y(5x-2)$

$\log_y(2x) = \log_y(5x-2)$

$2x = 5x - 2$

$2 = 3x$

$\frac{2}{3} = x$

Cevap A

12. $(\log_2 x)^3 - 3(\log_2 x)^2 + \log_2 x^3 = 65$

denklemini sağlayan x değerinin rakamları toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$\log_2 x = a$

$a^3 - 3a^2 + 3a - 1 = 64$

$(a-1)^3 = 4^3$

$a - 1 = 4$

$a = 5$

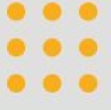
$\log_2 x = 5$

$x = 2^5 = 32$

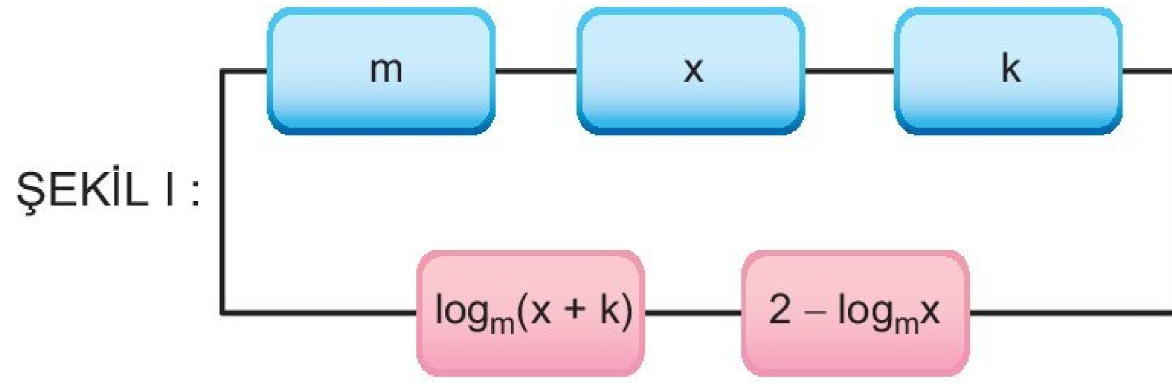
Rakamlar toplamı = 3 + 2 = 5

Cevap A

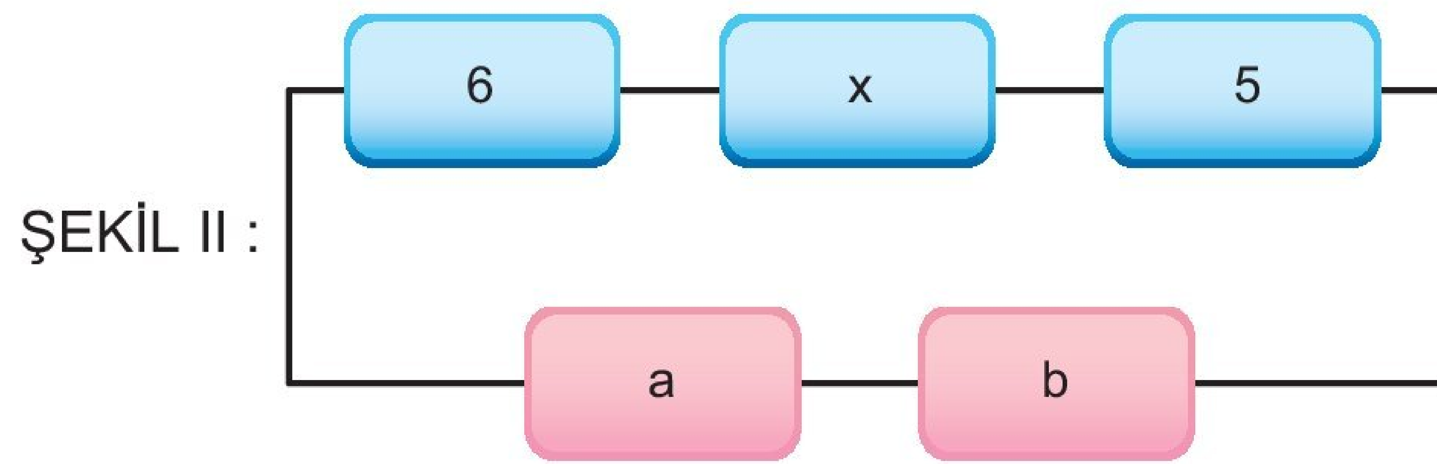
1.A 2.B 3.C 4.A 5.D 6.B 7.A 8.C 9.C 10.E 11.A 12.A



1. m, x ve k pozitif gerçek sayılardır. ($m \neq 1$)



Şekil I'de verilen logaritma şemasına göre,



Şekil II'de verilen logaritma şemasında a = b olduğuna göre, x değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 11 D) 30 E) 60

$\log_6(x + 5) = 2 - \log_6 x \Rightarrow \log_6(x + 5) = \log_6 \frac{36}{x}$

$x + 5 = \frac{36}{x} \Rightarrow x^2 + 5x - 36 = 0 \Rightarrow (x + 9)(x - 4) = 0 \Rightarrow x \neq -9 \Rightarrow x = 4$

Cevap B

2. n ⏋ m $= \log_m n$ ve ▲(b ⏋ a) $= \log_{(b \cdot x)}(a \cdot x)$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre;

4 ⏋ 5 = ▲(4 ⏋ 5)

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{2}{15}$ E) $\frac{1}{20}$

$\log_5 4 = \log_{4x} 5x$

$\frac{\log 4}{\log 5} = \frac{\log 5x}{\log 4x}$

$\log 4(\log 4 + \log x) = \log 5(\log 5 + \log x)$

$(\log 4)^2 + \log 4 \,.\, \log x = (\log 5)^2 + \log 5 \,.\, \log x$

$(\log 4 - \log 5) \log x = (\log 5 - \log 4)(\log 5 + \log 4)$

$\log x = -\log 20 \Rightarrow \log x = \log \frac{1}{20} \Rightarrow x = \frac{1}{20}$

Cevap E

3. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu her x ve y gerçel sayısı için

$f(x + y) = f(x) + f(y)$

eşitliğini sağlamaktadır.

$f(5) - f(2) = 12$ ve

$$\frac{f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot f(4) \cdot f(5)}{e^{\ln(f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5))}} = 2^x$$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Denklemde y yerine x yazılarak

$f(2x) = f(x) + f(x) = 2f(x)$

$f(3x) = 3f(x)$, $f(4x) = 4f(x)$, $f(5x) = 5f(x)$ elde edilir.

$f(5) = 5.f(1)$ ve $f(2) = 2f(1)$ olur.

$f(5) - f(2) = 3f(1) = 12 \Rightarrow f(1) = 4$

$f(1) = 4$, $f(2) = 8$, $f(3) = 12$, $f(4) = 16$, $f(5) = 20$ olur.

$\frac{4.8.12.16.20}{4 + 8 + 12 + 16 + 20} = 4.8.4.16 = 2^{11} = 2^x \Rightarrow x = 11$

Cevap D

4. $e^{3 - \ln p} = p^{3 + \ln p}$

denklemini sağlayan p değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) e^4 B) e^2 C) e D) $\frac{1}{e^2}$ E) $\frac{1}{e^4}$

$\frac{e^3}{p} = p^{3+\ln p} \Rightarrow e^3 = p^{4+\ln p} \Rightarrow 3 = (4 + \ln p)(\ln p)$

$\Rightarrow (\ln p)^2 + 4\ln p - 3 = 0$

$a = \ln p$, $a_1 = \ln p_1$, $a_2 = \ln p_2$ olsun.

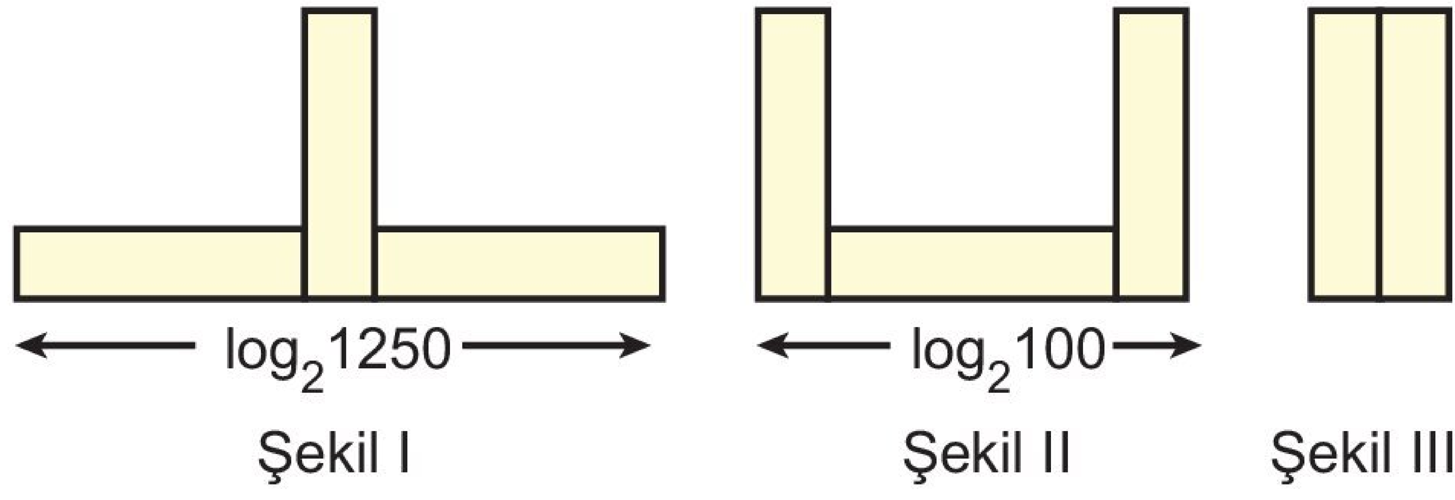
denklem: $a^2 + 4a - 3 = 0$ olur.

$a_1 + a_2 = -4 = \ln p_1 + \ln p_2 = \ln(p_1 . p_2)$

$\Rightarrow e^{-4} = p_1 p_2$ olur.

Cevap E

5.



Yukarıda dikdörtgen biçimindeki özdeş kartonların yatay ve dikey olarak dizilmeleri ile elde edilen desenlerle ilgili ölçümlerden ikisi verilmiştir.

Buna göre, III. şekildeki desenin çevresi kaç birimdir?

A) $\log_2 4000$ B) $\log_2 5000$ C) $\log_2 6000$
D) $\log_2 8000$ E) $\log_2 10000$

Uzun kenar = a birim $\quad 2a + b = \log_2 1250$
Kısa kenar = b birim $\quad a + 2b = \log_2 100$

$$\begin{aligned} 2a + b &= \log_2 1250 \\ + \quad -2a - 4b &= -2\log_2 100 \end{aligned}$$

$-3b = \log_2 1250 - \log_2 10000$

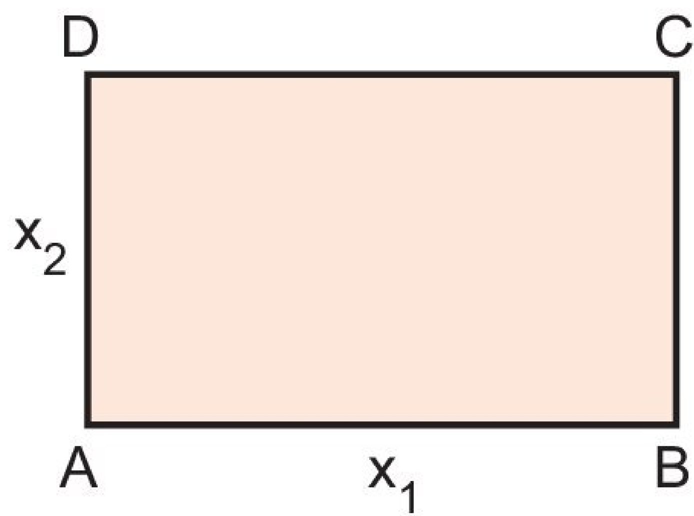
$-3b = \log_2\left(\frac{1250}{10000}\right) = \log_2\left(\frac{1}{8}\right) = -3$

$\boxed{b = 1} \Rightarrow \boxed{a = \log_2 25}$

Şeklin çevresi $= 2a + 4b$

$= 2\log_2 25 + 4 = \log_2(625 \cdot 16) = \log_2 10000$ *Cevap: E*

6.



Emirhan Bey'in ABCD dikdörtgeni biçimindeki bahçesinin kenar uzunlukları km cinsinden $15^x - 3^{x+1} - 2 \cdot 5^x + 6 = 0$ denkleminin kökleri olan x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, Emirhan Bey'in bahçesinin alanı kaç km^2 dir?

A) $\frac{\ln 2}{\ln 5}$ B) $\frac{\ln 3}{\ln 5}$ C) $\frac{\ln 2}{\ln 3}$
D) $\frac{\ln 3}{\ln 2}$ E) $\frac{\ln 5}{\ln 2}$

$5^x(3^x - 2) - 3(3^x - 2) = 0$

$(3^x - 2)(5^x - 3) = 0$

$3^x = 2 \qquad 5^x = 3$

$x_1 = \log_3 2 \qquad x_2 = \log_5 3$

Alan $= \frac{\log 2}{\log 3} \cdot \frac{\log 3}{\log 5} = \log_5 2 = \frac{\ln 2}{\ln 5}$ km^2 *Cevap: A*

7. **θ bir gerçek sayı olmak üzere;**

$p = 2^{3\cos 2\theta}$

$r = 2^{4\sin 2\theta}$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\forall\theta \in R$ için $16(\log_2 p)^2 + 9(\log_2 r)^2$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) 16 B) 32 C) 64 D) 128 E) 144

$\log_2 p = 3\cos 2\theta \Rightarrow 4\log_2 p = 12\cos 2\theta$

$\log_2 r = 4\sin 2\theta \Rightarrow 3\log_2 r = 12\sin 2\theta$

Katsayıların 12 de eşitlenmesinden sonra eşitliklerin karesini alıp toplayalım.

$$\begin{aligned} 16(\log_2 p)^2 &= 144\cos^2 2\theta \\ + \quad 9(\log_2 r)^2 &= 144\sin^2 2\theta \end{aligned}$$

$16(\log_2 p)^2 + 9(\log_2 r)^2 = 144(\underbrace{\cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta}_{1})$

$(16\log_2 p)^2 + 9(\log_2 r)^2 = 144$ *Cevap E*

8. **m ≠ k olmak üzere;**

$\log_m 5k = \log_k 5m$

olduğuna göre, $\log_{m.k} 25$ değeri kaçtır?

A) –4 B) –2 C) –1 D) 2 E) 4

$\frac{\log_5 5k}{\log_5 m} = \frac{\log_5 5m}{\log_5 k} \Rightarrow \frac{1 + \log_5 k}{\log_5 m} = \frac{1 + \log_5 m}{\log_5 k}$

$\Rightarrow \log_5 k + \log_5^2 k = \log_5 m + \log_5^2 m$

$\Rightarrow \log_5 k - \log_5 m = (\log_5 m - \log_5 k)(\log_5 m + \log_5 k)$

$-1 = \log_5 m.k$

$\boxed{\frac{1}{5} = m.k}$

Sonuç : $\log_{5^{-1}} 5^2 = -2$ *Cevap B*

1.B 2.E 3.D 4.E 5.E 6.A 7.E 8.B



ÜSTEL VE LOGARİTMİK EŞİTSİZLİKLER

I. Üstel Eşitsizlikler

- $a > 1$ iken : $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$ eşitsizliğinde $f(x) \geq g(x)$ dir.
- $0 < a < 1$ iken : $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$ eşitsizliğinde $f(x) \leq g(x)$ dir.

Örnek 1

$25^{2x-1} \leq 5^{34-x}$

eşitsizliğini sağlayan en büyük x tam sayısı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$5^{4x-2} \leq 5^{34-x}$

$4x - 2 \leq 34 - x$

$5x \leq 36$

$x \leq \frac{36}{5}$

en büyük x tam sayısı 7 dir.

Cevap: C

Örnek 2

$\left(\frac{3}{7}\right)^{4-2x} > \left(\frac{7}{3}\right)^{14-x}$

eşitsizliğini sağlayan birbirinden farklı x rakamlarının toplamı kaçtır?

A) 20 B) 24 C) 28 D) 32 E) 36

$\left(\frac{7}{3}\right)^{2x-4} > \left(\frac{7}{3}\right)^{14-x}$

$2x - 4 > 14 - x$

$3x > 18$

$x > 6$

$x = \{7, 8, 9\}$

$7 + 8 + 9 = 24$

Cevap: B

Örnek 3

$9^x - 10 \cdot 3^x + 9 \leq 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-9, -3]$ B) $[-3, -1]$ C) $[-1, 0]$ D) $[0, 2]$ E) $[1, 9]$

$3^x = a,\ 9^x = a^2$

$a^2 - 10a + 9 \leq 0$

$(a-1)(a-9) \leq 0$

a		1		9	
$a^2 - 10a + 9$	+		−		+

$1 \leq a \leq 9$

$1 \leq 3^x \leq 9$

$3^0 \leq 3^x \leq 3^2$

$0 \leq x \leq 2$

Cevap: D

Örnek 4

$4^x - 3.2^{x+2} - 64 \leq 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) R^- B) $(-\infty, 4]$ C) $(-\infty, 2]$ D) $[2, 4]$ E) $[4, \infty)$

$4^x - 3.4.2^x - 64 \leq 0$

$(2^x)^2 - 12.2^x - 64 \leq 0$

$(2^x - 16).(2^x + 4) \leq 0$

$2^x = 16 \quad 2^x = -4$

$x = 4 \quad$ kök yok

x	$-\infty$	4	$-\infty$
$f(x)$	−		+

$-\infty < x \leq 4$

Ç.K. $= (-\infty, 4]$

Cevap B

Örnek 5

$4^x - 7 \cdot 2^x + 12 < 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(0, \log_2 3)$ B) $(1, 2)$ C) $(\log_2 3, 2)$ D) $(\log_2 3, \log_2 6)$ E) $(2, \log_2 6)$

$2^x = a,\ 4^x = a^2$

$a^2 - 7a + 12 < 0$

$(a-3)(a-4) < 0$

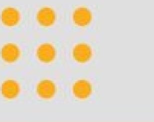
a		3		4	
$a^2 - 7a + 12$	+		−		+

$3 < a < 4$

$3 < 2^x < 4$

$\log_2 3 < x < 2$

Cevap: C



II. Logaritmalı Eşitsizlikler:

$\log_a f(x) > \log_a g(x)$

eşitsizliğinin çözüm kümesi bulunurken dikkat edilmesi gereken ayrıntı logaritması alınan fonksiyonların tanımlı olmasıdır. Eşitsizliğin çözüm kümesi

- $a > 1$ iken $f(x) > g(x)$ (eşitsizlik aynen alınır)
  $f(x) > 0$ (tanımlı olmak)
  $g(x) > 0$ (tanımlı olmak)

eşitsizlik sistemin çözüm kümesidir.

- $0 < a < 1$ iken $f(x) < g(x)$ (eşitsizlik yön değiştirir)
  $f(x) > 0$ (tanımlı olmak)
  $g(x) > 0$ (tanımlı olmak)

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesidir.

Örnek 6

$\log_3(x-2) < 1$

eşitsizliğinin çözüm kümesindeki tam sayıların toplamı kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

$x-2<3$ $x-2>0$ Tam sayılar: $\{3, 4\}$
$x<5$ $x>2$ Toplamı : $3+4=7$
Ç.K : $(2, 5)$ Cevap: B

Örnek 7

$\log_{\frac{1}{3}}(2x-4) \geq \log_{0,\overline{3}}(x+1)$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının çarpımı kaçtır?

A) 40 B) 60 C) 80 D) 100 E) 120

$\frac{1}{3} = 0,\overline{3} < 1$ eşitsizlik yön değiştirecek
A) $2x-4 \leq x+1 \Rightarrow x \leq 5$
B) $2x-4>0 \Rightarrow x>2$
C) Ç.K = $(2,5]$
x tam sayıları = $\{3, 4, 5\}$
Çarpımı = $3 . 4 . 5 = 60$ Cevap B

Çıkmış Soru 1

$0 \leq \log_2(x-5) \leq 2$

eşitsizliklerini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2010 LYS

$\log_2 1 \leq \log_2(x-5) \leq \log_2 4$
$1 \leq x-5 \leq 4$
$6 \leq x \leq 9$
$x = 6, 7, 8, 9$ 4 tane Cevap: C

Örnek 8

$\log_3[\log_2(2x-4)] \leq 1$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

A) $\log_2(2x-4) \leq 3 \Rightarrow 2x-4 \leq 8 \Rightarrow x \leq 6$
B) $2x-4>0 \Rightarrow x>2$
C) $\log_2(2x-4)>0 \Rightarrow 2x-4>1 \Rightarrow x>\frac{5}{2}$
D) $\frac{5}{2} < x \leq 6$, Ç.K = $\left(\frac{5}{2}, 6\right]$
x tam sayıları = $\{3,4,5,6\}$ Toplamı = 18 Cevap A

Örnek 9

$f(x) = \sqrt{3-\log_2(2x-6)}$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesindeki x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 8 B) 15 C) 20 D) 21 E) 22

A) $3-\log_2(2x-6) \geq 0$
$3 \geq \log_2(2x-6)$
$8 \geq 2x-6$
$7 \geq x$
B) $2x-6>0$
$x>3$
C) Ç.K = $(3,7]$
x tam sayılarının toplamı = $4+5+6+7=22$ Cevap E

Örnek 10

Gerçek sayılar kümesinde tanımlı

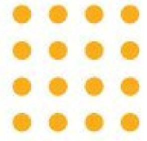
$f(x) = \log(x^2-6x+m)$

fonksiyonu veriliyor.

Her x gerçek sayısı için f(x) > 0 olduğuna göre, m nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

$\log(x^2-6x+m)>0$
$x^2-6x+(m-1)>0$
$\Delta = 36-4(m-1)<0$
$9<m-1 \Rightarrow m>10 \Rightarrow m=11$ Cevap D



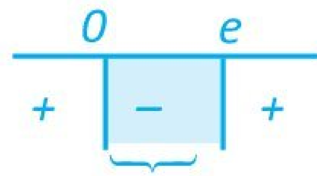
Örnek 11

I. $x\ln x - x \le 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi (0, e] dir.
II. $x\ln x - 2x \ge 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi $[e^2, \infty]$ dir.
III. $x\log x - 3x \ge 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi $[1000, \infty)$ dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

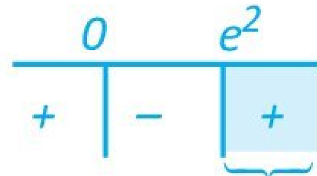
A) I, II ve III B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) Yalnız I

I. $x(\ln x - 1) \le 0$



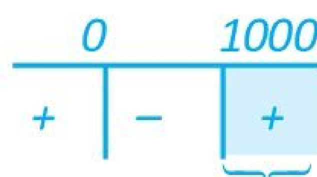
x > 0 için logaritma tanımlıdır. Bu yüzden Ç.K = (0, e] dir.

II. $x(\ln x - 2) \ge 0$



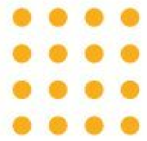
x > 0 için logaritma tanımlıdır. Bu yüzden Ç.K = $[e^2, \infty)$

III. $x(\log x - 3) \ge 0$



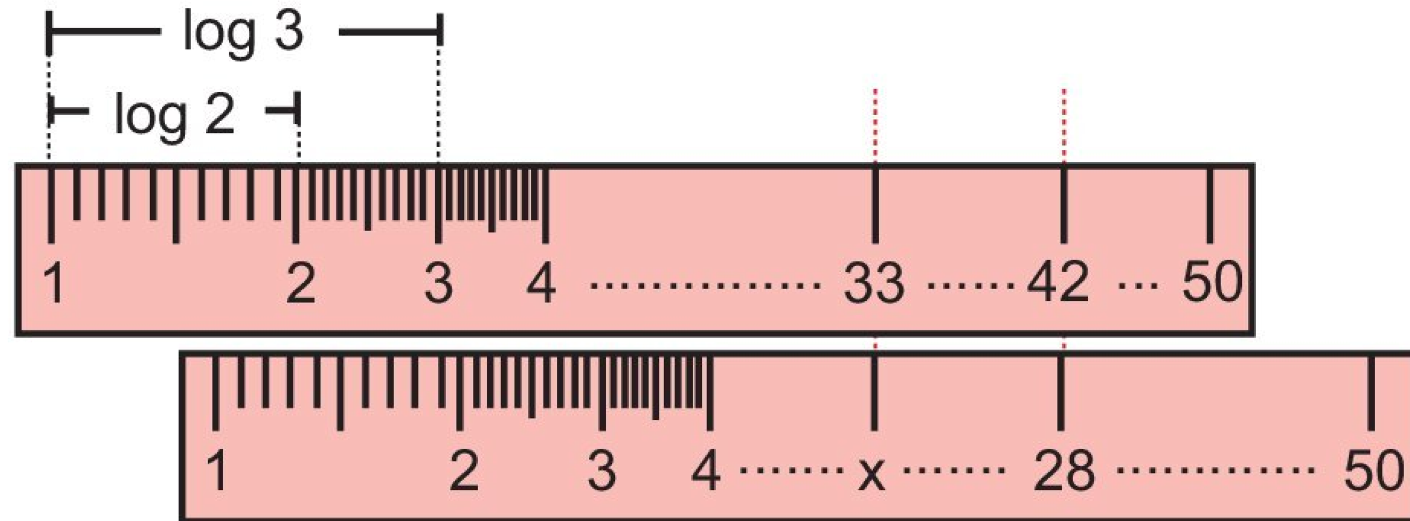
x > 0 için logaritma tanımlıdır. Bu yüzden Ç.K = $[1000, \infty)$dir.

Cevap: A



Çıkmış Soru 2

Üzerinde 1'den 50'ye kadar olan tam sayıların yazılı olduğu bir cetvel türünde her n tam sayısının 1'e olan uzaklığı logn birimdir.



Bu özellikteki özdeş iki cetvel şekildeki gibi alt alta getirildiğinde üstteki cetveldeki 42 sayısı alttakinde 28 sayısına, üstteki cetveldeki 33 sayısı ise alttakinde x sayısına denk gelmektedir.

Buna göre, x kaçtır?

A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

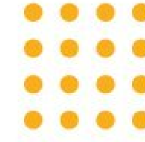
2018 AYT

$\log 42 - \log 33 = \log 28 - \log x$

$\log\left(\frac{42}{33}\right) = \log\left(\frac{28}{x}\right)$ $\frac{42}{33} = \frac{28}{x} \Rightarrow x = 22$

Cevap: E

ÜSTEL VE LOGARİTMİK FONKSİYONLAR İLE GERÇEK HAYAT DURUMLARININ MODELLENMESİ



Örnek 12

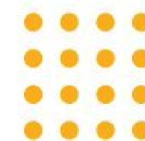
Başlangıçtan t dakika sonra bir ortamda bulunan bakteri sayısı $B(t) = 81.3^{0,02t}$ şeklinde modellenmiştir.

Buna göre, başlangıçtan 10 dakika sonra ortamda bulunan bakteri sayısı kaçtır? ($\log 3 \approx 0,5$ alınız.)

A) 10 B) $10^{2,1}$ C) $10^{2,5}$ D) 10^3 E) $10^{3,2}$

$B(0) = 81$
$\log[B(10)] = \log 81 + \log 3^{0,2}$
$= 4 . \log 3 + 0,2.\log 3 = 4,2 . 0,5$
$\log[B(10)] = 2,1$
$B(10) = 10^{2,1}$

Cevap B



Örnek 13

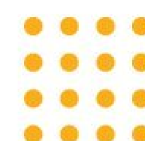
R : Richter ölçeğine göre depremin büyüklüğü
d : Mikron türünden ölçülen maksimum genlik
olmak üzere, R ile d arasında

$\boxed{R = \log d}$ bağıntısı bulunmaktadır.

Buna göre, maksimum genliği $64 \cdot 10^4$ mikron olarak ölçülen bir depremin Richter ölçeğine göre büyüklüğü yaklaşık olarak kaçtır? ($\log 2 \cong 0,3$ alınız.)

A) 5,2 B) 5,4 C) 5,6 D) 5,8 E) 6

$r = \log(64 . 10^4) = 6\log 2 + 4 = 1,8 + 4 = 5,8$ *Cevap: D*



Örnek 14

Bir ülkenin 2023 yılındaki nüfusu 90 milyon kişi ve nüfus artış hızı %2 dir.

2023 yılını başlangıç yılı kabul ederek bu ülkenin 2023 yılından t yıl sonraki nüfusu N(t) olmak üzere,

$N(t) = 90 . e^{(0,02) . t}$

olarak modellenmiştir.

Buna göre, bu ülkenin 2073 yılındaki nüfusu yaklaşık olarak kaç milyon kişi olacaktır ($e \cong 2,71$ olarak alınız.)

A) 224 B) 234 C) 244 D) 254 E) 264

$2073 - 2023 = 50$
$N(50) = 90 . e^{(0,02).50} = 90 . e = 90(2,71) = 243,9$
Yaklaşık 244 milyon olacaktır. *Cevap: C*



Örnek 15

Uçaktan paraşütle atlayan bir kişinin t zamanına bağlı hızı

$V = 50(1 - e^{-(0,2)\cdot t})$ m/sn

bağıntısı ile verilmektedir.

Buna göre, atladıktan kaç saniye sonra bu kişinin hızı 40 m/sn olur? ($\ln 5 \cong 1,6$ alınız.)

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

$40 = 50(1 - e^{-(0,2)\cdot t})$

$0,8 = 1 - e^{-(0,2)\cdot t}$

$e^{-(0,2)t} = \frac{1}{5}$

$(0,2)t = \ln 5$

$t = 5\ln 5 = 5(1,6) = 8$

Cevap B

Örnek 16

Bir canlının ölüm anında yapısında bulunan C_{14} miktarı Q_0 ile, öldükten t yıl sonra canlıda bulunan C_{14} miktarı Q(t) ile gösterilmektedir.

$Q(t) = Q_0.2^{-0,0004.t}$ olduğuna göre, ölüm anında yapısında 120 mgr. C_{14} bulunan canlının öldükten kaç yıl sonra yapısında 30 mgr. C_{14} bulunur?

($\log 2 \approx 0,3$)

A) 500 B) 1000 C) 2000 D) 4000 E) 5000

$30 = 120.2^{-0,0004t}$

$\frac{1}{4} = 2^{-0,0004t}$

$\log_2 2^{-2} = -(0,0004).t$

$-2 = -0,0004t$

$\frac{2}{0,0004} = t$

$t = \frac{20000}{4}$

$t = 5000$

Cevap E

Örnek 17

I = Ses şiddeti (watt / m^2)

$I_o = 10^{-12}$ watt / m^2

L = Ses gücü düzeyi

olmak üzere, L ile I arasında $\boxed{L = 10.\log\frac{I}{I_o}}$ bağıntısı bulunmaktadır. (L'nin birimi desibeldir.)

Buna göre,

I. Ses şiddeti $I = 10^{-8}$ watt/m^2 olan bir ses kaynağının ses gücü düzeyi L = 40 desibeldir.

II. Ses gücü düzeyi L = 60 desibel olan bir ses kaynağının ses şiddeti $I = 10^{-6}$ watt/m^2 dir.

III. Ses gücü düzeyi L = 85 desibel olan bir ses kaynağının ses şiddeti, ses gücü düzeyi L = 55 desibel olan bir ses kaynağının ses şiddetinin 1000 katıdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

I. $L = 10.\log\frac{10^{-8}}{10^{-12}} = 10\log 10^4 = 10.4 = 40$ desibel

II. $60 = 10.\log\frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 6 = \log\frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10^6 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-6}$

III. $\frac{10^{8,5}}{10^{5,5}} = \frac{\frac{I_1}{I_0}}{\frac{I_2}{I_0}} \Rightarrow 10^3 = \frac{I_1}{I_2}$

hepsi doğrudur.

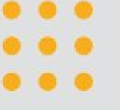
Cevap: E

Çıkmış Soru Cevapları

1. C 2.E

Örnek Cevapları

1.C	2.B	3.D	4.B	5.C	6.B	7.B	8.A	9.E	10.D
11.A	12.B	13.D	14.C	15.B	16.E	17.E			



1. $\log_7(3x-7) \leq \log_7(2x+1)$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayı değeri vardır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

I. $3x-7 \leq 2x+1$ II. $3x-7>0$

$x \leq 8$ $x > \frac{7}{3}$

III. $\frac{7}{3} < x \leq 8 \Rightarrow$ x tam sayıları = {3, 4, 5, 6, 7, 8} olmak üzere altı tanedir.

Cevap: B

2. $2 < \log_2(x-5) \leq 3$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 46 B) 44 C) 38 D) 36 E) 32

$2^2 < x-5 \leq 2^3$

$4 < x-5 \leq 8$

$9 < x \leq 13$

x = {10, 11, 12, 13} toplamı = 46

Cevap A

3. $\log_3[\log_2(2x-4)] \leq 1$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

A) $\log_2(2x-4) \leq 3 \Rightarrow 2x-4 \leq 8 \Rightarrow x \leq 6$

B) $2x-4>0 \Rightarrow x>2$

C) $\log_2(2x-4)>0 \Rightarrow 2x-4>1 \Rightarrow x>\frac{5}{2}$

D) $\frac{5}{2} < x \leq 6$, Ç.K = $\left(\frac{5}{2}, 6\right]$

x tam sayıları = {3,4,5,6} Toplamı = 18

Cevap A

4. Bir kültürde bulunan bakterilerin başlangıçtan t saat sonraki kütlesi m_t ile tanımlanmıştır.

$m_t = 40 \cdot e^{0,02t}$

olduğuna göre, başlangıçtan yaklaşık olarak kaç saat sonra bakterilerin kütlesi 200 gr olur?

(ln5 = 1,60944)

A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

$200 = 40 \cdot e^{0,02 \cdot t}$

$5 = e^{0,02 \cdot t}$

$1,60944 = 0,02 \cdot t$

$80,472 = t \approx 80$

Cevap D

5. Radyoaktif bir maddenin başlangıç anındaki ağırlığı M_b, başlangıçtan t yıl sonraki ağırlığı M_t ile tanımlanmıştır.

$M_t = M_b \cdot e^{-0,004 \cdot t}$

olduğuna göre, 1000 gramlık bir radyoaktif maddenin ağırlığı başlangıçtan yaklaşık olarak kaç yıl sonra 200 gr olur? (ln5 = 1,60944)

A) 200 B) 250 C) 300 D) 350 E) 400

$200 = 1000 \cdot e^{-0,004 \cdot t}$

$5^{-1} = e^{-0,004 \cdot t}$

$-\ln 5 = -0,004 \cdot t$

$\frac{1,60944}{0,004} = t = 402,36 \approx 400$

Cevap E

6. Bir ülkenin 2023 yılındaki nüfusu 100 milyon kişi olup nüfus artış hızı %0,5 tir. 2023 yılını başlangıç yılı kabul ederek bu ülkenin 2023 yılından t yıl sonraki nüfusu $N(t) = 100.e^{0,005.t}$ milyon kişi olarak modellenmektedir.

e sayısı yaklaşık olarak 2,7 alınırsa bu ülkenin 2223 yılındaki nüfusu yaklaşık olarak kaç milyon kişi olur?

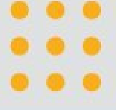
A) 250 B) 270 C) 320 D) 540 E) 600

2223 – 2023 = 200 = t

$N(200) = 100.e^{(0,005).200}$

$N(200) = 100.e^1 = 100.2,7 = 270$

Cevap B



7. $x^2 - 4x + \log_3(a-2) = 0$

denkleminin reel kökü yoktur.

Buna göre, a nın en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) 61 B) 84 C) 96 D) 126 E) 144

$\Delta = 16 - 4(1)\log_3(a-2) < 0$

$4 < \log_3(a-2)$

$81 < a - 2$

$83 < a$

$a_{min} = 84$ *Cevap B*

8. $\log_3(x^2 - 2x + 1) < 6$

eşitsizliği kaç farklı x tam sayısı için sağlanır?

A) 16 B) 24 C) 42 D) 44 E) 52

1) x = 1 için ifade tanımsızdır. $x \neq 1$

2) $\log_3(x-1)^2 < 6$

$(x-1)^2 < 3^6$

$(x-1)^2 < (27)^2$

$(x-1)^2 - (27)^2 < 0$

$(x-28)(x+26) < 0$

–26 28
+ – +

Ç.K = (–26, 28) – {1}

52 tane x değeri için eşitsizlik sağlanır. *Cevap E*

9. $f(x) = \log_5 x$, $g(x) = \log_2(2x-4)$ olmak üzere,

$(fog)(x) \leq 1$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 36 B) 32 C) 24 D) 16 E) 12

1) $\log_5[\log_2(2x-4)] \leq 1$

$\log_2(2x-4) \leq 5$

$2x - 4 \leq 32$

$x \leq 18$

2) $\log_2(2x-4) > 0$

$2x - 4 > 1$

$x > \frac{5}{2}$

3) $\frac{5}{2} < x \leq 18 \Rightarrow$ x tam sayıları = [3, 4, ..., 18] olmak üzere 16 tanedir.

Cevap D

10. Belli bir ortamda bulunan bakteriler her gün %20 artmaktadır. Başlangıçta ortamda 2000 bakteri bulunmaktadır.

40 gün sonra aynı saatte ortamdaki bakteri sayısı kaç basamaklı bir sayı ile ifade edilir?

(log2 = 0,30103 ve log3 = 0,4771)

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$A = 2000 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^{40}$

$\log A = \log 2000 + 40 \cdot \log\left(\frac{2 \cdot 3}{5}\right)$

$\log A = 3{,}30103 + 40 \cdot [\log 2 + \log 3 - (1 - \log 2)]$

$\log A = 3{,}30103 + 3{,}1664$

$\log A = 6{,}46743$

$\Rightarrow$ A sayısı 7 basamaklıdır. *Cevap D*

11. Bir buzdolabına yerleştirilen sıcak bir yağın yerleştirildikten m dakika sonraki sıcaklığı

$T = (225 \cdot e^{-(0,2)m} - 6)$ °C

bağıntısı ile verilmiştir.

Buna göre, bu buzdolabına yerleştirilen sıcak yağ yerleştirildikten kaç dakika sonra 9 °C olur?

(ln15 ≅ 2,7 alınız.)

A) 5,4 B) 8,1 C) 10,8 D) 13,5 E) 16,2

$9 = 225 \cdot e^{-(0,2)m} - 6$

$\frac{1}{15} = e^{-(0,2)m}$

$\ln 15 = (0,2)m$

$5\ln 15 = m = 5 \cdot (2,7) = \boxed{13,5}$ *Cevap D*

12. Bir plajın eğimi ile üzerindeki kum taneciklerinin büyüklüğü arasında bir ilişki vardır.

m plajın eğimi

d : milimetre türünden plajdaki kum taneciğinin çapı olmak üzere, m ile d arasında m = 0,159 + (0,118) . logd

bağıntısı vardır.

Buna göre, kum taneciklerinin çapının 1,6 milimetre olduğu bir plajın eğimi yaklaşık olarak yüzde kaçtır?

(log2 ≅ 0,3 alınız.)

A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 24

$m = 0{,}159 + (0{,}118) \cdot \log\frac{16}{10}$

$m = 0{,}159 + (0{,}118) \cdot (4\log 2 - 1)$

$m = 0{,}159 + (0{,}118) \cdot (0{,}2)$

$m = 0{,}1826$

eğim yaklaşık %18 dir. *Cevap: B*

1.B 2.A 3.A 4.D 5.E 6.B 7.B 8.E 9.D 10.D 11.D 12.B

1. I. $x > 1$ olmak üzere, $\log x > \ln x$

II. $0 < x < 1$ olmak üzere, $\log_2 x > \ln x$

III. $x > 2$ olmak üzere, $\log_2 x > \log_x 2$

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) II ve III

I. Yanlış $x = e$ için $\underbrace{\log e}_{\text{1 sayısından küçük}} < \underbrace{\ln e}_{1}$

II. Yanlış $x = \frac{1}{e}$ için $\underbrace{\log_2 e^{-1}}_{\text{-1den daha küçük}} < \underbrace{\ln e^{-1}}_{-1}$

III. Doğru $x = 4$ için $\log_2 4 > \log_4 2$

$2 > \frac{1}{2}$

Cevap: C

2. a ve b 1 sayısından farklı pozitif gerçel sayıları için

- $\log_2 a < -1$
- $\log_3 b > -2$

eşitsizlikleri sağlanmaktadır.

Buna göre,

I. $a \cdot b < \frac{1}{18}$

II. $a - b < \frac{7}{18}$

III. $\frac{b-a}{ab} > -7$

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) II ve III

$a < \frac{1}{2}$ ve $b > \frac{1}{9}$ dur.

I. $a = \frac{1}{4}$, $b = 27 \rightarrow a \cdot b = \frac{27}{4} > \frac{1}{18}$, Yanlış

II. Doğru

$$a < \frac{1}{2}$$
$$+\ -b < -\frac{1}{9}$$
$$a - b < \frac{7}{18}$$

III. Doğru

$$\frac{1}{a} > 2$$
$$+\ -\frac{1}{b} > -9$$
$$\frac{b-a}{ab} > -7$$

Cevap: E

3. $\log(x + 3) < 1$

$(3^{x+7} - 27)(x^2 - 4) \geq 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi eşitsizlik sisteminin çözüm kümesinin bir elemanı değildir?

A) –2 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

I. $\log(x + 3) < 1$

$x + 3 < 10$

$x < 7$ ve $x + 3 > 0$

$x > -3$

$\boxed{-3 < x < 7}$

II. $(3^{x+7} - 27)(x - 2)(x + 2) \geq 0$

$3^{x+7} = 3^3$

$\boxed{x = -4}$ $\boxed{x = 2}$ $\boxed{x = -2}$

x		–4		–2		2	
f(x)	–		+		–		+

$\boxed{[-4, -2] \cup [2, \infty)}$

I ve II) Birlikte sağlayan aralık $(-3, -2] \cup [2, 7)$

1 bu aralığın elemanı değildir.

Cevap: B

4. Bir bakteri türü her saatin sonunda ikiye bölünerek çoğalmaktadır. Bu bakterilerden 32 tanesi bir deney tüpüne konulmuştur.

Bu deney tüpünde t saat sonra x tane bakteri bulunduğuna göre, t aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $5 + \log_x 2$ B) $-5 + \log_x 2$ C) $5 + \log_2 x$

D) $-5 + \log_2 x$ E) $-5 - \log_2 x$

$x = 32 \cdot 2^t$

$\log_2 x = \log_2 32 + \log_2 2^t$

$\log_2 x = 5 + t$

$\boxed{-5 + \log_2 x = t}$

Cevap D

5.



Bir ilin herhangi bir yıldaki nüfusu bir önceki yıla göre %k artıyorsa o ilin başlangıçtan t yıl sonraki nüfusu

(Son nüfus) = (Başlangıçtaki nüfus) · $e^{\left(\frac{k}{100}\right)\cdot t}$

bağıntısı ile hesaplanmaktadır.

2023 yılında İstanbul ilinin nüfusu 18 milyon ve nüfus artış hızı %5 tir.

Buna göre, bu ilin nüfusunun hangi yılda yaklaşık olarak 54 milyon olması beklenir? (ln3 ≅ 1,1 alınız.)

A) 2042 B) 2045 C) 2048 D) 2051 E) 2054

$54 = 18.(e)^{\frac{5t}{100}} \Rightarrow 3 = (e)^{\frac{t}{20}} \Rightarrow \ln 3 = \frac{t}{20}$

$\Rightarrow t = 20 \ln 3 = 20 (1,1) = 22$

$2023 + 22 = 2045$ Cevap B

6. Bir sıvının 1 litresinde mol cinsinden bulunan hidrojen iyonu sayısının logaritmasının negatif işaretlisine o sıvının pH değeri denir.

$$pH = -\log\left[\frac{\text{hidrojen iyonu mol sayısı}}{\text{1 litre}}\right]$$

olarak verilmiştir.

pH < 7 ise sıvı asidik

pH = 7 ise sıvı nötr

pH > 7 ise sıvı baziktir.

Bu tanımlara göre 1 litresinde 16.10^{-8} hidrojen iyonu bulunan bir sıvının pH değeri ve niteliği için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? (log2 = 0,301 olarak alalım.)

A) 6,796 – Asit B) 6,996 – Asit C) 7 – nötr D) 7,196 – Baz E) 7,296 – Baz

$pH = -\log[16.10^{-8}]$

$pH = -[\log 16 + \log 10^{-8}]$

$pH = -[4\log 2 + (-8)]$

$pH = -[1,204 + (-8)]$

$pH = 8 - 1,204$

$pH = 6,796 < 7$

olduğu için sıvı asidiktir.

Cevap: A

7. M: Büyüklük (Magnitüd)

W: Eşdeğer TNT ton bazında enerji

olmak üzere, bir deprem ile ortaya çıkan enerji arasında

$$W = 10^{\frac{3}{2}(M-2)}$$

bağıntısı vardır.

Buna göre, büyüklüğü 8 olan depremde ortaya çıkan enerji, büyüklüğü 6 olan depremde ortaya çıkan enerjinin kaç katıdır?

A) 100 B) 200 C) 600 D) 800 E) 1000

$\frac{W_8}{W_6} = \frac{10^{\frac{3}{2}.6}}{10^{\frac{3}{2}.4}} = \frac{10^9}{10^6} = 10^3 = 1000$

Cevap: E

8.
- Bir maddenin herhangi bir yıldaki ağırlığı bir önceki yıla göre %k azalıyorsa o maddenin başlangıçtan t yıl sonraki ağırlığı

  (Son ağırlık) = (Başlangıçtaki ağırlık) . $e^{-\left(\frac{k}{100}\right)\cdot t}$
- Radyoaktif bir maddenin herhangi bir yıldaki ağırlığı bir önceki yıla göre %4 azalmaktadır.

Buna göre, başlangıçta 100 gr olan bu radyoaktif maddenin ağırlığı başlangıçtan kaç yıl sonra 25 gr olur? (ln2 ≅ 0,7 alınız.)

A) 35 B) 40 C) 45 D) 50 E) 55

$M_s = M_b . e^{-\left(\frac{4}{100}\right).t}$

$25 = 100 . e^{-\left(\frac{4}{100}\right).t}$

$\ln\left(\frac{1}{4}\right) = -\left(\frac{4}{100}\right).t$

$\ln 4 = \frac{1}{25}.t$

$25\ln 4 = t \Rightarrow t = 50 . \ln 2 = 50(0,7) = 35$

Cevap: A

1.C 2.E 3.B 4.D 5.B 6.A 7.E 8.A

GERÇEK SAYI DİZİLERİ

Tanım kümesi sayma sayıları olan her fonksiyona gerçel sayı dizisi (kısaca "dizi") denir.

$f: \mathbb{N}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$ biçimindeki

$n \longrightarrow f(n)$

bir f(n) fonksiyonu $f(n) = a_n$ ile gösterilir.

(a_n) ifadesi dizinin genel terimidir.

$f = \{(1, f(1)), (2, f(2)), ... (n, f(n)), ...\}$

$(a_n) = \{(1, a_1), (2, a_2), ... (n, a_n), ...\}$

> a_n dizisinin elemanları sıralı olduğundan elemanların yerleri değiştirilemez.

$a_1 : (a_n)$ dizisinin 1. terimidir.

$a_2 : (a_n)$ dizisinin 2. terimidir.

⋮

$a_n : (a_n)$ dizisinin n. terimidir.

I. Sonlu Diziler

> $A_p = \{1, 2, 3, ...p\} \subset \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

$A_p \longrightarrow \mathbb{R}$ ile tanımlanan her diziye p terimli sonlu dizi denir.

Bir dizinin sonlu olduğu belirtilmezse dizi sonsuz dizidir.

Örnek 1

$A_4 = \{1, 2, 3, 4\}$ olmak üzere,

$(a_n) : A_4 \longrightarrow \mathbb{R}$

$(a_n) = (n - 1)!$ dizisinin terimlerinin toplamı kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

$a_1 = 0! = 1$
$a_2 = 1! = 1$ *$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 10$ dur.*
$a_3 = 2! = 2$
$a_4 = 3! = 6$

Cevap: C

Örnek 2

$a_n = \dfrac{3n - 5}{n - 4}$

$b_n = \sqrt{5 - n}$

$c_n = \dfrac{2^n}{n!}$

ifadelerinden hangileri gerçek sayı dizisidir?

A) a_n B) b_n C) a_n ve b_n D) c_n E) a_n ve c_n

a_4 tanımsız a_n dizi değil
$n \geq 6$ için b_n tanımsız b_n dizi değil
c_n dizidir.

Cevap: D

Örnek 3

$(a_n) = \dfrac{1}{n - k}$

gerçek sayı dizisi olduğuna göre, k nın <u>en büyük</u> tam sayı değeri kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

$n - k$ herhangi bir sayma sayısı için sıfır olmamalıdır. $k = 0$ sağlar.

Cevap: D

Örnek 4

$(a_n) = \dfrac{5n + 37}{n + 2}$

dizisinin kaçıncı terimi 8 dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

n . terimi $a_n = \dfrac{5n + 37}{n + 2} = 8$
$\Rightarrow 5n + 37 = 8n + 16$
$21 = 3n$
$n = 7$

Cevap: C

Örnek 5

$(a_n) = \frac{60}{n} - \frac{60}{n+1}$ olmak üzere

(a_n) dizisinin 10. ve 11. terimlerinin toplamı kaçtır?

A) $\frac{1}{60}$ B) $\frac{1}{30}$ C) $\frac{7}{120}$ D) $\frac{1}{10}$ E) 1

$a_{10} = \frac{60}{10} - \frac{60}{11}$

$+ \quad a_{11} = \frac{60}{11} - \frac{60}{12}$

$a_{10} + a_{11} = \frac{60}{10} - \frac{60}{12} = 6 - 5 = 1$

Cevap: E

Örnek 6

$(a_n) = \begin{cases} 2n+3 & , \ n \text{ tek} \\ 3n & , \ n \text{ çift} \end{cases}$

dizisi için

$a_{10} = k \cdot a_1$

eşitliğini sağlayan k değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 3 E) 6

$a_{10} = 3 \cdot 10 = 30$ (10 çift)

$a_1 = 2 \cdot 1 + 3 = 5$ (1 tek)

$30 = k \cdot 5 \Rightarrow k = 6$

Cevap: E

Örnek 7

$(a_n) = \frac{8!}{n}$

dizisinin kaç tane terimi tam sayıdır?

A) 8 B) 16 C) 48 D) 50 E) 96

$8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

$= 2^7 \cdot 7 \cdot 3^2 \cdot 5$

8! in pozitif bölen sayısı

$8 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 96$

Cevap: E

Örnek 8

$(a_n) = \frac{n-8}{3n-32}$

dizisinin negatif terimlerinin toplamı kaçtır?

A) $-\frac{6}{5}$ B) $-\frac{7}{5}$ C) -2 D) 3 E) $\frac{10}{3}$

a_n: 8, 9, 10, $\frac{32}{3}$ — işaretler: + | − | +

a_9 ve a_{10} negatiftir

$\left(-\frac{1}{5}\right) + (-1) = -\frac{6}{5}$

Cevap: A

Örnek 9

$(a_n) = \frac{3n+27}{n+1}$

dizisinin kaç terimi tam sayıdır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

$(a_n) = \frac{3n+27}{n+1} = \frac{3(n+1)+24}{n+1}$ için

$= 3 + \frac{24}{n+1} \in \mathbb{Z}$

n + 1 in 24 ün böleni olması gerekir.

24 ün bölenleri: ~~1~~, 2, 3, 4, 6, 8, 12 ve 24

$n \neq 0$; $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 5$, $n = 7$, $n = 11$, $n = 23$

7 tane terim tam sayıdır.

Cevap: A

II. Sabit Dizi

c bir gerçek sayı olmak üzere,

$(a_n) = c$

dizisine sabit dizi denir.

- Sabit dizinin bütün terimleri eşittir.

  $(a_n) = (c, c, c, \ldots c, \ldots)$

- c = 0 olduğunda $(a_n) = 0$ dizisi elde edilir. Bu diziye sıfır dizisi denir.

Örnek 10

$(a_n) = \frac{3n+6}{2n+k}$

ile verilen (a_n) dizisi sabit dizi olduğuna göre, k kaçtır?

A) 3 B) 4 C) $\frac{9}{2}$ D) 6 E) $\frac{15}{2}$

$(a_n) = c \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{6}{k} \Rightarrow k = 4$

Cevap: B

Örnek 11

$(a_n) = (a-4)n^2 + (b-1)n + a \cdot b + 7$

olan (a_n) dizisi sabit dizi olduğuna göre, dizinin beşinci ve altıncı terimlerinin toplamı kaçtır?

A) 29 B) 28 C) 26 D) 23 E) 22

$(a_n) = c \Rightarrow a = 4, b = 1$

Bu durumda $(a_n) = 11$ bulunur.

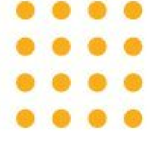
$a_5 + a_6 = 11 + 11 = 22$ dir.

Cevap: E

III. Dizilerin Eşitliği

Her n sayma sayısı için $a_n = b_n$ eşitliğini sağlayan (a_n) ve (b_n) dizilerine eşit diziler denir.

> Eşit dizilerin aynı sıradaki tüm terimlerinin eşit olması gerekir. Genel terimlerinin eşit olması gerekli değildir.



Örnek 12

$(a_n) = (-1)^n$

$(b_n) = \cos(n\pi)$

$(c_n) = \sin\left(\dfrac{(2n+1)\pi}{2}\right)$

dizilerinden hangileri eşittir?

A) a_n ve b_n B) a_n ve c_n C) b_n ve c_n

D) a_n, b_n ve c_n E) Hiçbiri eşit değildir.

Dizilerin terimleri tek tek yazılırsa

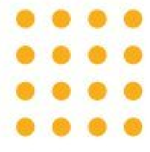
$(a_n) = (-1, 1, -1, 1, ...)$

$(b_n) = (-1, 1, -1, 1, ...)$

$(c_n) = (-1, 1, -1, 1, ...)$

tüm terimlerin eşit olduğu bulunur.

Cevap: D



Örnek 13

$(a_n) = \left(\dfrac{5n+1}{n+1}\right)$ ve

$(b_n) = \left(5 + \dfrac{k}{n+1}\right)$

dizileri eşit diziler olduğuna göre, k kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 1 E) 3

$(b_n) = \dfrac{5n+k+5}{n+1} = \dfrac{5n+1}{n+1}$

$k + 5 = 1$

$k = -4$

Cevap: A

IV. Dizilerde İşlemler:

a_n ve b_n birer reel sayı dizisi olsun.

$(a_n) \mp (b_n) = (a_n \mp b_n)$, $k \cdot (a_n) = (k \cdot a_n)$

$(a_n) \cdot (b_n) = (a_n \cdot b_n)$, $\dfrac{(a_n)}{(b_n)} = \left(\dfrac{a_n}{b_n}\right), (b_n \neq 0)$ dir.

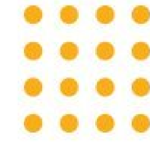
1. Dizinin İlk n Terim Toplamı

$(a_n) = (a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...)$

dizisinin ilk n terim toplamı S_n ile gösterilir.

$S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n$ dir.

> İlk n terim toplamı S_n olan dizide dizinin n. terimi
>
> $a_n = S_n - S_{n-1}$ dir.



Örnek 14

Genel terimi, $(a_n) = (5n - 3)$ olan (a_n) dizisinin ilk 10 teriminin toplamı kaçtır?

A) 235 B) 245 C) 255 D) 265 E) 275

$a_1 = 5 . 1 - 3$

$a_2 = 5 . 2 - 3$

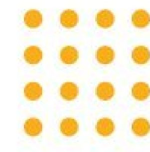
$\vdots$

$+ \quad a_{10} = 5 . 10 - 3$

$S_{10} = 5 \cdot \left(\dfrac{10 \cdot 11}{2}\right) - 10 \cdot 3$

$= 275 - 30 = 245$

Cevap: B



Örnek 15

İlk n terim toplamı, $S_n = n^2 + 11n$ olan (a_n) dizisinin sekizinci terimi kaçtır?

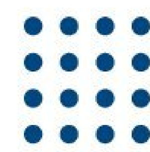
A) 43 B) 41 C) 34 D) 29 E) 26

$a_8 = S_8 - S_7$ *dir.*

$a_8 = 8^2 + 11 . 8 - (7^2 + 11 . 7)$

$= 152 - 126 = 26$

Cevap: E



Not

$(a_n) = (a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...)$

dizisinin ilk n terim çarpımı P_n olmak üzere,

$P_n = a_1 . a_2 . a_3 ... a_n$ dir.

> İlk n terim çarpımı P_n olan dizide $a_n = \dfrac{P_n}{P_{n-1}}$ dir.

Örnek 16

Genel terimi $(a_n) = \frac{n+1}{n}$ olan dizinin ilk n terim çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{n}{2}$ B) n C) n+1 D) 2n E) n!

$a_1 = \frac{2}{1}$

$a_2 = \frac{3}{2}$

$\vdots$

$a_n = \frac{n+1}{n}$

Taraf tarafa çarpma yapılırsa,

$a_1 \cdot a_2 \ldots a_n = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \ldots \frac{n+1}{n}$

$P_n = n + 1$ bulunur. *Cevap: C*

Örnek 17

$(a_n) = \cos(n°)$ dizisinin ilk 100 teriminin çarpımı

A) n B) 1 C) –1 D) 0 E) cos100°

cos90° = 0 olduğu hatırlanırsa

cos1° . cos2° ... cos90° ... cos100° = 0 olur. *Cevap: D*

Örnek 18

$(a_n) = \frac{1}{n(n+1)}$

dizisinin ilk 8 teriminin toplamı kaçtır?

A) $\frac{10}{9}$ B) $\frac{9}{10}$ C) $\frac{8}{9}$ D) $\frac{9}{8}$ E) $\frac{5}{4}$

$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

$a_1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$

$a_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

$+\ a_8 = \frac{1}{8} - \frac{1}{9}$

$S_8 = a_1 + a_2 + \ldots + a_8 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$ *Cevap: C*

Örnek 19

$(a_n) = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$

dizisinin ilk 15 teriminin toplamı kaçtır?

A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) 4 D) $3\sqrt{2}$ E) 5

$(a_n) = \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ *(Pay ve payda $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ ile çarpılırsa)*

$a_1 = \sqrt{2} - 1$

$a_2 = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

$a_3 = \sqrt{4} - \sqrt{3}$

$+\ a_{15} = \sqrt{16} - \sqrt{15}$

$S_{15} = -1 + \sqrt{16} = -1 + 4 = 3$ *Cevap: B*

Örnek 20

$(a_n) = \frac{n^2 - 9}{n+5}$ ve (b_n) dizileri için $(a_{n+1}) = (b_{2n+3})$

olduğuna göre, b_{11} değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{8}{5}$ E) $\frac{5}{16}$

$n = 4 \Rightarrow b_{11} = a_5 \Rightarrow a_5 = \frac{5^2 - 9}{5+5} = \frac{16}{10}$

$a_5 = \frac{8}{5}$ *Cevap: D*

Örnek 21

$(a_n) = n \cdot 2^{n-1}$

dizisinin ilk 10 teriminin çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $9! \cdot 2^{47}$ B) $8! \cdot 2^{45}$ C) $8! \cdot 2^{46}$ D) $10! \cdot 2^{45}$ E) $9! \cdot 2^{44}$

$a_1 = 1 \cdot 2^0$

$a_2 = 2 \cdot 2^1$

$a_3 = 3 \cdot 2^2$

$a_{10} = 10 \cdot 2^9$

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \ldots a_{10} = 10! \cdot 2^{45}$ *Cevap: D*

Örnek 22

(a_n) dizisi için,

$a_1 = \frac{2}{3}$ ve

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \ldots a_n = \frac{2n^2}{3}$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $a_3 + a_4$ toplamı kaçtır?

A) 4 B) $\frac{145}{36}$ C) $\frac{147}{36}$ D) $\frac{151}{36}$ E) 5

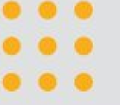
$\frac{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4}{a_1 a_2 \cdot a_3} = \frac{\frac{2 \cdot 4^2}{3}}{\frac{2 \cdot 3^2}{3}} = \frac{16}{9} = a_4$

$\frac{a_1 a_2 a_3}{a_1 a_2} = \frac{\frac{2 \cdot 3^2}{3}}{\frac{2 \cdot 2^2}{3}} = \frac{9}{4} = a_3$

$\frac{16}{9} + \frac{9}{4} = \frac{145}{36}$ *Cevap: B*

Örnek Cevapları

1.C	2.D	3.D	4.C	5.E	6.E	7.E	8.A	9.A	10.B	11.E
12.D	13.A	14.B	15.E	16.C	17.D	18.C	19.B	20.D	21.D	22.B



1. **Aşağıdakilerden hangisi gerçek sayı dizisi belirtir?**

A) $(\sqrt{n-5})$ B) $(\log_{(n-2)}(n+5))$ C) $\left(\frac{2n+8}{3n-6}\right)$

D) $\left(\tan\left(\frac{n\pi}{2}\right)\right)$ E) $\sqrt[3]{n^2-25}$

$(\sqrt{n-5})$ dizisinin ilk dört terimi
$(\log_{(n-2)}(n+5))$ disizinin ilk üç terimi
$\left(\frac{2n+8}{3n-6}\right)$ dizisinin ikinci terimi
$\left(\tan\left(\frac{n\pi}{2}\right)\right)$ dizisinin 1, 3, 5, 7... terimleri gerçek sayı değildir.
$(\sqrt[3]{n^2-25})$ dizisinin tüm terimleri gerçek sayıdır. *Cevap: E*

2. $(a_n) = \left(\frac{4n^2+6n+8}{n^2+kn+r}\right)$

dizisi sabit dizi olduğuna göre, k . r çarpımı kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 2 D) 4 E) 8

$\frac{4}{1} = \frac{6}{k} = \frac{8}{r} \Rightarrow k = \frac{3}{2}$ ve $r = 2$
$k \cdot r = 3$ *Cevap: A*

3. $(a_n) = \left(\frac{5}{2n+3}\right)$ ve $(b_n) = (r\,.\,n + p)$ dizileri veriliyor.

$(b_n) = \left(\frac{1}{a_n}\right)$

olduğuna göre, r + p toplamı kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 5 D) 1 E) 6

$(b_n) = \left(\frac{2}{5}n + \frac{3}{5}\right)$
$r = \frac{2}{5}$ $p = \frac{3}{5}$ $r + p = 1$ *Cevap: D*

4. $(a_n) = (1^4 + 2^4 + 3^4 + \ldots + n^4)$

dizisinin üçüncü terimi kaçtır?

A) 81 B) 82 C) 97 D) 100 E) 98

$a_3 = 1 + 16 + 81 = 98$ *Cevap : E*

5. $(a_n) = \left(\frac{5^n \cdot (n+2)!}{2^{n+1}}\right)$

dizisi için $\frac{a_6}{a_4}$ oranı kaçtır?

A) 400 B) 200 C) 350 D) 150 E) 250

$\dfrac{\frac{5^6 \cdot 8!}{2^7}}{\frac{5^4 \cdot 6!}{2^5}} = \frac{5^6 \cdot 8! \cdot 2^5}{2^7 \cdot 5^4 \cdot 6!} = \frac{5^2 \cdot 8 \cdot 7}{2^2} = 25 \cdot 2 \cdot 7 = 350$ *Cevap: C*

6. $(a_n) = \left(\frac{10^n}{n!}\right)$ dizisi için

$\frac{a_{n+2}}{a_{n-1}} = \frac{10^3}{24}$

olduğuna göre, n değeri kaçtır?

A) 2 B) 7 C) 3 D) 6 E) 5

$= \frac{10^{n+2}}{(n+2)!} \cdot \frac{(n-1)!}{10^{n-1}} = \frac{10^3}{(n+2)(n+1)n} = \frac{10^3}{24}$
$n(n+1)(n+2) = 24$
$2 \quad 3 \quad 4$
n = 2 dir. *Cevap: A*

7. **$(a_n) = (n^2 - 20n + 1)$ dizisinin kaçıncı terimi en küçük terimidir?**

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

a_n parabol Tepe noktası $n = 10$ a_{10} en küçük *Cevap: C*

8. $(a_n) = \left(\frac{120}{n!}\right)$

dizisinin tam sayı olan terimlerinin toplamı kaçtır?

A) 188 B) 206 C) 241 D) 248 E) 252

$a_1 = 120$

$a_2 = \frac{120}{2} = 60$

$a_3 = \frac{120}{6} = 20$

$a_4 = \frac{120}{24} = 5$

$a_5 = \frac{120}{120} = 1$

+

$S_5 = 206$ *Cevap: B*

9. $(a_n) = (-2n^2 + 13n + 4)$

dizisinin en büyük terimi kaçtır?

A) 15 B) 16 C) 18 D) 21 E) 25

opsis $= -\frac{13}{-4} = \frac{13}{4} = 3,25$

en yakın pozitif tam sayı 3 tür.

$a_3 = (-2).(9) + 13(3) + 4$

$a_3 = -18 + 39 + 4$

$a_3 = 25$ *en büyük terimdir.* *Cevap: E*

10. **Bir (a_n) dizisinde 2'den büyük her n sayma sayısı için**

$a_{2n-5} = 2^{6n-14}$

$\frac{a_p}{a_k} = 64$

olduğuna göre, p – k değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

n yerine ters fonksiyon özelliğince $\frac{n+5}{2}$ yazalım.

$a_n = 2^{6\left(\frac{n+5}{2}\right)-14} = 2^{3n+1}$

$\frac{a_p = 2^{3p+1}}{a_k = 2^{3k+1}} = 2^{3p-3k} = 2^{3(p-k)} = 2^6 \Rightarrow p - k = 2$

Cevap: A

11. $n \in N^+$ olmak üzere, ilk iki terimi gerçek sayı olan (a_n) dizisinin terimleri arasında $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ bağıntısı vardır.

$a_{20} = 40$ olduğuna göre, $2.a_{18} + a_{17}$ toplamı kaçtır?

A) 150 B) 120 C) 90 D) 80 E) 40

$a_{20} = a_{19} + a_{18}$

$+ \quad a_{19} = a_{18} + a_{17}$

$a_{20} = 2.a_{18} + a_{17} = 40$

Cevap: E

12. $(a_n) = \left(\frac{n+100}{n-\frac{5}{2}}\right)$

dizisinin kaç terimi 6 sayısından büyüktür?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

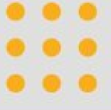
$\frac{n+100}{n-\frac{5}{2}} > 6 \Rightarrow \frac{n+100}{n-\frac{5}{2}} - \frac{6}{1} > 0$

$\Rightarrow \frac{n+100-6n+15}{n-\frac{5}{2}} \Rightarrow \frac{-5n+115}{n-\frac{5}{2}} > 0$

	$\frac{5}{2}$		23	
–		+		–

$a_3, a_4, \ldots, a_{22}$ olmak üzere 20 terimi 6 sayısından büyüktür. *Cevap: E*

1.E 2.A 3.D 4.E 5.C 6.A 7.C 8.B 9.E 10.A 11.E 12.E



1. **Genel terimi,**

$$(a_n) = \left(\frac{n^2 - 14n + 24}{2n^2 - 7n - 9}\right)$$

olan dizinin, kaç terimi pozitif değildir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

$a_n = \frac{(n-2)(n-12)}{(2n-9)(n+1)}$ dizisinin negatif ve sıfıra eşit olanlar alınır.

-1	2	$\frac{9}{2}$	12	
+	–	+	–	+

$a_1, a_2, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}$ terimleri ya negatiftir ya da sıfıra eşittir. Toplam 10 tanedir. *Cevap: C*

2. $(a_n) = \left(\frac{n^2 + 5n + 20}{n + 5}\right)$

dizisinin kaç terimi tam sayıdır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

$(a_n) = \left(n + \frac{20}{n+5}\right)$

n + 5 = 20, 10, 5, 4, 2, 1
n = 15, 5 olabilir
dizinin iki terimi tam sayıdır. *Cevap: C*

3. Her n sayma sayısı için

$(a_n) = (n^2 + (2 – p)n + 9)$

dizisinin bütün terimleri pozitiftir.

Buna göre, p nin en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–∞, 8) B) (–∞, 4) C) (4, 8) D) (4, ∞) E) (8, ∞)

$\Delta < 0$ olmalıdır. $= (2 - p)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 < 0$
İki kare farkı özdeşliğini kullanalım.
$\Delta = (2 - p - 6)(2 - p + 6) < 0$
$(-p - 4)(-p + 8) < 0$

p	-4	8	
f(p)	+	–	+

$-4 < p < 8$

Fakat : p nin bütün negatif değerleri için 2 – p pozitiftir.
Ayrıca $n \geq 1$ olduğu için n^2 ve n pozitiftir.
9 sayısı da pozitiftir. Öyleyse, p nin her negatif değeri için,
$\underbrace{n^2}_{poz.} + \underbrace{(2-p)}_{poz.}\underbrace{n}_{poz.} + \underbrace{9}_{poz.}$ daima pozitiftir.
Sonuç olarak p nin en geniş aralığı;
(–4, 8) değil (–∞ , 8) dir.
Sonucu somut olarak gösterelim;

n = 1 için $1 + 2 - p + 9 > 0 \Rightarrow 12 > p$
n = 2 için $4 + 4 - p + 9 > 0 \Rightarrow \frac{17}{2} > p$
n = 3 için $9 + 6 - 3p + 9 > 0 \Rightarrow \boxed{8 > p}$
n = 4 için $16 + 8 - 4p + 9 > 0 \Rightarrow \frac{33}{4} > p$ *Cevap: A*

4. Bütün terimleri artarak devam eden dizilere monoton artan, bütün terimleri azalarak devam eden dizilere monoton azalan dizi denir. $\left(\frac{a \cdot n + b}{c \cdot n + d}\right)$ dizisinde paydayı sıfır yapan $n = -\frac{d}{c}$ eğer 1 sayısından büyükse dizi monoton değildir, eğer 1 sayısından küçükse dizi monotondur.

- Monoton olmayan dizilerde $-\frac{d}{c}$ ye en yakın tam sayı değerleri belirlenir. Bu değerler dizide n yerine yazılarak dizinin en büyük ve en küçük terimleri bulunur.

Buna göre, genel terimi $(a_n) = \left(\frac{4n - 5}{2n - 25}\right)$ olan dizinin, en küçük terimini ve en büyük teriminin toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Dizinin en küçük terimini ve en büyük terimini bulalım.
$\frac{25}{2}$ ye en yakın iki tam sayıya bakılır. 12. ve 13. terimlerdir.
en küçük terim $a_{12} = -43$
en büyük terim $a_{13} = +47$ dir. $\Big\}$ $-43 + 47 = 4$

Cevap D

5. $(a_n) = \left(\frac{n + 100}{n + 2}\right)$

dizisini kaç terimi 8 den büyüktür?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

$\frac{n+100}{n+2} > 8 \Rightarrow \frac{n+100}{n+2} - \frac{8}{1}_{(n+2)} > 0 \Rightarrow \frac{n + 100 - 8n - 16}{n+2} > 0$

$\Rightarrow \frac{-7n + 84}{n+2} > 0$

-2	12	
+	–	+

n negatif olamaz $a_1, a_2, ..., a_{11}$ olmak üzere dizinin ilk 11 terimi 8 den büyüktür. *Cevap: A*

6. $(a_n) = \left(\frac{2n + 19}{n + 2}\right)$

dizisinin kaç terimi tam sayıdır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2n + 19 | n + 2
– 2n + 4 | 2
15

$a_n = 2 + \frac{15}{n+2}$
n = 1, 3, 13 olmak üzere 3 terimi tam sayıdır.

Cevap: A

1.C 2.C 3.A 4.D 5.A 6.A

1. $(a_n) = \left(\frac{3n+1}{n+5}\right)$

dizisinin kaç terimi 2 den küçüktür?

A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

$\frac{3n+1}{n+5} < 2 \Rightarrow 3n + 1 < 2n + 10$

$n < 9$

n = 1, 2, ... 8 olmak üzere 8 terimi 2 den küçüktür.

Cevap: D

2. Bir a_n dizisinde

$a_2 + a_3 = a_4 = 10$

ve ardışık her üç terimin toplamı sabit olduğuna göre, dizinin ilk 28 teriminin toplamı kaçtır?

A) 150 B) 160 C) 170 D) 180 E) 190

$\underset{10}{a_1}$ a_2 a_3 a_4 a_5 ($a_2 + a_3 = 10$, $a_4 = 10$, $a_2 + a_3 + a_4 = 20$)

$\underbrace{a_1 + a_2 + a_3 \ldots + a_{28}}_{19 + 9 \cdot 20 = 190}$

Cevap: E

3. $(a_n) = \left(\frac{6n+3}{n+2}\right)$

dizisinin kaçıncı terimi 5 tir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$a_n = \frac{6n+3}{n+2} = 5$

$6n + 3 = 5n + 10$

$n = 7$

Cevap: C

4. $(a_n) = \left(\frac{3n-28}{2n-11}\right)$

dizisinin kaç tane terimi negatiftir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Eşitsizlik tablosu yapılırsa

	$\frac{11}{2}$		$\frac{28}{3}$	
+		–		+

n = 6, 7, 8, 9 olabilir.

4 tane terim negatiftir.

Cevap: C

5. $(a_n) = n^2 - 8n + k - 4$

dizisinin tüm terimleri pozitif olduğuna göre, k nın en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) –5 B) –3 C) 15 D) 17 E) 21

$n^2 - 8n + k - 4 = 0$

denkleminin diskriminantı (Δ) sıfırdan küçük olmalıdır.

$\Delta = 64 - 4 . 1 . (k - 4) < 0$

$64 - 4k + 16 < 0$

$80 < 4k$

$20 < k$

Cevap: E

6. $(a_n) = 1 + 3 + 5 + 7 + ... + 2n - 1$ dizisi için,

I. $2a_2 = a_3$

II. $a_3 + a_4 = a_5$

III. $9 . a_2 = a_6$

eşitliklerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) Yalnız II

$(a_n) = (1 + 3 + 5 + ... + 2n - 1) = n^2$

I. $2 . a_2 = a_3$

$2 . 2 = 9$ Yanlış

II. $a_3 + a_4 = a_5$

$3^2 + 4^2 = 5^2$ Doğru

III. $9 . a_2 = a_6$

$9 . 2^2 = 6^2$ Doğru

Cevap: D

1.D 2.E 3.C 4.C 5.E 6.D



GERÇEK SAYI DİZİLERİ

V. Toplam Sembolü (Sigma, Σ)

$$\sum_{n=k}^{p} a_n = a_k + a_{k+1} + a_{k+2} + \ldots + a_p$$

> Σ sembolü ile a_n fonksiyonunun değerleri, n = k (başlangıç değeri) den başlanarak p'ye (bitiş değeri) kadar tüm tam sayılar için hesaplanarak toplanır.

Örneğin,

$$\sum_{k=1}^{n} k = 1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

- $\sum_{k=1}^{n} k = 1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
- $\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$
- $\sum_{k=1}^{n} c = c + c + c + \ldots + c = n\cdot c$

Örnek 1

(a_n) = 4n – 1 dizisinin ilk 10 teriminin toplamını toplam sembolü kullanarak ifade ediniz.

$$\sum_{k=1}^{10} (4k - 1)$$

Örnek 2

$$\sum_{k=1}^{180} \cos k°$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\pi$ B) –1 C) 0 D) 1 E) π

$\sum_{k=1}^{180} \cos k° = \cos 1° + \cos 2° + \ldots + \cos 90° + \ldots + \cos 179° + \cos 180°$

$\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$ olduğu hatırlanırsa

$\cos 1° + \cos 179° = 0$ $\quad \cos 90° = 0$

$\cos 2° + \cos 178° = 0$ $\quad \cos 180° = -1$

$\cos 89° + \cos 91° = 0$

Dolayısıyla, $\sum_{k=1}^{180} \cos k° = -1$ olur.

Cevap: B

Örnek 3

$$\sum_{k=1}^{63} \log_2\left(\frac{k+1}{k}\right)$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$\sum_{k=1}^{63} \log_2\left(\frac{k+1}{k}\right) = \log_2\left(\frac{2}{1}\right) + \log_2\left(\frac{3}{2}\right) + \ldots + \log_2\left(\frac{64}{63}\right)$

$= \log_2\left(\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}\cdot\ldots\cdot\frac{64}{63}\right)$

$= \log_2 64 = \log_2 2^6 = 6$

Cevap: E

VI. İndirgemeli Diziler

Terimleri birbirleriyle bağlı olan dizilere indirgemeli dizi denir. İndirgemeli diziler genellikle bir başlangıç değeri ile birlikte indirgeme bağıntısı ile tanımlanır.

Örnek 4

(a_n) gerçek sayı dizisi

$a_1 = 4$

$a_{n+1} = a_n + 2n$

olduğuna göre, a_{11} kaçtır?

A) 108 B) 112 C) 114 D) 120 E) 126

$a_1 = 4$

$a_2 = a_1 + 2\cdot 1$

$a_3 = a_2 + 2\cdot 2$

$a_{11} = a_{10} + 2\cdot 10$

+

$a_{11} = 4 + 2\cdot(1 + 2 + \ldots + 10)$

$= 4 + 2\cdot\frac{10\cdot 11}{2}$

$a_1 = 114$

Cevap: C



Örnek 5

a_n gerçek sayı dizisi

$a_1 = -2$

$a_{n+1} = a_n + 4n - 4$

olduğuna göre, a_n dizisinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $n^2 + 4n$ B) $2n^2 - 6n + 2$ C) $n^2 + n - 4$

D) $2n^2 - 4$ E) $2n^2 - 8n + 4$

$a_1 = -2$

$a_2 = a_1 + 4 \cdot 1 - 4$

$a_3 = a_2 + 4 \cdot 2 - 4$

$+ \quad a_n = a_{n-1} + 4(n-1) - 4$

$a_n = -2 + 4(1 + 2 + ... + n - 1) - 4(n-1)$

$(a_n) = -2 + \frac{(n-1)n}{2} \cdot 4 - 4n + 4$

$(a_n) = -2 + 2n^2 - 2n - 4n + 4$

$(a_n) = 2n^2 - 6n + 2$

Cevap: B

Örnek 6

a_n gerçek sayı dizisi,

$a_{10} = 6$ ve

$a_{n+1} = \frac{a_n}{n}$

olduğuna göre, a_4 kaçtır?

A) 4 . 5! B) 6! C) 2 . 7!

D) 8! E) 9!

$a_{10} = \frac{a_9}{9}$

$a_9 = \frac{a_8}{8}$

$a_5 = \frac{a_4}{4}$

$a_{10} = \frac{a_4}{9 \cdot 8 \cdot 7 ... 4}$

$a_4 = 9 \cdot 8 \cdot 7 ... 4 \cdot 6 = 9!$

Cevap: E

1. Üçgensel Sayılar

1 den n ye kadar doğal sayıların toplamı şeklinde yazılabilen sayılardır. T_n ile gösterilirler.

$T_n = 1 + 2 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$ dir.

$T_1 = 1, T_2 = 1 + 2 = 3, \ T_3 = 1 + 2 + 3 = 6$ ...



Örnek 7

Aşağıdakilerden hangisi üçgen sayıdır?

A) 30 B) 32 C) 37 D) 45 E) 54

$45 = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow n = 9$

$T_9 = 45$

Cevap: D

2. Kare Sayılar

$(a_n) = (n^2)$ dizisinin terimlerine kare sayılar denir.

1, 4, 9, 16, 25, ..., n^2 kare sayılardır.

> Ardışık iki üçgen sayının toplamı bir kare sayıdır.

$T_n + T_{n+1} = S_{n+1}$ (S_n : n. kare sayı)

3. Fibonacci Dizisi

$a_1 = 1$ ve $a_2 = 1$ olmak üzere fibonacci dizisinin sonraki tüm terimleri kendisinden önceki iki terimin toplamıdır.

$a_1 = a_2 = 1$ ve $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$ dir.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55....

Fibonacci dizisinin bazı terimleridir.

> n değeri büyüdükçe a_n fibonacci dizisinde $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ oranı $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (Altın oran) sayısına yaklaşır.)

Örnek 8

(a_n) Fibonacci dizisi olmak üzere

$\frac{a_{10}}{a_9 + a_8} + \frac{a_2}{a_1}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$a_{10} = a_9 + a_8$ ve $a_1 = a_2 = 1$ olduğundan

$\frac{a_{10}}{a_9 + a_8} + \frac{a_2}{a_1} = 1 + 1 = 2$

Cevap: B

Örnek 9

T_n : üçgen sayı dizisi ve

S_n : kare sayı dizisi olmak üzere

$\frac{T_{10} + T_{11}}{S_{11}} + T_n = 11$

eşitliğini sağlayan n değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

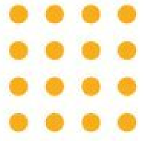
$T_{10} + T_{11} = S_{11}$

(Ardışık iki üçgen sayının toplamı kare sayıdır.)

$1 + T_n = 11 \Rightarrow T_n = 10$

$\frac{n(n+1)}{2} = 10 \Rightarrow n = 4$

Cevap: A



Örnek 10

Genel terimi

$$(a_n) = \begin{cases} n-1 & n \text{ tek ise} \\ n+1 & n \text{ çift ise} \end{cases}$$

olan dizinin ardışık iki teriminin çarpımı 28 dir.

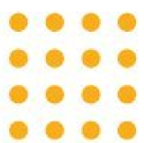
Buna göre, bu iki terimden sonra gelen ilk terim kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

n tek $\Rightarrow a_n \cdot a_{n+1} = 28$
$(n-1)\ (n+2) = 28$
$n = 5$

n çift $\Rightarrow a_n \cdot a_{n+1} = 28$
$(n+1) \cdot n = 28$
$Ç = \phi$

Ardışık iki terim a_5 ve a_6 sonraki ilk terim $a_7 = 6$ dır. *Cevap: A*



Örnek 11

Bir (a_n) dizisinde $a_1 = a_3 = 4$ ve ardışık üç terimin çarpımı 48 olduğuna göre

$a_{36} + a_{45}$

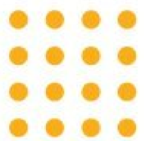
toplamının değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 7 D) 8 E) 11

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
4	3	4	4	3	4	4	3

$a_{3n-1} = 3$ *diğerleri 4*

$a_{36} = 4 \quad a_{45} = 4$ *Cevap: D*



Örnek 12

$(a_n) = \log_{(n+1)}(n+2)$

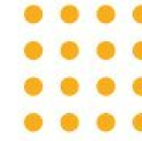
dizisinin ilk 126 teriminin çarpımı kaçtır?

A) 6 B) 7 C) $5\sqrt{2}$ D) 8 E) $6\sqrt{2}$

$a_1 = \log_2 3$
$a_2 = \log_3 4$
$a_3 = \log_4 5$
$a_{127} = \log_{127} 128$

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \ldots a_{127} = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \ldots \log_{127} 128$
$= \log_2 128 = \log_2 2^7$
$= 7$

Cevap: B



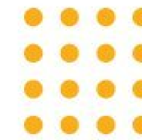
Örnek 13

$(a_n) = (2n^2 - 19n + 1)$

dizisinin hangi terimi en küçüktür?

A) a_3 B) a_4 C) a_5 D) a_6 E) a_7

$f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün en küçük değeri $T(r, k)$ noktasındadır. (Tepe noktası) $r = -\frac{b}{2a}$, $k = f(r)$ olduğu hatırlanırsa $(a_n) = (2n^2 - 19n + 1)$ dizisinin en küçük terimi $n = \frac{19}{4}$ için gerçekleşir. Ancak $\frac{19}{4} \notin \mathbb{N}^+$ olduğundan böyle bir terim yoktur. $\frac{19}{4}(4, 5)$ aralığında 5e daha yakın olduğundan a_5 en küçük terimdir. *Cevap: C*



Örnek 14

Aşağıdaki dizilerden hangisinin her terimi,

$(a_n) = \left(\frac{2n+1}{n+2}\right)$

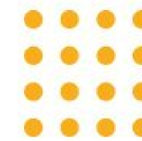
dizisinin de terimidir?

A) $\frac{2n-1}{n+1}$ B) $\frac{2\sqrt{n}+1}{\sqrt{n}+2}$ C) $\frac{n+1}{\frac{n}{2}+2}$

D) $\frac{2n+3}{n+3}$ E) $\frac{2n+3}{n+7}$

D) $a_{n+1} = \frac{2(n+1)+1}{n+1+2} = \frac{2n+3}{n+3}$ *Cevap: D*

$n+1 : \mathbb{N}^+ \longrightarrow \mathbb{N}^+$



Örnek 15

$$(a_n) = \begin{cases} 2n & n \le 5 \\ 2a_{n-5} & n > 5 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\frac{a_{10}}{a_1}$ oranı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 8 D) 10 E) 64

$a_1 = 2, \quad a_6 = 2 \cdot a_1 = 4$
$a_2 = 4 \quad a_7 = 2 \cdot a_2 = 8$
$a_3 = 6 \quad a_8 = 2 \cdot a_3 = 12$
$a_4 = 8 \quad a_9 = 2 \cdot a_4 = 16$
$a_5 = 10 \quad a_{10} = 2 \cdot a_5 = 20$
$a_{10} = 20 = 10 \cdot a_1$

Cevap: D

Örnek 16

(a_n) gerçel sayılar dizisi her n pozitif tam sayısı için,

$$a_{n+1} = a_n + \frac{(-1)^n \cdot a_n}{2}$$

eşitliğini sağlamaktadır. $a_5 = 18$ olduğuna göre, a_1 kaçtır?

A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

$n = 1 \Rightarrow a_2 = a_1 + \left(\frac{-a_1}{2}\right) \Rightarrow a_2 = \frac{a_1}{2}$

$n = 2 \Rightarrow a_3 = a_2 + \frac{1 \cdot a_2}{2} \Rightarrow a_3 = \frac{3a_2}{2}$

$n = 3 \Rightarrow a_4 = a_3 + \left(\frac{-a_3}{2}\right) \Rightarrow a_4 = \frac{a_3}{2}$

$n = 4 \Rightarrow a_5 = a_4 + 1 \cdot \frac{a_4}{2} \Rightarrow a_5 = \frac{3}{2} a_4$

taraf tarafa çarpım yapılırsa

$a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 = \frac{a_1}{2} \cdot \frac{3a_2}{2} \cdot \frac{a_3}{2} \cdot \frac{3a_4}{2}$

$a_5 = \frac{9}{16} \cdot a_1 \Rightarrow 18 = \frac{9}{16} \cdot a_1$

$a_1 = 32$

Cevap: D

Örnek 17

(a_n) = (n – 1)(n – 2)(n – 3)(n – 4)(n – 5) + n ve (b_n) = n olmak üzere,

(a_n) dizisinin ilk 5 teriminin toplamı x, (b_n) dizisinin ilk 5 teriminin toplamı y dir.

Buna göre, x – y kaçtır?

A) –4 B) –1 C) 0 D) 2 E) 7

$x = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$
$= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

$y = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5$
$= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

$x - y = 0$

Cevap: C

Çıkmış Soru Cevapları

1. C

Örnek Cevapları

1. $\sum_{k=1}^{10}(4k-1)$	2. B	3. E	4. C	5. B	6. E	7. D	8. B	9. A	10. A
11. D	12. B	13. C	14. D	15. D	16. D	17. C	18. C	19. C	

Örnek 18

n, 2 den büyük bir tam sayı olmak üzere, n'nin en büyük asal böleni $\boxed{n}$ ile gösteriliyor.

(a_n) dizisinin terimleri n ≥ 2 için,

$$a_n = \begin{cases} 1, & \boxed{n} < 10 \\ -1, & \boxed{n} > 10 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $\sum_{n=15}^{30} a_n$ toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$a_n = \begin{cases} 1, & \boxed{n} < 10 \\ -1, & \boxed{n} > 10 \end{cases}$

$a_{17} = a_{19} = a_{22} = a_{23} = a_{26} = a_{29} = -1$

$a_{15} = a_{16} = a_{18} = a_{20} = a_{21} = a_{24} = a_{25} = a_{27} = a_{28} = a_{30} = 1$

$\sum_{n=15}^{30} a_n = 10 \cdot 1 + 6 \cdot (-1) = 4$

Cevap: C

Çıkmış Soru 1

a_1, a_2 gerçel sayılar olmak üzere, (a_n) dizisinin terimleri arasında $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ (n = 1, 2, ...) bağıntısı vardır.

$a_8 = 6$ olduğuna göre, $a_6 + a_9$ toplamı kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 16

LYS 2015

$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$

$n = 6 \Rightarrow a_8 = a_7 + a_6$
$6 = a_7 + a_6$

$n = 7 \Rightarrow a_9 = a_8 + a_7 = 6 + a_7$
$a_9 = 6 + a_7$
$a_9 = 6 + 6 - a_6$
$a_9 + a_6 = 12$

Cevap: C

Örnek 19

a_n gerçek sayı dizisi her n sayma sayısı için

$$a_{n+1} = a_n + \frac{(-1)^{n+2}}{2}$$

indirgeme bağıntısını sağlamaktadır. $a_1 = 6$ olduğuna göre a_8 kaçtır?

A) $\frac{9}{2}$ B) 5 C) $\frac{11}{2}$ D) 6 E) 12

$n = 1$

$a_2 = a_1 - \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$

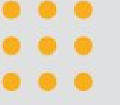
$a_3 = a_2 + \frac{1}{2} = 6$

$a_4 = a_3 - \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$

$a_n = \begin{cases} 6 & n \text{ tek} \\ \frac{11}{2} & n \text{ çift} \end{cases}$

$a_8 = \frac{11}{2}$

Cevap: C



1. $\sum_{n=1}^{20} n.(-1)^{n+1}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –20 B) –10 C) 0 D) 10 E) 20

$\sum_{n=1}^{20} n.(-1)^{n+1}$

$= 1.(-1)^2 + 2.(-1)^3 + 3.(-1)^4 + 4.(-1)^5 + ... + 19.(-1)^{20} + 20.(-1)^{21}$

$= \underbrace{1 - 2 + 3 - 4 + ... + 19 - 20}_{20 \text{ terim}}$

Sonuç 10 tane –1 in toplamı olan –10 dur. Cevap B

2. $1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$ ve

$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ dir.

Buna göre,

$\sum_{n=2}^{10} \frac{33}{1+2+3+...+n}$

toplamının değeri kaçtır?

A) 15 B) 18 C) 27 D) 36 E) 44

$\sum_{n=2}^{10} \frac{33}{1+2+3+...+n} = \sum_{n=2}^{10} \frac{33}{\frac{n.(n+1)}{2}}$

$\sum_{n=2}^{10} \frac{66}{n.(n+1)} = \sum_{n=2}^{10} 66.\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 66.\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + ... + \frac{1}{10} - \frac{1}{11}\right)$

$= 66.\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{11}\right) = 66.\frac{9}{22} = 27$ bulunur.

Cevap C

3. $(a_n) = \left(\frac{n+2}{n}\right)$

dizisinin ilk beş teriminin çarpımı kaçtır?

A) 21 B) 24 C) 27 D) 30 E) 36

$\frac{3}{1} \cdot \frac{4}{2} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{6}{4} \cdot \frac{7}{5} = 21$ Cevap A

4. $\sum_{k=1}^{4} (1 + \cos^2 k + \sin^2 k)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$\sum_{k=1}^{4} (2) = 8$ Cevap D

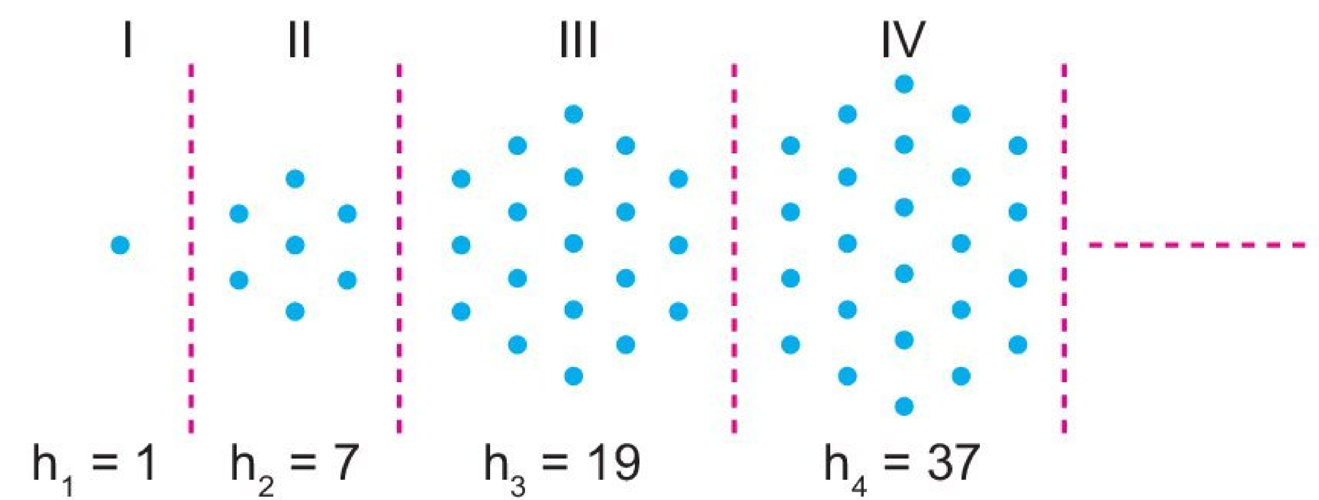
5. $(a_n) = \begin{cases} n & n \le 3 \\ a_{n-1} & n > 3 \end{cases}$

dizisinin ilk 10 teriminin toplamı kaçtır?

A) 20 B) 24 C) 25 D) 27 E) 30

$1 + 2 + 3 + \underbrace{3 + 3 + ... + 3}_{7 \text{ tane}} = 27$ Cevap: D

6.



Yukarıda 4 farklı bölümde belli bir sistematiğe göre noktalar konulmuştur. Her bölümdeki noktaların sayısı h_1, h_2, h_3, h_4 biçiminde belirtilmiştir. Aynı biçimde noktalar konulmaya V. bölüm ve sonrasında da devam edilmiş ve noktaların toplamı h_5, h_6, ... biçiminde yazılmıştır.

Buna göre, $h_5 + h_6 + h_7 + h_8 + h_9$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $8^3 + 3^3$ B) $8^3 + 4^3$ C) $9^3 - 4^3$ D) $10^3 - 5^3$ E) $10^3 - 4^3$

$h_1 + h_2 = 1 + 7 = 8 = 2^3$, $h_1 + h_2 + h_3 = 1 + 7 + 19 = 27 = 3^3$

$h_1 + h_2 + h_3 + h_4 = 1 + 7 + 19 + 37 = 64 = 4^3$

$h_5 + h_6 + h_7 + h_8 + h_9 = 9^3 - 4^3$ Cevap C

7. $(a_n) = (10 - n)$

dizisinin ilk 19 teriminin toplamı kaçtır?

A) –4 B) –3 C) 0 D) 19 E) 21

$\sum a_n = 9 + 8 + ... + 0 + (-1) + (-2) + ...(-9) = 0$

Cevap: C

8. $(a_n) = \left(\dfrac{n^2 + 2n}{n^2 + 4n + 3}\right)$

dizisinin ilk 10 teriminin çarpımı kaçtır?

A) $\dfrac{6}{143}$ B) $\dfrac{3}{110}$ C) $\dfrac{1}{13}$ D) $\dfrac{4}{65}$ E) $\dfrac{3}{143}$

$a_n = \dfrac{n(n+2)}{(n+1)(n+3)}$

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 ... a_{10} = \dfrac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \dfrac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} \cdot \dfrac{3 \cdot 5}{4 \cdot 6} ... \dfrac{10 \cdot 12}{11 \cdot 13}$

$= \dfrac{3}{143}$

Cevap: E

9. Her n sayma sayısı için tanımlı (a_n) dizisi

$\dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \dfrac{n}{n+1}$ ve $a_1 = -3$

biçiminde tanımlıdır.

Buna göre, dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{-6}{n+1}$ B) $\dfrac{-9}{n+2}$ C) $\dfrac{-12}{n+3}$

D) $\dfrac{-3}{n+1}$ E) $\dfrac{-3}{n}$

$\dfrac{a_2}{a_1} \cdot \dfrac{a_3}{a_2} \cdot \dfrac{a_4}{a_3} \cdot ... \cdot \dfrac{a_n}{a_{n-1}} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{3}{4} \cdot ... \cdot \dfrac{n-1}{n}$

$\dfrac{a_n}{a_1} = \dfrac{1}{n}$

$a_n = \dfrac{a_1}{n} = \dfrac{-3}{n}$ dir.

Cevap: E

10. **Karesel sayı dizisinin k. terimi 144 olduğuna göre, karesel sayı dizisinin (k + 3). terimi üçgensel sayı dizisinin (k + 3). teriminden kaç fazladır?**

A) 150 B) 120 C) 115 D) 105 E) 55

$k^2 = 144 \Rightarrow k = 12$ ve $k + 3 = 15$ dir.

$a_{15} - b_{15} = 15^2 - \dfrac{15 \cdot 16}{2}$

$= 15 \cdot 15 - 15 \cdot 8$

$= 15 \cdot 7$

$= 105$

Cevap: D

11. **Genel terimi $a_n = (k + 1)! - k!$ olan dizide**

$a_{10} + a_{11} + a_{12} + ... + a_{49}$

toplamı kaçtır?

A) 49! + 11! B) 49! – 12! C) 49! + 10!

D) 50! – 12! E) 50! – 10!

$a_{10} = 11! - 10!$

$a_{11} = 12! - 11!$

⋮

$+ \; a_{49} = 50! - 49!$

$a_{10} + ... + a_{49} = 50! - 10!$

Cevap: E

12. (a_n) sayı dizisinde $a_1 = 1$ dir.

Bundan sonraki her terim kendisinden bir önceki terimin karesinden elde edilen sayının rakamlarının toplamına 1 eklenerek elde ediliyor.

Buna göre, (a_n) dizisinin 32. terimi kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 5 D) 8 E) 11

$a_1 = 1$

$a_2 = 2$

Dizinin beşinci teriminden sonra tekrar etme durumu vardır.

$a_3 = 4 + 1 = 5 \rightarrow 3k$ → a_3 gibi 3ün katı olan terimler

$a_4 = \underset{7}{25} + 1 = 8 \rightarrow 3k + 1$ → a_4 gibi 3ün katının 1 fazlası olan terimler

$a_5 = \underset{10}{64} + 1 = 11 \rightarrow 3k + 2$ → a_5 gibi 3ün katının 2 fazlası olan terimler

$a_6 = \underset{4}{121} + 1 = 5 \rightarrow 3k$

$a_7 = \quad = 8 \rightarrow 3k + 1$

$a_8 = \quad = 11 \rightarrow 3k + 2$

$a_{32} = a_{3k+2} = 11$

Cevap: E

1.B 2.C 3.A 4.D 5.D 6.C 7.C 8.E 9.E 10.D 11.E 12.E

1. Aşağıdaki kurallar uygulanarak bütün terimleri birer pozitif tam sayı olan (a_1), (a_2), (a_3), ... (a_n) dizileri elde ediliyor.

- Dizinin ilk terimi rastgele seçiliyor.
- Dizinin ikinci terimi ilk teriminden küçük olacak biçimde rastgele seçiliyor.
- (a_n) dizisinin 3. terimi ve sonrasında yazılabilecek olan tüm terimleri

$$a_{n+2} = a_n - a_{n+1}$$

indirgeme bağıntısına göre elde ediliyor.
- Dizinin terimleri pozitif olduğu müddetçe terimler yazılmaya devam ediliyor.
- Son terim sıfır ise veya negatif ise son terim siliniyor ve öncesinde yazılan terimlerin adedi dizinin kaç terimli olduğunu belirliyor.

ÖRNEĞİN:
İlk iki terimi 20 ve 13 olan dizi:
20, 13, 7, 6, 1, 5 olmak üzere 6 terimlidir.

5 terimli diziler tanımlanıyor.

I. a, 9, 7, b, 5 dizisinde a + b toplamı 18 dir.
II. Son iki terimi birbirine eşit olan dizinin ilk terimi, ikinci terimin $\frac{5}{3}$ katıdır.
III. İlk iki terimi 20 ve 12 olan dizinin tüm terimlerinin toplamı 50 dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I ve III

I. Doğru, 16, 9, 7, 2, 5 $\Rightarrow a + b = 16 + 2 = 18$
II. Doğru, 5a, 3a, 2a, a, a $\Rightarrow \frac{5a}{3a} = \frac{5}{3}$
III. Yanlış, 20, 12, 8, 4, 4 $\Rightarrow$ 50 değil 48 dir. *Cevap D*

2. x bir gerçel sayıdır.
$n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere, (a_n) dizisi tanımlanıyor.

- S_n : (a_n) dizisinin ilk n teriminin toplamıdır.
- (a_n) dizisinin ardışık herhangi 5 teriminin toplamı daima birbirine eşittir.
- $a_6 + a_7 + a_8 = a_9 + a_{10} = x$ eşitliği sağlanmaktadır.

Buna göre,

I. $a_5 - a_6 + a_{19} - a_{27} - a_{38} = 0$
II. $S_{20} = 8x$
III. $S_{14} < 6x$

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I ve III

I. Doğru: $a_5 + a_{19} = a_6 + a_{27} + a_{38}$
$a_{10} + a_9 = a_6 + a_7 + a_8$
II. Doğru: Ardışık 5 terimin toplamı x + x = 2x
$S_{20} = 4 \cdot 2x = 8x$
III. Yanlış olabilir.
$S_{15} = 6x$ fakat a_{15} negatif bir değere eşit olabilir.
Bu yüzden $S_{15} < 6x$ ifadesinin doğruluğu kesin değildir.
Cevap D

3. (a_n) dizisinin genel terimi

$$a_n = \frac{\log(2n+3)}{\log(2n+1)}$$

biçiminde tanımlanıyor.

(a_n) ile ilgili olarak aşağıdakiler bilinmektedir.

- İlk k teriminin çarpımı bir sayma sayısına eşittir.
- İlk p teriminin çarpımı asal olmayan bir sayma sayısına eşittir.

Buna göre, k + p toplamı en az kaçtır?

A) 30 B) 36 C) 42 D) 48 E) 54

$S_3 = \frac{\log 5}{\log 3} \cdot \frac{\log 7}{\log 5} \cdot \frac{\log 9}{\log 7} = 2$
$S_{39} = \frac{\log 5}{\log 3} \cdot \frac{\log 7}{\log 5} \cdots \frac{\log 81}{\log 79} = 4$
$\Rightarrow 3 + 39 = 42$
Cevap C

4. Seval Öğretmen diziler konusunu işlerken öğrencileri Nazlı ile Sevim'i yanına çağırarak

Nazlı'ya: (üst köşesinde c, alt köşelerinde a ve b yazan üçgen) $= \frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ eşitliği sağlanmak üzere

$(a_n) =$ (üst köşesinde 4, alt köşelerinde n + 1 ve n yazan üçgen) dizisini yazdırıp ilk 99 teriminin toplamını bulmasını istiyor.

Sevim'e: $d \longleftrightarrow e = \frac{1}{d \cdot e}$ eşitliği sağlanmak üzere

$(b_n) = (n \longleftrightarrow n + 1)$ dizisini yazdırıp ilk 35 teriminin toplamını bulmasını istiyor.

Her ikisinin de zorlandığını gören Seval Öğretmen

Nazlı'ya: Eşlenik ile çarpmadan
Sevim'e: Basit kesirlere ayırma metodunu kullanmadan

işlemi yapamayacağını söyledikten sonra Nazlı ve Sevim 1 dakika içinde doğru sonuçları buluyor.

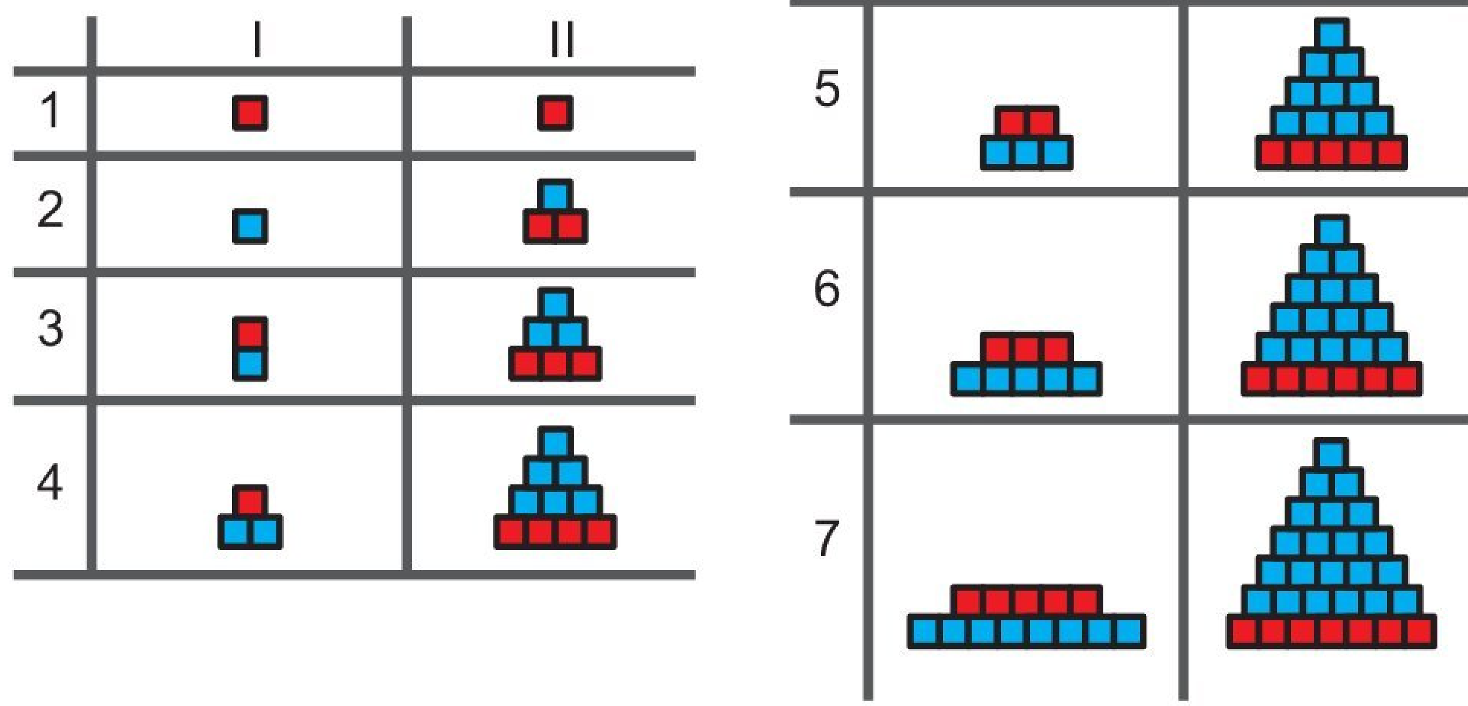
Buna göre, her ikisinin bulduğu sonuçların çarpımı kaçtır?

A) 30 B) 35 C) 40 D) 66 E) 70

$(a_n) = \left(\frac{4}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}\right) = 4(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$
$\Rightarrow 4(\sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + ... + \sqrt{100} - \sqrt{99})$
$= 4(\sqrt{100} - \sqrt{1}) = 36$
$(b_n) = \left(\frac{1}{n(n+1)}\right) = \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$
$\Rightarrow \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + ... + \frac{1}{35} - \frac{1}{36}\right) = \frac{35}{36}$
Sonuç : $36 \cdot \frac{35}{36} = 35$
Cevap B

1.D 2.D 3.C 4.B

1.



Yukarıda iki farklı sayı dizisinin terimleri birim karelerin üst üste konulması ile sembolleştirilmiştir.

Her iki sayı dizisinde yeni eklenen kareler kırmızı ile, bir önceki terimde var olan kareler mavi ile boyanmıştır.

I. sayı dizisinde, ikinci terimden sonra gelen terimlerdeki kare sayısı kendinden önce gelen iki terimdeki kare sayısı ile ilişkilidir.

II. sayı dizisinde, her terime eklenen kareler o terimin numarası ile ilgilidir.

Her iki sayı dizisinde de x. terimlerinde var olan kare sayıları birbirine eşittir.

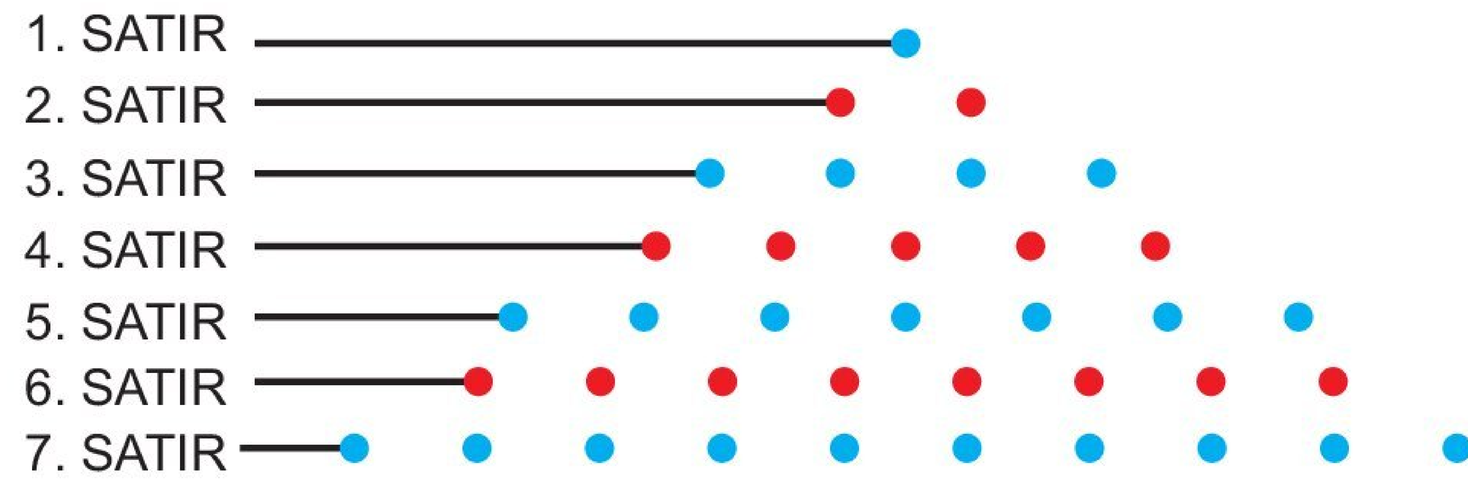
Buna göre, x kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

Her iki dizinin 10. teriminde 55 tane kare vardır.

Cevap B

2.



Şekilde 21 satırdan oluşan bir örüntünün ilk 7 satırı verilmiştir.

Ardışık satırlarındaki nokta sayıları belli bir sistematiğe göre artmaktadır.

Buna göre,

I. 2. satırdan itibaren sırasıyla kırmızı noktaların sayıları ardışık olarak yazılırsa ortak farkı 3 olan bir aritmetik dizi oluşur.

II. Son satırda 28 tane mavi nokta vardır.

III. Noktaların tamamı sayıldığında mavi nokta sayısı kırmızı nokta sayısından 21 tane fazladır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) I ve III

I. Doğru : 2, 5, 8, ... 29 olup, Toplamı = $\frac{31}{2}$. 10 = 155

II. Yanlış: 1, 4, 7, ... 31 olup, Toplamı = $\frac{32}{2}$ .11 = 176

III. Doğru: 176 – 155 = 21

Cevap E

3. $$\sum_{m=6}^{12}\left(\sqrt{2m+7-\sqrt{4m^2+28m+48}}\right)$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$$\sum_{m=6}^{m=12}\sqrt{2m+7-2\sqrt{m^2+7m+12}}$$

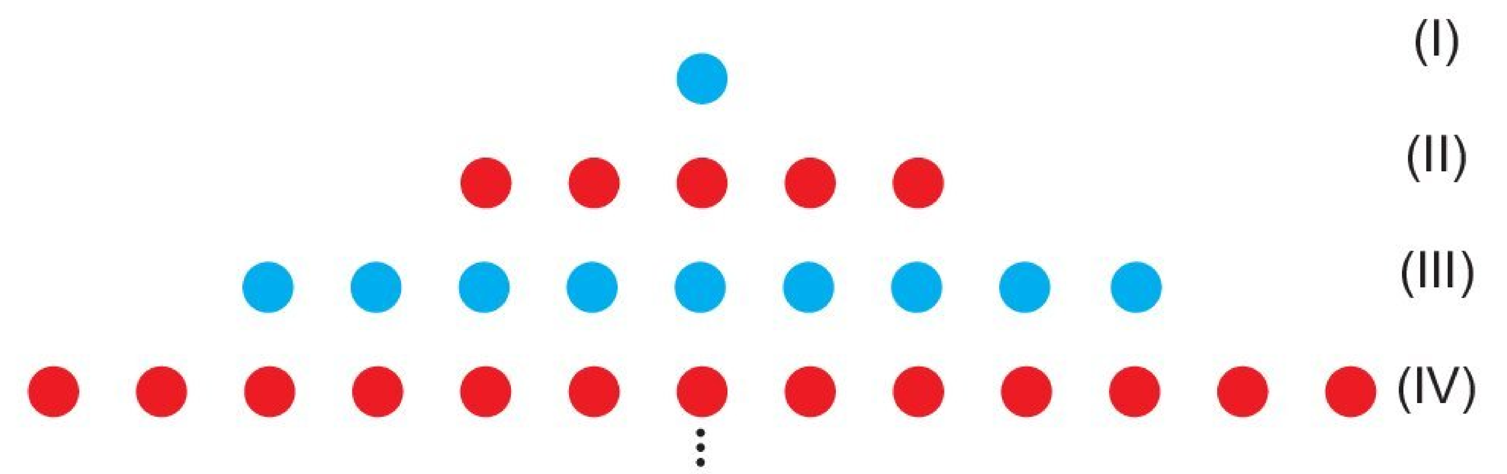
$$\sum_{m=6}^{12}\sqrt{(\sqrt{m+4}-\sqrt{m+3})^2}=\sum_{m=6}^{12}(\sqrt{m+4}-\sqrt{m+3})$$

$$=(\sqrt{10}-\sqrt{9})+(\sqrt{11}-\sqrt{10})+.......+(\sqrt{16}-\sqrt{15})$$

$$=4-3=1$$

Cevap C

4.



Şekilde tek numaralı satırlara mavi, çift numaralı satırlara kırmızı noktalar artan bir sistematik ile konulmaya devam edilmiştir.

Son satıra 81 nokta konulmuş ve işlem tamamlanmıştır.

Buna göre, işlem tamamlandığında;

I. Kırmızı noktaların toplam adedi, mavi noktaların toplam adedinden fazladır.

II. Kırmızı ve mavi noktaların toplamının adedi 1000 den azdır.

III. Kırmızı noktaların toplam adedi 5 in katıdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) I ve III E) II ve III

I. Yanlış, Maviler : 1 + 9 + 17 + ... + 81 = $\frac{81+1}{2}$ .11 = 451

Kırmızılar: 5 + 13 + 21 + ...+ 77 = $\frac{77+5}{2}$ .10 = 410

II. Doğru, K + M = 861 ⇒ 861 < 1000

III. Doğru, Mavi = y = 410 ⇒ 410 = 5 . 42

Cevap E

1.B 2.E 3.C 4.E



ARİTMETİK DİZİ

Ardışık terimleri arasında sabit ortak fark (d) olan dizilere aritmetik dizi denir.

Yani, (a_n) : aritmetik dizi ve

d : ortak fark iken

$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = ... = a_n - a_{n-1} = d$ dir. Bu durumda,

$a_2 = a_1 + 1 \cdot d$

$a_3 = a_1 + 2 \cdot d$

$a_4 = a_1 + 3 \cdot d$

$\vdots$

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ olur.

> $(a_n) = a_1 + (n-1) \cdot d$ ifadesine aritmetik dizinin genel terimi denir.

Örnek 1

Birinci terimi 5 ve ortak farkı 3 olan aritmetik dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3n – 2 B) 3n + 2 C) 2n + 3

D) 5 + 3n E) 5 – 3n

$a_1 = 5$ ve $d = 3$ iken

$(a_n) = a_1 + (n-1) . d$

$(a_n) = 5 + (n-1) . 3$

$(a_n) = 3n + 2$ olur. *Cevap: B*

Örnek 2

$(a_n) = 3 - 4n$ dizisinin ortak farkı (d) kaçtır?

A) –4 B) –3 C) 3 D) 4 E) 7

$d = a_2 - a_1 = (3 - 4.2) - (3 - 4.1)$

$= -5 - (-1)$

$= -4$ olur. *Cevap: A*

> k < p olmak üzere, k ve p pozitif tam sayıları için a_n aritmetik dizisinde $a_p = a_k + (p - k) \cdot d$ dir.

Örnek 3

(a_n) aritmetik dizi $a_7 = 11$ ve $a_3 = 3$ olduğuna göre, a_1 kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) –1

$a_7 = a_3 + (7-3) . d$

$11 = 3 + 4d$

$8 = 4d \Rightarrow d = 2$

$a_3 = a_1 + 2 . d \Rightarrow 3 = a_1 + 2 . 2$

$a_1 = 3 - 4 = -1$ dir. *Cevap: E*

Örnek 4

(a_n) aritmetik dizi olmak üzere, $\frac{a_{19} - a_{11}}{a_6 - a_2}$ oranı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

$a_{19} = a_{11} + 8d \Rightarrow a_{19} - a_{11} = 8d$

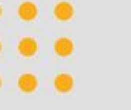
$a_6 = a_2 + 4d \Rightarrow a_6 - a_2 = 4d$

$\frac{a_{19} - a_{11}}{a_6 - a_2} = \frac{8d}{4d} = 2$ olur. *Cevap: B*

> Bir aritmetik dizide herhangi iki terime eşit uzaklıktaki terime (varsa) orta terim denir.

> Orta terim, kendisine eşit uzaklıkta bulunan terimlerin aritmetik ortalamasıdır.

Yani, $k < n < p$ olmak üzere $n = \frac{p+k}{2}$ ve $n \in \mathbb{N}^+$ iken $a_n = \frac{a_p + a_k}{2}$ dir.



Örnek 5

(a_n) aritmetik dizi $a_5 = 19$ ve $a_{19} = -1$ olduğuna göre a_{12} kaçtır?

A) 6 B) $\frac{13}{2}$ C) $\frac{15}{2}$ D) 9 E) 10

a_{12}, a_5 ve a_{19} un ortasındadır.

$a_{12} = \frac{a_5 + a_{19}}{2} = \frac{19 + (-1)}{2} = \frac{18}{2}$

$a_{12} = 9$ olur.

Cevap: D

Örnek 6

x, 2x – 1, x + 8

bir aritmetik dizinin ardışık ilk üç terimidir.

Buna göre dizinin dördüncü terimi kaçtır?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

$2x - 1 = \frac{x + x + 8}{2} \Rightarrow 4x - 2 = 2x + 8$

$2x = 10$

$x = 5$

Dizinin terimleri $a_1 = 5$, $a_2 = 9$ ve $a_3 = 13$

Ortak fark $= d = a_2 - a_1 = 9 - 5 = 4$ tür.

$a_4 = a_3 + d = 13 + 4 = 17$ olur.

Cevap: E

> İndisler toplamları eşit olan terimlerin toplamları eşittir.

Yani, p + k = s + t iken

$a_p + a_k = a_s + a_t$ dir.

Örnek 7

(a_n) aritmetik dizi olduğuna göre, $\frac{a_5 + a_8}{a_1 + a_{12}}$ oranı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 4

$5 + 8 = 1 + 12$ olduğundan $a_5 + a_8 = a_1 + a_{12}$ dir.

Bu durumda, $\frac{a_5 + a_8}{a_1 + a_{12}} = 1$ dir.

Cevap: C

Örnek 8

(a_n) aritmetik dizi $a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} = 22$

$a_3 = -2$ dir.

Buna göre, a_{16} kaçtır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

$a_8 + a_{11} = a_9 + a_{10} = x$ ... $(8 + 11 = 9 + 10 = 19)$

$2x = 22$

$x = 11$

$a_3 + a_{16} = a_9 + a_{10} = x = 11$

$-2 + a_{16} = 11$

$a_{16} = 13$ olur.

Cevap: C

Örnek 9

(a_n) pozitif terimli artan bir aritmetik dizidir.

$a_1 \cdot a_2 = 60$

$a_2 \cdot a_4 = 180$

olduğuna göre, a_5 kaçtır?

A) 12 B) 18 C) 22 D) 26 E) 28

$\frac{a_1 \cdot a_2}{a_2 \cdot a_4} = \frac{60}{180}$

$\frac{a_1}{a_1 + 3d} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3a_1 = a_1 + 3d \Rightarrow 2a_1 = 3d$

$2a_1 = 3d$

$a_1 = 3k$ ve $d = 2k$ olursa

$a_1 . a_2 = 3k . 5k = 60$

$15k^2 = 60$

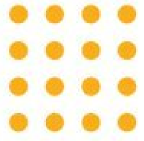
$k^2 = 4$

$k = 2$

$a_1 = 6$, $d = 4$ } $a_5 = 6 + 4 . d$

$= 6 + 4 . 4 = 22$

Cevap: C



Örnek 10

(a_n) pozitif terimli artan bir aritmetik dizi olmak üzere,

$a_5 = a_1^2$

$a_6 - a_3 = 9$

bağıntıları veriliyor.

Buna göre, a_4 kaçtır?

A) 6 B) 9 C) 13 D) 15 E) 18

$a_6 - a_3 = 3d = 9 \Rightarrow d = 3$

$a_5 = a_1 + 4d = a_1 + 12$

$a_1 + 12 = a_1^2$

$a_1^2 - a_1 - 12 = 0$

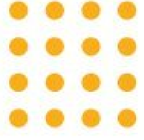
$(a_1 - 4)(a_1 + 3) = 0$

$a_1 = 4$ ~~$a_1 = -3$~~

$a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow a_4 = 4 + 3 . 3$

$a_4 = 13$

Cevap: C



Örnek 11

a_n bir aritmetik dizi olmak üzere

$$\frac{a_7^2 - a_1^2}{a_4} = 32$$

eşitliğini sağlıyor.

Buna göre, bu dizinin ortak farkı kaçtır?

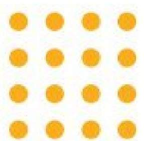
A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{12}{5}$ D) $\frac{8}{3}$ E) 3

$\frac{a_7^2 - a_1^2}{a_4} = \frac{(a_7 - a_1)\cdot(a_7 + a_1)}{a_4} = 32$

$\frac{6d \cdot 2 \cdot \cancel{a_4}}{\cancel{a_4}} = 32$

$6d = 16 \Rightarrow d = \frac{8}{3}$

Cevap: D



Örnek 12

(a_n) aritmetik dizi $a_6 - a_5 = a_4$ dir.

Buna göre, $\frac{a_4}{a_2}$ oranı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

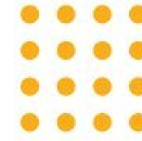
(a_n) aritmetik dizi $\Rightarrow$

$a_6 - a_5 = d$ (ortak fark)

$a_4 = d$ ise $a_3 = 0$ ve $a_2 = -d$ olur.

Bu durumda, $\frac{a_4}{a_2} = \frac{d}{-d} = -1$ olur.

Cevap: B



Örnek 13

8 ile 23 arasına 9 terim yerleştirilerek 11 terimli bir aritmetik dizi elde ediliyor.

Buna göre, elde edilen bu aritmetik dizinin ikinci ve üçüncü terimlerinin toplamı kaçtır?

A) 20 B) $\frac{41}{2}$ C) 21 D) $\frac{43}{2}$ E) 22

8 • • • • • • • • • 23

a_1 a_2 a_3 a_4 ... a_{11}

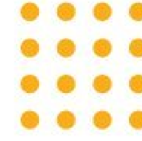
$a_{11} = a_1 + 10d \Rightarrow 23 = 8 + 10 \cdot d$

$15 = 10d \Rightarrow d = \frac{3}{2}$

$a_2 + a_3 = a_1 + d + a_1 + 2d$

$= 8 + \frac{3}{2} + 8 + 2 \cdot \frac{3}{2} = \frac{41}{2}$ olur.

Cevap: B



Örnek 14

İlk terimi 11 ve son terimi 53 olan sonlu aritmetik dizinin ortak farkı ile terim sayısı sayıca eşittir.

Buna göre, dizinin ikinci terimi kaçtır?

A) 13 B) 15 C) 17 D) 18 E) 19

$\frac{a_n - a_1}{d} + 1 = d = n$

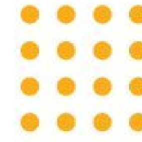
$\frac{53 - 11}{d} = d - 1$

$42 = d(d - 1)$

$d = 7 = n$

$a_2 = a_1 + d = 11 + 7 = 18$

Cevap: D



Örnek 15

Bir sekizgende iç açılar bir aritmetik dizinin ardışık terimleridir.

Bu sekizgenin en küçük iç açısının ölçüsü 108° olduğuna göre en büyük iç açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 150 B) 156 C) 162 D) 168 E) 172

Sekizgenin iç açılar toplamı

$(8 - 2) . 180° = 1080°$ dir.

$a_1 = 108$ $a_2 = 108 + d$ ... $a_8 = 108 + 7d$

İlk 8 terim toplamı $\frac{108 + a_8}{\cancel{2}} \cdot \cancel{8}^{4} = 1080$

$108 + a_8 = 270$

$a_8 = 162°$

Cevap: C

Örnek 16

Bir (a_n) aritmetik dizisi için,

$a_2 = 2 \cdot a_1 + 1$

$a_6 + a_{22} = 34$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, a_7 kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$a_2 = 2 . a_1 + 1, \quad a_2 = a_1 + 9d$

$a_1 + d = 2 . a_1 + 1$

$d - 1 = a_1 \Rightarrow a_6 = a_1 + 5d$

$a_{22} = a_1 + 21d$

$a_6 + a_{22} = d - 1 + 5d + d - 1 + 21d = 34$

$28d = 36$

$d = \frac{9}{7}$

$a_7 = a_1 + 6d = d - 1 + 6d = 7d - 1$

$= 7 \cdot \frac{9}{7} - 1 = 8$

Cevap: C

Çıkmış Soru 1

Terimleri birbirinden farklı ve ortak farkı r olan bir (a_n) aritmetik dizisi için,

$a_1 = 3r$

$a_6 = a_2 \cdot a_4$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, a_{10} kaçtır?

A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

2018 AYT

$a_1 = 3r \Rightarrow a_2 = 4r, a_4 = 6r$ ve $a_6 = 8r$ dir.

$8r = 4r \cdot 6r \qquad r = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

$a_{10} = a_1 + 9 3 = 3r + 9r = 12r$

$a_{10} = 12 \cdot \frac{1}{3} = 4$

Cevap: D

Örnek 17

$(a_n) = (136, 133, 130, ...)$

$(b_n) = (1, 7, 13, ...)$

biçiminde tanımlı (a_n) ve (b_n) aritmetik dizileri için $a_x = b_x$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) 10 B) 13 C) 16 D) 19 E) 22

$1 + (x - 1)6 = 136 - (x - 1) . 3$

$1 + 6x - 6 = 136 - 3x + 3$

$9x = 144$

$x = 16$

Cevap: C

Örnek 18

Yaşları toplamı 48 olan 6 kardeşin yaşları bir aritmetik dizi oluşturmaktadır.

En küçük kardeş 3 yaşında olduğuna göre, en büyük kardeşin yaşı kaçtır?

A) 9 B) 13 C) 14 D) 15 E) 17

$a_1 = 3 \qquad a_6$: En büyük kardeşin yaşı

$a_1 + a_2 + \ldots + a_6 = S_6 = 6 \cdot \frac{3 + a_6}{2} = 48$

$3 + a_6 = 16$

$a_6 = 13$ olur.

Cevap: B

Çıkmış Soru 2

(a_n) ve (b_n) aritmetik dizileri için

$a_1 = b_1$

$a_5 = b_7$

$a_{11} = b_k$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, k kaçtır?

A) 20 B) 19 C) 18 D) 17 E) 16

2022 AYT

$a_1 + 4d = b_1 + 6m$

$\frac{d}{m} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$a_1 + 10d = b_1 + (k - 1)m$

$\frac{d}{m} = \frac{k-1}{10} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{k-1}{10} \Rightarrow k = 16$

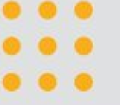
Cevap: E

Çıkmış Soru Cevapları

1. D 2. E

Örnek Cevapları

1.B	2.A	3.E	4.B	5.D	6.E	7.C	8.C	9.C
10.C	11.D	12.B	13.B	14.D	15.C	16.C	17.C	18.B



1. I. $(a_n) = (n^2 + 1)$

II. $(a_n) = (8 – 3n)$

III. $(a_n) = (2^n)$

yukarıda verilen dizilerden hangileri aritmetik dizi belirtir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) II ve III

Aritmetik dizi doğrusal fonksiyon biçimindedir.

Sadece $(a_n) = (–3n + 8)$ aritmetik dizi belirtir.

Cevap B

2. (a_n) aritmetik dizisinde

$a_5 = 12$ olup dizinin ortak farkı –3 tür.

Buna göre, a_{18} kaçtır?

A) –9 B) –12 C) –15 D) –21 E) –27

$a_{18} = a_5 + 13 . d$

$a_{18} = 12 + 13 . (–3) = 12 – 39 = –27$

Cevap E

3. $(a_{6n–2}) = (4n + 3)$

olduğuna göre, (a_{3n+1}) dizisinin 5. terimi kaçtır?

A) 7 B) 11 C) 15 D) 19 E) 23

a_{3n+1} dizisinin 5. terimi $a_{3\cdot5+1} = a_{16}$ dır.

$6n – 2 = 16 \Rightarrow n = 3$ olur.

$a_{16} = 4 \cdot 3 + 3 = 15$ bulunur.

Cevap C

4. (a_n) aritmetik dizidir.

$a_8 + a_9 + a_{22} = 60$

olduğuna göre, $a_6 + a_{20}$ toplamının değeri kaçtır?

A) 15 B) 20 C) 40 D) 50 E) 60

$a_1 + 7d + a_1 + 8d + a_1 + 21d = 60$

$3a_1 + 36d = 60$

$a_1 + 12d = 20$

$a_1 + 5d + a_1 + 19d = 2a_1 + 24d = 40$ *olur.*

Cevap C

5. (a_n) aritmetik dizidir.

$(a_9)^2 – (a_5)^2 = 80$

$a_7 = 10$

olduğuna göre, dizinin ilk terimi kaçtır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

$(a_9 + a_5)(a_9 – a_5) = 80$

$(a_1 + 8d + a_1 + 4d)(4d) = 80$

$(2a_1 + 12d).4(d) = 80$

$2(a_1 + 6d).4d = 80$

$\underbrace{(a_1 + 6d)}_{10}.d = 10 \Rightarrow \boxed{d = 1}$

$a_7 = a_1 + 6d$

$10 = a_1 + 6 \Rightarrow \boxed{a_1 = 4}$

Cevap E

6. (a_n) aritmetik dizisinde,

$a_7 + a_{13} + a_{23} + a_{17} = 36$

olduğuna göre, $a_2 + a_{28} + a_{15}$ toplamı kaçtır?

A) 18 B) 24 C) 25 D) 27 E) 30

$4 . a_{15} = 36$

$a_{15} = 9$

$3 . a_{15} = 27$

Cevap D

7. Dış bükey bir altıgende iç açılar bir aritmetik dizinin ardışık terimleridir.

En küçük açı 65° olduğuna göre, en büyük açının ölçüsü kaç derecedir?

A) 175 B) 170 C) 165 D) 160 E) 155

$a_1 + a_1 + d + ... + a_1 + 5d = 4.180$

$6a_1 + 15d = 720$

$6.(65) + 15d = 720$

$390 + 15d = 720$

$15d = 330$

$\boxed{d = 22}$

$a_6 = a_1 + 5d = 65 + 5.22 = 175$

Cevap A

8. Bir öğrenci ilk gün 1 lira, ikinci gün 1,75 lira, üçüncü gün 2,5 lira olmak üzere, her gün bir önceki günden 75 kuruş fazla harcayarak devam ediyor.

Buna göre, 625 lira harçlığı kaç günde bitirir?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

$1 + \left(1 + \frac{3}{4}\right) + \left(1 + 2.\frac{3}{4}\right) + ... + \left(1 + (n-1).\frac{3}{4}\right) =$

$n + \frac{3}{4}[1 + 2 + 3 + ... + (n-1)] = 625$

$n + \frac{3}{4}.\frac{(n-1).(n)}{2} = 625$

$8n + 3n^2 - 3n = 625.8$

$3n^2 + 5n - 5000 = 0$

$(3n + 125)(n - 40) = 0$

$n = 40$

Cevap E

9. $4.\cos^4(3x)$, $a.\cos(k.x)$, $-4\sin^4(3.x)$

bir aritmetik dizinin ardışık terimleridir.

Buna göre, a ve k rakamlarının çarpımı kaçtır?

A) 4 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

Aritmetik dizide ortadaki terim sağındaki ile solunda terimlerin toplamının yarısına eşittir.

$a\cos(kx) = \frac{4\cos^4 3x - 4\sin^4(3x)}{2}$

$= 2(\cos^4 3x - \sin^4 3x)$

$= 2\underbrace{(\cos^2 3x - \sin^2 3x)}_{\cos 6x}\underbrace{(\cos^2 3x + \sin^2 3x)}_{1}$

$= 2\cos 6x$ (↓ a, ↓ k)

$a = 2$ ve $k = 6$ dir. $\Rightarrow a.k = 12$

Cevap C

10. (a_n) aritmetik dizisinde,

$a_7 = 13$

$a_{11} = 41$

olduğuna göre, bu dizinin ortak farkı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$d = \frac{a_{11} - a_7}{11 - 7} = \frac{41 - 13}{4} = \frac{28}{4} = 7$

Cevap D

11. (a_n) aritmetik dizisinde,

$a_9 - a_3 = 12$

$a_5 = 21$

olduğuna göre, a_7 kaçtır?

A) 13 B) 15 C) 17 D) 19 E) 25

$a_9 - a_3 = 12 \Rightarrow a_3 + 6d - a_3 = 12$

$d = 2$

$a_7 = a_5 + 2d \Rightarrow a_7 = 21 + 4 = 25$ bulunur.

Cevap E

12. (a_n) aritmetik dizisinde,

$a_5 + a_6 + a_7 = 48$

$a_4 = 6$

olduğuna göre, dizinin ortak farkı kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 8 D) 9 E) 12

$a_7 + a_5 = 2a_6 \Rightarrow 3a_6 = 48 \Rightarrow a_6 = 16$

$a_6 = a_4 + 2d$

$16 = 6 + 2d \Rightarrow d = 5$

Cevap A

1.B 2.E 3.C 4.C 5.E 6.D 7.A 8.E 9.C 10.D 11.E 12.A

1. $\sqrt{5}-1$, a, b, c, d, $\sqrt{5}+1$

dizisi bir aritmetik dizi olduğuna göre a + b + c + d toplamı kaçtır?

A) 2 B) $2\sqrt{5}$ C) 4 D) $4\sqrt{5}$ E) $8\sqrt{5}$

$\sqrt{5}-1+\sqrt{5}+1 = a+d = b+c$

$a+d = 2\sqrt{5}$

$b+c = 2\sqrt{5}$

$a+b+c+d = 4\sqrt{5}$ bulunur.

Cevap: D

2. (a_n) aritmetik dizisinde

$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{19}$

toplamı a_{10} teriminin kaç katına eşittir?

A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

$a_1 + a_{19} = 2\cdot a_{10}$
$a_2 + a_{18} = 2\cdot a_{10}$
$a_3 + a_{17} = 2\cdot a_{10}$
$\vdots \quad \vdots$

$a_1+a_2+a_3+\ldots+a_{19} = 18\cdot a_{10} + a_{10}$

$= 19\cdot a_{10}$ bulunur.

Cevap B

3. 1 ve 7 sayılarının arasına bu terimlerle artan bir aritmetik dizi oluşturacak biçimde 9 terim yerleştiriliyor.

Buna göre, oluşan 11 terimli dizinin 9. ve 10. terimlerinin toplamı kaçtır?

A) $\frac{90}{7}$ B) $\frac{80}{7}$ C) $\frac{67}{5}$ D) $\frac{105}{8}$ E) $\frac{61}{5}$

$a_1 = 1$, $a_{11} = 7$, $a_{11} = a_1 + 10d$

$7 = 1 + 10d$

$\boxed{\frac{3}{5} = d}$

$a_9 + a_{10} = 1 + 8.\frac{3}{5} + 1 + 9.\frac{3}{5} = 2 + \frac{51}{5} = \frac{61}{5}$

Cevap E

4. (a_n) bir aritmetik dizidir.

Buna göre, $\dfrac{a_9 + a_{13} - 2.a_5}{a_{17} - a_{15}}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$\dfrac{\cancel{a_5} + 4d + \cancel{a_5} + 8d - \cancel{2a_5}}{a_{15} + 2d - a_{15}} = \dfrac{12d}{2d}$

$= 6$ bulunur.

Cevap C

5. Ali, Bora, Cem aynı annenin 3'er yıl ara ile doğmuş üç çocuğudur. Annelerinin yaşı büyük oğlu Ali doğduğunda 27 idi. Annelerinin bugünkü yaşı çocuklarının bugünkü yaşları toplamının iki katına eşittir.

Buna göre, çocukların bugünden kaç yıl sonraki yaş ortalamaları 20 olacaktır?

A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12

Ali	Bora	Cem	Anne
x	x – 3	x – 6	27 + x

$(3x-9).2 = 27 + x$

$6x - 18 = 27 + x$

$5x = 45$

$\boxed{x = 9}$

Bugünkü yaşları 3, 6, 9 olup yaş ortalamaları 6 dır. 14 yıl sonra yaş ortalamaları 20 olur.

Cevap C

6. $\log_2 3$, x . $\log_2 3$, $\log_8 9$

bir aritmetik dizinin ilk üç terimdir.

Buna göre, x değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

$\log_2 3 + \log_8 9 = 2x.\log_2 3$

$\frac{5}{3}\log_2 3 = 2x.\log_2 3 \Rightarrow x = \frac{5}{6}$

Cevap: E

7. 7 ile 79 arasına aritmetik dizi oluşturacak şekilde 8 terim yerleştiriliyor.

Elde edilen 10 terimlik aritmetik dizinin 4. terimi kaçtır?

A) 21 B) 28 C) 31 D) 42 E) 49

$a_1 = 7$, $a_{10} = 79$ | $a_{10} = a_1 + 9d$, $79 = 7 + 9d$, $8 = d$ | $a_4 = a_1 + 3d$ $= 7 + 24$ $= 31$ bulunur.

Cevap C

8. (a_n) bir dizidir.

$a_1 = 2$

$a_{n+1} = a_n + 5$

olduğuna göre, a_4 kaçtır?

A) 7 B) 12 C) 17 D) 22 E) 32

$a_2 = a_1 + 5$

$a_3 = a_2 + 5$

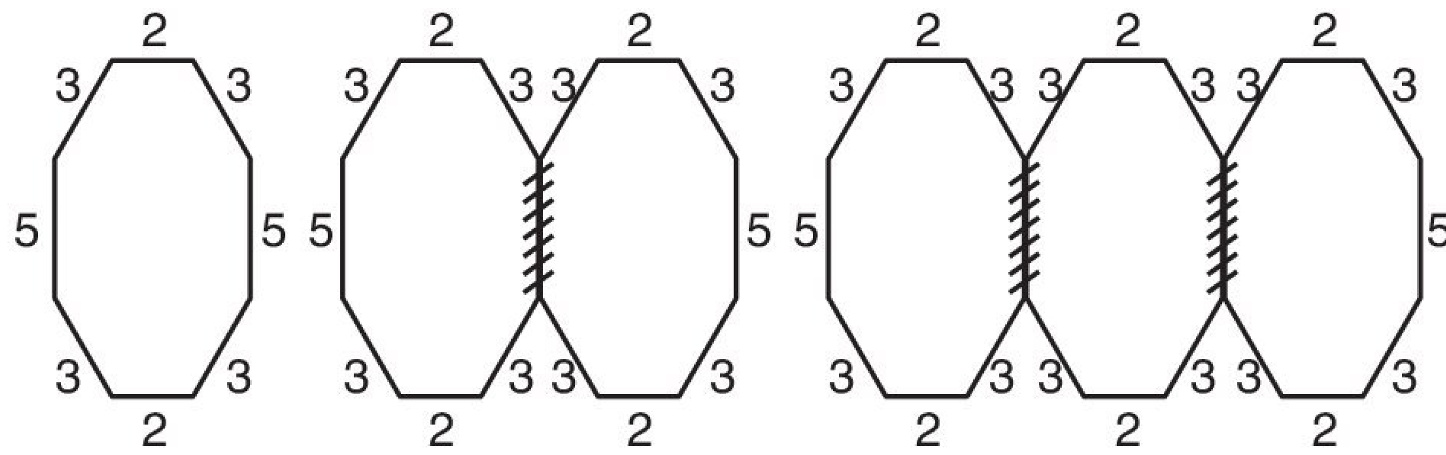
$+ \; a_4 = a_3 + 5$

$a_4 = a_1 + 15$

$a_4 = 2 + 15 = 17$ bulunur.

Cevap C

9.



Sekizgen şeklindeki bir masanın etrafına oturan kişi sayısı verilmiştir. 1 masaya 26 kişi oturmaktadır. Masalar birleştiğinde birleşen kısımlara oturulmamaktadır.

Buna göre, 40 masa yan yana getirildiğinde en çok kaç kişi oturabilir?

A) 740 B) 710 C) 680 D) 650 E) 590

$26 + (n - 1) . 16 = 16n + 10$

$n = 40$ için $16 . 40 + 10 = 650$

Cevap D

10. Farklı yaşlardaki 4 kardeşin birer tam sayı olan yaşları bir aritmetik dizi oluşturmaktadır. Annelerinin yaşı çocuklarının yaşları toplamının 3 katına eşittir. Annelerinin 4 yıl sonraki yaşının çocuklarının 4 yıl sonraki yaşlarının toplamına oranı $\frac{13}{8}$ olacaktır. Buna göre,

I. En küçük çocuk 2 yaşındadır.

II. En büyük çocuk 7 yaşındadır.

III. Çocuklar ikişer yıl ara ile doğmuştur.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

$\frac{3x + 4}{x + 16} = \frac{13}{8} \Rightarrow 24x + 32 = 13x + 13 . 16$

$11x = 11 . 16$

$x = 16$

Çocuklar : 1, 3, 5, 7 yaşındadır.

II ve III doğrudur.

Cevap E

11. (a_n) bir aritmetik dizidir.

$(a_{13})^2 - (a_7)^2 = 96$

$a_{10} = 4$

olduğuna göre, dizinin ortak farkı ile ilk teriminin toplamı kaçtır?

A) –12 B) –10 C) –8 D) –6 E) –4

$a_{10} = 4$ ise $a_1 + 9d = 4$

$(a_{13})^2 - (a_7)^2 = (a_{13} - a_7)(a_{13} + a_7)$

$96 = (a_1 + 12d - a_1 - 6d)(a_1 + 12d + a_1 + 6d)$

$96 = (6d)(2a_1 + 18d)$

$96 = 6.d.2(a_1 + 9d)$

$8 = d . 4$

$d = 2$

$a_{10} = a_1 + 9d$

$4 = a_1 + 18$ ise $a_1 = -14 \Rightarrow 2 + (-14) = -12$

Cevap: A

12. İlk terimi ortak farkının karesine eşit olan bir aritmetik dizinin üçüncü terimi 24 tür.

Buna göre, bu dizinin ilk üç teriminin toplamı en çok kaçtır?

A) 90 B) 81 C) 72 D) 63 E) 54

$a_1 = d^2 \Rightarrow a_3 = d^2 + 2d = 24$

$\Rightarrow d^2 + 2d - 24 = 0 \Rightarrow (d + 6)(d - 4) = 0$

$d = -6 \Rightarrow d^2 = a_1 = 36$, $a_2 = 30$ $a_3 = 24$

$a_1 + a_2 + a_3 = 90$

Cevap: A

1.D 2.B 3.E 4.C 5.C 6.E 7.C 8.C 9.D 10.E 11.A 12.A



ARİTMETİK DİZİ

I. Aritmetik Dizide İlk n Terim Toplamı (S_n)

(a_n) : aritmetik dizi, ortak farkı d olsun.

$a_1 = a_1$

$a_2 = a_1 + 1 \cdot d$

$a_3 = a_1 + 2 \cdot d$

⋮

$+ \quad a_n = a_1 + (n-1)d$

$$\underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n}_{S_n} = n \cdot a_1 + d\,(1 + 2 + ... + n - 1)$$

$$S_n = n \cdot a_1 + d \cdot \frac{(n-1) \cdot n}{2}$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1) \cdot d] \text{ olur.}$$

$2a_1 = a_1 + a_1$ ve $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ olduğundan $S_n = n \cdot \frac{[a_1 + a_n]}{2}$ bulunur.

Örnek 1

İlk terimi 5 ve 10. terimi 35 olan aritmetik dizinin ilk 10 teriminin toplamı kaçtır?

A) 150 B) 180 C) 190 D) 200 E) 210

$a_1 = 5$ ve $a_{10} = 35$ iken

İlk 10 terim toplamı = $S_{10} = 10 \cdot \frac{(5+35)}{2}$ $S_{10} = 200$ olur. *Cevap: D*

Örnek 2

İlk terimi –2 ve ortak farkı 3 olan aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamını veren kural aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3n^2 - 2n$ B) $2n^2 - 3n$ C) $\frac{n^2 - 5n}{2}$ D) $\frac{3n^2 - 7n}{2}$ E) $\frac{2n^2 - 9n}{2}$

$a_1 = -2$ ve $d = 3$ olduğundan

$a_n = a_1 + (n-1) . d$

$= -2 + (n-1) . 3 = 3n - 5$ olur.

Bu durumda,

$S_n = n \cdot \left[\frac{a_1 + a_n}{2}\right]$den

$S_n = n \cdot \left[\frac{-2 + 3n - 5}{2}\right]$

$S_n = \frac{3n^2 - 7n}{2}$ bulunur. *Cevap: D*

> İlk n terim toplamı S_n ile verilen bir dizide $a_n = S_n - S_{n-1}$ dir.

Örnek 3

İlk n terim toplamı, $S_n = 2n^2 - 5n$ olan aritmetik dizide, altıncı terim kaçtır?

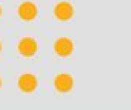
A) 17 B) 18 C) 21 D) 27 E) 38

$a_6 = S_6 - S_5$ tir.

$a_6 = (2 . 6^2 - 5 . 6) - (2 . 5^2 - 5 . 5)$

$= 42 - 25$

$= 17$ olur. *Cevap: A*



Örnek 4

(a_n) aritmetik dizi,

$a_7 + a_{11} = 2$

olduğuna göre, dizinin ilk 17 teriminin toplamı kaçtır?

A) 17 B) 20 C) 34 D) 35 E) 51

$a_7 + a_{11} = 2a_9 = 2 \Rightarrow a_9 = 1$

$a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_9 + ... + a_{15} + a_{16} + a_{17}$

2 2 2 2

$S_{17} = 8 . 2 + 1 = 17$ olur.

Cevap: A

Örnek 5

Bir aritmetik dizide ilk 8 terimin toplamı 120, sonraki 8 terimin toplamı 152 olduğuna göre, bu dizinin ilk terimi kaçtır?

A) 12 B) $\frac{49}{4}$ C) $\frac{25}{2}$ D) 13 E) $\frac{53}{4}$

Ortak fark: d olsun $a_{n+8} - a_n = 8$

$(a_{16} + a_{15} + ... + a_9) - (a_1 + a_2 + ... + a_8) = 8 . 8d$

$64d = 32 \Rightarrow d = \frac{1}{2}$

İlk 8 terim toplamı $= 120 = 8 . \left(\frac{a_1 + \overbrace{a_1 + 7d}^{a_8}}{2}\right)$

$15 = \frac{2a_1 + \frac{7}{2}}{2} \Rightarrow 30 - \frac{7}{2} = 2a_1$

$\frac{53}{4} = a_1$

Cevap: E

Örnek 6

Bir (a_n) aritmetik dizisinin ilk n terim toplamı S_n olmak üzere,

$S_8 - S_6 = 48$

$S_8 - S_4 = 36$

olduğuna göre, dizinin ortak farkı kaçtır?

A) 3 B) 5 C) 8 D) 12 E) 15

$S_8 - S_6 = a_8 + a_7 = 48$

$S_8 - S_4 = a_8 + a_7 + a_6 + a_5 = 36$

$a_1 + 7d + a_1 + 6d = 48 \Rightarrow -2/2a_1 + 13d = 48$

$a_8 + a_7 + a_6 + a_5 = \quad 4a_1 + 22d = 36$

$-4d = -60 \Rightarrow d = 15$

Cevap: E

Örnek 7

$(a_n) = (2n + 5)$

aritmetik dizisinin ilk 12 teriminin toplamı kaçtır?

A) 180 B) 196 C) 200 D) 216 E) 225

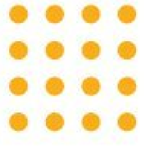
$a_1 = 2 . 1 + 5 = 7$

$a_{12} = 2 . 12 + 5 = 29$

$S_n = n \cdot \left[\frac{a_1 + a_n}{2}\right]$

$S_{12} = 12\left[\frac{7 + 29}{2}\right] = 216$ olur.

Cevap: D



Örnek 8

$a \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

$S_n = (a + 1)n^2 + 2a \cdot n + a - 2$ ifadesi, bir aritmetik dizinin ilk n terim toplamıdır.

Buna göre, bu dizinin üçüncü terimi kaçtır?

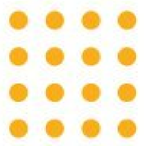
A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

Aritmetik dizilerin ilk n terim toplamı $S_n = p \cdot n^2 + k \cdot n$ biçiminde olmalıdır. Bu durumda $S_n = (a + 1)n^2 + 2a \cdot n + a - 2$ ifadesinde $a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$ dir.

Yani $S_n = 3n^2 + 4n$ olur. $a_3 = S_3 - S_2$ olduğundan $a_3 = (3 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3) - (3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2)$

$= 39 - 20 = 19$ olur.

Cevap: A



Örnek 9

Bir aritmetik dizide ilk üç terimin toplamı beşinci terime eşittir.

Dizinin beşinci terimi 36 olduğuna göre, altıncı terimi kaçtır?

A) 39 B) 40 C) 42 D) 44 E) 45

$a_1 + a_2 + a_3 = a_5$

$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = a_1 + 4d$

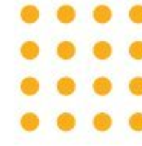
$2a_1 = d$

$a_5 = a_1 + 4d$

$= a_1 + 4 \cdot 2 \cdot a_1 = 9a_1 = 36 \Rightarrow a_1 = 4 \quad d = 8$

$a_6 = a_1 + 5d = 4 + 5 \cdot 8 = 44$

Cevap: D



Örnek 10

Bir öğretmen her ayın sonunda, öğrencilerin o ay içinde işlenen konularla ilgili sorulardan oluşan ödevler vermektedir. İlk ayın sonunda belirli sayıda soru içeren ödevi vermiş, bundan sonraki her ayın sonunda verdiği ödevdeki soru sayısı bir önceki aydan 40 fazla olmuştur. Bu öğretmenin 9 ay süren eğitim öğretim yılı sonuna kadar verdiği ödevlerdeki toplam soru sayısı 2520 olmuştur.

Buna göre, ikinci ay sonunda verdiği ödevdeki soru sayısı kaçtır?

A) 140 B) 150 C) 160 D) 170 E) 180

$a_1 = x,\ d = 40,\ n = 9$

$a_9 = x + 8 \cdot 40 = x + 320$

İlk 9 terim toplamı $= \left(\frac{x + x + 320}{2}\right) \cdot 9 = 2520$

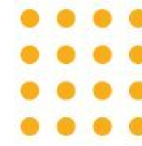
$2x + 320 = 560$

$2x = 240$

$x = 120$

$a_2 = x + d = 120 + 40 = 160$

Cevap: C



Örnek 11

İlk n teriminin toplamı n^2 olan aritmetik dizinin ortak farkı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

$S_n = n^2$

$S_1 = a_1 = 1^2 = 1$

$S_2 = a_1 + a_2 = 1 + a_2 = 4$

$a_2 = 3$

$d = a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$ dir.

Cevap: E

Örnek 12

Sude'nin annesi cep telefonu isteyen Sude'ye tasarrufu öğretmek için bir kumbara almış ve ilk ay belli bir miktar parayı kumbaraya koymuştur.

Sude'nin annesi sonraki her ay ise bir önceki ay kumbaraya koyduğu paradan 20₺ daha fazla para koymaya devam etmiştir. 12 ay sonunda kumbarada 3600₺ birikmiştir.

Buna göre, Sude'nin annesi ilk ay kumbaraya kaç ₺ koymuştur?

A) 150 B) 190 C) 200 D) 220 E) 230

İlk ay $a_1 = x$, Ortak fark $d = 20$

$a_{12} = a_1 + 11 . d$

$= x + 11 . 20$

$S_{12} = 12 \cdot \left(\frac{x + x + 220}{2}\right) = 3600$

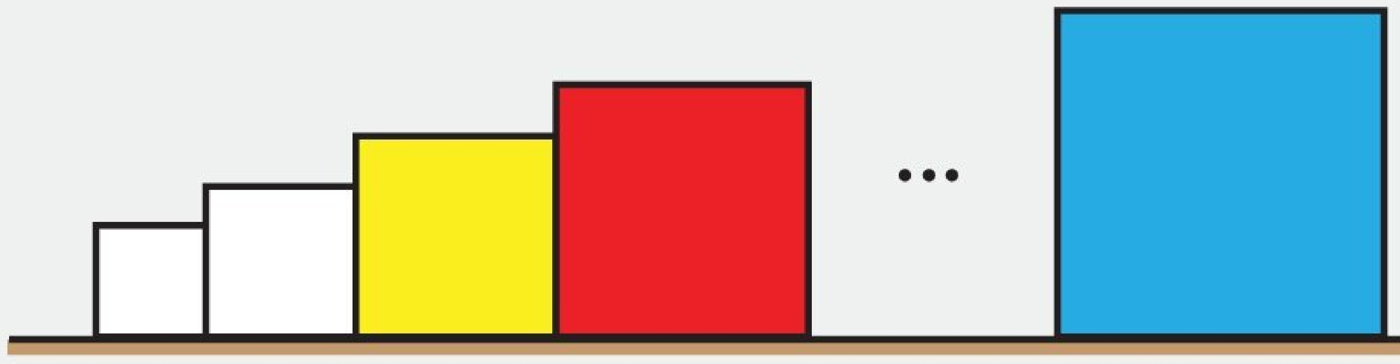
$2x + 220 = 600$

$2x = 380$

$x = 190$

Cevap: B

Örnek 13



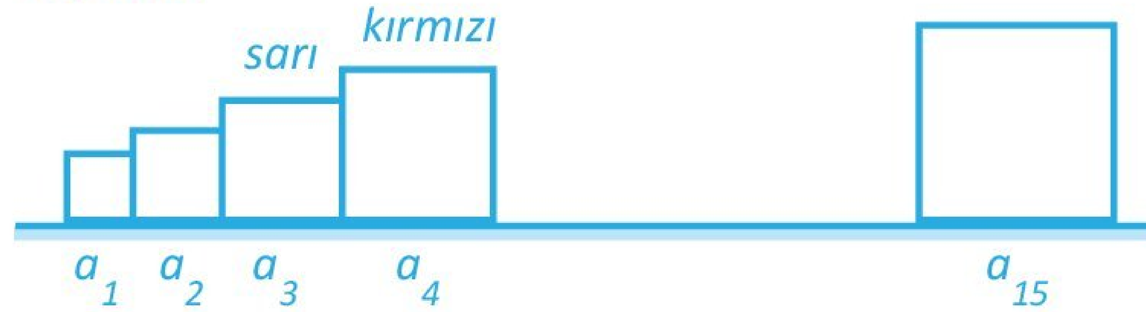
Yukarıdaki şekilde verilen 15 tane karenin çevre uzunlukları bir aritmetik dizi oluşturmaktadır.

Bu karelerden kırmızı karenin alanı sarı karenin alanından 57 cm² fazla ve kırmızı karenin çevresi sarı karenin çevresinden 12 cm fazladır.

Buna göre, mavi renkli karenin alanı kaç cm² dir?

A) 625 B) 900 C) 1024 D) 1600 E) 1936

Çevre uzunlukları aritmetik dizi oluşturuyorsa, kenar uzunluklarıda aritmetik dizi oluşturur.



$a_3 = x \quad a_4 = x + d$

$(x + d)^2 - x^2 = 57$

$2dx + d^2 = 57$

$d(2x + d) = 57$

$3(2x + 3) = 57$

$2x + 3 = 19 \Rightarrow x = 8$

$a_{15} = x + 12d$

$4(x + d) - 4c = 4d = 12$

$d = 3$

$a_{15} = 8 + 12 . 3 = 44$

Mavi karenin alanı

$44^2 = 1936$ cm²

Cevap: E

Örnek 14

Bir a_n aritmetik dizisinde,

$a_1 - a_2 + a_3 = 12$

$\frac{a_5 + a_6}{a_9 - a_8} = 15$

olduğuna göre, a_3 kaçtır?

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

$a_1 + a_3 = 2a_2 \Rightarrow a_2 = 12$

$\frac{a_5 + a_6}{a_9 - a_8} = \frac{12 + 3d + 12 + 4d}{d} = 15$

$\frac{24}{d} + 7 = 15$

$\frac{24}{d} = 8 \Rightarrow d = 3$

$a_3 = a_2 + d$

$= 12 + 3 = 15$

Cevap: A

Çıkmış Soru 1

(a_n) bir aritmetik dizi olmak üzere,

$a_{10} + a_7 = 6$

$a_9 - a_6 = 1$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, a_1 kaçtır?

A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{1}{2}$

2017 LYS

$a_1 + 9d + a_1 + 6d = 6 \Rightarrow 2a_1 + 15d = 6$

$a_9 - a_6 = 3d = 1 \Rightarrow d = \frac{1}{3}$

$2a_1 + 15 \cdot \frac{1}{3} = 6 \Rightarrow 2a_1 = 1$

$a_1 = \frac{1}{2}$

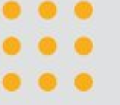
Cevap: E

Çıkmış Soru Cevapları

1. E

Örnek Cevapları

1.D	2.D	3.A	4.A	5.E	6.E	7.D	8.A	9.D	10.C
11.E	12.B	13.E	14.A						



1. (a_n) aritmetik dizisinde,

$a_1 = 3$

$a_4 = 18$

olduğuna göre, dizinin ilk 13 terim toplamı kaçtır?

A) 358 B) 372 C) 394 D) 429 E) 472

$a_4 = a_1 + 3d$ $\quad S_{13} = \frac{13}{2}(2 \cdot 3 + 12 \cdot 5)$

$18 = 3 + 3d$

$5 = d$ $\quad = \frac{13}{2} \cdot (66) = 13 . 33 = 429$ olur.

Cevap D

2. Bir aritmetik dizinin

a. terimi 5a + 2

b. terimi 5b + 2

olduğuna göre, bu dizinin ilk 4 terim toplamı kaçtır?

A) 45 B) 58 C) 64 D) 78 E) 108

$a_n = 5n + 2$ olur.

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 7 + 12 + 17 + 22 = 58$ bulunur.

Cevap B

3. **(a_n) = (5, 9, 13, ...)**

dizisinin, ilk kaç teriminin toplamı 152 dir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$a_1 = 5 \quad d = 4$

$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) = n\left(\frac{5 + 5 + (n-1).4}{2}\right) = 152$

$S_n = n(5 + 2n - 2) = 152$

$S_n = n(2n + 3) = 152$

$S_n = 2n^2 + 3n - 152 = 0$

$(2n + 19)(n - 8) = 0$

$n = 8$

Cevap C

4. 11 ile 79 sayıları arasına artan bir aritmetik dizi oluşturacak şekilde 8 terim yerleştiriliyor.

Bu terimlerle birlikte oluşan 10 terimlik dizinin terimleri toplamı kaçtır?

A) 250 B) 300 C) 350 D) 400 E) 450

$a_1 = 11$ $\quad S_{10} = \frac{10}{2}(11 + 79)$

$a_{10} = 79$ $\quad = 10 \cdot 45$

$= 450$ bulunur.

Cevap E

5. İlk n terim toplamı S_n olan bir aritmetik dizide,

$a_5 = 4$

$S_4 + S_8 = 11$

$S_4 + S_9 = 27$

olduğuna göre, bu dizinin ortak farkı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$-/ S_4 + S_8 = 11$

$+ \quad S_4 + S_9 = 27$

$S_9 - S_8 = 27 - 11$

$S_9 - S_8 = 16$

$a_9 = 16$

$a_9 = a_5 + 4d \Rightarrow 16 = 4 + 4d \Rightarrow d = 3$

Cevap C

6. (a_n) aritmetik dizisinin ilk n terim toplamı

$S_n = n^2 + 5$

olarak verilmiştir.

Buna göre a_{10} kaçtır?

A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

$S_{10} = 10^2 + 5 = 105$

$S_9 = 81 + 5 = 86$

$a_{10} = S_{10} - S_9$

$105 - 86 = 19$ bulunur.

Cevap E

7. (a_n) aritmetik dizisinde, S_n dizinin ilk n terim toplamı olmak üzere,

$S_6 = 36$

$a_4 = 2$

olduğuna göre, dizinin ortak farkı kaçtır?

A) –2 B) –3 C) –4 D) –6 E) –8

$S_6 = \frac{6}{2}(a_1 + a_6) = 36 \Rightarrow 3(a_1 + a_6) = 36$

$a_1 + a_6 = 12$

$a_4 - 3d + a_4 + 2d = 12$

$2a_4 - d = 12$

$4 - d = 12$

$-8 = d$

Cevap E

8. Bir tiyatro salonunda 50 sıra vardır. Her sıranın oturma kapasitesi n. terimi 22 + 4n olan bir aritmetik dizi ile modellenmektedir.

Tiyatronun tamamen dolu olduğu ve bilet fiyatının 10 TL olduğu bir seansta kaç bin lira gelir elde edilir?

A) 48 B) 50 C) 54 D) 60 E) 62

$22 + 4.1$

$22 + 4.2$

$\vdots$

$+\ 22 + 4.50$

$\text{KİŞİ} = 22.50 + 4.\frac{50.51}{2}$

$= 1100 + 5100$

$\text{KİŞİ} = 6200$

$\text{PARA} = 6200.10$

$= 62000$

Cevap E

9. (a_n) 12 terimli bir aritmetik dizidir. Dizinin son 6 teriminin toplamı ilk 6 teriminin toplamının 3 katıdır.

Buna göre, dizinin ilk terimi ortak farkın kaç katıdır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

$S_{12} = a_1 + a_1 + d + ... + a_1 + 11d = 12a_1 + 66d$

$S_6 = a_1 + a_1 + d + ... + a_1 + 5d = 6a_1 + 15d$

$\frac{S_{12} - S_6}{S_6} = 3 = \frac{6a_1 + 51d}{6a_1 + 15d}$

$18a_1 + 45d = 6a_1 + 51d$

$12a_1 = 6d$

$\frac{a_1}{d} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

Cevap C

10. (a_n) bir aritmetik dizidir.

$a_5 + a_9 = 8$

olduğuna göre, bu dizinin ilk 13 teriminin toplamı kaçtır?

A) 68 B) 64 C) 60 D) 56 E) 52

$a_5 + a_9 = a_1 + 4d + a_1 + 8d = \boxed{2a_1 + 12d = 8}$

Aritmetik dizide ilk 13 terim toplamı terim sayısı ile ortalamanın çarpımına eşittir.

$S_{13} = 13\left(\frac{a_1 + a_{13}}{2}\right) = 13\left(\frac{a_1 + a_1 + 12d}{2}\right)$

$= 13\left(\frac{8}{2}\right)$

$= 52$

Cevap E

11. (a_n) aritmetik dizisinde

$a_5 = 13$

$a_9 = 25$

olduğuna göre, bu dizinin ilk 18 teriminin toplamı kaçtır?

A) 477 B) 423 C) 369 D) 297 E) 234

$a_9 = a_5 + 4d$

$25 = 13 + 4d$

$\boxed{3 = d}$

$a_5 = a_1 + 4d$

$13 = a_1 + 12$

$\boxed{1 = a_1}$

$a_{18} = a_1 + 17d$

$a_{18} = 1 + 51 = 52$

$S_{18} = 18\left(\frac{a_1 + a_{18}}{2}\right)$

$= 9(1 + 52)$

$= 9.53$

$= 477$

Cevap A

12. (a_n) aritmetik dizisinde ilk n terim toplamı S_n olmak üzere,

$S_{20} - S_{18} = 12$

olduğuna göre, S_{38} kaçtır?

A) 437 B) 342 C) 285 D) 228 E) 266

$a_{20} + a_{19} = 12$

$a_1 + 19d + a_1 + 18d = 12$

$\boxed{2a_1 + 37d = 12}$

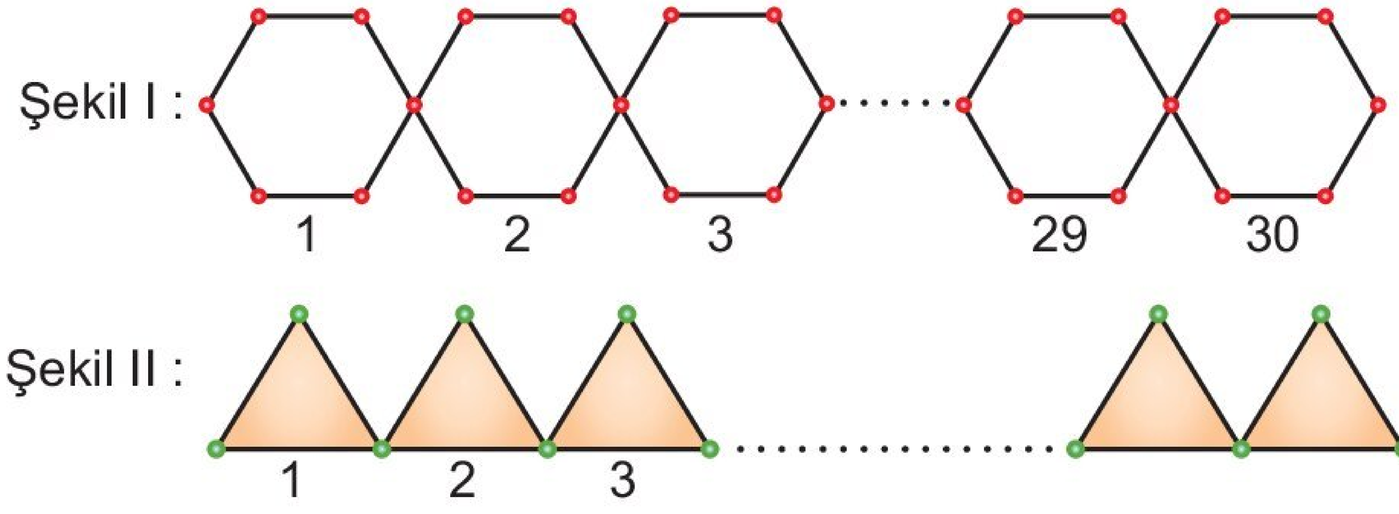
$S_{38} = 38\left(\frac{a_1 + a_{38}}{2}\right) = 38\left(\frac{a_1 + a_1 + 37d}{2}\right)$

$S_{38} = 19\underbrace{(2a_1 + 37d)}_{12} = 228$

Cevap D

1.D 2.B 3.C 4.E 5.C 6.E 7.E 8.E 9.C 10.E 11.A 12.D

1.



Yukarıdaki görsellerde özdeş geometrik şekiller yanyana dizilmiş ve kesişen köşelere sadece bir tane, kesişmeyen her köşeye bir tane olmak üzere

- Altıgenlere kırmızı
- Üçgenlere yeşil

noktalar konulmuştur.

Şekil I de 30 tane altıgen vardır.

Kırmızı noktaların toplam adedi yeşil noktaların toplam adedine eşit olduğuna göre, Şekil II de kaç tane üçgen vardır?

A) 55 B) 60 C) 65 D) 70 E) 75

$6 + (29) . 5 = 3 + (k - 1) . 2$

$151 = 2k + 1$

$75 = k$

Cevap E

2.

	1. TERİM	2. TERİM	3. TERİM	4. TERİM		n. TERİM
Orhan	11	14	17	20	....	
Kazım	2	4	6	8	....	
Tahsin	2	7	12	17	....	
Mahide	3	6	9	12	....	30

Şekildeki tabloda aritmetik diziler konusu işlenirken 4 farklı öğrencinin tahtaya yazdıkları dizilerin ilk dört terimi verilmiştir. Öğrenciler tabloda verilen sıra ile arka arkaya dizilerinin sırasıyla beşinci, altıncı, ... terimlerini yazmaya devam etmişlerdir. Mahide tahtaya 30 yazdığında etkinlik sona ermiştir.

Buna göre, Orhan ve Tahsin'in yazdığı son sayılar ile Kazım'ın yazdığı tüm sayıların toplamı kaçtır?

A) 190 B) 195 C) 200 D) 205 E) 210

$30 = 3 + (n - 1) \cdot 3 \Rightarrow n = 10$

Orhan : $11 + 9 \cdot 3 = 38$

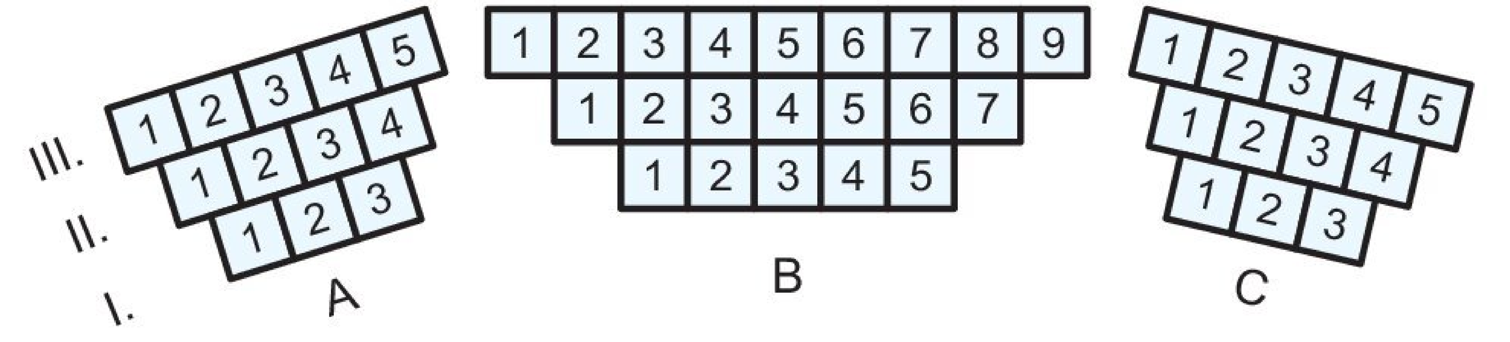
Tahsin : $2 + 9 \cdot 5 = 47$

Kazım : $10 \cdot \frac{2 + 20}{2} = 110$

$\Rightarrow$ Toplamı = 195

Cevap B

3.



Şekilde bir cep sinemasının A, B ve C bölümlerinin I., II. ve III. sıralarındaki koltuklar verilmiş olup her bölümdeki koltuk sayısı her sırada aritmetik olarak artmaktadır.

Sinemada her bölüm için 10 sıra bulunmaktadır. Bilet fiyatı ₺20 ve indirimli bilet fiyatı ₺10 dir. Belli bir seansta sinemadaki doluluk oranı %60 olup biletlerin yarısı indirimli fiyattan satılmıştır.

Buna göre, bu seanstan elde edilen gelir kaç liradır?

A) 2530 B) 2570 C) 2610 D) 2650 E) 2690

A : $3 + 4 + 5 + ... + 12 = 75$, C : 75

B : $5 + 7 + 9 + ... + 23 = 140$

Koltuk : $75 + 75 + 140 = 290$

Gelir : $290 \cdot \frac{60}{100} \cdot 15 = 2610$

Cevap C

4. ABCDE beşgeninde iç açılar bir aritmetik dizinin ardışık terimleridir.

Bu beşgende en büyük iç açının ölçüsü 114° olduğuna göre, en küçük iki iç açının ölçüleri toplamı kaç derecedir?

A) 207 B) 209 C) 211 D) 213 E) 215

$114 + (114 - d) + (114 - 2d) + (114 - 3d) + (114 - 4d) = 540$

$570 - 10d = 540$

$3 = d$

$(114 - 9) + (114 - 12) = 207$

Cevap A

1.E 2.B 3.C 4.A

1. (a_n) aritmetik dizisinin ilk n terim toplamı $S_n = 2n^2 + n$ olarak veriliyor.

Buna göre, $\frac{a_6}{a_1}$ oranı kaçtır?

A) 23 B) $\frac{23}{3}$ C) $\frac{27}{5}$ D) 27 E) $\frac{29}{5}$

$a_6 = S_6 - S_5 = 78 - 55 = 23$

$a_1 = S_1 = 3$

$\frac{a_6}{a_1} = \frac{23}{3}$

Cevap B

2. (a_n) dizisinde $a_1 = 20$ dir.

Her n sayma sayısı için $a_{n+1} = a_n + 3!$

olduğuna göre, dizinin ilk yirmi teriminin toplamı kaçtır?

A) 1260 B) 1540 B) 1860 C) 1920 D) 2040

$a_2 = a_1 + 6$

$a_3 = a_2 + 6$

⋮

$+ \; a_{20} = a_{19} + 6$

$a_{20} = a_1 + 19.6$

$a_{20} = 20 + 114$

$a_{20} = 134$

$S_{20} = 20.\left(\frac{a_1 + a_{20}}{2}\right)$

$= 20.\frac{20 + 134}{2}$

$= 10.154$

$= 1540$

Cevap B

3. (a_n) bir aritmetik dizidir.

$a_5 = \log_{15}75$

$a_{20} = \log_{15}45$

olduğuna göre, dizinin ilk 24 teriminin toplamı kaçtır?

A) 42 B) 36 C) 30 D) 24 E) 20

$a_1 + a_{24} = a_5 + a_{20}$

$2a_1 + 23d = 2a_1 + 23d$

$S_{24} = 24\left(\frac{a_1 + a_{24}}{2}\right) = \frac{24}{2}(a_5 + a_{20})$

$S_{24} = \frac{24}{2}(\log_{15}75 + \log_{15}45) = 12\log_{15}(75.45)$

$S_{24} = 12.\log_{15}(5^2.3.3^2.5) = 12\log_{15}(15)^3$

$S_{24} = 12.3 = 36$

Cevap B

4. Bir aritmetik dizide ilk 11 terimin toplamından ilk 4 terimin toplamı çıkarıldığında sonuç –42 olmaktadır.

Buna göre, dizinin 8. terimi kaçtır?

A) –20 B) –14 C) –6 D) 7 E) 21

$S_{11} - S_4 = a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11}$

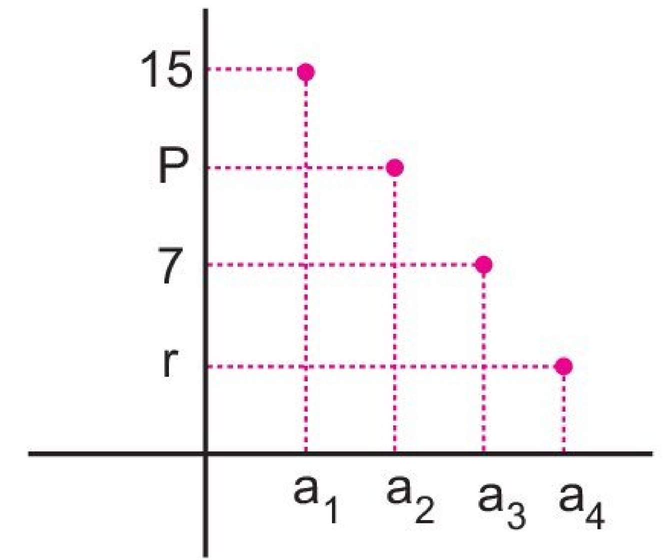
$-42 = 7.a_8$

$-6 = a_8$

Cevap C

5. Yanda (a_n) aritmetik dizisinin ilk 4 terimi verilmiştir.

Buna göre, dizinin ilk 20 teriminin toplamı kaçtır?



A) –540 B) –500 C) –460 D) –240 E) –120

$a_n = k.n + v$

$a_1 = k + v = 15$, $a_3 = 3k + v = 7$ $\Rightarrow$ $k = -4$, $v = 19$

$a_n = -4n + 19 \Rightarrow a_{20} = -61$

$S_{20} = 20.\left(\frac{a_1 + a_{20}}{2}\right) = 10.[15 - 61] = -460$

Cevap C

6. (a_n) bir aritmetik dizidir.

$a_1 + a_n = 4n$

olduğuna göre, dizinin ilk 15 teriminin toplamı kaçtır?

A) 510 B) 450 C) 440 D) 400 E) 360

$n = 1$ için $a_1 + a_1 = 4 \Rightarrow a_1 = 2$

$n = 2$ için $2 + a_2 = 8 \Rightarrow a_2 = 6 \Rightarrow d = 4$

$S_{15} = 2 + (2 + 4) + (2 + 2.4) + \cdots + (2 + 14.4)$

$= 15.2 + 4(1 + 2 + \cdots + 14)$

$= 30 + 4\frac{14.15}{2}$

$= 30 + 420$

$= 450$

Cevap B

1.B 2.B 3.B 4.C 5.C 6.B



GEOMETRİK DİZİ

Ardışık iki teriminin oranı sabit bir r değerine eşit olan dizilere geometrik dizi denir. Yani $r \in \mathbb{R}$ olmak üzere (a_n) geometrik dizi ise $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $\frac{a_{n+1}}{a_n} = r$ dir.

r değerine geometrik dizinin ortak çarpanı denir.

(a_n) geometrik dizi ve r ortak çarpan olmak üzere,

$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \ldots = \frac{a_{n+1}}{a_n} = r$ dir.

Yani,

$a_2 = a_1 \cdot r$

$a_3 = a_2 \cdot r = a_1 \cdot r \cdot r = a_1 \cdot r^2$

$a_4 = a_1 \cdot r^3$

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ bulunur.

> $(a_n) = a_1 \cdot r^{n-1}$ ifadesi geometrik dizinin genel terimidir.

Örnek 1

$(a_n) = (2n - 1)$

$(b_n) = (2 \cdot 3^{n-1})$

$(c_n) = (3 \cdot 2^{-n})$

dizilerinden hangileri bir geometrik dizi belirtir?

A) (a_n) B) (b_n) C) (c_n) D) a_n ve b_n E) (b_n) ve (c_n)

$(a_n) = (1, 3, 5, \ldots, 2n-1, \ldots)$

aritmetik dizi Ortak fark 2

$(b_n) = (2, 3, . 3, 2 . 3^2, \ldots)$

geometrik dizi Ortak çarpanı 3

$(c_n) = \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2, \ldots\right)$

geometrik dizi Ortak çarpanı $\left(\frac{1}{2}\right)$ *Cevap: E*

Örnek 2

$(a_n) = 5n \cdot 2^{n-1}$

dizisinin ilk terimi, (b_n) geometrik dizisinin ortak çarpanıdır.

$b_1 = \frac{1}{100}$ olduğuna göre, b_3 kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

$a_1 = 5 . 2^0 = 5 = r$

$b_3 = b_1 \cdot r^2 = \frac{1}{100} \cdot 5^2 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ olur. *Cevap: A*

> (a_n) geometrik dizi ve $k < p$ olmak üzere,

$a_p = a_k \cdot r^{p-k}$ dır.

Örnek 3

(a_n) pozitif terimli geometrik dizi, $a_7 = 48$ ve $a_3 = 3$ olduğuna göre, dizinin ortak çarpanı kaçtır?

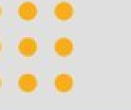
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 2 D) 4 E) 16

$a_7 = a_3 . r^4 \Rightarrow 48 = 3 . 4^4$

$r^4 = 16$

$r = \mp 2$

Dizi pozitif terimli olduğu için r = 2 dir. *Cevap: C*



Örnek 4

(a_n) geometrik dizi olmak üzere, $\frac{a_{11}}{a_8} = -\frac{1}{8}$ ve $a_4 = 12$ dir.

Buna göre, a_5 kaçtır?

A) –18 B) –6 C) –2 D) 9 E) 12

$a_{11} = a_8 \cdot r^3 \Rightarrow \frac{a_{11}}{a_8} = r^3 = -\frac{1}{8} \Rightarrow r = -\frac{1}{2}$

$a_5 = a_4 \cdot r = 12 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -6$ bulunur.

Cevap: B

> (a_n) geometrik dizisinde herhangi iki terime eşit uzaklıktaki terimin karesi (terim varsa), bu iki terimin çarpımına eşittir. Yani,
>
> $a_k \ldots a_n \ldots a_p$
>
> $n = \frac{p+k}{2} \in \mathbb{N}^+$ iken $a_n^2 = a_k \cdot a_p$ dir.

Örnek 5

(a_n) pozitif terimli bir geometrik dizi olmak üzere,

$a_5 = \sqrt{5} - 1$ ve $a_{13} = \sqrt{5} + 1$

dir.

Buna göre, dizinin 9. terimi kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

$9 = \frac{5+13}{2}$ olduğundan (a_9, a_5 ile a_{13} ün ortasında)

$a_9^2 = a_5 \cdot a_{13}$

$a_9^2 = (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)$

$a_9^2 = 5 - 1 = 4 \Rightarrow a_9 = 2$ dir.

Cevap: C

Örnek 6

(a_n) geometrik dizi olmak üzere,

$a_7 \cdot a_{15} = 3 \cdot a_{11}$ ve $a_8 = 81$

veriliyor. Buna göre, dizinin ortak çarpanı (r) kaçtır?

A) 9 B) 3 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{9}$

$a_7 \cdot a_{15} = a_{11}^2 = 3 \cdot a_{11}$

$a_{11} = 3$ $a_8 = 81 \Rightarrow a_{11} = a_8 \cdot r^3$

$3 = 81 \cdot r^3$

$r^3 = \frac{1}{27} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow r = \frac{1}{3}$

Cevap: D

> Bir geometrik dizide, indisleri toplamları eşit olan terimlerin çarpımları eşittir.
>
> $p + k = s + t$ iken
>
> $a_p \cdot a_k = a_s \cdot a_t$ dir.

Örnek 7

(a_n) geometrik dizi olmak üzere,

$\frac{a_1 \cdot a_6 \cdot a_{11}}{a_4 \cdot a_{13}} = 8$ eşitliği veriliyor.

Buna göre, ortak çarpanı $-\frac{1}{2}$ olan bu dizinin beşinci terimi kaçtır?

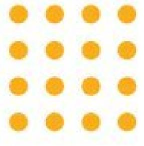
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 6 E) 12

$a_6 \cdot a_{11} = a_4 \cdot a_{13}$ $(6 + 11 = 4 + 13)$ olduğundan

$\frac{a_1 \cdot a_6 \cdot a_{11}}{a_4 \cdot a_{13}} = 8 \Rightarrow a_1 = 8$

$a_5 = a_1 \cdot r^4 \Rightarrow a_5 = 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = 8 \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{2}$

Cevap: B



Örnek 8

Pozitif terimli $(a_n) = \left(\frac{1}{12}, a, b, c, 108\right)$ sonlu geometrik dizisi veriliyor.

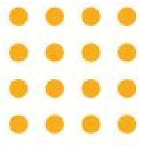
Buna göre, a . c + b ifadesinin değeri kaçtır?

A) 48 B) 36 C) 24 D) 18 E) 12

$b^2 = a \cdot c = \frac{1}{12} \cdot 108 \Rightarrow b^2 = 9 \Rightarrow$

$b = 3$ $a \cdot c = 9 \Rightarrow a \cdot c + b = 9 + 3 = 12$

Cevap: E



Örnek 9

Pozitif terimli bir geometrik dizide

$$\frac{a_3 + a_4}{a_5 + a_6} = \frac{1}{9} \text{ ve } a_7 = 48$$

olduğuna göre, a_8 kaçtır?

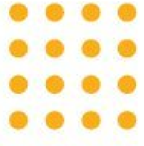
A) 128 B) 144 C) 150 D) 196 E) 240

$$\frac{a_3 + a_4}{a_5 + a_6} = \frac{a_1r^3 + a_1r^3}{a_1r^4 + a_1r^5} = \frac{a_1r^2(1+r)}{a_1r^4(1+r)} = \frac{1}{9}$$

$\frac{1}{r^2} = \frac{1}{9}$ $r = 3$

$a_8 = a_7 \cdot r \Rightarrow a_8 = 48 \cdot 3 = 144$

Cevap: B



Örnek 10

a_n bir geometrik dizi,

$a_4 - a_1 = 12$

$a_1 + a_2 + a_3 = 8$

olduğuna göre, dizinin ortak çarpanı kaçtır?

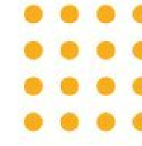
A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) 4

$a_1r^3 - a_1 = a_1(r^3 - 1)$ $= \frac{a_1(r-1)(r^2+r+1)}{a_1(1+r+r^2)} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

$r - 1 = \frac{3}{2} \Rightarrow r = \frac{5}{2}$

$a_1 + a_1r + a_1r^2$

Cevap: C



Örnek 11

(a_n) pozitif terimli geometrik dizi olmak üzere,

$$\frac{a_5}{a_2} = 8 \text{ ve } a_1 \cdot a_2 = 18$$

olduğuna göre, a_4 kaçtır?

A) 16 B) 18 C) 21 D) 24 E) 36

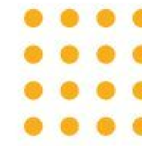
$\frac{a_5}{a_2} = \frac{a_1 \cdot r^4}{a_1 \cdot r} = 8 \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$

$a_1 \cdot a_2 = a_1 \cdot a_1 r = 2 \cdot a_1^2 = 18$

$a_1^2 = 9 \Rightarrow a_1 = 3$

$a_4 = a_1r^3 = 3 \cdot 2^3 = 24$

Cevap: D



Örnek 12

(a_n) geometrik dizisinin ortak çarpanı r olmak üzere,

$$a_4 = \frac{9}{2} \text{ ve } a_9 = 9 \cdot 2^9$$

olduğuna göre, $\frac{r+2}{r-2}$ oranı kaçtır?

A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

$a_9 = a_4 \cdot r^5$

$9 \cdot 2^9 = \frac{9}{2} \cdot r^5 \Rightarrow r^5 = 2^{10}$

$r = 2^2 = 4$

$\frac{r+2}{r-2} = \frac{4+2}{4-2} = 3$

Cevap: A

Örnek 13

$(a_n) = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, x, y, z, t, u, 32\right)$

sonlu geometrik dizisi için y · z çarpımının değeri kaçtır?

A) 64 B) 32 C) 16 D) 8 E) 4

$y \cdot z = x \cdot t = \frac{1}{2} \cdot u = \frac{1}{4} \cdot 32$

$y \cdot z = 8$

Cevap: D

Örnek 14

Pozitif terimli bir geometrik dizide k < p olmak üzere dizinin k. terimi x ve p. terimi y dir.

Buna göre, dizinin ortak çarpanı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{x^p}{y^k}$ B) $\frac{x^k}{y^p}$ C) $\sqrt[p-k]{\frac{x}{y}}$ D) $\sqrt[p-k]{\frac{y}{x}}$ E) $\sqrt{\frac{y}{x}}$

$a_k = x$ $a_p = y = a_k \cdot r^{p-k}$

$y = x \cdot r^{p-k}$

$\frac{y}{x} = r^{p-k}$ $r = \sqrt[p-k]{\frac{y}{x}}$ olur

Cevap: D

Çıkmış Soru 1

Bütün terimleri pozitif ve ortak çarpanı r olan bir (a_n) geometrik dizisi için

$a_1 = \frac{1}{2} + r$

$a_7 = a_5 + 12 \cdot a_3$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, a_8 kaçtır?

A) 180 B) 200 C) 240 D) 280 E) 320

2020 AYT

$\frac{a_7}{a_3} = \frac{a_5}{a_3} + 12$

$r^4 = r^2 + 12$ $r = 2 \Rightarrow a_1 = \frac{5}{2}$

$a_8 = a_1 \cdot r^7$ $a_8 = \frac{5}{2} \cdot 128 = 320$

Cevap: E

Örnek 15

x – 1, x + 1, x + 4 bir geometrik dizinin ardışık ilk üç terimidir.

Buna göre, dizinin beşinci terimi kaçtır?

A) $\frac{9}{2}$ B) 9 C) $\frac{27}{2}$ D) 27 E) $\frac{81}{4}$

$(x+1)^2 = (x-1)(x+4)$

$x^2 + 2x + 1 = x^2 + 3x - 4$

$5 = x \Rightarrow$

$a_1 = 4, a_2 = 6, a_3 = 9$

$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$a_5 = a_1 \cdot r^4$

$a_5 = 4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4$

$a_5 = \frac{81}{4}$

Cevap: E

Örnek 16

4 ile 16 arasına beş terimli bir geometrik dizi oluşturacak şekilde, üç tane terim yazıldıktan sonra diziye iki terim daha eklenerek dizinin altıncı ve yedinci terimleri elde edilir.

Son durumda elde edilen yedi terimli dizi yine bir geometrik dizi olduğuna göre dizinin yedinci terimi kaçtır?

A) $16\sqrt{2}$ B) 32 C) $32\sqrt{2}$ D) 64 E) $64\sqrt{2}$

4, a, b, c, 16, x, y

a_1 a_5 a_7

$a_5 = a_1 . r^4$ $a_7 = a_5 . r^2$

$16 = 4 . r^4$ $a_7 = 16 \cdot (\sqrt{2})^2 = 32$

$r = \sqrt{2}$

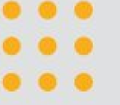
Cevap: B

Çıkmış Soru Cevapları

1. E

Örnek Cevapları

1.E	2.A	3.C	4.B	5.C	6.D	7.B	8.E	9.B	10.C
11.D	12.A	13.D	14.D	15.E	16.B				



1. – 3. soruları aşağıda verilen a_n dizisine göre yanıtlayınız.

(a_n) ortak çarpanı pozitif bir sayı olan geometrik dizidir.

$a_7 - a_4 = 84$

$a_5 - a_2 = 21$

olduğuna göre,

1. $\frac{a_4}{a_2}$ **oranı kaçtır?**

A) 16 B) 8 C) 4 D) 2 E) $\sqrt{2}$

$\frac{a_7 - a_4}{a_5 - a_2} = \frac{a_4(r^3 - 1)}{a_2(r^3 - 1)} = \frac{84}{21} = 4$

Cevap C

2. Dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) 8 B) 4 C) $2\sqrt{2}$ D) 2 E) $\sqrt{2}$

$\frac{a_4}{a_2} = \frac{a_2 . r^2}{a_2} = r^2 = 4$ ise $r = 2$

Cevap D

3. a_2 **kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 3

$a_5 - a_2 = 21 \Rightarrow a_2(r^3 - 1) = 21 \Rightarrow a_2 . 7 = 21 \Rightarrow a_2 = 3$

Cevap E

4.. (a_n) **geometrik dizisinde**

$$\frac{a_5 . a_{13} + a_7 . a_{11}}{a_4 . a_{14}}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

$\underbrace{a_3 . a_{13}}_{x} = \underbrace{a_7 . a_{11}}_{x} = \underbrace{a_4 . a_{14}}_{x}$

$\frac{x + x}{x} = 2$

Cevap A

5. (a_n) **geometrik dizisinde**

$a_5 = 3$

$a_8 = 81$

olduğuna göre, ortak çarpan kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ B) 3 C) 9 D) $3\sqrt{3}$ E) 27

$a_8 = a_5 . r^3 \Rightarrow 81 = 3 . r^3 \Rightarrow r = 3$

Cevap B

6. İlk terimi 8, ortak çarpanı 4 olan geometrik dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3 . 2^{2n}$ B) 2^{2n+1} C) 2^{2n-1} D) 2^{n+1} E) 2^{2n-3}

$a_1 = 8$

$r = 4$

$a_n = a_1 . r^{n-1}$

$a_n = 8 . 4^{n-1}$

$= 2^3 . 2^{2n-2} = 2^{2n+1}$

Cevap B

7. – 9. soruları aşağıdaki ifadeye göre cevaplandırınız.

(a_n) geometrik dizisinin ilk n teriminin çarpımı $P_n = 2^{n^2+n}$ dir.

7. **Dizinin 5. terimi 2^x olduğuna göre, x kaçtır?**

A) 10 B) 20 C) 30 D) 35 E) 45

$a_5 = \frac{p_5}{p_4} = \frac{2^{30}}{2^{20}} = 2^{10}$

$x = 10$

Cevap A

8. **Dizinin ilk terimi kaçtır?**

A) 16 B) 8 C) 4 D) 2 E) 1

$P_1 = a_1 = 2^2 = 4$

Cevap C

9. **Dizinin ortak çarpanı kaçtır?**

A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

$P_2 = a_1 . a_2 = 2^6$

$4 . a_2 = 64$

$a_2 = 16$

$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{16}{4} = 4$

Cevap A

10. Terimleri pozitif olan (a_n) geometrik dizisinin ardışık beş terimi a, 2, b, 5, c dir.

Buna göre, $\frac{a^2}{b}.c^2$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 100 B) $20\sqrt{10}$ C) $10\sqrt{10}$ D) 10 E) $\sqrt{10}$

Geometrik dizide baştan ve sondan eşit uzaklıktaki terimlerin çarpımı, ortadaki terimin karesine eşittir.

$a . c = 2 . 5 = b^2$

$a . c = 10 \quad b = \sqrt{10}$

$a^2 . c^2 = 100$

$\frac{a^2.c^2}{b} = \frac{100}{\sqrt{10}} = 10.\sqrt{10}$

Cevap C

11. – 12. soruları aşağıdaki metne göre yanıtlayınız.

$\log_8 25$, x, $\log_5 2$

terimleri (a_n) geometrik dizisinin ardışık 3. terimidir. Buna göre;

11. **x değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{3\sqrt{2}}{3}$

$x^2 = \frac{\log 25}{\log 8} . \frac{\log 2}{\log 5} = \frac{2\log 5}{3\log 2} . \frac{\log 2}{\log 5} = \frac{2}{3}$

$x = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

Cevap A

12. **Dizinin ortak çarpanı aşağıdakilerden hangisidir?**

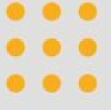
A) $\frac{\sqrt{6}}{2}\log_2 5$ B) $\frac{\sqrt{6}}{2}\log_5 2$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}\log_2 5$

D) $\frac{\sqrt{3}}{2}\log_5 2$ E) $\frac{1}{2}\log_2 5$

$r = \frac{a_3}{a_2} = \frac{\log_5 2}{\sqrt{\frac{2}{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.\log_5 2 = \frac{\sqrt{6}}{2}\log_5 2$

Cevap B

1.C 2.D 3.E 4.A 5.B 6.B 7.A 8.C 9.A 10.C 11.A 12.B



1. $p > 0$ olmak üzere,

tan5x, p, cot5x

terimleri ortak çarpanı r olan (a_n) geometrik dizisinin ilk 3 terimidir.

Buna göre, $p^2 . r . a_4$ çarpımı kaçtır?

A) cot5x B) $(\tan 5x)^3$ C) $(\tan 5x)^2$

D) $(\cot 5x)^2$ E) $(\cot 5x)^3$

$p^2 = \tan 5x . \cot 5x = 1 \Rightarrow p = 1$

$r = \frac{a_3}{a_2} = \frac{\cot 5x}{p} = \frac{\cot 5x}{1} = \cot 5x$

$a_4 = a_3 . r = \cot 5x . \cot 5x = (\cot 5x)^2$

$p^2 . r . a_4 = 1 . (\cot 5x)(\cot 5x)^2 = (\cot 5x)^3$

Cevap E

2. Aşağıdakilerden hangisi bir geometrik dizinin genel terimi olamaz?

A) 3^{n+1} B) $2 . 5^{n-1}$ C) 4^n

D) $3^n + 1$ E) $5 . 2^{n+2}$

$3^n + 1$

$a_1 = 4$

$a_2 = 10$

$a_3 = 28$

$\frac{10}{4} \neq \frac{28}{10}$ olduğundan $3^n + 1$ geometrik dizi değildir.

Cevap D

3. (a_n) geometrik dizisinde

$a_5 = \sqrt{2}$

ortak çarpan 2 olduğuna göre, a_9 kaçtır?

A) 1 B) $4\sqrt{2}$ C) 8

D) $8\sqrt{2}$ E) $16\sqrt{2}$

$a_9 = a_5 . r^4$

$= \sqrt{2} . 2^4$

$= 16\sqrt{2}$

Cevap E

4. a, 12, 4a – 3k, 24a – 18k

bir geometrik dizinin ardışık terimleridir.

Buna göre, k kaçtır?

A) –7 B) –12 C) $-\frac{64}{3}$ D) $-\frac{52}{3}$ E) $-\frac{25}{6}$

$\frac{a_4}{a_3} = \frac{24a - 18k}{4a - 3k} = 6 = r$

2, 12, 8 – 3k = 2, 12, 72 dir.

$8 - 3k = 72$

$-64 = 3k$

$-\frac{64}{3} = k$

Cevap C

5. Pozitif terimli bir (a_n) geometrik dizisinde

$a_3 = 12$

$\frac{a_9}{a_7} = 4$

olduğuna göre, a_5 kaçtır?

A) 32 B) 48 C) 60 D) 72 E) 96

$\frac{a_9}{a_7} = 4 \Rightarrow \frac{a_7 . r^2}{a_7} = 4 \Rightarrow r = 2$

$a_5 = a_3 . r^2 = 12 . 4 = 48$

Cevap B

6. (a_n) pozitif terimli geometrik dizisinde

$a_2 . a_{12} = 2x - 7$

$a_4 . a_{10} = x + 5$

olduğuna göre, $a_6 . a_8$ çarpımı kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 12 D) 17 E) 22

$a_2 . a_{12} = a_4 . a_{10} = a_6 . a_8$

$2x - 7 = x + 5$

$x = 12$

$a_6 . a_8 = x + 5 = 12 + 5 = 17$ bulunur.

Cevap D

1.E 2.D 3.E 4.C 5.B 6.D

1. Pozitif terimli ve artan (a_n) geometrik dizisinin ortak çarpanı r dir.

Bu dizinin ilk üç teriminin toplamı ile ilk üç teriminin çarpmaya göre terslerinin toplamı birbirine eşittir.

Buna göre, $a_1 \cdot r$ çarpımının sonucu kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

$$\frac{a_1 + a_1 r + a_1 r^2}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_1 r} + \frac{1}{a_1 r^2}} = \frac{a_1(1+r+r^2)}{\frac{1}{a_1}\left(1 + \frac{1}{r} + \frac{1}{r^2}\right)} = 1$$

$$\Rightarrow (a_1)^2 (1 + r + r^2) = \frac{1+r+r^2}{r^2} \Rightarrow (a_1)^2 = \frac{1}{r^2} \Rightarrow a_1 = \frac{1}{r} \Rightarrow \boxed{a_1 \cdot r = 1}$$

Cevap: D

2. **(a_n) bir geometrik dizidir.**

$$\frac{a_7 - a_3}{(a_5)^2 - (a_3)^2} = 2$$

eşitliği veriliyor.

$a_6 = \frac{27}{16}$ olduğuna göre, a_4 kaçtır?

A) 2 B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

$$\frac{a_3(r^4 - 1)}{(a_5 - a_3)(a_5 + a_3)} = \frac{a_3 \cdot (r^2 - 1)(r^2 + 1)}{a_3(r^2 - 1)a_3(r^2 + 1)} = \frac{1}{a_3} = 2$$

$$a_3 = \frac{1}{2}$$

$$a_6 = a_3 \cdot r^3 = \frac{1}{2} \cdot r^3 = \frac{27}{16} \Rightarrow r^3 = \frac{27}{8} \Rightarrow r = \frac{3}{2}$$

$$a_4 = a_3 \cdot r = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

Cevap E

3. (a_n) geometrik dizidir.

$a_3 = x$ ve $a_{24} = y$

olduğuna göre, a_{17} nin x ve y türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt[3]{xy}$ B) $\sqrt[3]{x^2y}$ C) $\sqrt[3]{xy^2}$ D) $x\sqrt{y}$ E) $y\sqrt{x}$

$a_{24} = a_3 \cdot r^{21}$

$y = x \cdot r^{21}$

$\frac{y}{x} = r^{21}$

$\sqrt[21]{\frac{y}{x}} = r$

$$a_{17} = a_3 \cdot r^{14} = x \cdot \sqrt[21]{\left(\frac{y}{x}\right)^{14}} = x \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{y}{x}\right)^2} = x \cdot \frac{\sqrt[3]{y^2}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$a_{17} = \sqrt[3]{x \cdot y^2}$$

Cevap: C

4. (a_n) geometrik dizidir.

$$a_2 + a_4 + a_6 = \frac{105}{32}$$

$$a_1 + a_3 + a_5 = \frac{105}{16}$$

olduğuna göre, $a_3 - a_1$ değeri kaçtır?

A) $\frac{21}{4}$ B) $\frac{15}{4}$ C) 3 D) –3 E) $-\frac{15}{4}$

$$r(a_1 + a_3 + a_5) = \frac{105}{32} \Rightarrow \boxed{r = \frac{1}{2}}$$

$$a_1 + a_3 + a_5 = 4a_3 + a_3 + \frac{a_3}{4} = \frac{105}{16}$$

$$\frac{21}{4} a_3 = \frac{105}{16}$$

$$\boxed{a_3 = \frac{5}{4}}, \ a_1 = 5$$

$$a_3 - a_1 = \frac{5}{4} - 5 = -\frac{15}{4}$$

Cevap E

5. **(a_n) geometrik dizisinde**

$a_3 = 12$

ortak çarpan 2 olduğuna göre, a_6 kaçtır?

A) 24 B) 48 C) 96 D) 192 E) 216

$a_6 = a_3 . r^3$

$= 12 . 2^3$

$= 96$

Cevap C

6. 4, m, k sayıları artan bir geometrik dizinin ardışık üç terimidir. m, k, 12 sayıları ise bir aritmetik dizinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, m^2 ve k^2 sayılarının geometrik ortası kaçtır?

A) 36 B) 40 C) 45 D) 48 E) 54

$2k = m + 12 \Rightarrow m = 2k - 12 = 2(k-6)$

$m^2 = 4k \Rightarrow 4(k-6)^2 = 4k \Rightarrow k^2 - 12k + 36 = k$

$\Rightarrow k^2 - 13k + 36 = 0 \Rightarrow (k-4)(k-9) = 0 \Rightarrow \boxed{k = 9}$ $\boxed{m = 6}$

Geometrik ortalama $= \sqrt{9^2 . 6^2} = 54$

Cevap E

1. D 2. E 3. C 4. E 5. C 6. E



GEOMETRİK DİZİ

I. Geometrik Dizinin İlk n Terim Toplamı (S_n)

(a_n) geometrik dizi ve r ortak çarpan olmak üzere,

$$a_1 = a_1$$
$$a_2 = a_1 \cdot r$$
$$a_3 = a_1 \cdot r^2$$
$$\vdots$$
$$+\quad a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$\underbrace{a_1 + a_2 + \dots + a_n}_{} = a_1 (1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1})$$

$$\boxed{S_n = a_1\left(\frac{1-r^n}{1-r}\right) \text{ dir.}}$$

Örnek 1

İlk terimi 2^7 ortak çarpanı $\frac{1}{2}$ olan geometrik dizinin ilk 10 teriminin toplamı kaçtır?

A) $\frac{127}{2}$ B) $\frac{127}{3}$ C) $\frac{255}{2}$ D) $\frac{511}{4}$ E) $\frac{1023}{4}$

$S_{10} = a_1 \cdot \left(\frac{1-r^{10}}{1-r}\right)$

$S_{10} = 2^7 \cdot \left(\frac{1-2^{-10}}{1-\frac{1}{2}}\right)$

$= 2^8\left(\frac{1-2^{-10}}{1}\right) = 2^8 - 2^{-2}$

$= 256 - \frac{1}{4} = \frac{1023}{4}$

Cevap: E

Örnek 2

(a_n) geometrik dizisinin ilk n terim toplamı S_n olmak üzere,

$\frac{S_6}{S_3} = 28$ dir.

Dizinin ilk terimi $\frac{4}{81}$ olduğuna göre altıncı terimi kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 18

$\frac{S_6}{S_3} = \frac{a_1 \cdot \frac{1-r^6}{1-r}}{a_1 \cdot \frac{1-r^3}{1-r}} = \frac{1-r^6}{1-r^3} = \frac{(1-r^3)(1+r^3)}{1-r^3}$

$1 + r^3 = 28 \Rightarrow r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$

$a_1 = \frac{4}{81}$, $r = 3 \Rightarrow a_6 = \frac{4}{81} \cdot 3^5 = 12$ olur

Cevap: D

Geometrik Dizinin İlk n Terim Çarpımı (P_n)

(a_n) geometrik dizi olmak üzere,

$a_1 \cdot a_n = x$ olsun

$P_n = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots a_{n-1} \cdot a_n$ ($a_1 \cdot a_n = x$, $a_2 \cdot a_{n-1} = x$)

$P_n = x^{\frac{n}{2}}$, yani $P_n = (a_1 \cdot a_n)^{\frac{n}{2}}$ olur.

Örnek 3

İlk terimi 2^5 ve yedinci terimi $2 \cdot 3^6$ olan geometrik dizinin ilk yedi teriminin çarpımı kaçtır?

A) 2^{18} B) 3^{18} C) 6^{16} D) 6^{21} E) 6^{30}

$a_1 = 2^5$ ve $a_7 = 2 \cdot 3^6$ olduğundan

$P_7 = (a_1 \cdot a_7)^{\frac{7}{2}}$

$P_7 = (2^5 \cdot 2 \cdot 3^6)^{\frac{7}{2}}$

$P_7 = 6^{6 \cdot \frac{7}{2}} = 6^{21}$ olur

Cevap: D

Örnek 4

İlk n terim çarpımı $P_n = 6^n \cdot 2^{n-1}$ ile verilen geometrik dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 3 E) 6

$P_1 = a_1 = 6$

$P_2 = a_1 \cdot a_2 = 72 \Rightarrow 6 \cdot a_2 = 72$

$a_2 = 12$

$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{12}{6} = 2$ olur

Cevap: C



Örnek 5

Selami MATCOİN piyasaya çıkınca bu coinden 1 adet almış ve bundan sonraki her ay başında 1 adet almaya devam etmiştir. MATCOİN in piyasa fiyatı her ay sonunda $\frac{3}{2}$ katına çıkmıştır.

Selami'nin 6 adet coine ödediği toplam para 1330 lira olduğuna göre MATCOİN piyasaya çıktığında 1 adetinin fiyatı kaç liradır?

A) 36 B) 40 C) 48 D) 64 E) 72

$x + x\cdot\frac{3}{2} + x\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \ldots + x\left(\frac{3}{2}\right)^5 = 1330$

$\Rightarrow x\left(1 + \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{3}{2}\right)^5\right) = x\cdot\dfrac{\left(\frac{3}{2}\right)^6 - 1}{\frac{3}{2} - 1}$

$1330 = x\cdot\dfrac{(3^6 - 2^6)\cdot 2}{2^6}$

$\cancel{1330} = \dfrac{x\cdot\cancel{1330}}{64}$

$x = 64$

Cevap: D

Örnek 6

İlk terimi n, ortak çarpanı $\sqrt{n}$ olan geometrik dizinin ilk dokuz teriminin çarpımı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) n^{n^2} B) $n^{\frac{n}{2}}$ C) n^{2n} D) n^{27} E) n^{9n}

$a_1 = n \qquad a_9 = a_1\cdot r^8 = n\cdot(\sqrt{n})^8$

$= n\cdot n^4$

$= n^5$

İlk n terim çarpımı

$P_n = (a_1\cdot a_n)^{\frac{n}{2}}$

İlk 9 terim çarpımı $P_9 = (n\cdot n^5)^{\frac{9}{2}}$

$P_9 = n^{27}$ olur

Cevap: D

Örnek 7

İlk terimi 2 olan pozitif terimli geometrik dizinin ilk üç teriminin toplamı 14 dir.

Buna göre, dizinin dördüncü terimi kaçtır?

A) 16 B) 18 C) 24 D) 27 E) 32

Ortak çarpan r olsun

$2 + 2r + 2r^2 = 14$

$2(1 + r + r^2) = 14$

$r^2 + r + 1 = 7$

$r^2 + r - 6 = 0$

$(r + 3)(r - 2) = 0$

$r = 2$

$a_4 = a_1 r^3$

$= 2\,.\,2^3 = 16$

Cevap: A

Örnek 8

(a_n) pozitif terimli geometrik dizi olmak üzere,

- dizinin ortak çarpanı r dir.
- dizinin birinci terimi 2 + r dir.
- $a_2 + a_3 = 20\cdot a_1$ dir.

Buna göre, a_2 kaçtır?

A) 64 B) 48 C) 36 D) 32 E) 24

$a_1 = 2 + r$

$a_2 = a_1\,.\,r = (2 + r)\,.\,r$

$a_3 = a_1\,.\,r^2 = (2 + r)\,.\,r^2$

$a_2 + a_3 = (2 + r)\,.\,r + (2 + r)\,.\,r^2 = 20\,.\,(2 + r)$

$r\cdot\cancel{(2 + r)}(1 + r) = 20\cancel{(2 + r)}$

$r^2 + r - 20 = 0$

$(r + 5)(r - 4) = 0$

$r = 4$

$a_1 = 6 \qquad a_2 = a_1\cdot r$

$= 6\cdot 4$

$= 24$

Cevap: E

Örnek 9

a_n dizisi hem aritmetik hem de geometrik dizi ise a_n sabit dizidir.

İlk üç terimi (4a – 3), 6 ve (10 – b) olan (a_n) dizisi hem aritmetik dizi hem de geometrik dizi olduğuna göre, a . b çarpımının değeri kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 18

(a_n) sabit dizi olmalıdır.

$4a - 3 = \underbrace{6 = 10 - b}_{b = 4}$

$4a = 9$

$a = \frac{9}{4}$

$a\cdot b = 9$

Cevap: C

Örnek 10

Ortak çarpanı $\frac{3}{2}$ olan bir geometrik dizinin ilk altı teriminin toplamının, ilk üç teriminin toplamına oranı kaçtır?

A) $\frac{17}{8}$ B) $\frac{29}{16}$ C) $\frac{33}{4}$ D) $\frac{35}{8}$ E) $\frac{47}{16}$

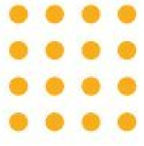
$\dfrac{S_6}{S_3} = \dfrac{a_1 + a_1 r + \ldots + a_1 r^5}{a_1 + a_1 r + a_1 r^2} = \dfrac{\frac{r^6 - 1}{\cancel{r - 1}}}{\frac{r^3 - 1}{\cancel{r - 1}}} = \dfrac{\cancel{(r^3 - 1)}(r^3 + 1)}{\cancel{r^3 - 1}}$

$= r^3 + 1$

$r = \frac{3}{2} \Rightarrow \quad = \left(\frac{3}{2}\right)^3 + 1 = \frac{27}{8} + 1$

$= \frac{35}{8}$

Cevap: D



Örnek 11

x, y, 4x, y + 18, z sayıları terimleri pozitif artan bir geometrik dizinin ardışık ilk beş terimidir.

Buna göre, z kaçtır?

A) 14 B) 32 C) 36 D) 48 E) 72

$a_1 = x,\ a_2 = y,\ a_3 = 4x,\ a_4 = y + 18,\ a_5 = z$

$a_3 = a_1 \cdot r^2$

$4x = x \cdot r^2$

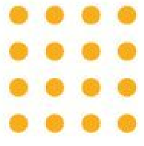
$r^2 = 4 \Rightarrow r = 2$

$y = 2x \quad y + 18 = 8x \quad z = 16x$

$6x = 18 \quad \Rightarrow z = 16 \cdot 3$

$x = 3 \quad z = 48$

Cevap: D



Örnek 12

(a_n) pozitif terimli bir geometrik dizi olmak üzere

$$\frac{a_4 + a_5}{a_6 + a_7} = \frac{16}{9}$$

$$a_8 = \frac{1}{16}$$

olduğuna göre, a_7 kaçtır?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

İlk terim a_1, ortak çarpan r olsun

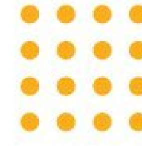
$$\frac{a_4 + a_5}{a_6 + a_7} = \frac{a_1 \cdot r^3 + a_1 \cdot r^4}{a_1 \cdot r^5 + a_1 \cdot r^6} = \frac{16}{9}$$

$$= \frac{a_1 \cdot r^3(1+r)}{a_1 \cdot r^5(1+r)} = \frac{16}{9}$$

$$= \frac{1}{r^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow r^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow r = \frac{3}{4}$$

$$a_7 \cdot r = a_8 \Rightarrow a_7 \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{16} \Rightarrow a_7 = \frac{1}{12}$$

Cevap: A



Örnek 13

(a_n) bir geometrik dizi olmak üzere

$$\frac{a_5 - a_1}{(a_3)^2 - (a_1)^2} = \frac{4}{9}$$

eşitliği veriliyor. $a_2 = \frac{3}{2}$ olduğuna göre, a_4 kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{27}{8}$ E) $\frac{27}{4}$

$$\frac{a_5 - a_1}{(a_3)^2 - (a_1)^2} = \frac{a_1 r^4 - a_1}{a_1^2 \cdot r^4 - a_1^2} = \frac{a_1(r^4-1)}{a_1^2(r^4-1)} = \frac{4}{9}$$

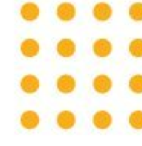
$$\Rightarrow a_1 = \frac{9}{4} \qquad r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = \frac{4^2}{9}$$

$$r = \frac{2}{3}$$

$$a_4 = a_1 \cdot r^3$$

$$= \frac{9}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3}$$

Cevap: A



Çıkmış Soru 1

Bir geometrik dizinin ilk üç terimi

(a – 3), (2a – 3) ve (4a + 3) tür.

Buna göre, bu dizinin 5. terimi kaçtır?

A) 45 B) 54 C) 63 D) 81 E) 243

1998 ÖYS

$(2a - 3)^2 = (a - 3)(4a + 3)$

$4a^2 - 12a + 9 = 4a^2 - 9a - 9$

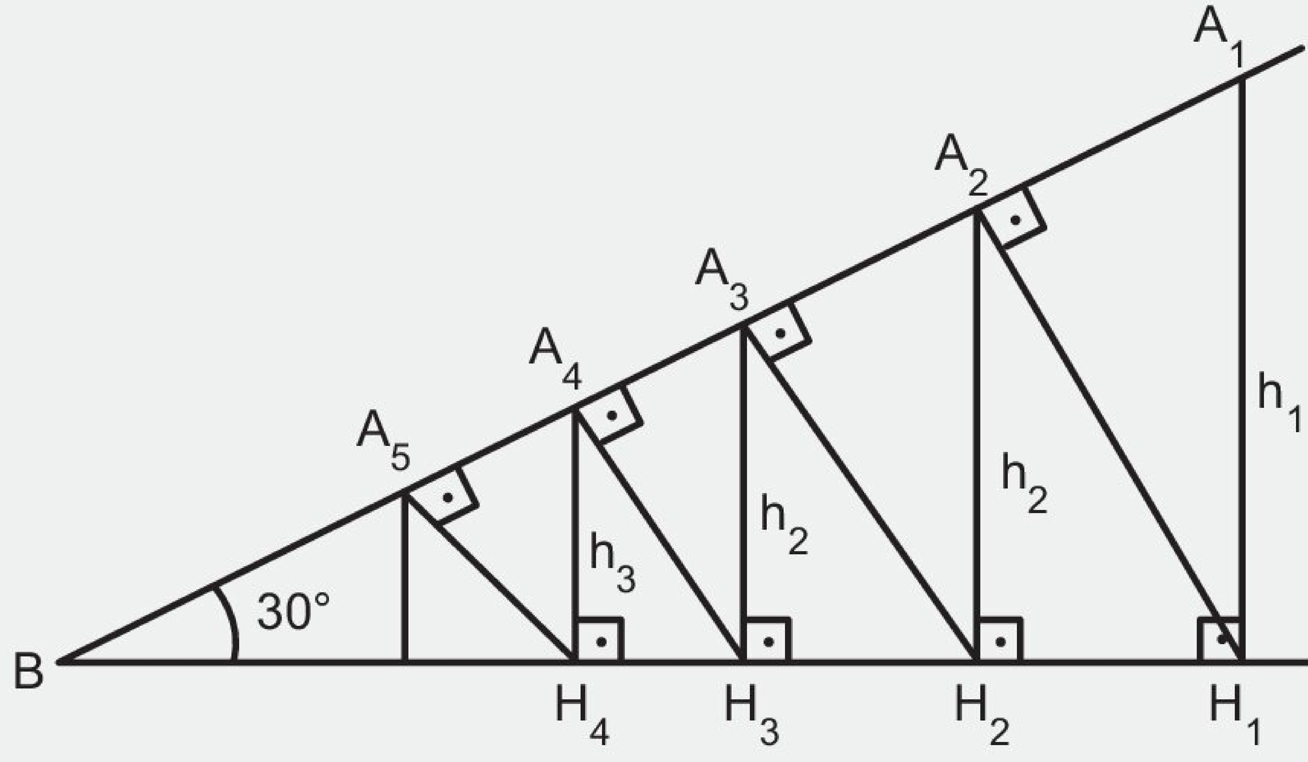
$18 = 3a$

$a = 6$

$a_1 = 3,\ a_2 = 9,\ a_3 = 27,\ a_4 = 81,\ a_5 = 243$

Cevap: E

Örnek 14



Yukarıdaki şekilde $m(\widehat{A_1BH_1}) = 30°$ olmak üzere,

$[A_iH_i] \perp [BH_1]$ i = 1, 2, 3, ... ve

$[H_iA_{i+1}] \perp [BA_1]$ i = 1, 2, 3, ...

çiziliyor.

Buna göre, $\dfrac{\sum_{i=1}^{6} h_i}{h_1}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{2^{10}-3^5}{2^8}$ B) $\dfrac{2^{12}-3^6}{2^{10}}$ C) $\dfrac{2^{12}-3^5}{2^8}$

D) $\dfrac{2^{10}-3^4}{2^6}$ E) $\dfrac{2^{10}-3^5}{2^6}$

$h_2 = h_1 \cdot \frac{3}{4}, h_3 = h_2 \cdot \frac{3}{4} = h_1 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \ldots$

$\sum_{i=1}^{6} h_i = h_1 + \frac{3}{4}h_1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot h_1 + \ldots + \left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot h_1$

$= h_1\left(1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{3}{4}\right)^5\right)$

$= h_1\left(\dfrac{1-\left(\frac{3}{4}\right)^6}{1-\frac{3}{4}}\right) = h_1 \cdot \left(\frac{4^6-3^6}{4^6} \cdot 4\right) = \frac{2^{12}-3^6}{2^{10}}$

Yani $\dfrac{\frac{2^{12}-3^6}{2^{10}} \cdot \cancel{h_1}}{\cancel{h_1}} = \dfrac{2^{12}-3^6}{2^{10}}$ olur.

Cevap: B

Örnek 15

(a_n) geometrik dizisinde,

$a_1 = 3$ ve $\dfrac{a_5}{a_4} = 2$

olduğuna göre, bu dizinin ilk 6 terim toplamı kaçtır?

A) 79 B) 119 C) 139 D) 189 E) 219

$\frac{a_5}{a_4} = 2 \Rightarrow \frac{a_4 . r}{a_4} = 2 \Rightarrow r = 2$ olur. $S_6 = a_1 . \frac{1-r^6}{1-r}$

$S_6 = 3 . \frac{(1-2^6)}{1-2}$

$= 3 . \frac{-63}{-1} = 189$

Cevap D

Örnek 16

Bir bankaya bir yıl vadeli yatırılan A liranın yıl sonunda faizi ile birlikte çekilerek, paranın tamamının, aynı gün aynı faiz oranı üzerinden tekrar bankaya yatırılmasıyla, ikinci yılın sonunda elde edilecek faiz getirisine A liranın 2 yıllık bileşik faizi denir.

Paraya yıl sonunda herhangi bir işlem uygulanmadığında da bankada bekleyen paraya bileşik faiz uygulanır.

Buna göre, bir şirketin 10 milyon lirası yıllık %20 faiz üzerinden bir bankaya 7 yıllığına bileşik faizle yatırıldığında 7 yıl sonunda elde edilen faiz geliri kaç milyon liradır?

A) $13^6 - 10^6$ B) $12^6 - 10^6$ C) $14^7 - 10^7$

D) $13^7 - 10^7$ E) $12^7 - 10^7$

Para her yılın sonunda yılın başındaki paranın $\frac{1}{5}$i kadar artar, $\frac{6}{5}$ katına çıkar.

$A + f = 10^7 . \left(\frac{6}{5}\right)^7 = \frac{10^7 . 6^7}{5^7} = 2^7 . 6^7 = 12^7$ lira olur.

$f = (A + f) - (A) = 12^7 - 10^7$

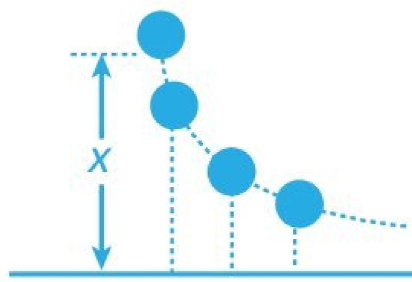
Cevap: E

Örnek 17

x cm yükseklikten bırakılan lastik top her seferinde düştüğü yüksekliğin $\frac{2}{3}$ ü kadar zıplamaktadır.

Bu top, 5. kez yere çarptığı an, başlangıçtan itibaren 341 cm yol aldığına göre, x kaçtır?

A) 60 B) 64 C) 72 D) 81 E) 96



$x + x \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 + x \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 2 + x \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot 2 + x \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot 2$

$x\left(1 + \frac{4}{3} \cdot \left(1 + \left(\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^3\right)\right)$

$x\left(1 + \frac{4}{3} \cdot \dfrac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^4}{1-\frac{2}{3}}\right) = x\left(1 + 4 \cdot \left(\frac{3^4-2^4}{3^4}\right)\right) = 341$

$x \cdot \frac{\cancel{341}}{81} = \cancel{341} \Rightarrow x = 81$ cm

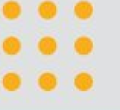
Cevap: D

Çıkmış Soru Cevapları

1. E

Örnek Cevapları

1.E	2.D	3.D	4.C	5.D	6.D	7.A	8.E	9.C	10.D
11.D	12.A	13.A	14.B	15.D	16.E	17.D			



1. $(a_n) = (1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \ldots + 3^{n-1})$

dizisinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3^n+1}{4}$ B) $\frac{3^n-1}{3}$ C) $\frac{3^n-1}{2}$

D) $3^n - 2$ E) $3^n - 3$

$a_n = \frac{3^n-1}{3-1} = \frac{3^n-1}{2}$ *Cevap C*

2. **Genel terimi $(a_n) = 2^{n+1}$ olan geometrik dizinin ilk iki teriminin çarpımı kaçtır?**

A) 2^4 B) 2^5 C) 2^6 D) 2^7 E) 2^8

$2^2 . 2^3 = 2^5$ *Cevap: B*

3. **(a_n) artan bir geometrik dizidir.**

$a_2 = 8$

$a_6 = 128$

olduğuna göre, ortak çarpan kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 64

$r = \sqrt[4]{\frac{128}{8}} = \sqrt[4]{2^4} = 2$ *Cevap A*

4. a, 5, c bir aritmetik dizinin ilk üç terimidir.

a, 6, c bir geometrik dizinin ilk üç terimidir.

Buna göre, $a^2 + c^2$ toplamı kaçtır?

A) 18 B) 15 C) 28 D) 36 E) 21

$a + c = 10$ ve $a . c = 36$

$(a + c)^2 = 10^2$

$a^2 + c^2 + 2ac = 100$

$a^2 + c^2 + 72 = 100$

$a^2 + c^2 = 28$ *Cevap C*

5. **Genel terimi $(a_n) = (3 . 2^{n-1})$ olan bir dizinin ilk 12 terim toplamı kaçtır?**

A) $3 . 2^{11} - 3$ B) $3 . 2^{11} - 1$ C) $3 . 2^{12} - 3$

D) $3 . 2^{12} - 1$ E) $3 . 2^{13} - 3$

$S_{12} = 3 + (3.2) + (3.2^2) + \cdots + (3.2^{11})$

$S_{12} = 3[1 + 2 + 2^2 + \cdots 2^{11}]$

$S_{12} = 3\frac{2^{12}-1}{2-1} = 3.2^{12} - 3$ *Cevap C*

6. I. Aritmetik dizi

II. Geometrik dizi

III. Üçgensel sayı dizisi

IV. Karesel sayı dizisi

Aşağıdakilerden hangisi verilen sayı dizilerinin herhangi birinin genel terimi olamaz?

A) $\frac{n(n+1)}{2}$ B) $7 - 3n$ C) $\frac{2}{3^{n-4}}$

D) $1 + 5^n$ E) n^2

$1 + 5^n$ verilen dizilerin genel terimi olamaz. *Cevap D*

7. 8 ve –27 sayılarının arasına geometrik dizi oluşturacak şekilde iki terim daha yerleştiriliyor.

Buna göre, yerleştirilen terimlerin toplamı kaçtır?

A) –13 B) –4 C) 4 D) 6 E) 14

$a_4 = a_1 . r^3$

$-27 = 8 . r^3$

$-\frac{3}{2} = r$

Dizi : 8 , –12 , 18 , –27

–12 + 18 = 6 olur. Cevap D

8. **Bir geometrik dizinin ilk 6 terim toplamının ilk 3 terim toplamına oranı 65 olduğuna göre, dizinin ortak çarpanı kaçtır?**

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

$a_1 + a_2 + a_3 = x \Rightarrow a_4 + a_5 + a_6 = r^3 . x$ olur.

$\frac{x + r^3 . x}{x} = 1 + r^3 = 65 \Rightarrow r = 4$ tür. Cevap C

9. $2x + y, \quad 3x - 2y, \quad \frac{7xy^3}{24}$

terimleri hem aritmetik hem de geometrik bir dizi olan 10 terimli bir dizinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, dizinin tüm terimlerinin toplamı kaçtır?

A) 200 B) 180 C) 140 D) 130 E) 120

Sadece sabit diziler hem aritmetik hem de geometrik dizidir.

$2x + y = 3x - 2y$

$\boxed{3y = x}$

$7y = \frac{7xy^3}{24}$

$7y = \frac{7 . 3y . y^3}{24}$

$8 = y^3$

$\boxed{2 = y} \Rightarrow \boxed{x = 6}$ ve $\boxed{7y = 14}$ olur.

Toplam = 10 . 14 = 140 Cevap C

10. **(a_n) pozitif terimli geometrik dizisinde**

$a_3 . a_{10} = 16$

$a_2 . a_9 = 81$

olduğuna göre, a_6 kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 6 D) 12 E) 24

$a_3 . a_{10} . a_2 . a_9 = 2^4 . 3^4$

$a_6^2 . a_6^2 = 6^4$

$a_6^4 = 6^4 \Rightarrow a_6 = 6$

Cevap C

11. (a_n) geometrik dizisinde ilk 8 terim toplamının ilk 4 terim toplamına oranı 82 dir.

Buna göre, $\frac{a_5 + a_9}{a_5 + a_7}$ oranı kaçtır?

A) 8,2 B) 7,5 C) 5,6 D) 4,7 E) 3,2

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = x$, $a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = r^4 . x$ olur.

$\frac{x + r^4 . x}{x} = 1 + r^4 = 82 \Rightarrow \boxed{r = 3}$

$\frac{a_5(1 + r^4)}{a_5(1 + r^2)} = \frac{1 + 81}{1 + 9} = \frac{82}{10} = 8,2$

Cevap A

12. İlk terimi p, ortak çarpanı $\frac{1}{5}$ olan (a_n) geometrik dizisinde $a_n = k$ dır.

Buna göre, dizinin ilk n teriminin toplamının k ve p türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{4p - k}{5}$ B) $\frac{3p - 4k}{5}$ C) $\frac{2p - 5k}{4}$ D) $\frac{3p - 2k}{5}$ E) $\frac{5p - k}{4}$

$a_n = p . \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$

$\boxed{k = p . 5 . \left(\frac{1}{5}\right)^n}$

$S_n = p\left[1 + \frac{1}{5} + \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdots + \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}\right]$

$= p\left[\frac{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n}{1 - \frac{1}{5}}\right]$

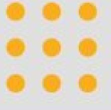
$= \frac{1}{4} . 5p\left[1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n\right]$

$= \frac{5p}{4} - \frac{1}{4}k$

$S_n = \frac{5p - k}{4}$

Cevap E

1.C 2.B 3.A 4.C 5.C 6.D 7.D 8.C 9.C 10.C 11.A 12.E



1. (a_n) geometrik dizisinde

$a_3 = 3$

$a_6 = 24$

olduğuna göre, a_8 kaçtır?

A) 96 B) 127 C) 192 D) 252 E) 364

$a_6 = a_3 . r^3 \Rightarrow 24 = 3 . r^3 \Rightarrow r = 2$

$a_8 = a_6 . r^2 = 24 . 2^2 = 96$ bulunur.

Cevap A

2. x, x + 3, 2x + 6

Pozitif terimli geometrik bir dizinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, x değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

$(x + 3)^2 = x(2x + 6)$

$x + 3 = 2x$

$3 = x$ bulunur.

Cevap C

3. (a_n) pozitif terimli geometrik dizisinde

$a_3 + a_7 = 14$

$a_5 + a_9 = 56$

olduğuna göre, ortak çarpan kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$a_3 + a_3 . r^4 = 14 \Rightarrow a_3 (1 + r^4) = 14$

$a_5 + a_5 . r^4 = 56 \Rightarrow a_5(1 + r^4) = 56$

$\Rightarrow \frac{a_5}{a_3} = 4 \Rightarrow \frac{a_3 . r^2}{a_3} = 4 \Rightarrow r = 2$ bulunur.

Cevap A

4. $\frac{1}{2}$ ile 32 sayıları arasına artan bir geometrik dizi oluşturacak şekilde 5 terim yerleştiriliyor.

Buna göre, oluşan 7 terimli geometrik dizinin 4. terimi kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

$a_1 = \frac{1}{2}$, $a_7 = 32$ $\Rightarrow a_7 = a_1 . r^6 \Rightarrow 2^5 = 2^{-1} . r^6$

$2^6 = r^6$

$2 = r$ olur.

$a_4 = a_1 . r^3$

$= \frac{1}{2} . 8 = 4$

Cevap A

5. Bir geometrik dizinin ilk n terim çarpımı P_n dir.

$\frac{P_7}{P_6} = 5$

olduğuna göre,

$a_4 . a_5 . a_6 . a_7 . a_8 . a_9 . a_{10}$

çarpımının sonucu kaçtır?

A) 5^5 B) 5^6 C) 5^7 D) 5^8 E) 5^{10}

$\frac{P_7}{P_6} = 5 \Rightarrow a_7 = 5$

$a_{10} . a_4 = a_9 . a_5 = a_8 . a_6 = (a_7)^2 = 5^2$

$5^2 . 5^2 . 5^2 . 5 = 5^7$ bulunur.

Cevap C

6. (a_n) geometrik dizisinde

$a_1 = 2$

$\frac{a_{50}}{a_{49}} = 3$

$S_n = 242$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$\frac{a_{49} . r}{a_{49}} = 3 \Rightarrow r = 3$

$Sn = 2 . \frac{(1 - 3^n)}{1 - 3} = 242$

$3^n - 1 = 242 \Rightarrow n = 5$ bulunur.

Cevap C

1.A 2.C 3.A 4.A 5.C 6.C

1. Gerçel sayılar kümesi üzerinde f fonksiyonu her x gerçel sayısı için

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 1 \\ x^2 - 3, & x \geq 1 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $\sum_{n=-1}^{3} f(n)$ toplamının değeri kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

$\sum_{n=-1}^{3} f(n) = f(-1) + f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$

$f(-1) = -1 + 1 = 0$
$f(0) = 0 + 1 = 1$
$f(1) = 1^2 - 3 = -2$
$f(2) = 2^2 - 3 = 1$
$f(3) = 3^2 - 3 = 6$

$f(-1) + f(0) + f(1) + f(2) + f(3) = 0 + 1 - 2 + 1 + 6 = 6$ bulunur.

Cevap B

2. $3x - 1,\ x + y,\ x + 9$

dizisi hem aritmetik hem geometrik bir dizi olduğuna göre, y kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$3x - 1 = x + 9 = x + y$
$2x = 10$ | $14 = 5 + y$
$x = 5$ | $9 = y$ olur.

Cevap E

3. a, b + 1, c azalan bir aritmetik dizinin ardışık üç terimidir.

a, b, c bir geometrik dizinin ardışık üç terimidir.

a + b + c = 14 olduğuna göre,

a^2 ve b sayıların arasına geometrik dizi oluşturacak biçimde yerleştirilen sayının rakamları toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$a + c + b + 1 = 15 \Rightarrow 3(b + 1) = 15 \Rightarrow b = 4$
$a \cdot c = b^2 = 16$ ve $a + c = 10$
$\Rightarrow a(10 - a) = 16$
$\boxed{a = 8}$
64, x, 4 $\Rightarrow$ x = 16 sayısının rakamları toplamı 7 dir.

Cevap C

4. m ve p sayma sayısıdır.

Genel terimi $(a_n) = (2 \cdot 3^{n-1})$ olan dizinin ilk 10 teriminin çarpımı $2^m \cdot 3^p$ olduğuna göre, m + p değeri kaçtır?

A) 45 B) 50 C) 52 D) 55 E) 60

$a_1 = 2$
$a_2 = 2 \cdot 3^1$
$a_3 = 2 \cdot 3^2$
⋮
x $a_{10} = 2 \cdot 3^9$

$P_{10} = 2^{10} \cdot 3^{\frac{9 \cdot 10}{2}} = 2^{10} \cdot 3^{45}$

m = 10 ve p = 45 , m + p = 55 dir.

Cevap D

5. Bir ortamda başlangıçta 27^{16} tane negatif iyon bulunmaktadır. Ortamdaki negatif iyonların sayısı her 15 dakikada bir üçte birine inmektedir.

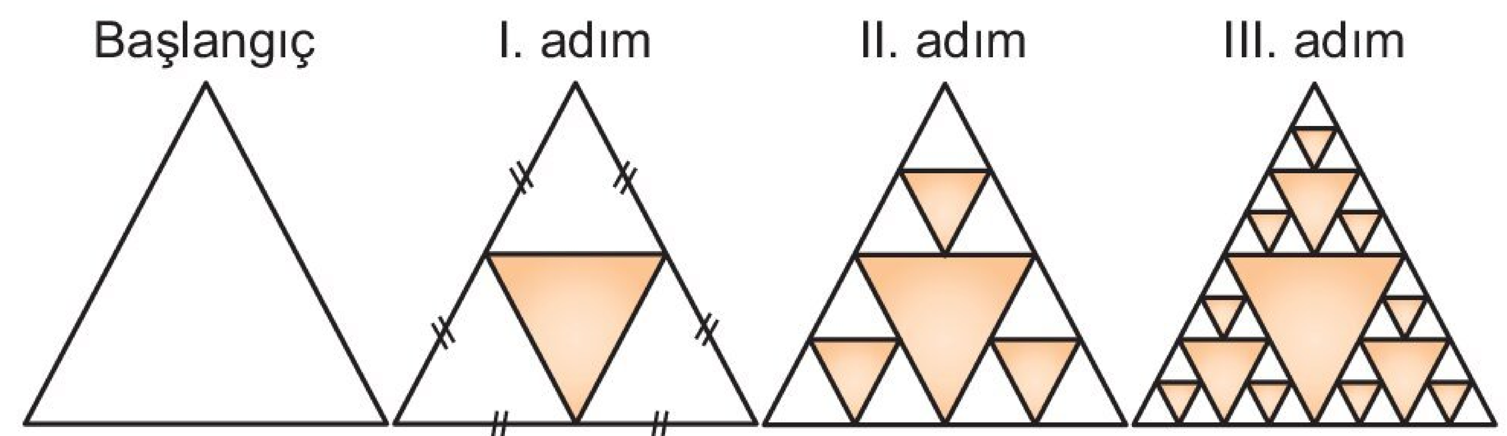
Buna göre, başlangıçtan 5 saat sonra ortamda kalan negatif iyon sayısı kaçtır?

A) 9^{15} B) 9^{14} C) 9^{13} D) 9^{12} E) 9^{11}

Başlangıçta : $(3^3)^{16} = 3^{48}$ iyon vardır.
1 saat = 4 . 15 dakika
Her saatin sonundaki sayı için $\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{3^4}$ ile çarparız.
5. saatin sonunda $3^{48} \cdot \left(\frac{1}{3^4}\right)^5 = \frac{3^{48}}{3^{20}} = 3^{28} = 9^{14}$ iyon kalır.

Cevap B

6.



Başlangıçtaki eşkenar üçgenin her adımda ortasındaki eşkenar üçgen karalanmaktadır. Karalama işlemine sonsuza kadar devam edilmektedir.

Buna göre, n. adım dahil olmak üzere, n. adıma kadar karalanan toplam üçgen sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{9^n - 1}{2}$ B) $\frac{9^n + 1}{2}$ C) $\frac{3^n - 2}{2}$ D) $\frac{3^n + 1}{2}$ E) $\frac{3^n - 1}{2}$

	Karalanan	*Kalan*
I.	*$1 = 3^0$*	*$3 = 3^1$*
II.	*$3 = 3^1$*	*$9 = 3^2$*
III.	*$9 = 3^2$*	*$27 = 3^3$*
n. adımda	*3^{n-1}*	*3^n*

$1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{n-1} = \frac{3^n - 1}{2}$

Cevap E

7. 6 ve 96 arasına uygun olan 3 tam sayı yerleştirilerek 5 sayıdan oluşan bir geometrik dizi elde ediliyor.

Yerleştirilen üç sayının toplamı kaçtır?

A) 36 B) 60 C) 72 D) 84 E) 96

$a_1 = 6$ | $a_5 = a_1 r^4$
$a_5 = 96$ | $96 = 6 \cdot r^4$
$16 = r^4$
$2 = r$
$a_1 = 6$ $a_2 = 12$ $a_3 = 24$ $a_4 = 48$
$a_2 + a_3 + a_4 = 12 + 24 + 48 = 84$

Cevap D

1.B 2.E 3.C 4.D 5.B 6.E 7.D



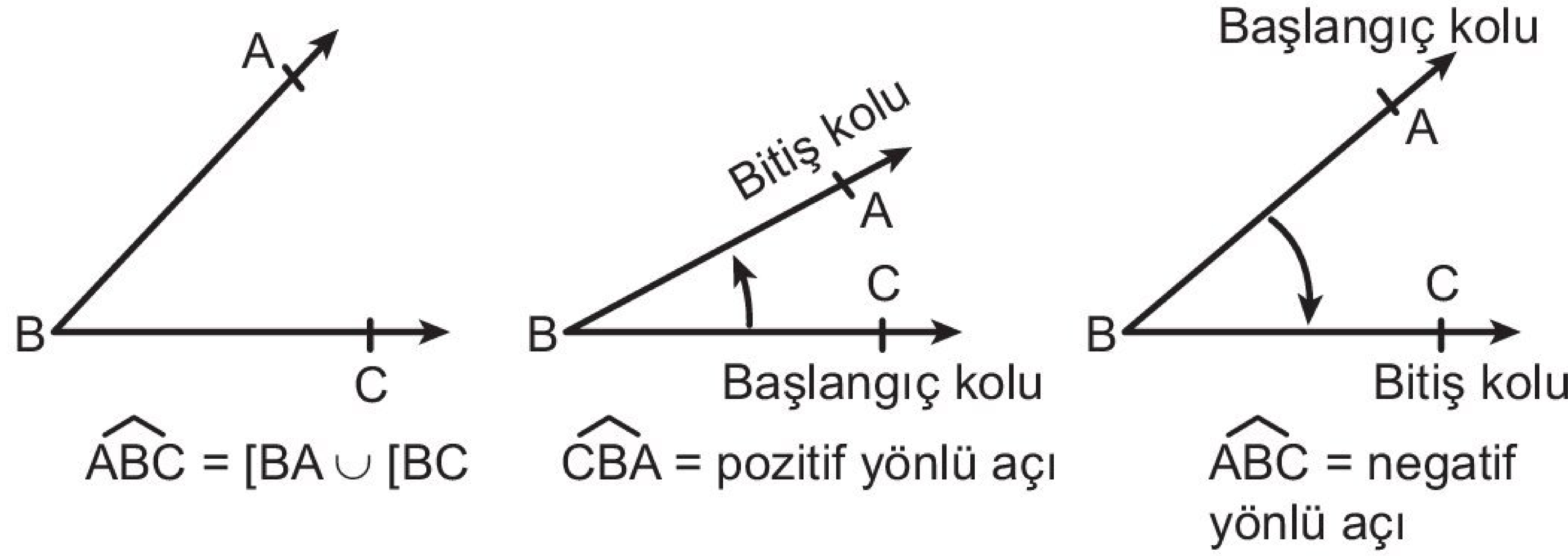
YÖNLÜ AÇI VE AÇI ÖLÇÜ BİRİMLERİ

Açı: Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşimidir. Bu ışınlara "açının kolu" da denir.

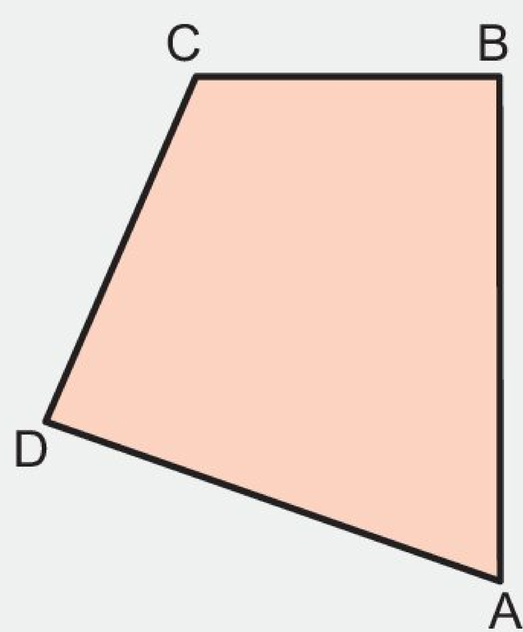
I. Yönlü Açılar:

Açının bir kolu başlangıç kolu, diğeri bitiş kolu alınarak ifade edilen açıya yönlü açı denir.

- Eğer başlangıç kolundan bitiş koluna doğru olan yön, saat yönünün tersi ise açı pozitif yönlü açıdır.
- Eğer başlangıç kolundan bitiş koluna doğru olan yön, saat yönünde ise açı negatif yönlü açıdır.



Örnek 1



Şekildeki ABCD dörtgeninde

I. $\widehat{ADC}$

II. $\widehat{DCB}$

III. $\widehat{ABC}$

açılarından hangileri pozitif yönlü açıdır?

A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III

D) Yalnız II E) I, II ve III

$\widehat{ADC}$ + yönlü, $\widehat{DCB}$ + yönlü, $\widehat{ABC}$ – yönlü *Cevap: B*

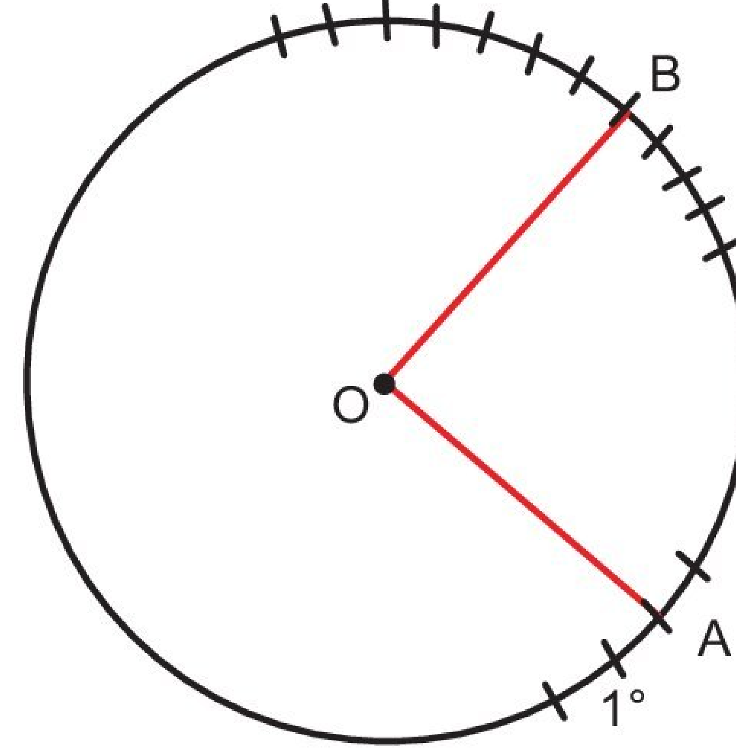
II. Açının Ölçüsü

Açının köşesi bir çemberin merkezinde iken kolları arasında kalan çember yayının ölçüsüdür.

Çember yayının ölçülendirilmesiyle açı ölçü birimleri oluşur.

III. Açı Ölçü Birimleri

Derece: Bir çember yayının 360 eşit parçaya bölünmesiyle elde edilen parçalardan birine 1 derece denir. Yani, bir çember yayı 360 derecedir. (360°)



$m(\widehat{AOB}) = 40°$

$m(\widehat{BOA}) = -40°$

($\overset{\frown}{AB}$ yayı üzerinde 360 parçadan 40 tanesi vardır.)

- 1 derecelik yayın $\frac{1}{60}$'ına 1 dakika
- 1 dakikalık yayın $\frac{1}{60}$'ına 1 saniye denir. Yani,

  $1° = 60'$(dk), $1' = 60''$(sn), $1° = 3600''$(sn) dir.
- Bir açının ölçüsü,

  $\alpha = 25°\ 12'\ 38''$ olarak ifade edilebilir.

  Örneğin $216512'' = 60°\ 08'\ 32''$ dır.

```
216512 | 60
-180    |3608 | 60
 365    -360  | 60°
-360     0008
  512
  480
  32''
```



Örnek 2

$\alpha = 74° \ 43' \ 27''$ ve

$\beta = 25° \ 51' \ 40''$

olduğuna göre,

I. $\alpha + \beta = 100° \ 35' \ 07''$

II. $\alpha - \beta = 48° \ 51' \ 47''$

III. $\frac{\alpha}{3} = 24° \ 54' \ 29''$

eşitliklerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I, II ve III D) I ve III E) II ve III

I. doğru, II doğru, III doğru *Cevap: C*

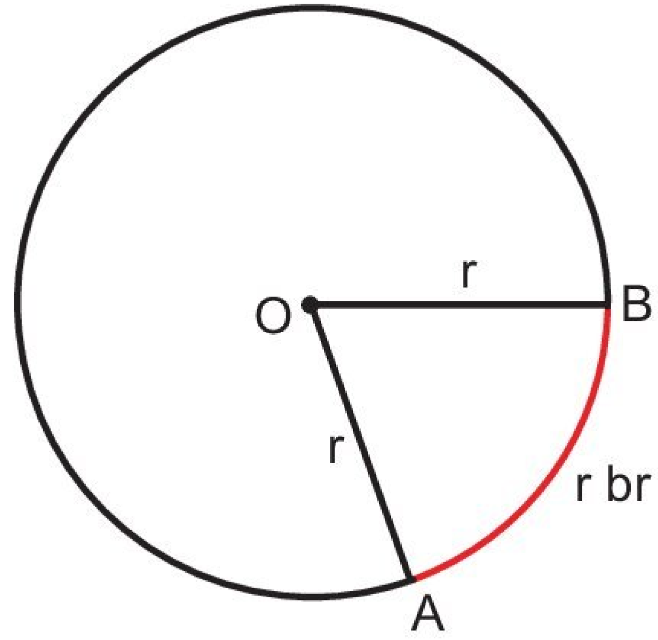
Örnek 3

Ölçüsü 12° 45' 10'' olan açının ölçüsü kaç saniyedir?

A) 44740 B) 44980 C) 45550 D) 45910 E) 51120

$12.3600 + 45.60 + 10 = 45910''$ *Cevap: D*

Radyan: Bir çemberde yarıçap uzunluğundaki yayı gören merkez açının ölçüsü 1 radyandır.



Çevre = 2 . π . r birim

$|\widehat{AB}| = r$ birim

$m(\widehat{AOB}) = 1$ radyan

Çemberin çevresinin uzunluğu 2 . π . r birim olduğu için 1 çember yayı 2π radyandır.

(π radyan = 180°)

Bu durumda $\boxed{\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}}$ eşitliği elde edilir.

Örnek 4

120°lik açının ölçüsü kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{5\pi}{6}$

$\frac{120}{180} = \frac{Rd}{\pi} \Rightarrow Rd = \frac{2\pi}{3}$ *Cevap: C*

Örnek 5

Bir ABC üçgeninde $m(\hat{A}) = \frac{2\pi}{9}$ ve $m(\hat{B}) = \frac{\pi}{2}$ olduğuna göre, $m(\hat{C})$ kaç derecedir?

A) 36 B) 40 C) 45 D) 48 E) 50

$m\hat{A} = m\hat{B} = \frac{2\pi}{9} + \frac{\pi}{2} = \frac{13\pi}{18} = 130°$

$m\hat{C} = 180° - 130° = 50°$ *Cevap: E*

IV. Esas Ölçü

Bir yönlü açının ölçüsünün [0, 360°) ya da [0, 2π) aralığındaki karşılığıdır.

$0 \le \beta < 360°$ ya da $0 \le \beta < 2\pi$ olmak üzere $\alpha = \beta + k . 360°$ ya da $\alpha = \beta + k . 2\pi$ eşitlikleri k tam sayısı için sağlandığında α nın esas ölçüsü β dır.

Yani pratik olarak esas ölçü, açının ölçüsünün 360 ya da 2π ile bölümünden kalandır.

Örnek 6

800° nin esas ölçüsü kaç derecedir?

A) 40 B) 50 C) 60 D) 80 E) 100

800 = 80° + 2 . 360° olduğundan esas ölçü 80° dir.

800 | 360
– 720 | 2
80 ⟵ Esas ölçü

Cevap: D

Örnek 7

–130° nin esas ölçüsü kaç derecedir?

A) 80 B) 110 C) 230 D) 240 E) 250

$-130° = \boxed{230} + (-1) . 360$
Esas ölçü

Cevap: C

Örnek 8

$\frac{43\pi}{5}$ radyanlık açının esas ölçüsü kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{5}$ B) $\frac{2\pi}{5}$ C) $\frac{3\pi}{10}$ D) $\frac{7\pi}{10}$ E) $\frac{3\pi}{5}$

$\frac{43\pi}{5} = \boxed{\frac{3\pi}{5}} + 4 \cdot 2\pi$

Esas ölçü

43 | 10, 40 | 4, 3 → Esas ölçü $= \frac{3\pi}{5}$

Cevap: E

Örnek 9

$-\frac{25\pi}{3}$ radyanlık açının esas ölçüsü kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{4\pi}{3}$ D) $\frac{5\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{6}$

$-\frac{25\pi}{3} = \boxed{\frac{5\pi}{3}} + (-5)2\pi$

Esas ölçü

25 | 6, 24 | 4, 1 → $-\frac{\pi}{3} + 2\pi = \frac{5\pi}{3}$ ← Esas ölçü

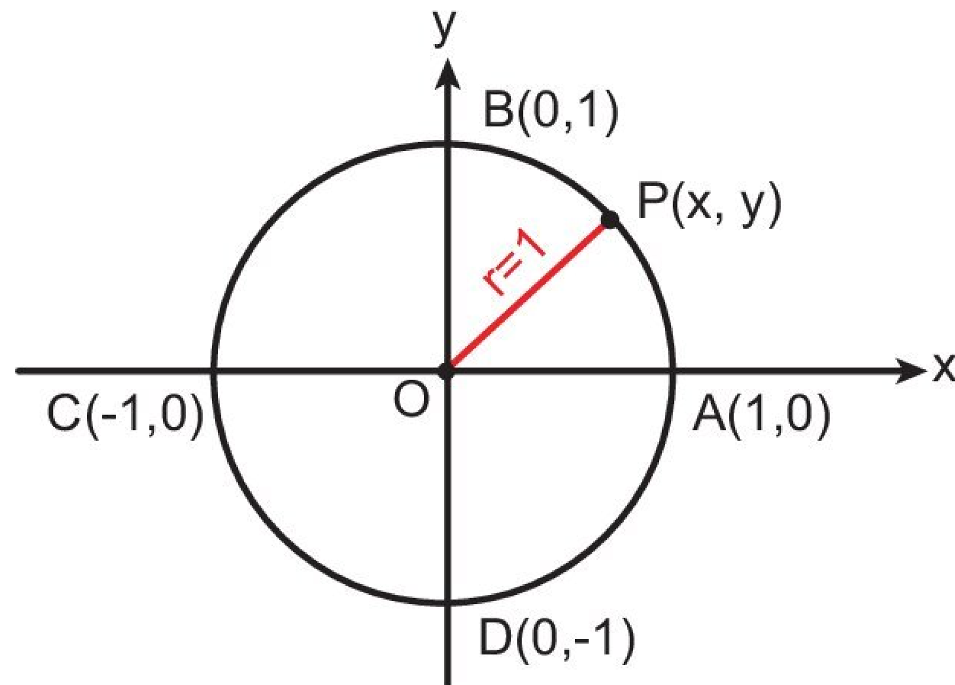
Cevap: D

Not

Esas ölçü negatif olamaz!

BİRİM ÇEMBER

Koordinat düzleminde merkezi orijin $O(0,0)$ ve yarıçapı 1 birim olan çembere birim çember denir.



> Birim çemberin denklemi

$\boxed{x^2 + y^2 = 1}$ dir.

Birim çember üzerindeki her nokta bu denklemi sağlar.

Örnek 10

$P\left(m, \frac{1}{2}\right)$ noktası birim çember üzerinde olduğuna göre, m nin pozitif değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

$x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow m^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 \quad m^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow m = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Cevap: D

Örnek 11

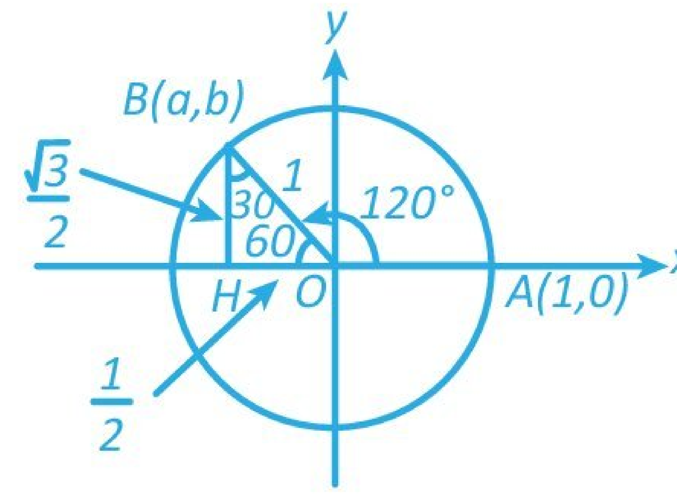
Birim çember üzerinde

A(1, 0) ve B(a, b) noktaları için

$m(\widehat{AOB}) = 120°$ dir.

Buna göre, a . b çarpımının değeri kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{3}{4}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$



$a = -\frac{1}{2}, \ b = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$a \cdot b = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{4}$

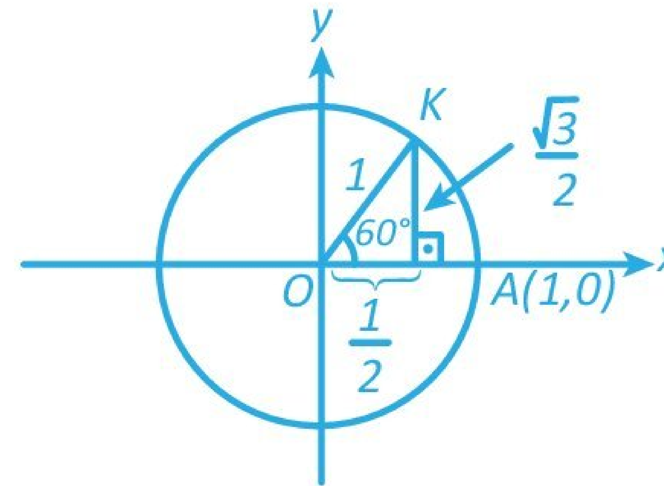
Cevap: A

Örnek 12

Birim çember üzerinde A(1, 0) noktasından itibaren saat yönünde $\frac{29\pi}{3}$ birim yürüyen bir karıncanın ulaştığı son noktanın x eksenine uzaklığı kaç birim olur?

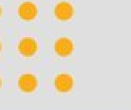
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\frac{29\pi}{3}$ radyanlık açının esas ölçüsü $\frac{\pi}{3}$ radyandır. $\frac{\pi}{3}$rd = 60°

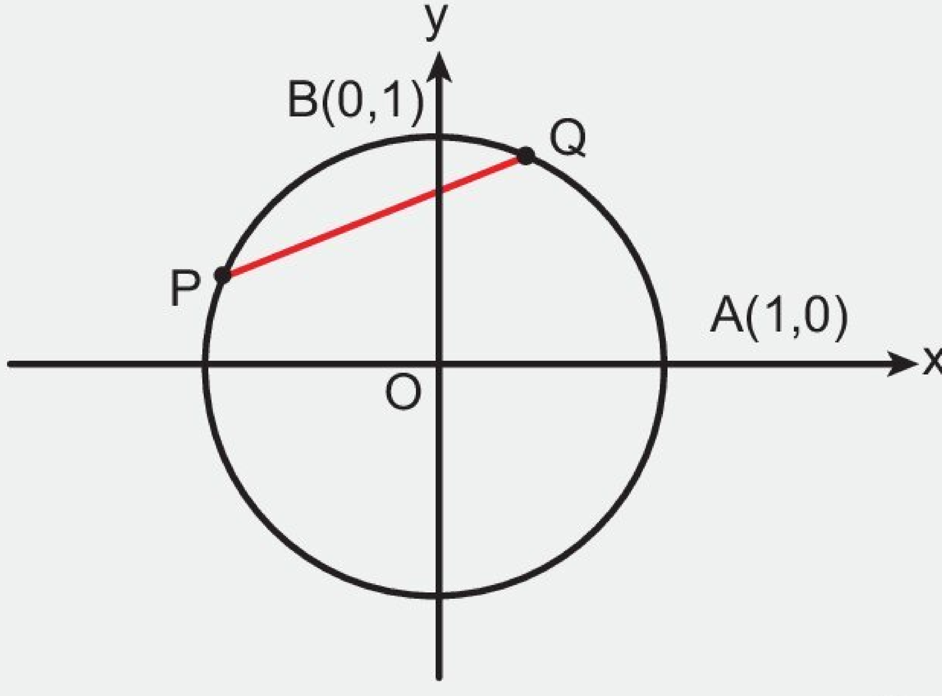


Karıncanın ulaştığı son nokta $K\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ x eksenine uzaklığı $\frac{\sqrt{3}}{2}$ birim olur.

Cevap: B



Örnek 13



Yandaki birim çember üzerinde alınan P ve Q noktaları için $|PQ| = \sqrt{3}$ birimdir.

PQ yayının uzunluğu x birim ve $\widehat{POQ}$ yönlü açısının ölçüsü y radyandır.

Buna göre x in sayısal değeri ile y nin sayısal değerinin toplamı kaçtır?

A) $-\frac{\pi}{2}$ B) $-\frac{\pi}{3}$ C) 0 D) π E) $\frac{4\pi}{3}$

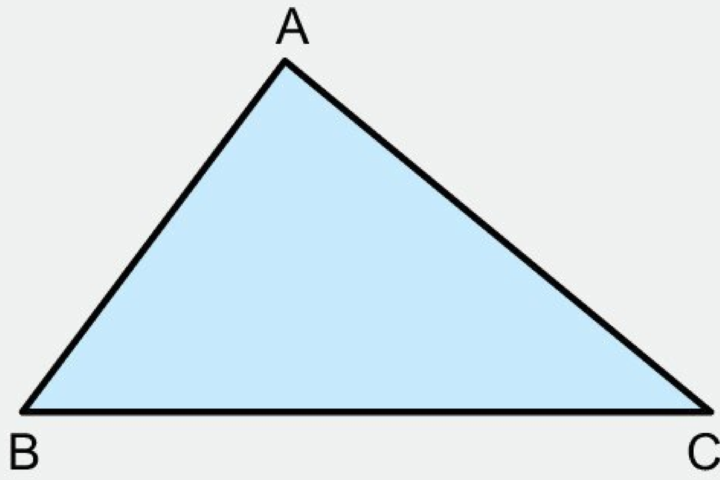
$|\widehat{PQ}| = \frac{2\pi}{3}$ birim

$m(\widehat{POQ}) = -\frac{2\pi}{3}$ radyan (Negatif yönlü açı)

$x = \frac{2\pi}{3}$ $y = -\frac{2\pi}{3} \Rightarrow x + y = 0$

Cevap: C

Örnek 14



ABC üçgen

$m(\widehat{A}) = 60° 40'$

$m(\widehat{B}) = \frac{\pi}{3}$ radyan

Yukarıda verilenlere göre, C açısının ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

A) 59°40' B) 59°20' C) 60°20' D) 61°40' E) 61°50'

$m\widehat{B} = \frac{\pi}{3} rd = 60°$

$m\widehat{C} = 180° - [(60°40') + 60°]$

$= 180° - [120°40'] = 59°20'$

Cevap: B

Örnek 15

Bir çember yayı 400 eşit parçaya bölündüğünde parçalardan birine 1 gradlık yay denir.

Buna göre, 125 gradlık açının ölçüsü kaç derecedir?

A) 97,5 B) 102,5 C) 107,5 D) 112,5 E) 115

$\frac{D}{360} = \frac{Grad}{400} \Rightarrow \frac{D}{360} = \frac{125}{400} \Rightarrow D = 112,5°$

Cevap: D

Örnek 16

A = {–10°, 400°, 1500°, 210°} ve

B = {40°, 60°, 180°, 210°, 350°}

kümeleri A → B – {a}

f(x) : "x açısının esas ölçüsü" olarak tanımlanıyor.

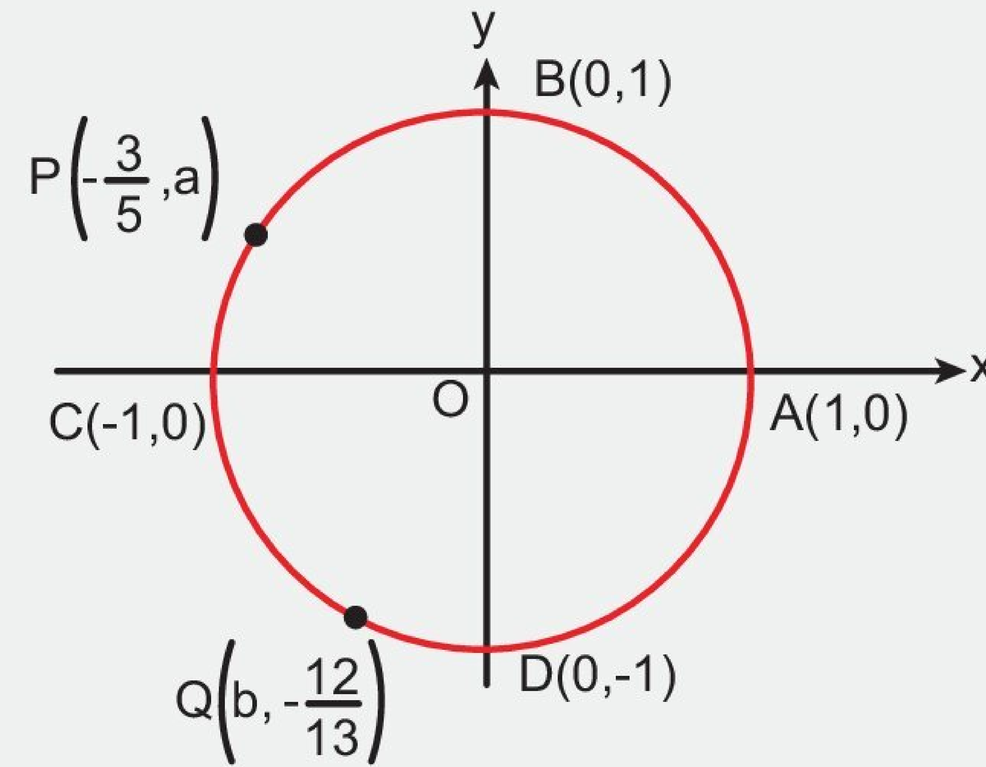
f fonksiyonu bire bir olduğuna göre, a kaç derecedir?

A) 40 B) 60 C) 180 D) 210 E) 350

180°, A kümesindeki hiç bir açının esas ölçüsü değildir. a = 180°

Cevap: C

Örnek 17



Yandaki birim çember üzerinde $P\left(-\frac{3}{5}, a\right)$ ve $Q\left(b, -\frac{12}{13}\right)$ noktaları veriliyor.

Buna göre, a . b çarpımının değeri kaçtır?

A) $-\frac{6}{13}$ B) $-\frac{4}{13}$ C) $-\frac{2}{13}$ D) $\frac{5}{13}$ E) $\frac{8}{13}$

$\left(-\frac{3}{5}\right)^2 + a^2 = 1 \Rightarrow a = \frac{4}{5}$

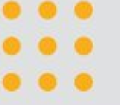
$b^2 + \left(-\frac{12}{13}\right)^2 = 1 \Rightarrow b = -\frac{5}{13}$

$a \cdot b = \frac{4}{5} \cdot -\frac{5}{13} = -\frac{4}{13}$

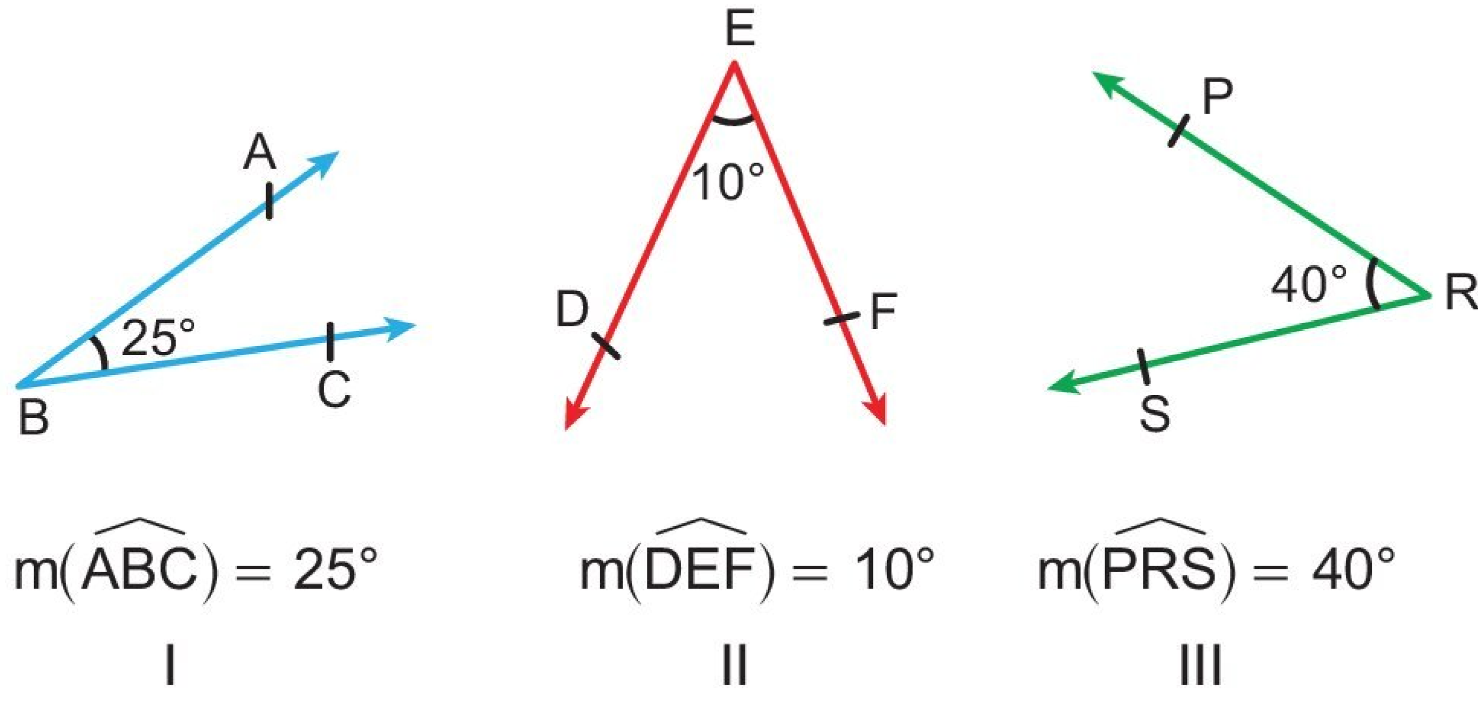
Cevap: B

Örnek Cevapları

1.B	2.C	3.D	4.C	5.E	6.D	7.C	8.E	9.D	10.D
11.A	12.B	13.C	14.B	15.D	16.C	17.B			



1.



$m(\widehat{ABC}) = 25°$ $m(\widehat{DEF}) = 10°$ $m(\widehat{PRS}) = 40°$

I   II   III

Yukarıda verilen açılar yönlü açı olarak düşünüldüğünde hangilerinin ölçüleri doğru verilmiştir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

I ⟶ negatif yönlü ⇒ $(\widehat{ABC}) = -25°$

II ⟶ pozitif yönlü ⇒ $(\widehat{DEF}) = 10°$

III ⟶ pozitif yönlü ⇒ $(\widehat{PRS}) = 40°$

Dolayısıyla II ve III doğru. *Cevap: E*

2. **$1127' = x°y'$ olduğuna göre, x + y <u>en az</u> kaçtır?**

A) 63 B) 65 C) 67 D) 70 E) 71

1127 | 60
– 60 | 18°
527
– 480
47'

$1127' = 18°47'$

18+47=65 olur. *Cevap: B*

3. $\alpha = 32°\ 18'$ ve

$\beta = 14°\ 21'$

olduğuna göre, $\alpha + 2\beta$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 59°59' B) 60° C) 61°
D) 61° 01' E) 70°

$\alpha = 32°\ 18'$
+ $\beta = 28°\ 42'$
$\alpha = 2\beta = 60°60' = 61°$

Cevap: C

4. **$\frac{7\pi}{6}$ radyan kaç derecedir?**

A) 110° B) 120° C) 150° D) 210° E) 240°

π radyan — 180°
$\frac{7\pi}{6}$ radyan — x°

$x = \frac{7\pi}{6 \cdot \pi} \cdot 180 = 210°$ *Cevap: D*

5. **Aşağıdaki açılardan hangisinin esas ölçüsü 70° dir?**

A) 780° B) –70° C) –650° D) 1000° E) 280°

C) –650 = 70 + 2 . (-360°) *Cevap: C*

6. I. $\frac{2\pi}{3}$ radyan = 120° dir.

II. $135° = \frac{3\pi}{4}$ radyandır.

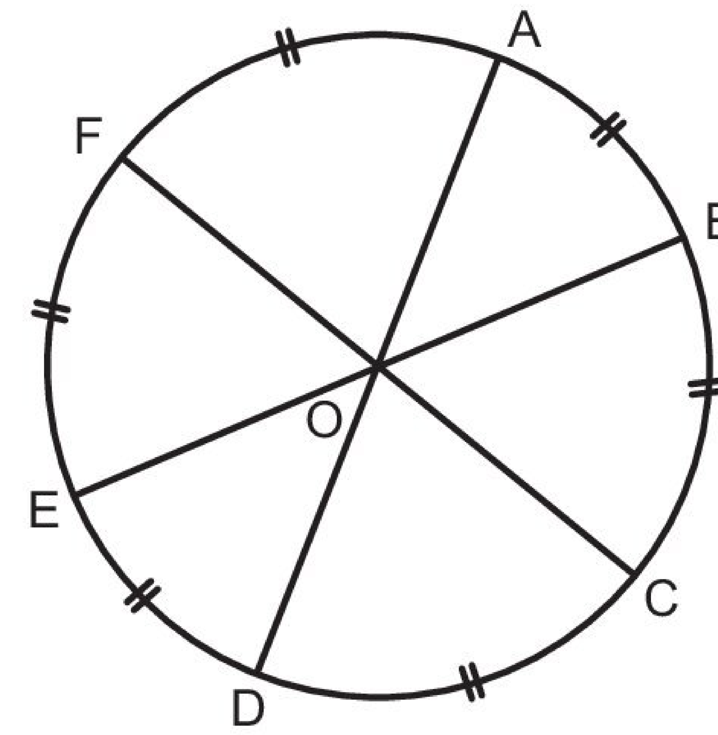
III. $\frac{3\pi}{2}$ radyan = 270° dir.

eşitliklerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
D) I ve III E) I, II ve III

I. Doğru II. Doğru III. Doğru *Cevap: E*

7.



Yandaki O merkezli çember yayı çap doğruları ile 6 eşit parçaya ayrılmıştır.

Buna göre,

I. $m(\widehat{COD}) = -60°$

II. $m(\widehat{BOF}) = 120°$

III. $m(\widehat{BOD}) = 240°$

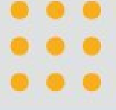
eşitliklerinden hangileri doğru olabilir?

A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız III
D) II ve III E) I, II ve III

$m(\widehat{COD})$ = (negatif yönlü açı) = – 60 Doğru

$m(\widehat{BOF})$ = (Pozitif yönlü açı) = 120° Doğru

$m(\widehat{BOD})$ = (Pozitif yönlü açı) = 240° Doğru *Cevap: E*



8. $\frac{53\pi}{6}$ **radyanlık açının esas ölçüsü kaç derecedir?**

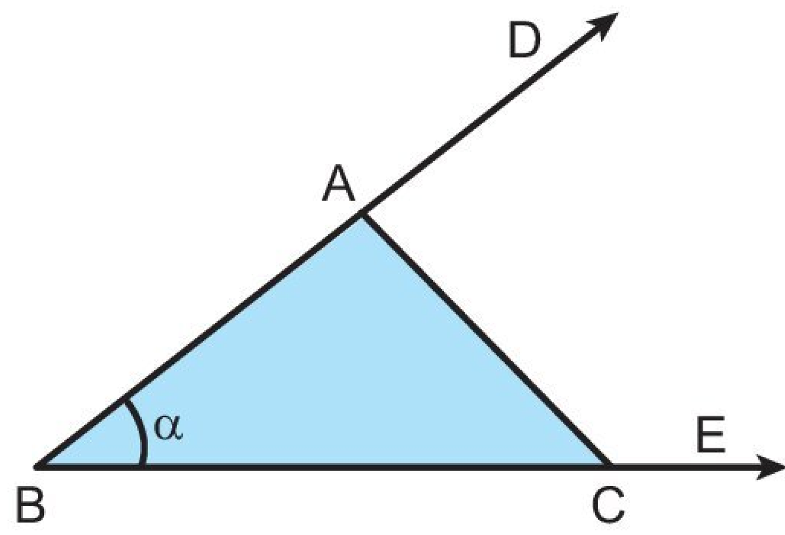
A) 60° B) 120° C) 130° D) 150° E) 210°

$\frac{53\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + 4 \cdot 2\pi$

$\frac{5\pi}{6}$ radyan = 150° dir.

Cevap: D

9.



$m(\widehat{EBD}) = \alpha$

$m(\widehat{CAD}) = 70°12'$

$m(\widehat{ECA}) = 150°35'$

Yukarıda verilenlere göre, α aşağıdakilerden hangisidir?

A) 40°47' B) 40°36' C) 42°51' D) 39°53' E) 38°37'

$180 - \alpha = 360° - (70°12' + 150°35')$

$-\alpha = 180° - (220°47')$

$\alpha = 220°47' - 180°$

$\alpha = 40°47'$

Cevap: A

10. $A = \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$

$B = \pi + \frac{2\pi}{3}$

olduğuna göre, B – A kaç derecedir?

A) 30° B) 45° C) 60° D) 70° E) 75°

$B - A = \pi + \frac{2\pi}{3} - \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$

$= 120° - 90° + 45° = 75°$

Cevap: E

11. –500° ile 2000° lik açı değerleri arasında esas ölçüsü 120° olan kaç farklı açı değeri vardır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

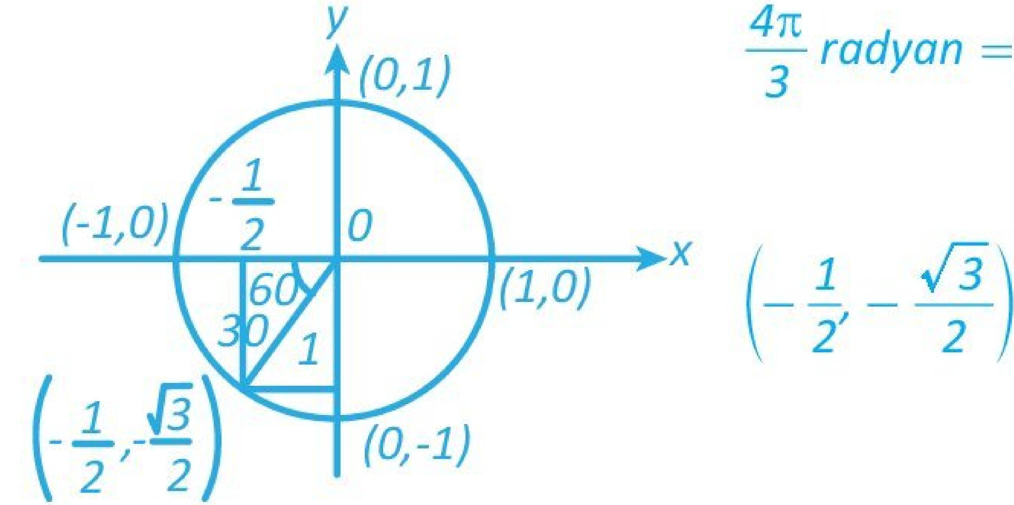
–240°, 120°, 480°, 840°, 1200°, 1560°, 1920°

Cevap: C

12. $\frac{4\pi}{3}$ **gerçel sayısının birim çember üzerinde eşleştiği noktanın koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ B) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ C) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

D) $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ E) $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$



$\frac{4\pi}{3}$ radyan = 240°

$\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Cevap: E

13. $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ve

$B(\sqrt{k}, \sqrt{3k-1})$

noktaları birim çember üzerinde olduğuna göre, $m(\widehat{BOA})$ yönlü açısının ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

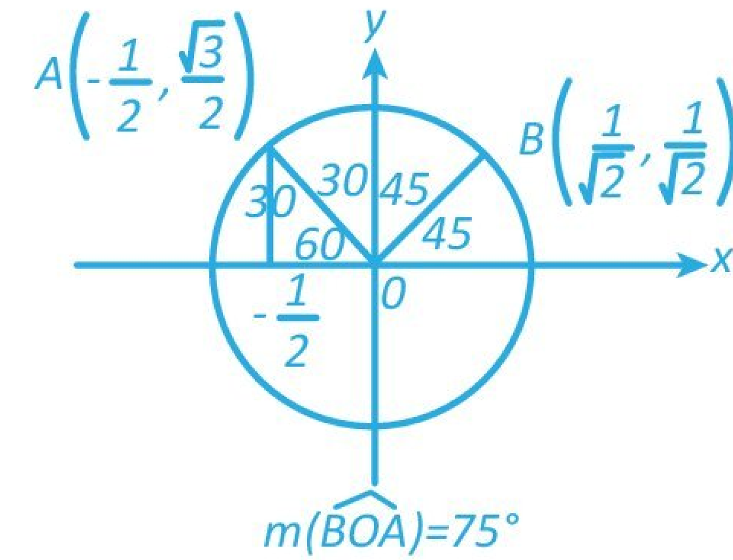
A) 90° B) 75° C) 60° D) 45° E) 30°

$x^2 + y^2 = 1$

$k + 3k - 1 = 1$

$4k = 2$

$k = \frac{1}{2}$



$m(\widehat{BOA}) = 75°$

Cevap: B

14. $a = 210°$

$b = -850°$

$c = \frac{23\pi}{5}$

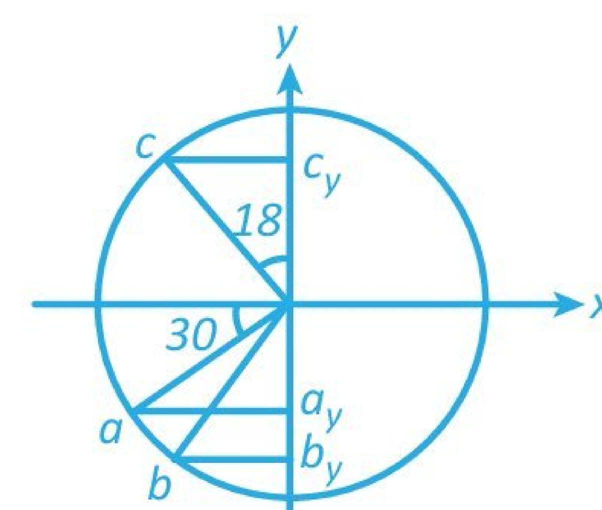
açılarının birim çember üzerindeki bitim noktalarının ordinatlarının sayısal değerleri sırasıyla

a_y, b_y ve c_y dir.

Buna göre, a_y, b_y ve c_y nin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a_y < b_y < c_y$ B) $b_y < a_y < c_y$ C) $b_y < c_y < a_y$

D) $a_y < c_y < b_y$ E) $c_y < b_y < a_y$



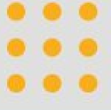
–850 esas ölçü 230°

$\frac{23\pi}{5}$ esas ölçü $\frac{3\pi}{5} = 108°$

$b_y < a_y < c_y$

Cevap: B

1.E 2.B 3.C 4.D 5.C 6.E 7.E 8.D 9.A 10.E 11.C 12.E 13.B 14.B



1. **Bir ABC üçgeninde m(Â) = 49°24' ve m(B̂) = 57°57' olduğuna göre Ĉ açısının ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 71°49' B) 72°39' C) 73°24' D) 75°39' E) 77°43'

$\widehat{ABC}$de $m\hat{A} + m\hat{B} + m\hat{C} = 180°$

$m\hat{A} = 49°24'$

$+ \; m\hat{B} = 57°57'$

$106°81' = 107°21'$

$m\hat{C} = 180° - (107°21')$

$m\hat{C} = 72°39'$

Cevap: B

2. $\alpha = \frac{23\pi}{8} \quad \beta = -\frac{5\pi}{4} \quad \theta = \frac{13\pi}{2}$

olduğuna göre; α, β ve θ nın esas ölçülerinin toplamının esas ölçüsü kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{24}$ B) $\frac{\pi}{16}$ C) $\frac{\pi}{8}$ D) $\frac{3\pi}{8}$ E) $\frac{\pi}{4}$

Açıların toplamının esas ölçüsüne eşittir.

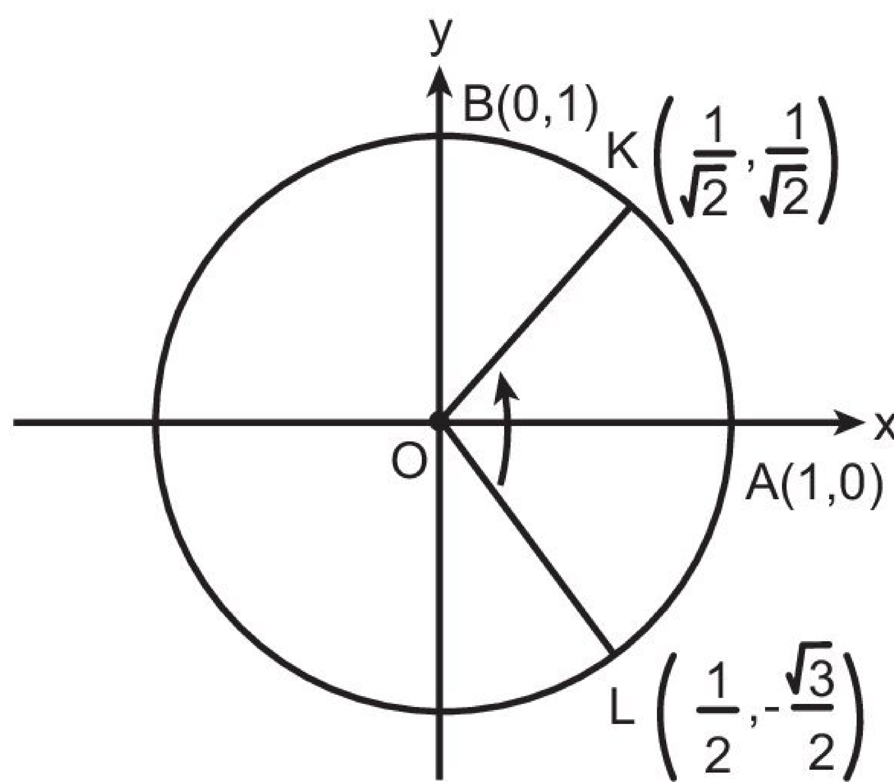
$\alpha + \beta + \theta = \frac{23\pi}{8} + \left(\frac{-5\pi}{4}\right) + \frac{13\pi}{2}$

$= \frac{65\pi}{8}$

$\frac{65\pi}{8}$ in esas ölçüsü $\frac{\pi}{8}$ radyandır.

Cevap: C

3.



Şekildeki birim çemberde verilen K$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ve L$\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ noktaları için $\widehat{LOK}$ açısının ölçüsü kaç radyandır?

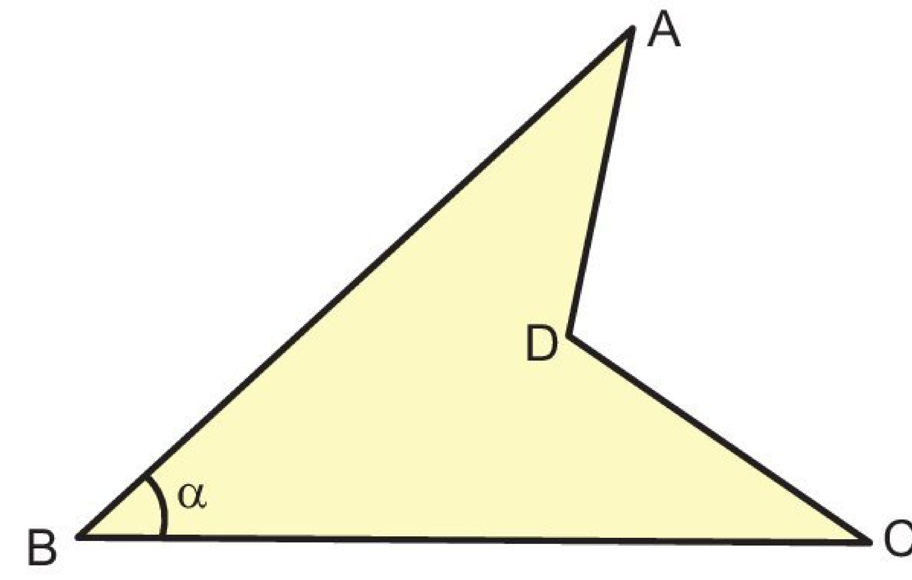
A) $\frac{2\pi}{3}$ B) $\frac{5\pi}{12}$ C) $\frac{3\pi}{4}$ D) $\frac{5\pi}{6}$ E) $\frac{7\pi}{12}$

$m(\widehat{AOK}) = 45° = \frac{\pi}{4}$

$m(\widehat{LOA}) = 60° = \frac{\pi}{3}$ $\quad \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{12}$

Cevap: E

4.



$m(\widehat{BAD}) = 25°40'$

$m(\widehat{DCB}) = 30°10'$

$m(\widehat{CDA}) = 100°20'$

$m(\widehat{CBA}) = \alpha$

Yukarıda iç bükey ABCD dörtgeninde verilen açı değerlerine göre, α aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 44°30' B) 43°50' C) 45° D) 45°10' E) 46°40'

$\alpha = 100°20' - (25°40' + 30°10')$

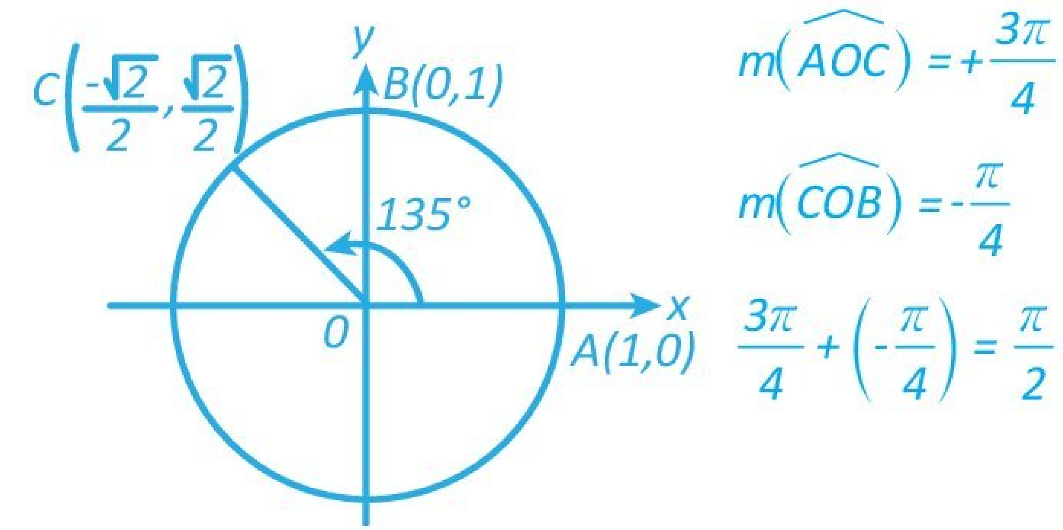
$\alpha = 100°20' - 55°50'$

$\alpha = 44°30'$

Cevap: A

5. Birim çember üzerinde A(1, 0), B(0, 1) ve C$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ noktaları veriliyor. $\widehat{AOC}$ ve $\widehat{COB}$ yönlü açılar için, **$m(\widehat{AOC}) + m(\widehat{COB})$ toplamı kaç radyandır?**

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) π



$m(\widehat{AOC}) = +\frac{3\pi}{4}$

$m(\widehat{COB}) = -\frac{\pi}{4}$

$\frac{3\pi}{4} + \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2}$

Cevap: C

6. 222222'' = x°y'z''

eşitliğinde x + y + z toplamı en az kaçtır?

A) 91 B) 101 C) 138 D) 146 E) 149

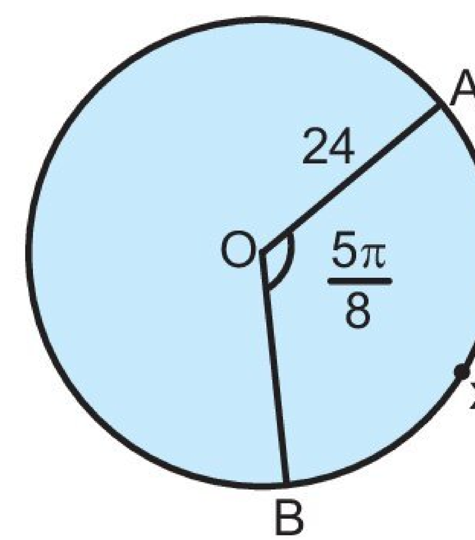
222222 ÷ 60 = 3703, kalan 42''

3703 ÷ 60 = 61°, kalan 43'

61 + 43 + 42 = 146

Cevap: D

7.



O merkezli çemberde

|OA| = 24 birim

$m(\widehat{AOB}) = \frac{5\pi}{8}$

olduğuna göre, $\widehat{AxB}$ yayının uzunluğu kaç birimdir?

A) 10π B) $\frac{25\pi}{2}$ C) 15π D) $\frac{35\pi}{2}$ E) 20π

$|\widehat{AB}| = 24 \cdot \frac{5\pi}{8} = 15\pi$ birim

Cevap: C

8. $b > 0$ olmak üzere,

$(3a - 1)x^2 + y^2 = 1$ birim çemberi üzerinde A(a, b) noktası veriliyor.

Buna göre, b kaçtır?

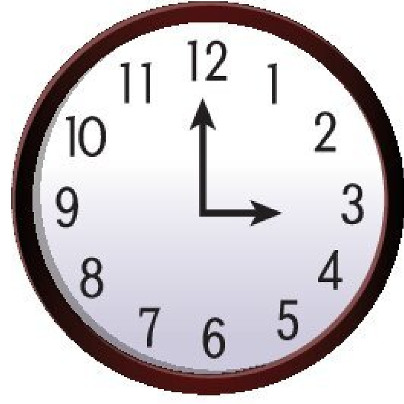
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{7}}{4}$

$3a - 1 = 1 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$

$A\left(\frac{2}{3}, b\right) \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^2 + b^2 = 1 \Rightarrow b^2 = \frac{5}{9} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{5}}{3}$

Cevap: D

9.



Saat 3'ü gösterirken yelkovan $\frac{65\pi}{6}$ radyanlık açı yaptığında saat kaç olur?

A) 7:50 B) 8:25 C) 8:35 D) 8:50 E) 9:10

$\frac{65\pi}{6} = 5 \cdot 2\pi + \frac{5\pi}{6}$ esas ölçü : $\frac{5\pi}{6} = 150° = 25$ dakika

Tam tur sayısı $\Rightarrow$ 5 saat

Buna göre, saat 3 + 5 saat 25 dk

8:25 dur.

Cevap: B

10. Gerçel sayılarda bir y = f(x) fonksiyonu

f: $\mathbb{R} \longrightarrow [0,2\pi)$

x $\longrightarrow$ "ölçüsü x radyan olan açının, esas ölçüsü y dir."

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, y = f(x) için

I. Bire birdir.

II. Örtendir.

III. Artandır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) I ve III E) II ve III

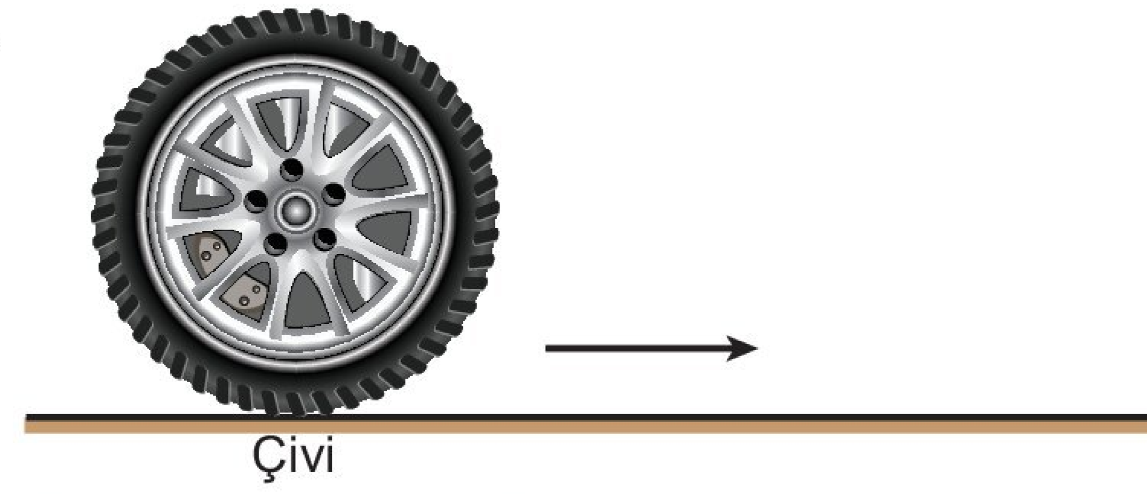
I. $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = f\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi\right)$ Bire bir değil.

II. Örten

III. Artan değil periyodik

Cevap: B

11.

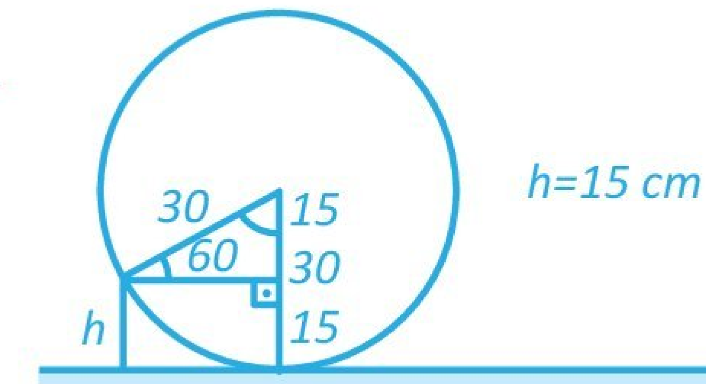


Şekilde yarıçapı 30 cm olan otomobil lastiğinin tabanına saplanan bir çivi saplandığı andan itibaren lastiğin merkezi etrafında $\frac{37\pi}{3}$ radyanlık açı yaptıktan sonra otomobil duruyor.

Buna göre, otomobil durduğunda çivinin yerden yüksekliği kaç cm olur?

A) 2π B) 3π C) 15 D) $10\sqrt{3}$ E) $15\sqrt{3}$

$\frac{37\pi}{3} = 6 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{3}$



h=15 cm

Cevap: C

12. p : 505° nin esas ölçüsü 135° dir.

q : $\frac{23\pi}{4}$ ün esas ölçüsü $\frac{7\pi}{4}$ tür.

r : $-\frac{7\pi}{3}$ ün esas ölçüsü $\frac{5\pi}{3}$ tür.

önermeleri için aşağıdakilerden hangisinin doğruluk değeri 1 dir?

A) $p \Rightarrow q$ B) $q \Rightarrow p$ C) $p \veebar r'$ D) $q \Leftrightarrow r'$ E) $(r \wedge q) \Rightarrow p$

505° = 1 . 360 + 145° olduğundan 505° nin esas ölçüsü 145° dir. $p \equiv 0$

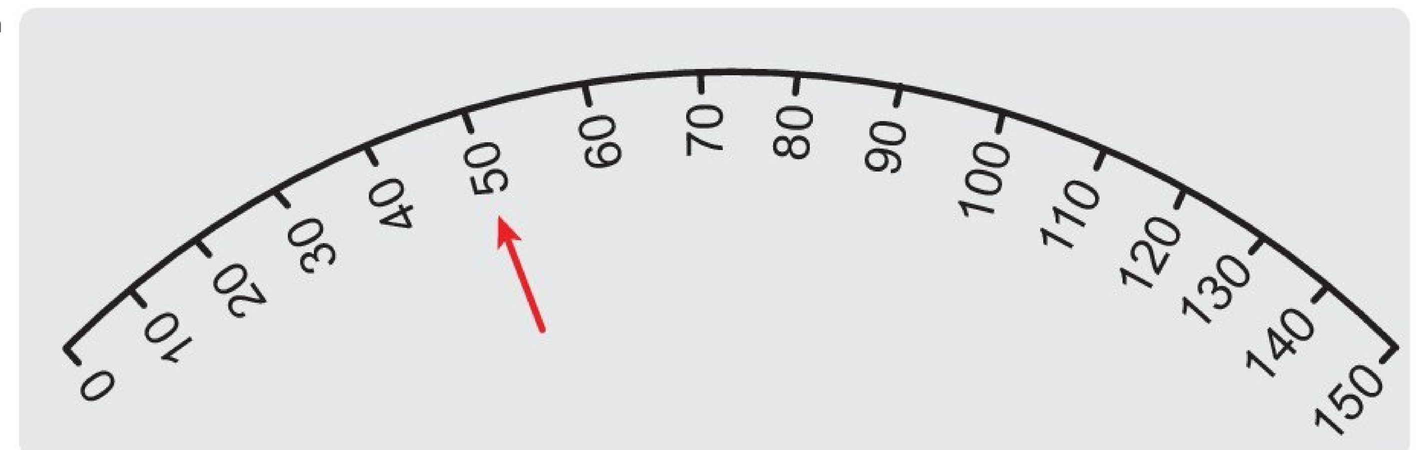
$\frac{23\pi}{4} = 4 \cdot 2\pi + \frac{7\pi}{4} \Rightarrow q \equiv 1$ $-\frac{7\pi}{3} = 2 \cdot 2\pi + \frac{5\pi}{3} \Rightarrow r \equiv 1$

Elde edilen doğruluk değerlerine göre

A) $p \Rightarrow q \equiv 0 \Rightarrow 1 \equiv 1$ (Diğerleri yanlış)

Cevap: A

13.



Şekilde bir motosikletin kilometre göstergesi verilmiştir. Göstergedeki yay bir çemberin 120° lik yayıdır. Motosikletin hızını hareket halindeki kırmızı bar göstermektedir.

Buna göre, hızı yukarıdaki gibi 50 km/sa olan motosiklet hızını 90 km/sa çıkarırsa kırmızı bar kaç derecelik açı yapar?

A) 40 B) 45 C) 48 D) 32 E) 36

120° 150 km

1 km $\left(\frac{4}{5}\right)°$ 40 km = $40 \cdot \frac{4}{5} = 32°$

Cevap: D

1.B 2.C 3.E 4.A 5.C 6.D 7.C 8.D 9.B 10.B 11.C 12.A 13.D

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

I. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonları

Açının köşesi orijinde, bir kolu Ox ekseninin pozitif tarafı iken diğer kolunun birim çemberi kestiği noktanın; apsisine açının **kosinüsü**, ordinatına açının **sinüsü** denir.

$m(\widehat{POA}) = \alpha$

P(a, b) için

a = cosα ve

b = sinα dır.

Yani, her $\alpha \in \mathbb{R}$ için

$-1 \leq \sin\alpha \leq 1$ ve $-1 \leq \cos\alpha \leq 1$

olur.

$\widehat{OPH}$ dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

elde edilir. f(x) = sinx ve f(x) = cosx fonksiyonları

$f(x) = \sin x$		$f(x) = \cos x$
$\sin: \mathbb{R} \to [-1, 1]$	ve	$\cos: \mathbb{R} \to [-1, 1]$
$x \to \sin x$		$x \to \cos x$

şeklinde tanımlanır.

Örnek 1

$A = \frac{5 \cdot \sin x + 4}{3}$ **olduğuna göre, A nın kaç farklı tam sayı değeri vardır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$-1 \leq \sin x \leq 1$

$-5 \leq 5.\sin x \leq 5$

$-1 \leq 5\sin x + 4 \leq 9$

$-\frac{1}{3} \leq \frac{5\sin x + 4}{3} \leq 3 \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq A \leq 3$

A 0, 1, 2 ve 3 olabilir. 4 tane

Cevap: D

Örnek 2

$\sin x + \cos x = \frac{5}{4}$

olduğuna göre, sinx . cosx değeri kaçtır?

A) $\frac{9}{32}$ B) $\frac{5}{16}$ C) $\frac{11}{32}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{13}{32}$

$(\sin x + \cos x)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2$

$\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cdot \cos x = \frac{25}{16}$

$1 + 2\sin x \cdot \cos x = \frac{25}{16} \Rightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{9}{32}$

Cevap: A

> Toplamları 90° $\left(\frac{\pi}{2}\text{ radyan}\right)$ olan açılardan birinin sinüsü diğerinin kosinüsüne eşittir.

α + β = 90°

sinα = cosβ ya da $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$

sinβ = cosα $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

Örnek 3

$\frac{\sin 36° + \cos 25°}{\sin 65° + \cos 54°} + \frac{\sin 90°}{\cos 180°}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) 1 E) 2

sin36° = cos54° sin(90°) = 1

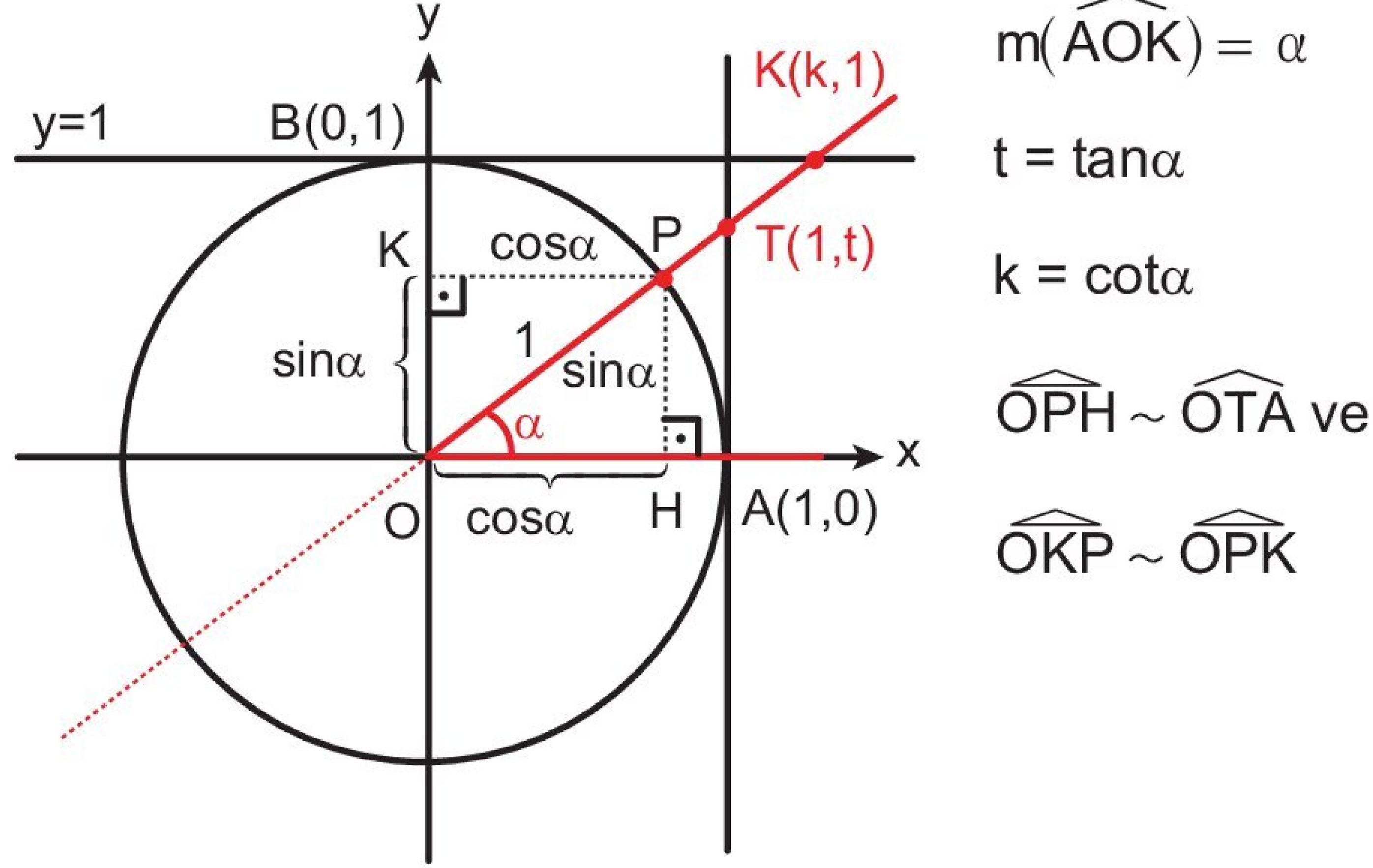
sin65° = cos25° cos(180°) = –1

$1 + \frac{1}{-1} = 0$

Cevap: C

II. Tanjant ve Kotanjant Fonksiyonları

x = 1 doğrusu tanjant ekseni ve y = 1 doğrusu kotanjant ekseni olmak üzere, açının kolunun x = 1 doğrusunu kestiği noktanın ordinatına açının tanjantı, y = 1 doğrusunu kestiği noktanın apsisine açının kotanjantı denir.



$m(\widehat{AOK}) = \alpha$

t = tanα

k = cotα

$\widehat{OPH} \sim \widehat{OTA}$ ve

$\widehat{OKP} \sim \widehat{OPK}$

Benzerlikler uygulanırsa

$\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $\tan\alpha = \dfrac{1}{\cot\alpha}$ eşitlikleri elde edilir.

$f(x) = \tan x$

$\tan : \mathbb{R} - \left\{\dfrac{(2n-1)\pi}{2}\right\} \to \mathbb{R} \quad (n \in \mathbb{Z})$

$x \longrightarrow \tan x$

$f(x) = \cot x$

$\cot : \mathbb{R} - \{n \cdot \pi\} \longrightarrow \mathbb{R} \quad (n \in \mathbb{Z})$

$x \longrightarrow \cot x$

Örnek 4

tanx + cotx = 4

olduğuna göre, $\tan^2x + \cot^2x$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\dfrac{1}{16}$ B) $-\dfrac{9}{5}$ C) 12 D) 13 E) 14

$(\tan x + \cot x)^2 = 4^2$

$\tan^2x + \cot^2x + 2 . \underbrace{\tan x \cdot \cot x}_{1} = 16$

$\tan^2x + \cot^2x = 14$

Cevap: E

Örnek 5

$\dfrac{3\sin x + 4\cos x}{\sin x - \cos x} = \dfrac{1}{2}$

olduğuna göre, cotx kaçtır?

A) –2 B) $-\dfrac{5}{9}$ C) $-\dfrac{7}{4}$ D) $-\dfrac{3}{2}$ E) $-\dfrac{5}{3}$

İçler dışlar çarpımı yapılırsa

6 . sinx + 8 cosx = sinx – cosx

5 . sinx = –9 . cosx

$5 \cdot \dfrac{\sin x}{\sin x} = -9 \cdot \dfrac{\cos x}{\sin x}$ $\quad \dfrac{\cos x}{\sin x} = \cot x = -\dfrac{5}{9}$

Cevap: B

Örnek 6

$\dfrac{1 - \tan^2x}{1 + \tan^2x} + \sin^2x$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) cosx C) $\sin^2x$ D) $\cos^2x$ E) sinx.cosx

$\dfrac{1 - \dfrac{\sin^2x}{\cos^2x}}{1 + \dfrac{\sin^2x}{\cos^2x}} + \sin^2x = \dfrac{\cos^2x - \sin^2x}{\cos^2x + \sin^2x} + \sin^2x$

$= \cos^2x$

Cevap: D

> Toplamları 90° $\left(\dfrac{\pi}{2}\text{ radyan}\right)$ olan açılardan birinin tanjantı, diğerinin kotanjantına eşittir.

α + β = 90° $\qquad \tan\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$

tanα = cotβ $\qquad$ ya da

cotα = tanβ $\qquad \cot\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \tan x$

Örnek 7

$x + 2y = \dfrac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$\dfrac{\tan(x+y)}{\cot(y)} + \dfrac{\cot x}{\tan(2y)}$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

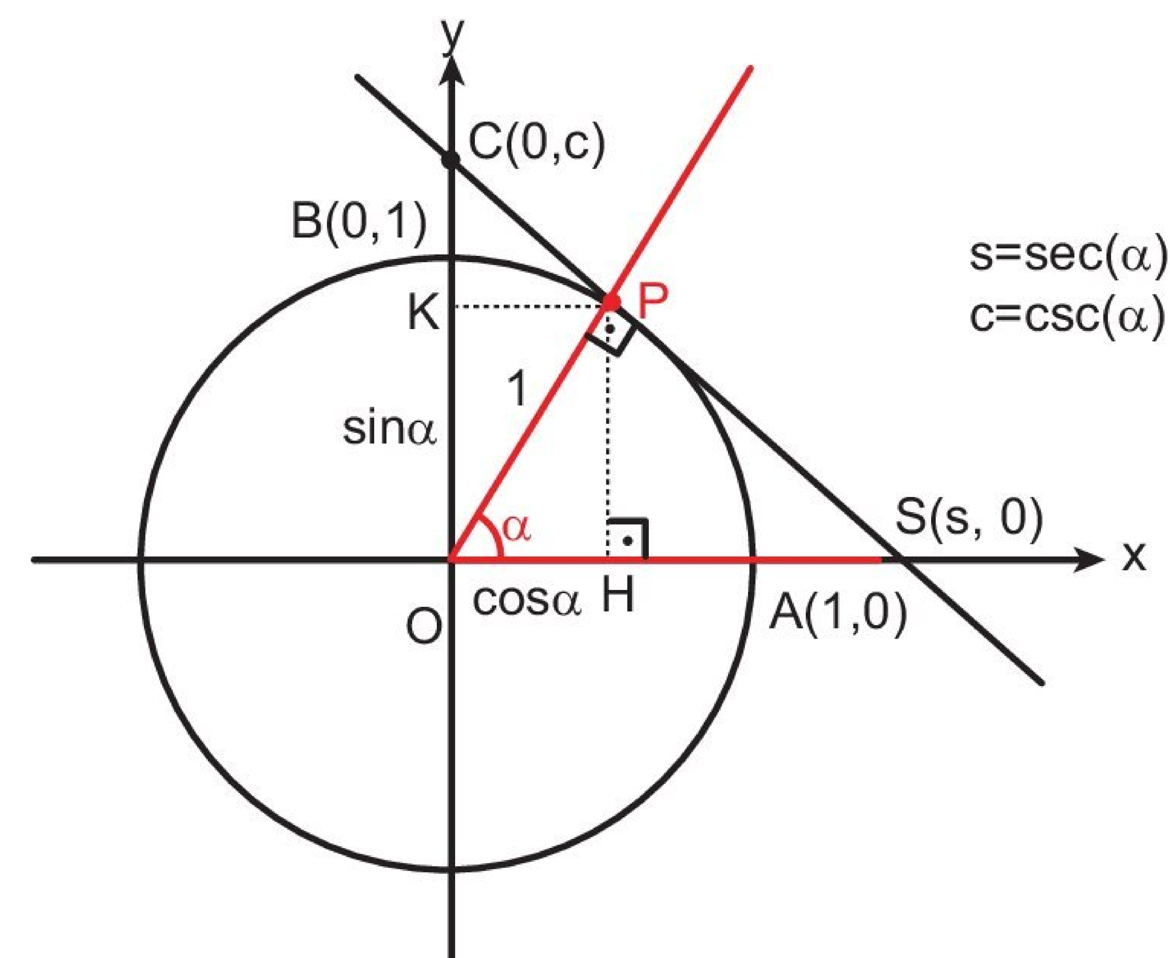
tan(x + y) = cot(y) ve cotx = tan2y

$x + 2y = \dfrac{\pi}{2}$ $\quad$ 1 + 1 = 2

Cevap: E

III. Sekant ve Kosekant Fonksiyonları

Ölçüsü α olan açının kolunun birim çemberi kestiği noktanın P(cosα, sinα) olduğunu biliyoruz. P noktasından çembere çizilen teğetin; x eksenini kestiği noktanın apsisine α açısının sekantı (secα), y eksenini kestiği noktanın ordinatına ise α açının kosekantı (cosecα ya da cscα) denir.



$f(x) = \sec x$

$\sec : \mathbb{R} - \left\{(2n-1)\frac{\pi}{2}\right\} \longrightarrow \mathbb{R} - (-1, 1)$ $\quad (n \in \mathbb{Z})$

$x \longrightarrow \sec x$

$f(x) = \csc x$

$\csc : \mathbb{R} - \{n\pi\} \longrightarrow \mathbb{R} - (-1, 1)$ $\quad (n \in \mathbb{Z})$

$x \longrightarrow \csc x$

$\widehat{OPS}$ dik üçgeninde öklid $\Rightarrow |OP|^2 = |OH| \, . \, |OS|$

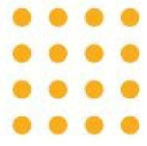
$1^2 = \cos\alpha \, . \, \sec\alpha$

$\boxed{\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}}$ dır.

$\widehat{OPC}$ dik üçgeninde öklid $\Rightarrow |OP|^2 = |OK| \, . \, |OC|$

$1^2 = \sin\alpha \, . \, \csc\alpha$

$\boxed{\cos\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}}$ dır.



Örnek 8

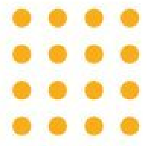
$$\frac{\sin x}{\csc x} + \frac{\cos x}{\sec x}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) $\sin^2 x$ D) $\sec^2 x$ E) secx+cscx

$\frac{\sin x}{\frac{1}{\sin x}} + \frac{\cos x}{\frac{1}{\cos x}} = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Cevap: A



Örnek 9

$$\frac{\sin x - \csc x}{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{\cos x - \sec x}$$

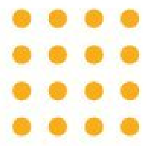
ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A) sinx B) cscx C) secx D) $\tan^2 x$ E) $\cot^2 x$

$\frac{s - \frac{1}{s}}{c} \cdot \frac{s}{c - \frac{1}{c}} = \frac{s^2 - 1}{sc} \cdot \frac{sc}{c^2 - 1} = \frac{-c^2}{-s^2}$

$= \cot^2 x$

Cevap: E



Örnek 10

$\cos\alpha + \sec\alpha = 3$ olduğuna göre,

$|\cos\alpha - \sec\alpha|$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$

$c + \frac{1}{c} = 3$

$c^2 + \frac{1}{c^2} + 2 \cdot c \cdot \frac{1}{c} = 9$

$c^2 + \frac{1}{c^2} = 7$

$\left|c - \frac{1}{c}\right| = p$ olsun

$p^2 = c^2 + \frac{1}{c^2} - 2 \cdot c \cdot \frac{1}{c}$

$p^2 = 7 - 2$

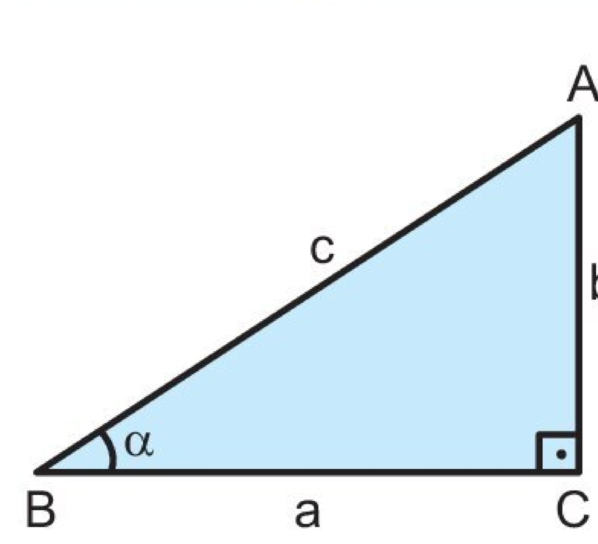
$p^2 = 5$

$p = \sqrt{5}$ olur.

Cevap: D

DİK ÜÇGEN

I. Dik Üçgende Trigonometrik Oranlar



$\sin\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{Karşı dik kenar uzunluğu}}{\text{Hipotenüs uzunluğu}}$

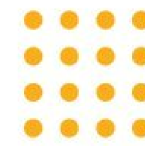
$\cos\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{Komşu dik kenar uzunluğu}}{\text{Hipotenüs uzunluğu}}$

$\tan\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{Karşı dik kenar uzunluğu}}{\text{Komşu dik kenar uzunluğu}}$

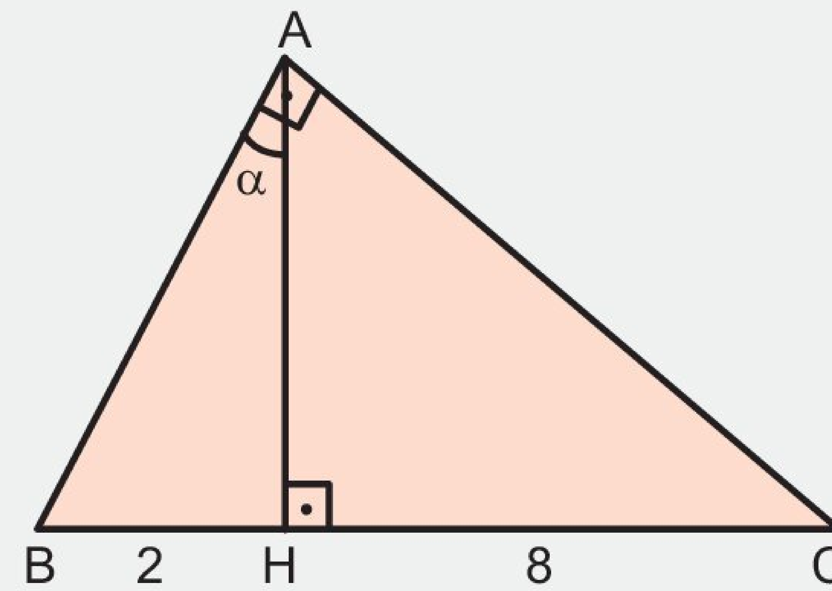
$\cot\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{Komşu dik kenar uzunluğu}}{\text{Karşı dik kenar uzunluğu}}$

BAZI ÖZEL AÇILARIN TRİGONOMETRİK DEĞERLERİ

	0	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
Sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	–1
Tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	–1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
Cot	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	–1	$-\sqrt{3}$	∞



Örnek 11



ABC dik üçgen

$[AB] \perp [AC]$, $[AH] \perp [BC]$

$|BH| = 2$ cm

$|HC| = 8$ cm

$m(\widehat{BAH}) = \alpha$

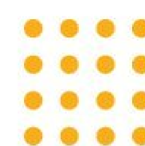
Yukarıda verilenlere göre, $\sin^2\alpha \, . \, \tan\alpha$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

Öklid $\Rightarrow$ $|AH| = 4$ cm $\quad |AB| = 2\sqrt{5}$ cm $\quad |AC| = 4\sqrt{5}$ cm

$\sin\alpha = \frac{2}{2\sqrt{5}}$, $\tan\alpha = \frac{2}{4}$ $\quad \sin^2\alpha \cdot \tan\alpha = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$

Cevap: A



Örnek 12

$$\frac{\sin 30° + \tan 45°}{\cos(180°) - \cot 90°}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –2 B) $-\frac{3}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) 2 E) 3

$\frac{\frac{1}{2} + 1}{-1 - 0} = -\frac{3}{2}$

Cevap: B

Çıkmış Soru 1

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\frac{1+\tan x}{\cot x} \cdot \frac{\sin x - \cos x}{\sin x} = 2$$

olduğuna göre, sinx değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

2020 AYT

$\frac{1+\frac{s}{c}}{\frac{c}{s}} \cdot \frac{s-c}{s} = \frac{s(c+s)}{c^2} \cdot \frac{s-c}{s}$

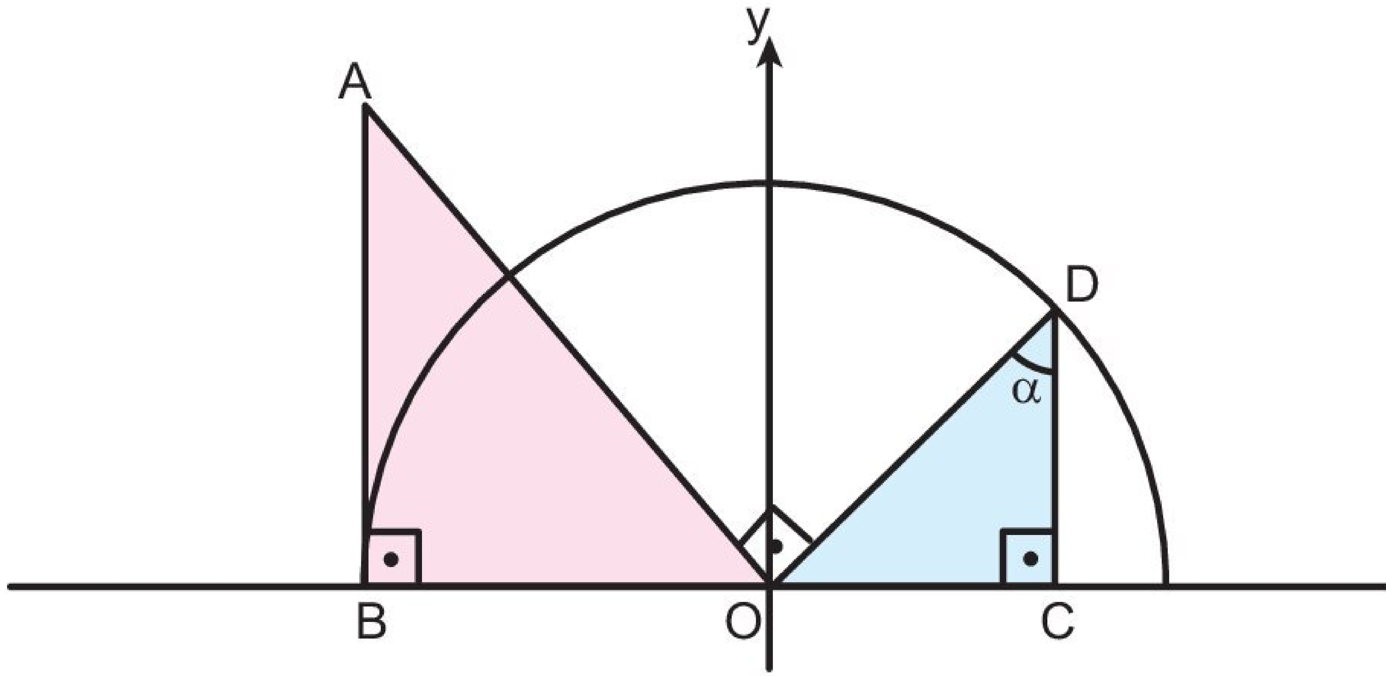
$\frac{s^2-c^2}{c^2} = 2 \Rightarrow s^2 = 3c^2 \Rightarrow \tan^2 x = 3 \Rightarrow \tan x = \sqrt{3}$

$\Rightarrow x = 60° \Rightarrow \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Cevap: D

Çıkmış Soru 2

Dik koordinat düzleminde O merkezli yarıçapı 1 birim olan yarım çember ile B ve D noktaları bu yarım çember üzerinde olan OAB ve OCD dik üçgenleri aşağıda gösterilmiştir.



Şekilde [OA] ve [OD] doğru parçaları dik kesişmektedir.

Buna göre, OAB üçgeninin alanının OCD üçgeninin alanına oranının α türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) tanα B) cotα C) cscα

D) $\tan^2α$ E) $\sec^2α$

2020 AYT

$\frac{|AB|}{|BO|} = \tan α$, $\frac{|OC|}{|DO|} = \sin α$ ($|DO| = 1$)

$\frac{|DC|}{|DO|} = \cos α$ ($|DO| = 1$)

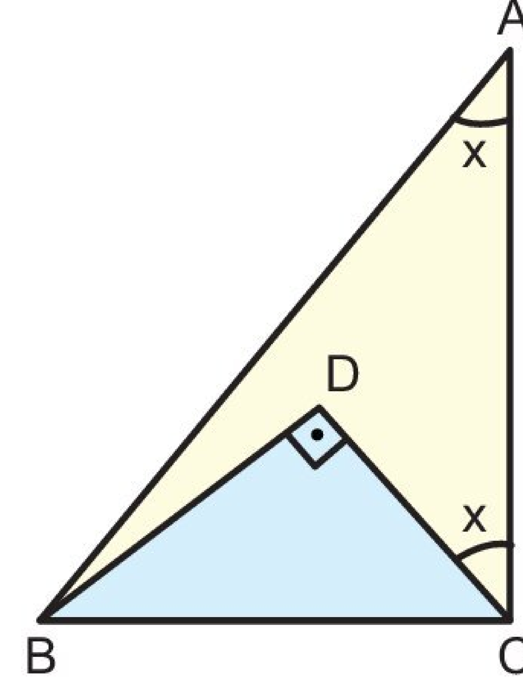
$\frac{Alan(AOB)}{Alan(OCD)} = \frac{\frac{1 \cdot \tan α}{2}}{\frac{\sin α \cdot \cos α}{2}} = \frac{\sin α}{\cos α} \cdot \frac{1}{\sin α \cdot \cos α} = \frac{1}{\cos^2 α}$

$= \sec^2 α$

Cevap: E

Çıkmış Soru 3

Birer kenarları çakışık olan ABC ile BCD dik üçgenleri şekildeki gibi çizildikten sonra oluşan iki bölge sarı ve mavi renge boyanmıştır.



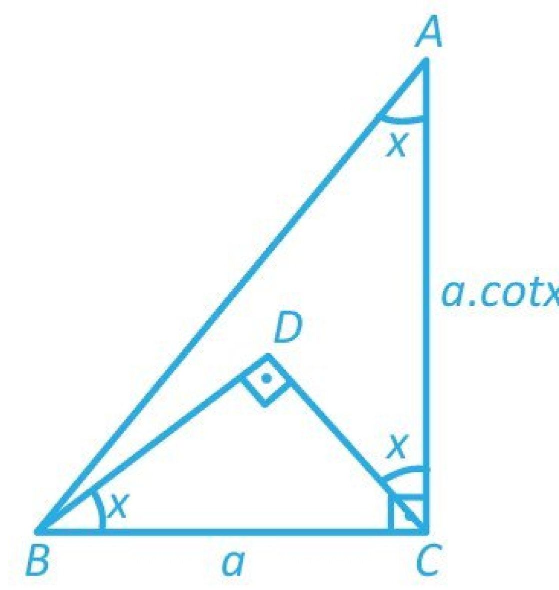
$m(\widehat{DCA}) = m(\widehat{BAC}) = x$

olduğuna göre, sarı bölgenin alanının mavi bölgenin alanına oranının x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) sin2x B) cos2x C) $\sin^2x$

D) $\cot^2x$ E) $\csc^2x$

2019 AYT



$|BC| = a \Rightarrow |CD| = a \cdot \sin x$, $|BD| = a \cdot \cos x$

$|AC| = a \cdot \cot x$

Sarı = A(ABC) − A(BDC)

$= \frac{a \cdot a\cot x}{2} - \frac{a\sin x \cdot a\cos x}{2}$

$= \frac{a^2}{2}(\cot x - \sin x \cdot \cos x)$

Mavi $= \frac{a^2 \sin x \cdot \cos x}{a}$

$\frac{Sarı}{Mavi} = \frac{\frac{a^2}{2}\left(\frac{c}{s} - sc\right)}{\frac{a^2}{2}(s \cdot c)} = \frac{c(1-s^2)}{s^2 \cdot c} = \frac{c^2}{s^2} = \cot^2 x$

Cevap: D

Çıkmış Soru 4

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\sec x \cdot \tan x \cdot (1 - \sin x) = \frac{1}{4}$$

olduğuna göre, cscx değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{7}{2}$ D) 2 E) 3

2020 AYT

$\frac{1}{c} \cdot \frac{s}{c}(1-s) = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{s(1-s)}{1-s^2} = \frac{1}{4}$, $1-s^2 = (1-s)(1+s)$

$4\sin x = 1 + \sin x \Rightarrow 3\sin x = 1$

$\sin x = \frac{1}{3} \Rightarrow \csc x = 3$

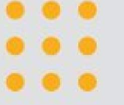
Cevap: E

Çıkmış Soru Cevapları

1.D 2.E 3.D 4.E

Örnek Cevapları

1.D 2.A 3.C 4.E 5.B 6.D 7.E 8.A 9.E 10.D
11.A 12.B



1. tan5° . tan10° . tan15° . ··· . tan80° . tan85°
çarpımının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 45 C) 0 D) $\sqrt{2}$ E) 2

tan5° . tan10° . tan15° . tan20° ... tan70° . tan75° . tan80° . tan85° (1, 1)
= tan45° = 1
Cevap: A

2. ABC dik üçgen

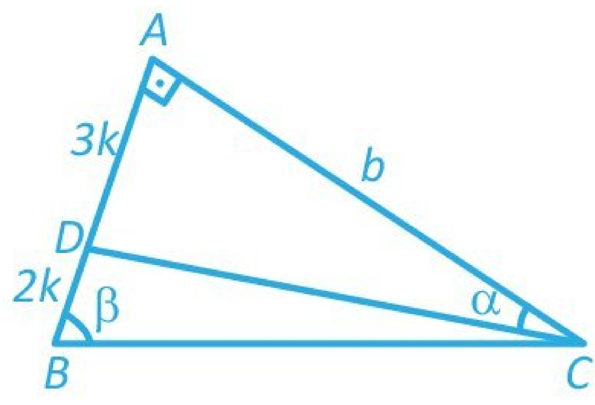
$m(\widehat{BAC}) = 90°$

$2|AD| = 3 \cdot |BD|$

$m(\widehat{ACD}) = \alpha$, $m(\widehat{ABC}) = \beta$

Yukarıda verilenlere göre, tanα . tanβ çarpımının değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) 1 D) $\frac{5}{4}$ E) 2



$\tan\alpha \cdot \tan\beta = \frac{3k}{b} \cdot \frac{b}{5k} = \frac{3}{5}$

Cevap: A

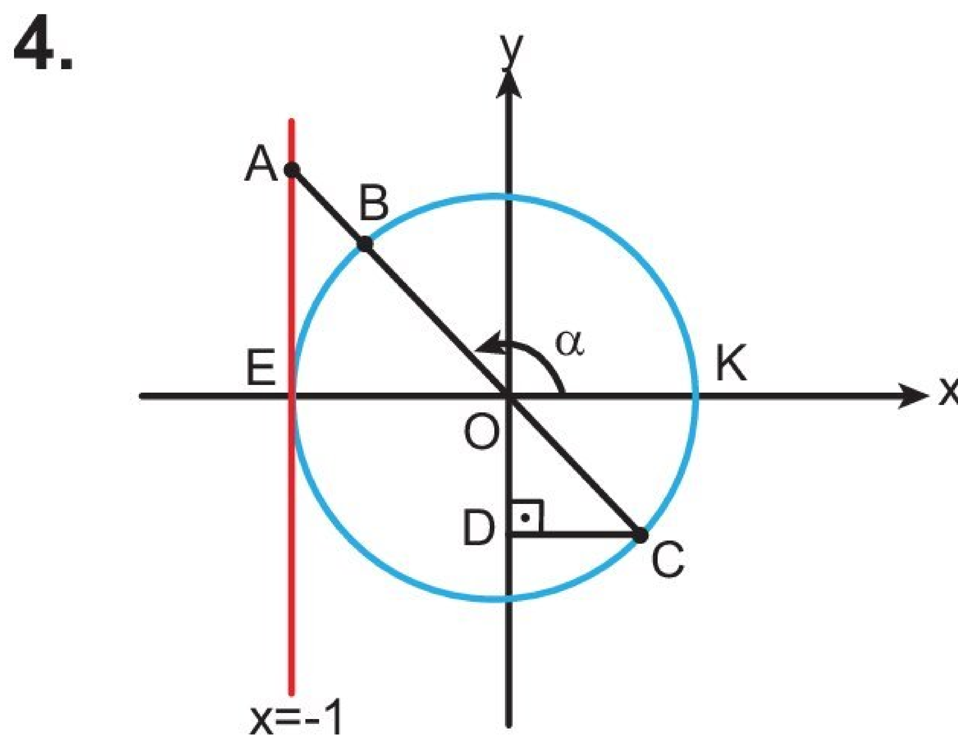
3. A = 5sin(2x) – 2 . cos(3y)
olmak üzere, A nın alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 7 B) 8 C) 11 D) 14 E) 15

$-5 \le 5\sin(2x) \le 5$
$-2 \le -2\cos(3y) \le 3$
$-7 \le A \le 7$
–7, –6 ... 7 15 tane

Cevap: E

4.



Yukarıda verilen birim çemberde $m(\widehat{AOK}) = \alpha$ olduğuna göre, $\frac{|AE|}{|OD|}$ oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) cosα B) –secα C) cscα D) $\sin^2\alpha$ E) $\cos^2\alpha$

|AD| = –tanα
|OD| = sinα

$\frac{|AE|}{|OD|} = \frac{-\tan\alpha}{\sin\alpha} = -\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot \frac{1}{\sin\alpha} = -\frac{1}{\cos\alpha} = -\sec\alpha$

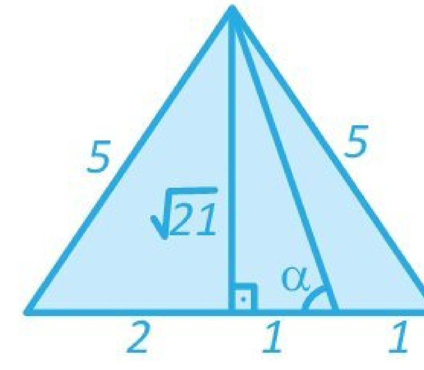
Cevap: B

5. ABC üçgen,

|AB| = |AC| = 5 cm
|BD| = 3 cm
|DC| = 1 cm
$m(\widehat{ADB}) = \alpha$

Yukarıda verilenlere göre, tanα değeri kaçtır?

A) 4 B) $\sqrt{19}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $\sqrt{21}$ E) $2\sqrt{6}$



Cevap: D

6. $\sin x + \cos x = \frac{7}{5}$
olmak üzere,
$\sin^3x + \cos^3x$
ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{9}{5}$ C) $\frac{16}{25}$ D) $\frac{84}{125}$ E) $\frac{91}{125}$

$s + c = \frac{7}{5} \Rightarrow s^2 + c^2 + 2sc = \frac{49}{25}$

$2sc = \frac{24}{25} \Rightarrow sc = \frac{12}{25}$

$s^3 + c^3 = (s + c)(s^2 - sc + c^2)$

$= \frac{7}{5}\left(1 - \frac{12}{25}\right) = \frac{7}{5} \cdot \frac{13}{25} = \frac{91}{125}$

Cevap: E

7. $\frac{\tan 330° \cdot \sin 60° + \cot 30° \cdot \sin 120°}{\sin 30° \cdot \cos(180°)}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

$\frac{\left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)}{\frac{1}{2} \cdot (-1)}$

$\frac{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2$

Cevap: A

8. $\frac{\cos x}{1 + \sin x} + \frac{\cos x}{1 - \sin x}$

ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A) cosx B) cotx C) tanx D) 2 . secx E) 2cscx

$\frac{c}{1+s} + \frac{c}{1-s} = \frac{c(1 - s + 1 + s)}{1 - s^2}$

$= \frac{2c}{c^2} = 2 \cdot \sec x$

Cevap: D

9. $\dfrac{\tan225°}{\sin210°} + \dfrac{\cos300°}{\cot135°}$

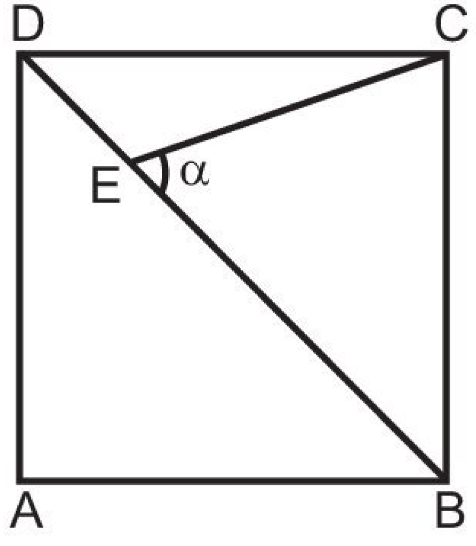
ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\dfrac{5}{2}$ B) –2 C) $-\dfrac{3}{2}$ D) 1 E) $\dfrac{3}{2}$

$\dfrac{1}{-\frac{1}{2}} + \dfrac{\frac{1}{2}}{-1} = -2 - \dfrac{1}{2} = -\dfrac{5}{2}$

Cevap: A

10.



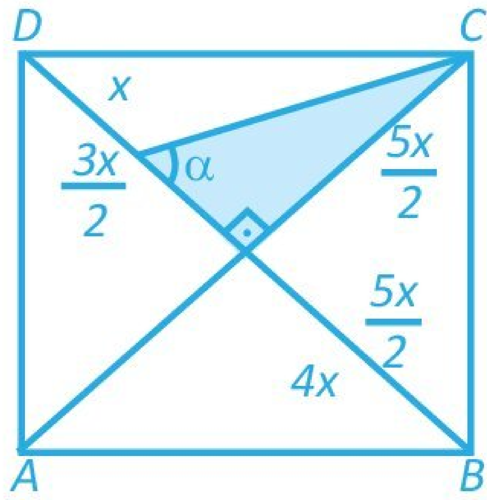
ABCD kare

$|EB| = 4|DE|$

$m(\widehat{CEB}) = \alpha$

Yukarıda verilenlere göre, tanα kaçtır?

A) $\dfrac{4}{3}$ B) $\dfrac{5}{3}$ C) 2 D) $\dfrac{9}{4}$ E) $\dfrac{5}{2}$



$\tan\alpha = \dfrac{\frac{5x}{2}}{\frac{3x}{2}} = \dfrac{5}{3}$

Cevap: B

11. $\tan x - \cot x = 2$

olduğuna göre,

$\tan^3x - \cot^3x$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $4\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{2}$ C) 10 D) $6\sqrt{3}$ E) 14

$t - c = 2 \Rightarrow (t - c)^2 = 2^2$

$t^2 + c^2 - 2\,.\,t\,.\,c = 4$

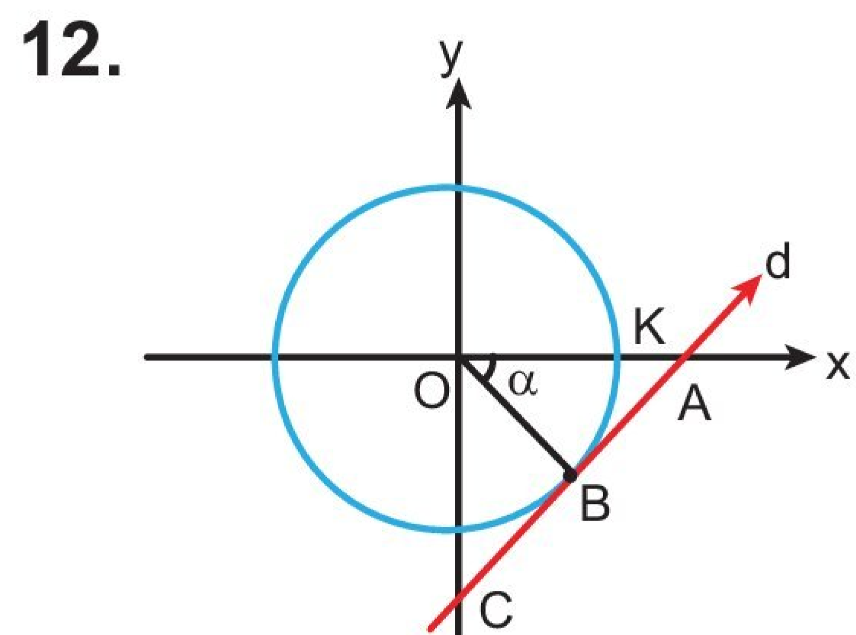
$t^2 + c^2 = 6$

$t^3 - c^3 = (t - c)(t^2 + tc + c^2)$

$= 2.\,(6 + 1) = 14$

Cevap: E

12.



Yukarıda verilen birim çemberde d doğrusu çembere B noktasında teğettir.

Buna göre, |AB| . |AC| çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos^2\alpha$ B) $\tan^2\alpha$ C) $-\tan\alpha$ D) $-\sin\alpha\cos\alpha$ E) $\sec^2\alpha$

$\widehat{OAC}$ de $m(\widehat{AOC}) = 90°$ ve $[OB] \perp [AC]$ olduğu için öklid bağıntıları ile

$|OA|^2 = |AB|\,.\,|AC|$ dir. $|OA| = \sec(2\pi - \alpha)$

$= \sec\alpha \Rightarrow |AB|\,.\,|AC| = \sec^2\alpha$ dır.

Cevap: E

13. $\dfrac{\sin^3x - \cos^3x}{1 + \sin x \cdot \cos x} - \dfrac{\tan x}{\sec x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) cosx B) –cosx C) sinx D) –sinx E) –1

sinx = s ve cosx = c olsun

$s^3 - c^3 = (s - c)(s^2 + sc + c^2)$

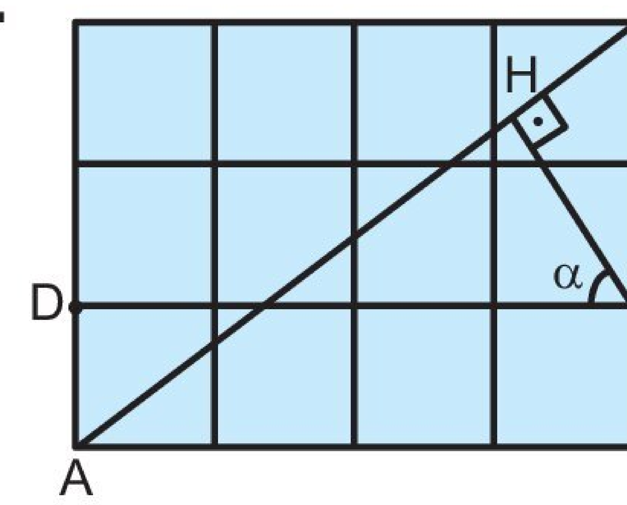
$\dfrac{s^3 - c^3}{1 + sc} - \dfrac{\frac{s}{c}}{\frac{1}{c}} = \dfrac{(s - c)(s^2 + sc + c^2)}{s^2 + c^2 + sc} - s$

$= s - c - s$

$= -c = -\cos x$

Cevap: B

14.

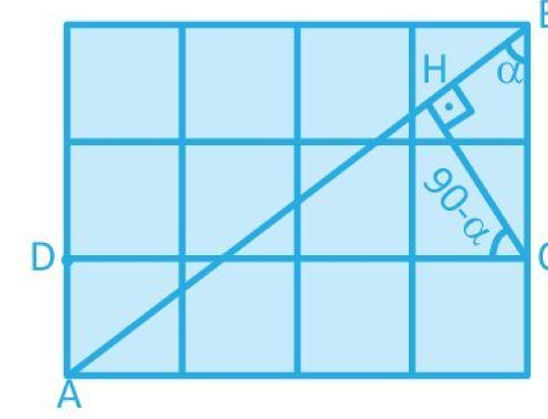


Şekildeki 3x4 birim karelerden oluşan düzlemde

$[CH] \perp [AB]$ ve $m(\widehat{DCH}) = \alpha$

olduğuna göre tanα kaçtır?

A) 1 B) $\dfrac{4}{3}$ C) $\dfrac{5}{3}$ D) $\dfrac{3}{5}$ E) $\dfrac{4}{5}$



$m(\widehat{ABC}) = \alpha$ $\tan\alpha = \dfrac{4}{3}$ tür.

Cevap: B

15. $a = \tan x - 2$

$b = \cot x + 1$

olduğuna göre,

a nın b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{3b}{b - 2}$ B) $\dfrac{1}{2b - 1}$ C) $\dfrac{3}{b + 1}$ D) $\dfrac{3 - 2b}{b - 1}$ E) $\dfrac{5 - b}{b - 1}$

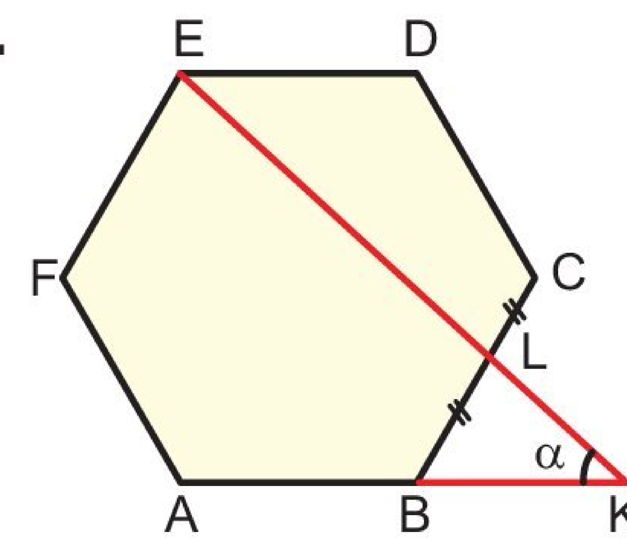
$\tan x = a + 2$, $\cot x = b - 1$

$\tan x\,.\,\cot x = (a + 2)(b - 1) = 1$

$a + 2 = \dfrac{1}{b - 1} \Rightarrow a = \dfrac{1}{b - 1} - 2 = \dfrac{3 - 2b}{b - 1}$

Cevap: D

16.



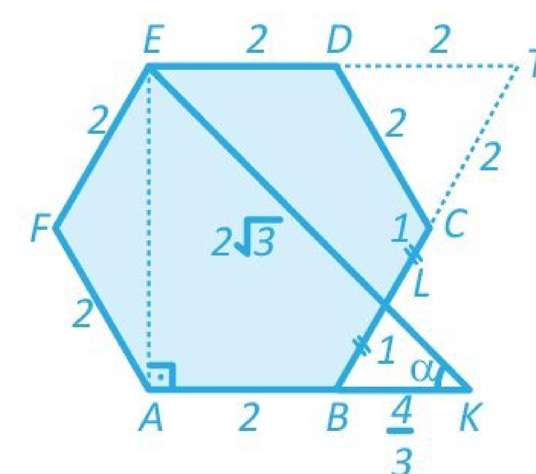
ABCDEF düzgün altıgen,

$|BL| = |LC|$

$m(\widehat{EKA}) = \alpha$

Yukarıda verilenlere göre, tanα değeri kaçtır?

A) $\dfrac{4\sqrt{3}}{9}$ B) $\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$ C) $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ D) $\dfrac{3\sqrt{3}}{5}$ E) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$



$|BL| = 1 = |CL|$ olsun

$[BC \cap [ED = \{T\}$

$\widehat{ETL} \sim \widehat{KBL} \Rightarrow |BK| = \dfrac{4}{3}$

$\tan\alpha = \dfrac{2\sqrt{3}}{2 + \frac{4}{3}} = \dfrac{6\sqrt{3}}{10} = \dfrac{3\sqrt{3}}{5}$

Cevap: D

1. A 2. A 3. E 4. B 5. D 6. E 7. A 8. D 9. A 10. B 11. E 12. E 13. B 14. B 15. D 16. D

1. $\dfrac{\sin x}{1+\cos x}+\dfrac{1+\cos x}{\sin x}$

ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

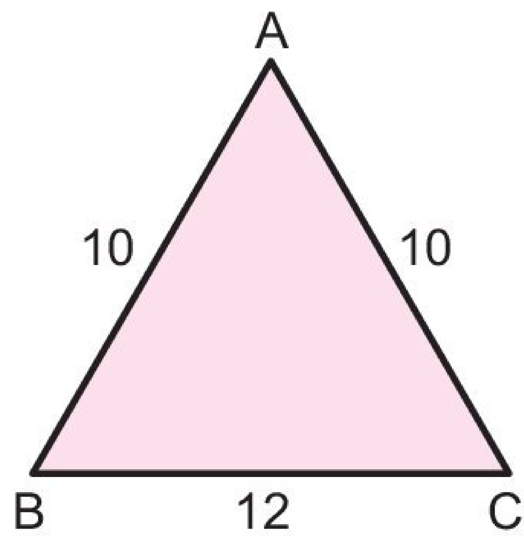
A) 2tanx B) 2cosx C) 2sinx D) 2cscx E) 2secx

$= \dfrac{\overbrace{s^2+1+2c+c^2}^{1}}{s(1+c)} = \dfrac{2(1+c)}{s(1+c)}$

$= 2 \cdot \csc x$

Cevap: D

2.

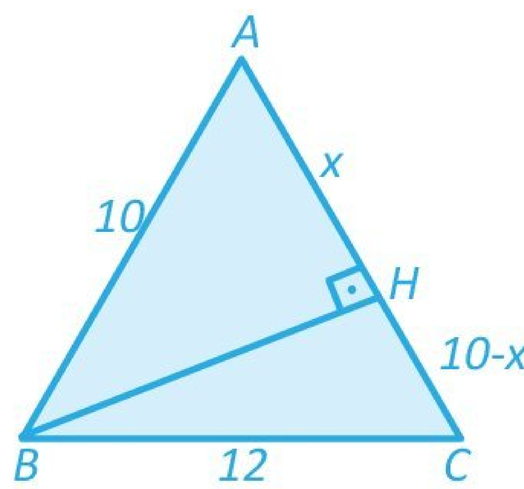


|AB| = |AC| = 10 cm

|BC| = 12 cm

Yukarıda verilenlere göre, cos$\hat{A}$ kaçtır?

A) $\dfrac{6}{11}$ B) $\dfrac{7}{15}$ C) $\dfrac{8}{15}$ D) $\dfrac{11}{25}$ E) $\dfrac{7}{25}$



$|BH|^2 = 10^2 - x^2 = 12^2 - (10-x)^2$

$100 - x^2 = 144 - 100 + 20x - x^2$

$56 = 20x$

$x = \dfrac{14}{5}$

$\cos\hat{A} = \dfrac{\frac{14}{5}}{10} = \dfrac{14}{50} = \dfrac{7}{25}$

Cevap: E

3. $x \in \left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere,

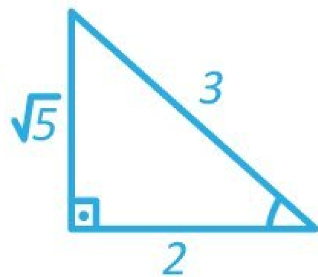
$\dfrac{\sin^2 x + 2\cos^2 x - 1}{\cos x} = \dfrac{2}{3}$

olduğuna göre, tan²x kaçtır?

A) $\dfrac{3}{4}$ B) $\dfrac{5}{4}$ C) $\dfrac{3}{2}$ D) 2 E)3

$\dfrac{s^2+2c^2-1}{c} = \dfrac{2}{3}$ $(1-s^2=c^2)$ $\cos x = \dfrac{2}{3}$

$\dfrac{2c^2-c^2}{c} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{c^2}{c} = \dfrac{2}{3}$

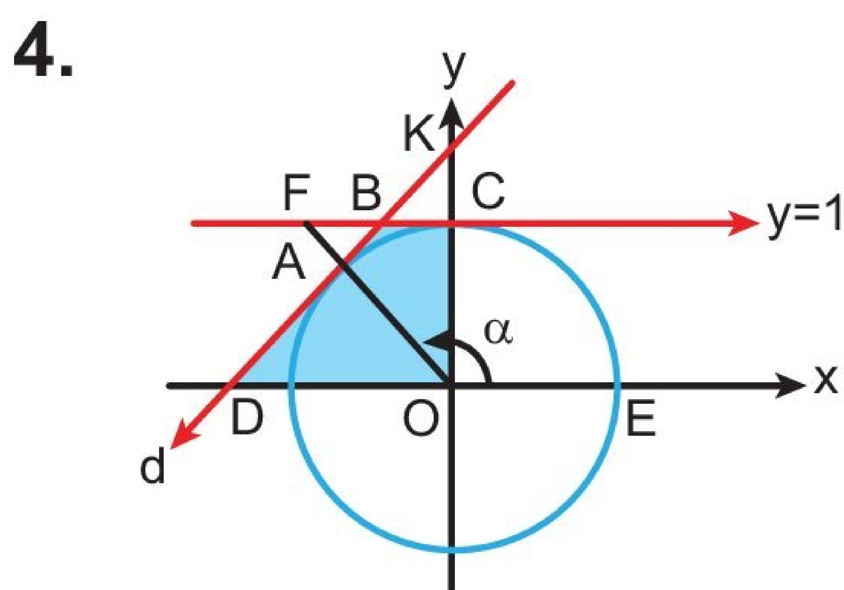


$\tan x = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

$\tan^2 x = \dfrac{5}{4}$

Cevap: B

4.



Yandaki birim çemberde $m(\widehat{AOE}) = \alpha$ ve d doğrusu çembere A noktasında teğettir.

Buna göre, DOCB yamuğunun alanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\dfrac{\sec\alpha}{2}$ B) $-2\sec\alpha+1$ C) $\dfrac{\tan\alpha}{2} - \sec\alpha$ D) $-\cot\alpha - \csc\alpha$ E) $-2\csc\alpha+1$

Tanımlardan $|OD| = \sec\alpha$ $|OK| = \csc\alpha$ $|KC| = \csc\alpha - 1$

$\widehat{KBC} \sim \widehat{KDO} \Rightarrow \dfrac{|KC|}{|KO|} = \dfrac{|BC|}{|DO|} \Rightarrow \dfrac{\frac{1}{\sin\alpha}-1}{\frac{1}{\sin\alpha}} = \dfrac{|BC|}{-\frac{1}{\cos\alpha}}$

$|BC| = \tan\alpha - \sec\alpha$

Yamuğun alanı $= \dfrac{[\tan\alpha - \sec\alpha + (-\sec\alpha)]}{2} \cdot 1$

$= \dfrac{\tan\alpha}{2} - \sec\alpha$ olur.

Cevap: C

5. $\dfrac{1-\sec^2 x}{\tan x} = 3$ **olduğuna göre, sinx . cosx ifadesinin değeri kaçtır?**

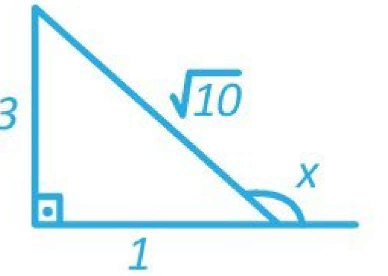
A) $-\dfrac{3}{5}$ B) $-\dfrac{1}{2}$ C) $-\dfrac{3}{10}$ D) $-\dfrac{1}{5}$ E) $-\dfrac{1}{10}$

$\dfrac{1-\sec^2 x}{\tan x} = \dfrac{1-\frac{1}{\cos^2 x}}{\frac{\sin x}{\cos x}} = \dfrac{\cos^2 x - 1}{\cos^2 x} \cdot \dfrac{\cos x}{\sin x}$

$= \dfrac{-\sin^2 x \cdot \cos x}{\cos^2 x \cdot \sin x}$

$= -\dfrac{\sin x}{\cos x} = 3$

$\tan x = -3$



$\sin x \cdot \cos x = \dfrac{3}{\sqrt{10}} \cdot \dfrac{-1}{\sqrt{10}} = -\dfrac{3}{10}$

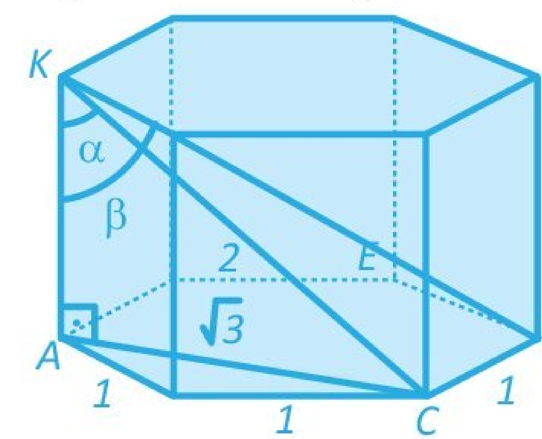
Cevap: C

6. Şekilde tüm ayrıt uzunlukları birbirine eşit olan düzgün altıgen tabanlı dik prizmada;

K noktasından çizilen cisim köşegenlerinin [AK] ayrıtı ile yaptığı açılardan farklı olanlarının ölçüleri α ve β dır.

Buna göre tanα . tanβ değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{2}$



$m(\widehat{AKC}) = m(\widehat{AKE}) = \alpha$

$\tan\alpha = \sqrt{3}$

$m(\widehat{AKD}) = \beta$

$\tan\beta = 2$

$\tan\alpha \cdot \tan\beta = 2\sqrt{3}$

Cevap: D

7. $A = \dfrac{1-\tan x}{\tan x}$ olmak üzere,

$\dfrac{\cot x}{1+\cot x}$ **ifadesinin A türünden eşiti aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) $\dfrac{1}{A}$ B) $\dfrac{A}{A+1}$ C) $\dfrac{A}{A+2}$ D) $\dfrac{A+1}{A+2}$ E) $\dfrac{A+2}{A+1}$

$A = \dfrac{1-\tan x}{\tan x} =$ $B = \dfrac{\cot x}{1+\cot x}$ $\dfrac{A}{B} = \dfrac{(1-\tan x)(1+\cot x)}{\underbrace{\tan x \cdot \cot x}_{1}} = 1 + \cot x - \tan x - 1$

$\dfrac{A}{B} = \cot x - \tan x \Rightarrow \dfrac{A}{B} = A + 1 - \dfrac{1}{A+1} \Rightarrow \dfrac{A}{B} = \dfrac{A^2+2A}{A+1}$

$B = \dfrac{A^2+A}{A^2+2A} = \dfrac{A(A+1)}{A(A+2)} = \dfrac{A+1}{A+2}$

Cevap: D

8. $\dfrac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\cos x - \sin x} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

olduğuna göre, sinx . cosx değeri kaçtır?

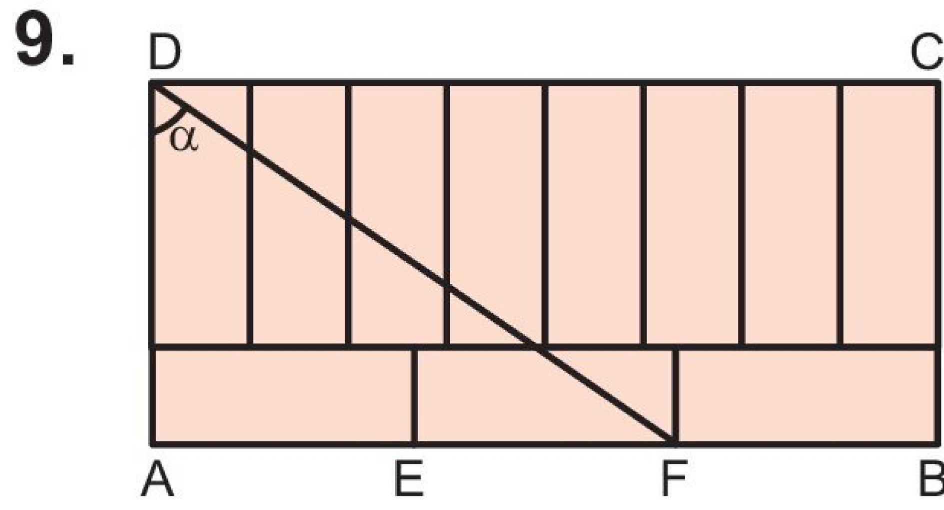
A) $\dfrac{1}{8}$ B) $\dfrac{1}{4}$ C) $\dfrac{4}{9}$ D) $\dfrac{4}{5}$ E) $\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{\overbrace{(c^2+s^2)}^{1}(c-s)(c+s)}{c-s} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ $s + c = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ $s^2 + c^2 + 2sc = \dfrac{5}{4}$

$2sc = \dfrac{1}{4}$ $sc = \dfrac{1}{8}$

Cevap: A

9.



Yukarıda 11 eş dikdörtgenden oluşan düzlemde $m(\widehat{ADF}) = \alpha$ olduğuna göre, $\tan\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{16}{11}$ D) $\frac{15}{13}$ E) $\frac{17}{15}$

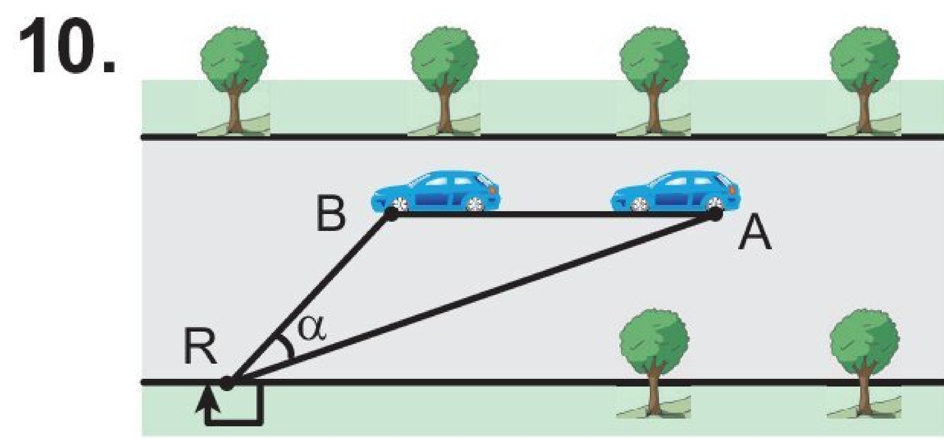
Eş dikdörtgenlerin kısa kenarı x, uzun kenarı y olsun.

$|DC| = 8x = 3y \Rightarrow x = 3m$ ve $y = 8m$

$|AF| = 16$ m ve $|AD| = 8m + 3m = 11m$

$\tan\alpha = \frac{16}{11}$ *Cevap: C*

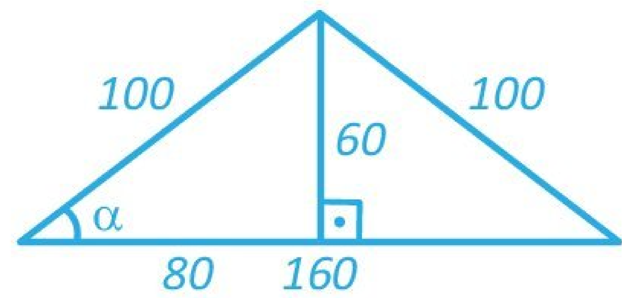
10.



Şekilde verilen araç yol üzerinde yol kenarlarına paralel bir şekilde hareket ederken R noktasındaki radar, aracı A noktasından B noktasına kadar izliyor.

|AB| = |BR| = 100 metre, |AR| = 160 metre ve radarın aracın A noktasından B noktasına hareketi sırasında taraftığı açı $m(\widehat{ARB}) = \alpha$ olduğuna göre, $\tan\alpha$ kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{4}{5}$



$\tan\alpha = \frac{3}{4}$ *Cevap: C*

11. $A = \sin^2 x - 4\sin x + 11$

olduğuna göre, A nın alabileceği tam sayı değerleri kaç tanedir?

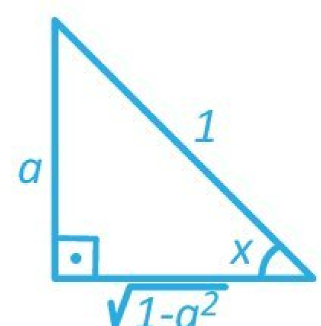
A) 5 B) 9 C) 10 D) 13 E) 18

$A = (\sin x - 2)^2 + 7$ $\quad -1 \le \sin x \le 1$ $\quad -3 \le \sin x - 2 \le -1$

$1 \le (\sin x - 2)^2 \le 9$ $\quad 8 \le (\sin x - 2)^2 + 7 \le 16$ $\quad$ *9 tane* *Cevap: B*

12. **$f(\sin x) = \sin x \cdot \tan x$ olduğuna göre, $f\left(\frac{3}{5}\right)$ değeri kaçtır?**

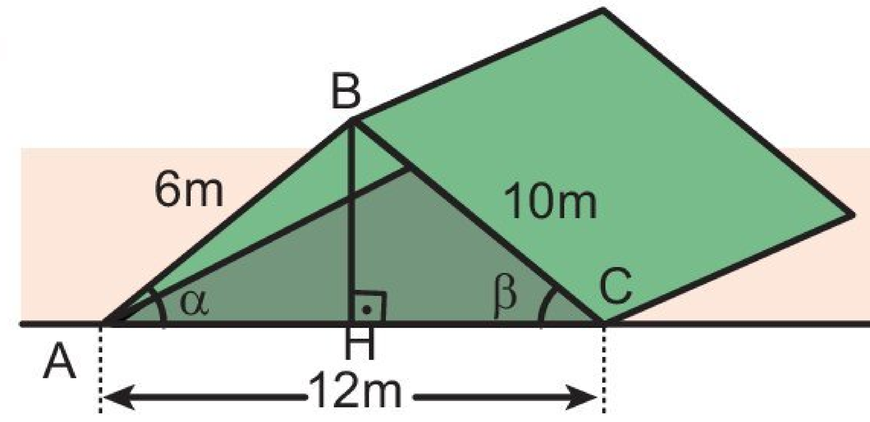
A) $\frac{12}{13}$ B) $\frac{15}{12}$ C) $\frac{14}{25}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{9}{20}$



$f(a) = a \cdot \frac{a}{\sqrt{a - a^2}} = \frac{a^2}{\sqrt{1 - a^2}}$

$f\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{\frac{9}{25}}{\sqrt{1 - \frac{9}{25}}} = \frac{9}{25} \cdot \frac{5}{4} = \frac{9}{20}$ *Cevap: E*

13.



Yandaki çadırda

|AB| = 6m,

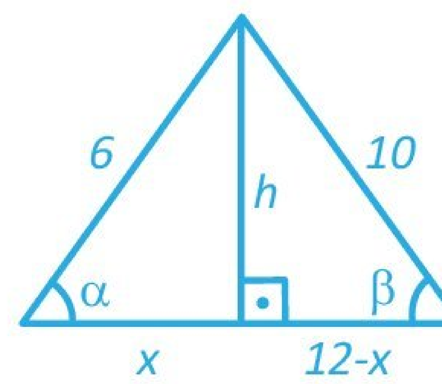
|BC| = 10 m,

|AC| = 12 m

$m(\widehat{BAC}) = \alpha$ ve $m(\widehat{ACB}) = \beta$ dır. Çadırın girişindeki [BH] direği AC doğrusuna diktir.

Buna göre, $\tan\alpha \cdot \cot\beta$ çarpımının değeri kaçtır?

A) 2 B) $\frac{12}{5}$ C) $\frac{13}{5}$ D) 3 E) $\frac{16}{5}$

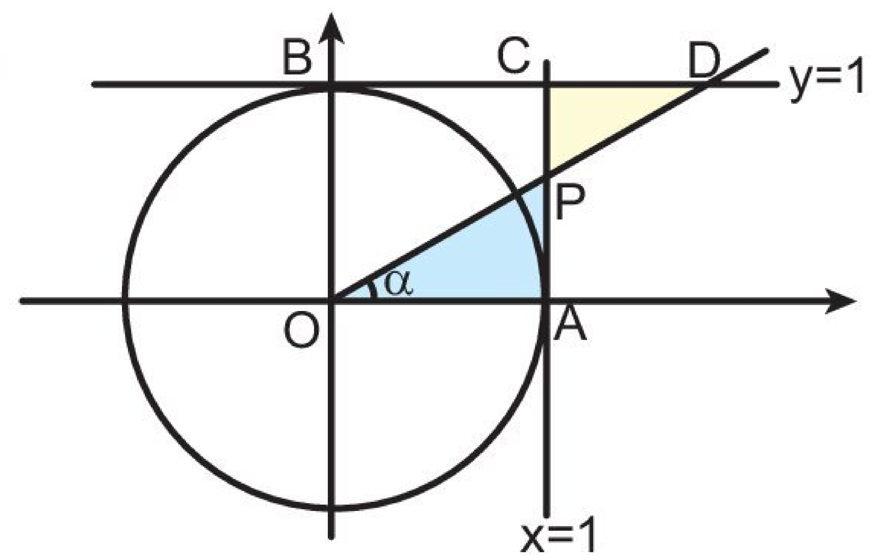


$h^2 = 6^2 - x^2 = 10^2 - (12 - x)^2$

$36 - x^2 = 100 - 144 + 24x - x^2$ $\quad 80 = 14x$ $\quad \frac{10}{3} = x$

$\tan\alpha \cdot \cot\beta = \frac{h}{x} \cdot \frac{12x}{h} = \frac{\frac{26}{3}}{\frac{10}{3}} = \frac{13}{5}$ *Cevap: C*

14.



$\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ aralığında tanımlı as ve us fonksiyonları

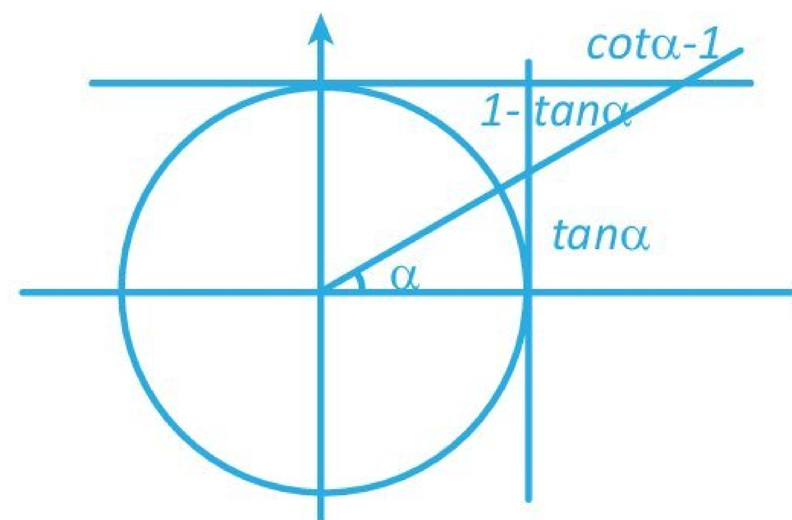
as(α) = OAP üçgeninin alanı

us(α) = PCD üçgeninin alanı

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, $\sqrt{as(\alpha) \cdot us(\alpha)}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\tan\alpha}{2}$ B) $\tan\alpha$ C) $\frac{1 + \tan\alpha}{4}$ D) $\frac{1 - \tan\alpha}{2}$ E) $\frac{2 - \cot\alpha}{2}$



$as(\alpha) = \frac{\tan\alpha}{2}$

$us(\alpha) = \frac{(1 - \tan\alpha)(\cot\alpha - 1)}{2}$

$as(\alpha) \cdot us(\alpha) = \frac{(1 - \tan\alpha)^2}{4}$

$\sqrt{as(\alpha) \cdot us(\alpha)} = \frac{1 - \tan\alpha}{2}$

Cevap: D

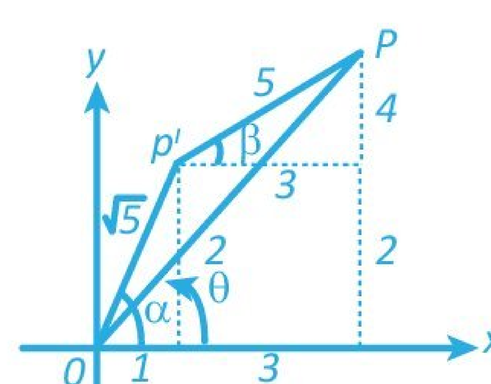
15. Koordinat düzleminde orijinden hareketine başlayan bir P noktasal aracı düzlemde sırasıyla ard arda

1. Ox ekseni ile pozitif yönlü α açısı yaparak $\sqrt{5}$ birim,
2. Ox ekseni ile pozitif yönlü β açısı yaparak 5 birim,

ilerliyor. Bu hareketler sonucu [OP] nin Ox ekseni ile yaptığı pozitif yönlü açı θ oluyor.

$\tan\alpha = 2$, $\tan\beta = \frac{4}{3}$ olduğuna göre, $\tan\theta$ kaçtır?

A) 1 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 2 E) $\frac{3}{2}$



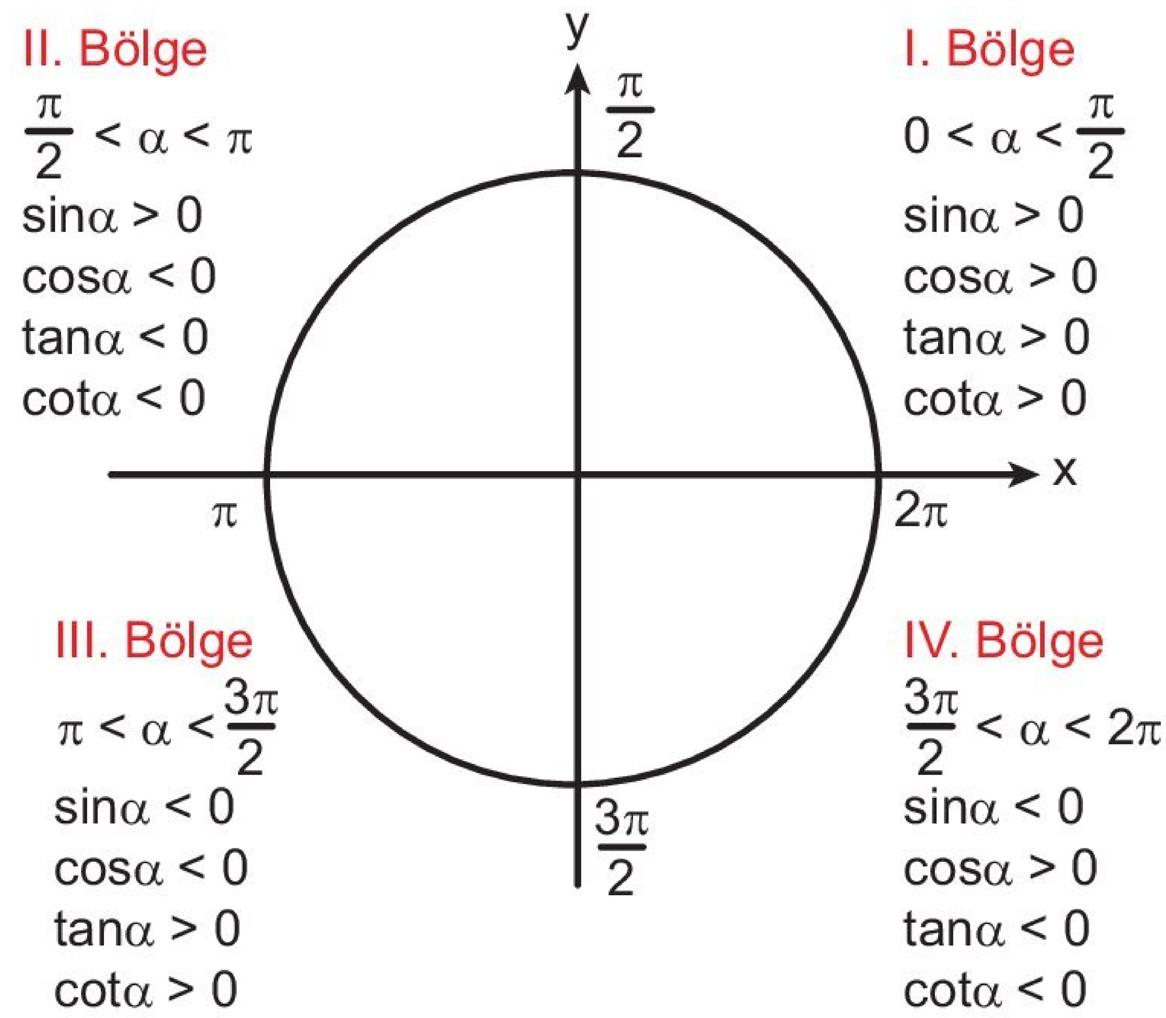
$\tan\theta = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

Cevap: E

1.D 2.E 3.B 4.C 5.C 6.D 7.D 8.A 9.C 10.C 11.B 12.E 13.C 14.D 15.E



TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN İŞARETİ



> Açının esas ölçüsünün bulunduğu bölgeye göre açının değerinin ifadenin işareti belirlenir.

Örnek 1

$A = \sin(236°)$

$B = \tan(125°)$

$C = \cos(314°)$

olduğuna göre, A, B ve C nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) +, +, – B) +, –, + C) –, –, +

D) –, –, – E) –, +, –

A–, B–, C+

Cevap: C

Örnek 2

$X = \cos(1340°)$

$Y = \cot\left(\frac{23\pi}{3}\right)$

$Z = \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$

olduğuna göre, X, Y ve Z nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) –, –, – B) –, –, + C) –, +, –

D) +, –, – E) +, +, –

$X = \cos(1340°) = \cos(260°)$: -

$Y = \cot\left(\frac{23\pi}{3}\right) = \cot\left(\frac{5\pi}{3}\right)$: -

$Z = \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)$: -

Cevap: A

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN İNDİRGEMESİ

Trigonometrik İndirgeme Bağıntıları

I. Açı; $\alpha + k.\frac{\pi}{2}$ formunda ise sinüs $\longleftrightarrow$ kosinüs, tanjant $\longleftrightarrow$ kotanjant dönüşümü yapılırken $\alpha + k\cdot\frac{\pi}{2}$ nin bulunduğu bölgeye göre işaret değişir ya da değişmez.

> $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha \quad \left(\frac{\pi}{2} + \alpha, 2.\text{ bölge sinüs } +\right)$

> $\tan\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot\alpha \quad \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha, 4.\text{ bölge tan } -\right)$

> $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin\alpha \quad \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha, 3.\text{ bölge cos } -\right)$

II. Açı, $\alpha + k\cdot\pi$ formunda ise trigonometrik fonksiyonun ismi değişmezken $\alpha + k\cdot\pi$ nin bulunduğu bölgeye göre işaret değişir ya da değişmez.

> $\cot(\pi + \alpha) = \cot\alpha \quad (\pi + \alpha, 3.\text{ bölge cot } +)$

> $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha \quad (\pi - \alpha, 2.\text{ bölge, cos } -)$

> $\sin(2\pi - \alpha) = -\sin\alpha \quad (2\pi - \alpha, 4.\text{ bölge, sin } -)$



Örnek 3

$$\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)+\sin(\pi+\alpha)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2 B) –1 C) $-\sin\alpha$ D) $-2\cos\alpha$ E) $\cos\alpha$

$\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\sin\alpha,\ \sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha \qquad \frac{-\sin\alpha-\sin\alpha}{\sin\alpha}=\frac{-2\sin\alpha}{\sin\alpha}=-2$

Cevap: A

Örnek 4

$0<x<\frac{\pi}{2}$ olmak üzere, aşağıdaki eşitliklerden hangisi yanlıştır?

A) $\tan(-x)=-\tan x$ B) $\cos(\pi+x)=-\cos x$

C) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$ D) $\sin(-x)=\sin x$

E) $\cot(\pi-x)=-\cot x$

$\sin(-x)=-\sin x$ tir.

Cevap: D

Örnek 5

Aşağıdakilerden hangisi cos36° ye eşit değildir?

A) sin54° B) –cos216° C) sin(–306°)

D) cos(324°) E) cos(–126°)

E) $\cos(-126)=\cos(126)=\cos(90+36)$

$=-\sin36$

Cevap: E

Örnek 6

tan200° = a olduğuna göre,

$$\frac{\sin(200°)+\cos(20°)+\sin(250°)}{\sin(110°)+\cos(340°)}$$

ifadesinin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{2}{a}$ B) $-\frac{a}{2}$ C) 0 D) 1 E) 3a

$\sin(200°)=\sin(180°+20°)=-\sin20°$

$\sin(250°)=\sin(270°-20°)=-\cos20°$ $\quad(\tan200°=\tan(180°+20°)=\tan20°$

$\sin(110°)=\sin(90°+20°)=\cos20°$

$\cos(340°)=\cos(360°-20°)=\cos20°$

$=\frac{-\sin20°+\cos20°-\cos20°}{\cos20°+\cos20°}=-\frac{\sin20°}{2\cos20°}=-\frac{\tan20°}{2}=-\frac{a}{2}$

Cevap: B

Örnek 7

Bir ABC üçgeninin iç açılarının ölçüleri A, B ve C dir.

$$\frac{\cos B-\cos(A+C)}{\sin(A+C)+\sin B}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –tanB B) tanB C) cotB D) 1 E) –1

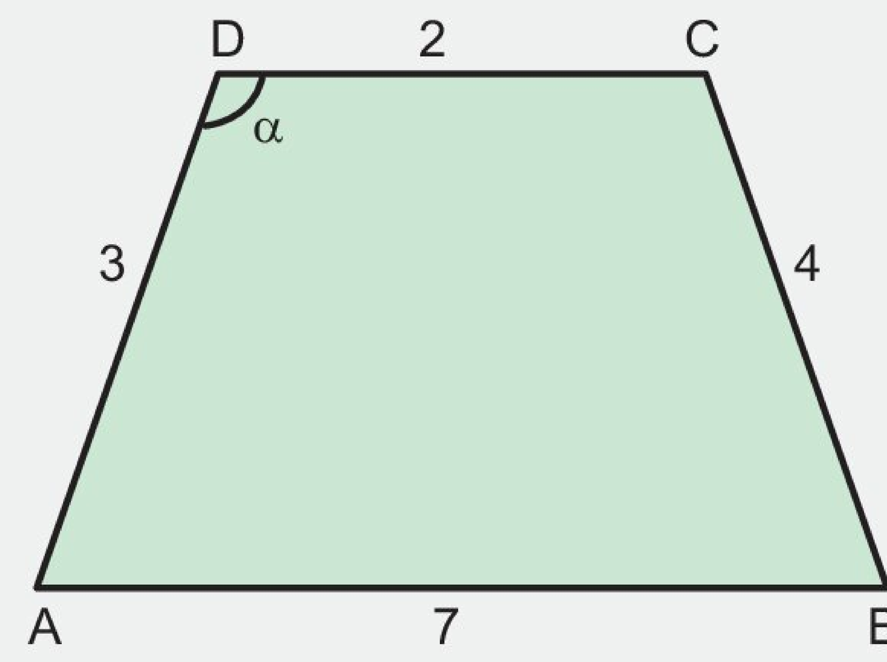
$\cos(A+C)=\cos(180-B)=-\cos B$

$\sin(A+C)=\sin(180-B)=\sin B$

$=\frac{\cos B-(-\cos B)}{\sin B+\sin B}=\frac{2\cos B}{2\sin B}=\cot B$

Cevap: C

Örnek 8



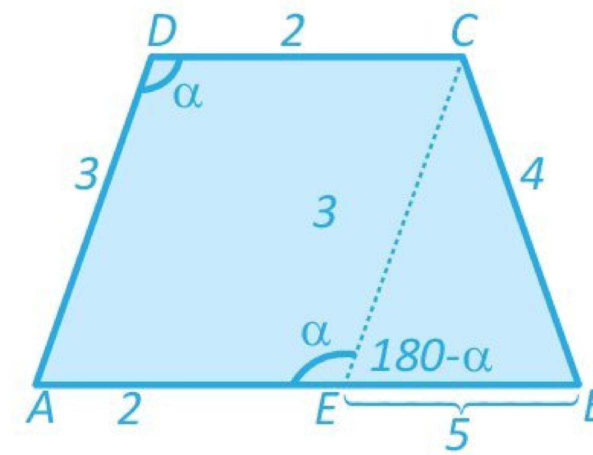
ABCD yamuk

$[AB]\parallel[DC]$

$m(\widehat{ADC})=\alpha$

Yukarıda verilenlere göre, tanα kaçtır?

A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{4}{3}$ C) $-\frac{8}{5}$ D) –2 E) –3



$[EC]\parallel[AD]\Rightarrow$ AECD paralelkenar

$\widehat{ECB}$ dik üçgen

$\tan(180-\alpha)=\frac{4}{3}$

$-\tan\alpha=\frac{4}{3}$

$\tan\alpha=-\frac{4}{3}$

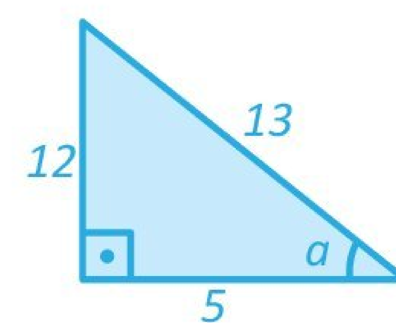
Cevap: B

Örnek 9

$a+b=\frac{\pi}{2}$ ve $\cos a=\frac{5}{13}$

olmak üzere, tan(3a + 2b) ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{12}{13}$ B) $-\frac{5}{13}$ C) $-\frac{12}{5}$ D) $-\frac{5}{12}$ E) $\frac{12}{5}$



$\tan(3a+2b)=\tan(2a+2b+a)$

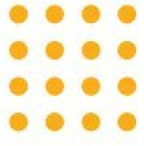
$=\tan(2(a+b)+a)$

$=\tan(\pi+a)$

$=\tan a$

$\tan a=\frac{12}{5}$

Cevap: E



Örnek 10

$$\frac{\cos(240°)+\cot(135°)}{\cos(180°)-\sin(330°)}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

$\cos(240°) = \cos(180°+60°) = -\cos60° = -\frac{1}{2}$

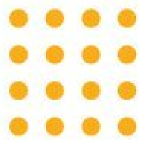
$\cot(135°) = \cot(180°-45°) = -\cot45° = -1$

$\cos(180°) = -1$

$\sin(330°) = \sin(360°-30°) = -\sin30° = -\frac{1}{2}$

$$= \frac{-\frac{1}{2}-1}{-1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = 3$$

Cevap: E



Örnek 11

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\frac{\sin\left(-\frac{17\pi}{2}-x\right)\cdot\sec\left(x-\frac{5\pi}{2}\right)}{\csc(5\pi+x)}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) sinx B) $\cot^2x$ C) $\sec^2x$ D) cosx E) tanx . sinx

$\sin\left(-\frac{17\pi}{2}-x\right) = \sin\left(-\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\right) = -\cos x$

$\sec\left(x-\frac{5\pi}{2}\right) = \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)} = \frac{1}{\sin x}$

$\csc(5\pi+x) = \frac{1}{\sin(\pi+x)} = -\frac{1}{\sin x}$

$$\frac{-\cos x\cdot\frac{1}{\sin x}}{-\frac{1}{\sin x}} = \cos x$$

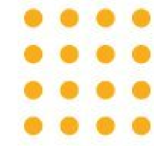
Cevap: D

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN SIRALANMASI

Trigonometrik Değerlerin Sıralanması

Trigonometrik değerler sıralanırken fonksiyonların tanım, özdeşlik ve indirgeme özellikleri kullanılır.

Açının trigonometrik değeri birim çember üzerinde gösterilerek de sıralama yapılabilir.



Örnek 12

A = sin74°

B = cos332°

C = sin111°

değerlerinin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) A < B < C B) B < A < C C) B < C < A D) A = B< C E) B< A = C

A = sin74°

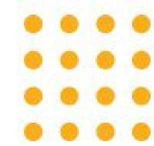
B = cos(332°) = cıs(360° – 28°) = cos28° = sin62°

C = sin(111°) = sin(180° – 111°) = sin(69°)

I. bölgede açı büyüdükçe açının sinüs değeri artar.

B < C < A

Cevap: C



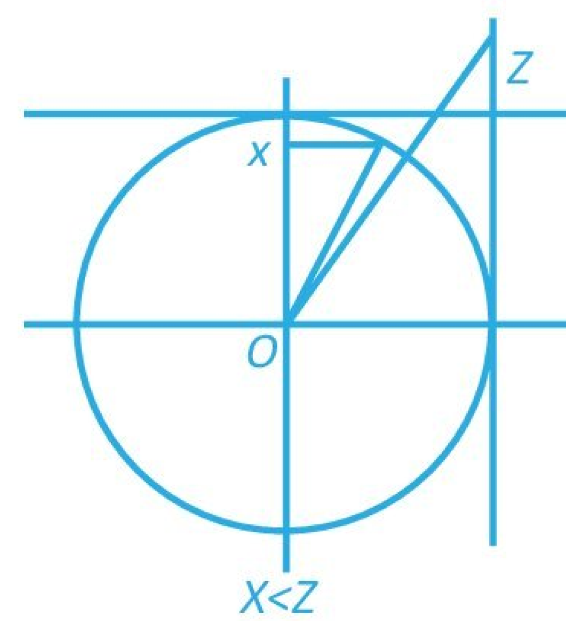
Örnek 13

x = sin115°, y = cos130°, z = tan50°, t = sin250° sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) t < y < z < x B) y < t < z < x C) y = t < x < z D) y < t < x = z E) t < y < x < z

x ve z pozitif, y ve t negatif olduğu için ikililer halinde sıralama yapılır.

x=sin(115°) = sin(180° - 65°) = sin65°



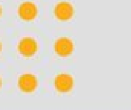
y = cos130° = cos(180° - 50°) = –cos50°

t = sin250° = sin(270° - 20° = –cos20°

cos50 < cos20 t < y

t < y < x <z

Cevap: E



Çıkmış Soru 1

$a \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right)$ olmak üzere,

$x = \tan a$

$y = \tan(2a)$

$z = \tan(3a)$

sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x < y < z$ B) $x < z < y$ C) $y < x < z$

D) $z < x < y$ E) $z < y < x$

2021 AYT

$\frac{\pi}{6} < a < \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{3} < 2a < \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \frac{\pi}{2} < 3a < \frac{3\pi}{4}$ $\tan 3a < 0$

$\frac{\pi}{6} < a < 2a < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan a < \tan 2a$

$z < x < y$

Cevap: D

Çıkmış Soru 2

Dar açılı bir ABC üçgeninin iç açılarının ölçüleri derece türünden x, y ve z olmak üzere, $x > y > z$ olduğu biliniyor.

Buna göre,

$a = \sin(x + y)$

$b = \sin(x + z)$

$c = \sin(y + z)$

sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

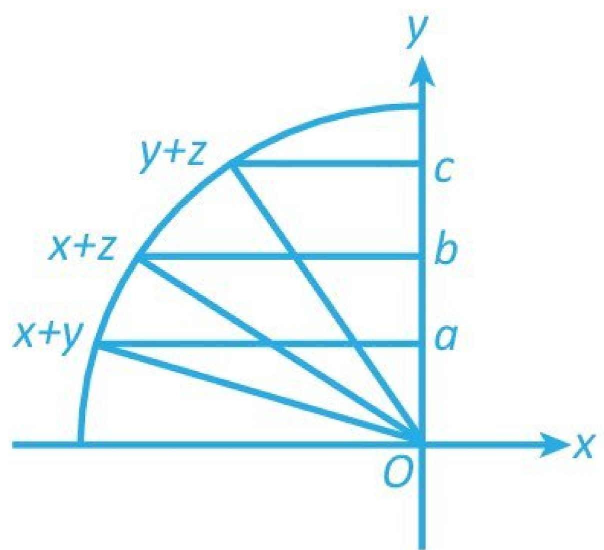
A) $a < b < c$ B) $b < a < c$ C) $b < c < a$

D) $c < a < b$ E) $c < b < a$

2020 AYT

$x > y > z \Rightarrow x + y > x + z > y + z$ Açılar 2. bölgede olduğundan

$a < b < c$



Cevap: A

Örnek 14

$x = \cos 190°$

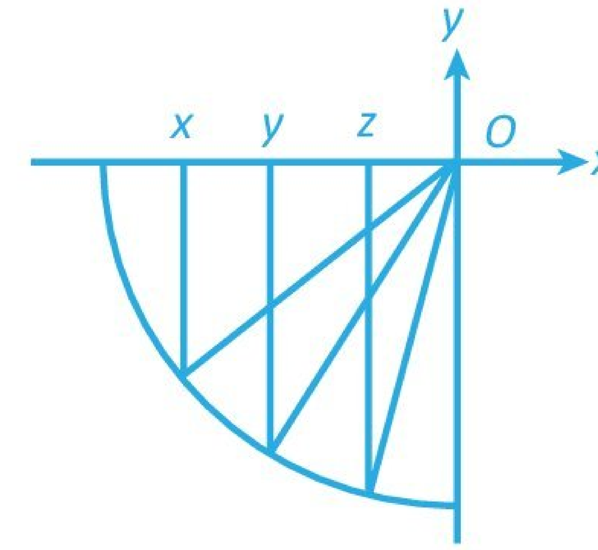
$y = \cos 200°$

$z = \cos 210°$

olmak üzere, $\frac{|x-y|}{x-y} + \frac{|y-z|}{z-y}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

Açılar III. bölgede olduğundan



$x < y < z$

$= \frac{-(x-y)}{x-y} + \frac{-(y-z)}{z-y}$

$= -1 + 1 = 0$

Cevap: C

Örnek 15

$0 < a < b < \frac{\pi}{2}$

olmak üzere,

$x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - a\right)$

$y = \cos(\pi - b)$

$z = \sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right)$

değerlerinin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

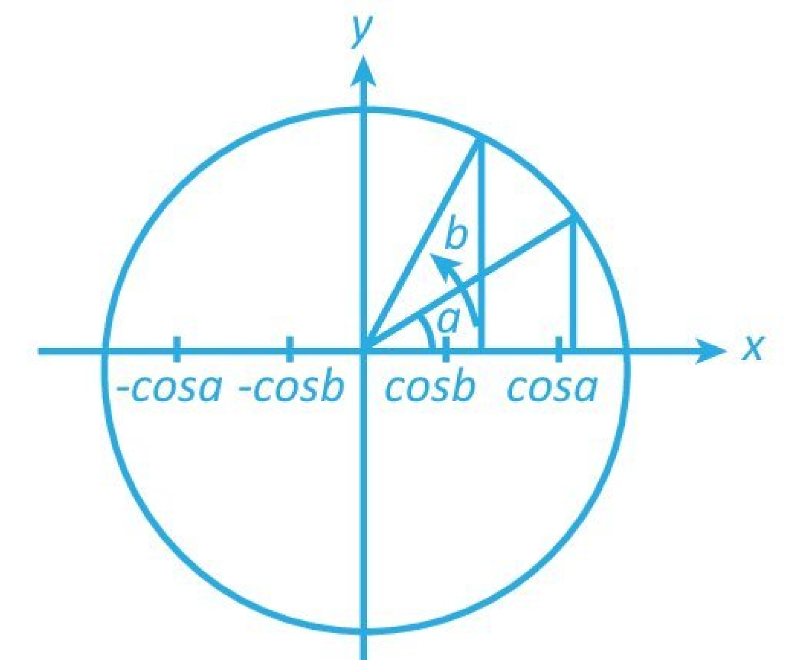
A) $z < y < x$ B) $y < z < x$ C) $y < x < z$

D) $x < z < y$ E) $x < y < z$

$x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) = -\cos a$

$y = \cos(\pi - b) = -\cos b$

$z = \sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \cos a$



$x < y < z$

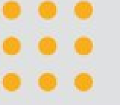
Cevap: E

Çıkmış Soru Cevapları

1.D	2.A

Örnek Cevapları

1.C	2.A	3.A	4.D	5.E	6.B	7.C	8.B	9.E	10.E
11.D	12.C	13.E	14.C	15.E					



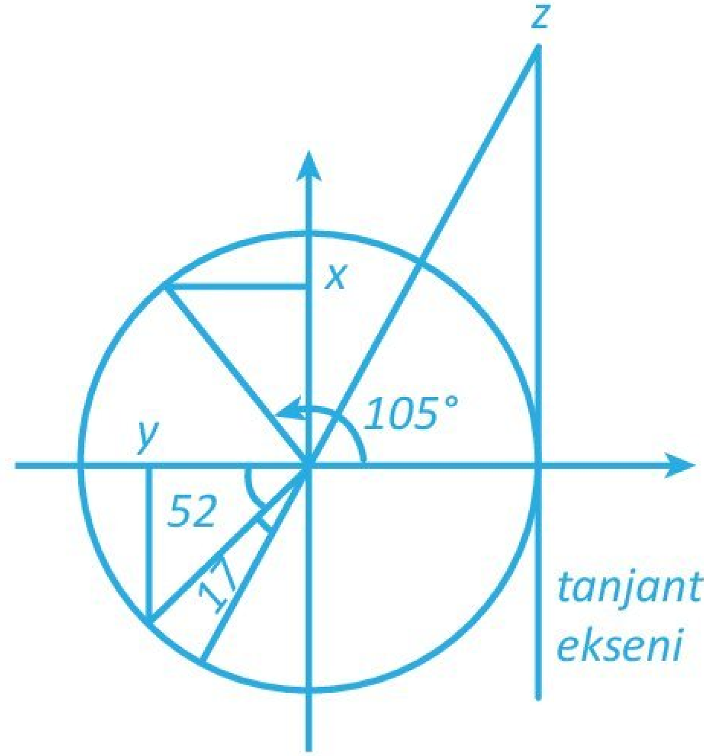
1. x = sin105°

y = cos232°

z = tan249°

olduğuna göre, x, y ve z nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) +, +, – B) –, –, – C) +, –, + D) –, –, + E) –, +, –



$0 < x, \quad y < 0, \quad 0 < z$

İşaretler +, –, + olur. Cevap: C

2. A = sin20°

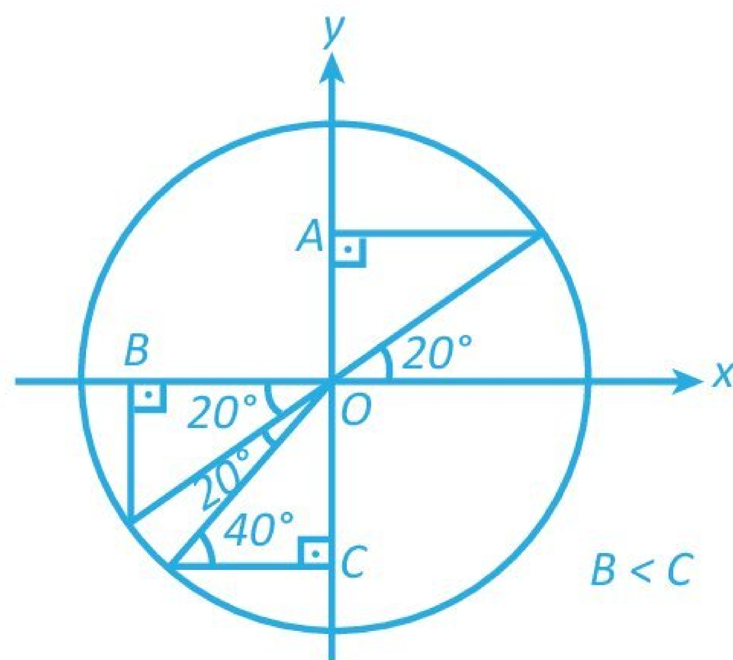
B = cos200°

C = sin220°

olduğuna göre; A, B ve C değerlerinin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) A < B < C B) B < A < C C) B < C < A D) C < B < A E) B = C < A

A = sin20° > 0, B < 0 ve C < 0 olduğundan B ve C yi sıralamamız yeterli olur.



Doğru sıralama B < C < A dır. Cevap: C

3. I. $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\cos x$

II. $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot x$

III. $\cos(x - 3\pi) = \cos x$

eşitliklerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

I. $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\cos x$ ... doğru

II. $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot x$ ... doğru

III. $\cos(x - 3\pi) = \cos(3\pi - x) = \cos(\pi - x)$

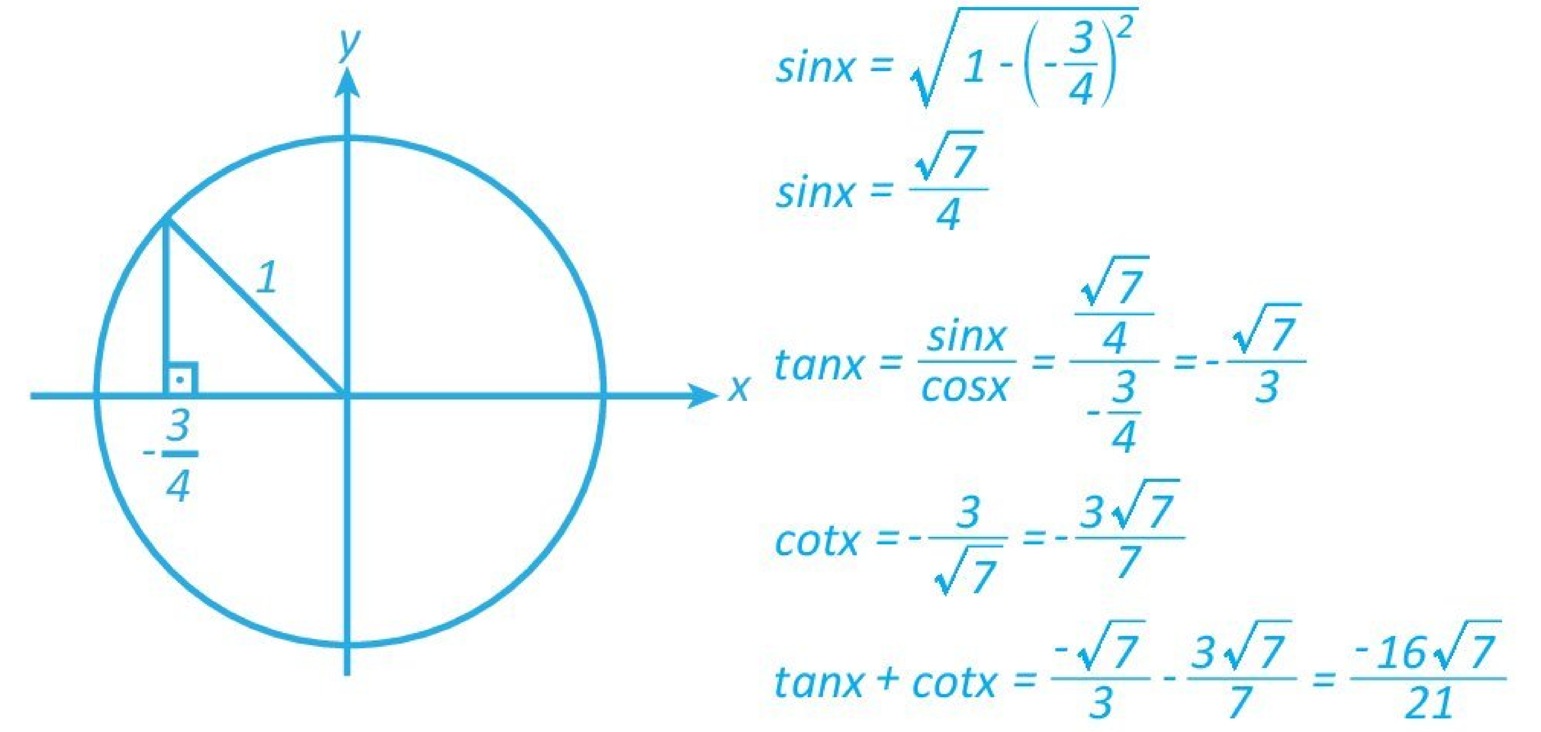
$= -\cos x$

$\neq \cos x$ Yanlış Cevap: D

4. $x \in (0, \pi)$ **ve** $\cos x = -\frac{3}{4}$ **olduğuna göre, tanx + cotx değeri kaçtır?**

A) $-\frac{12\sqrt{7}}{25}$ B) $-\frac{15\sqrt{7}}{16}$ C) $-\frac{16\sqrt{7}}{21}$ D) $-\frac{19\sqrt{7}}{24}$ E) $-\frac{20\sqrt{7}}{21}$

$\cos x = -\frac{3}{4} < 0 \Rightarrow x$, 2 bölgededir.



$\sin x = \sqrt{1 - \left(-\frac{3}{4}\right)^2}$

$\sin x = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{4}}{-\frac{3}{4}} = -\frac{\sqrt{7}}{3}$

$\cot x = -\frac{3}{\sqrt{7}} = -\frac{3\sqrt{7}}{7}$

$\tan x + \cot x = \frac{-\sqrt{7}}{3} - \frac{3\sqrt{7}}{7} = \frac{-16\sqrt{7}}{21}$

Cevap: C

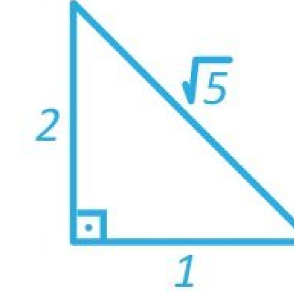
5. $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ ve $\tan x = 2$

olduğuna göre,

sinx – cosx ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$ B) $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ C) $-\frac{3}{\sqrt{10}}$ D) $\frac{2}{\sqrt{10}}$ E) $\frac{3}{\sqrt{10}}$

X, 3. bölgede

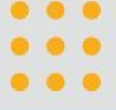


$\sin x = -\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\cos x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin x - \cos x = -\frac{2}{\sqrt{5}} - \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

Cevap: B



6. $\dfrac{\sin\left(\frac{17\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\cos\left(-\alpha-\frac{\pi}{2}\right)}{\sin(-5\pi-\alpha)}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\cos\alpha$ B) $-\sin\alpha$ C) $\cos\alpha$

D) $\sin\alpha$ E) $-\tan\alpha\,.\,\sin\alpha$

$= \dfrac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}{-\sin(\pi+\alpha)} = \dfrac{\cos\alpha\cdot(-\sin\alpha)}{\sin\alpha}$

$= -\cos\alpha$

Cevap: A

7. $\dfrac{8\cdot\cos20° - \cos200°}{\sin250°}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –9 B) –7 C) –3 D) 4 E) 9

$\cos200° = \cos(180° + 20°) = -\cos20°$

$\sin250° = \sin(180° + 70°) = -\sin70° = -\cos20°$

$\dfrac{8\cos20° - (-\cos20°)}{-\cos20°} = \dfrac{9\cos20°}{-\cos20°} = -9$

Cevap: A

8. $|\sin324°| - |\cos126°| + 2|\sin216°|$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2sin36° B) –4sin36° C) 2sin36°

D) 0 E) 4sin36°

$\sin324° = -\sin36° < 0 \Rightarrow |\sin324°| = \sin36°$

$\cos126° = -\sin36° < 0 \Rightarrow |\cos126°| = \sin36°$

$\sin216° = -\sin36° < 0 \Rightarrow |\sin216°| = \sin36°$

$= \sin36° - \sin36° + 2\sin36° = 2\sin36°$

Cevap: C

9. Uygun α değerleri için

$\dfrac{\sin\left(\frac{11\pi}{2}+\alpha\right)+\cos(\alpha-6\pi)}{\tan\left(\frac{17\pi}{2}-\alpha\right)+\cot(\alpha-\pi)}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

$\sin\left(\frac{11\pi}{2}+\alpha\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right) = -\cos\alpha$

$\cos(\alpha - 6\pi) = \cos\alpha$

$\tan\left(\frac{17\pi}{2}-\alpha\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \cot\alpha$

$\cot(\alpha-\pi) = -\cot(\pi-\alpha) = \cot\alpha$

olduğu için ifadenin eşiti

$= \dfrac{-\cos\alpha+\cos\alpha}{\cot\alpha+\cot\alpha} = \dfrac{0}{2\cot\alpha} = 0$ *dır.*

(Tabii ki $\alpha \neq \frac{k\pi}{2}\ (k\in\mathbb{Z})$ *şartıyla)*

Cevap: C

10. $\dfrac{\sin(157°)\cdot\cos(293°)}{\cos(247°)\cdot\cot(113°)}$

ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A) sin23° B) cos23° C) 1

D) –1 E) cot23°

$\sin157° = \sin(180° - 23°) = \sin23°$

$\cos(293°) = \cos(270° + 23°) = \sin23°$

$\cos(247°) = \cos(270° - 23°) = -\sin23°$

$\cot(113°) = \cot(90° + 23°) = -\tan23°$

olduğu için ifade

$= \dfrac{\sin23°\cdot\sin23°}{-\sin23°\cdot-\tan23°} = \dfrac{\sin23°\cdot\sin23°}{\sin23°\cdot\frac{\sin23°}{\cos23°}} = \cos23°$

Cevap: B

11. I. sin(–x) = –sinx

II. cos(–x) = –cosx

III. tan(–x) = tanx

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) I ve III E) II ve III

I. doğru II. yanlış III. yanlış

Cevap: A

1.C 2.C 3.D 4.C 5.B 6.A 7.A 8.C 9.C 10.B 11.A

1. A = sin25° . cos325°

B = tan35° . cot335°

C = sec65° . csc365°

olduğuna göre; A, B ve C nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) +, +, + B) +, –, + C) +, –, – D) –, +, + E) –, +, –

A = sin25° . cos325° = (+) . (+) = +

B = tan35° . cot335° = (+) . (–) = –

C = sec65° . csc365° = (+) . (+) = +

Cevap: B

2. $f(x) = \pi - x$ ve $g(x) = x - \frac{3\pi}{2}$ doğrusal fonksiyonları ile h(x) fonksiyonu h(x) = sin ((fog)(x)) + cos(g(x)) biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $\frac{h\left(\frac{\pi}{4}\right)}{h\left(\frac{\pi}{12}\right)}$ oranının değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 0 D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $-\frac{\sqrt{6}}{3}$

$h(x) = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$

$h(x) = \cos x - \sin x$

$h\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

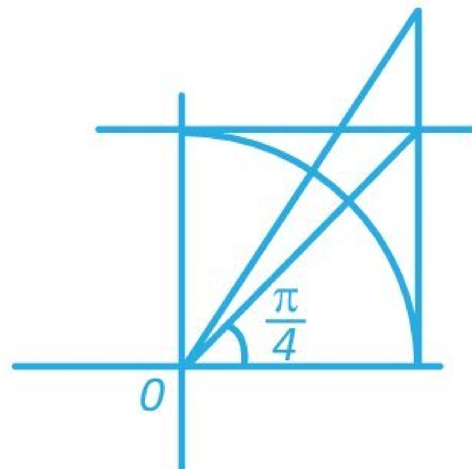
Cevap: C

3. $\alpha \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere,

$$\frac{|\sin\alpha - \cos\alpha|}{\sin\alpha - \cos\alpha} + \frac{|\tan\alpha - \cot\alpha|}{\tan\alpha - \cot\alpha}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2



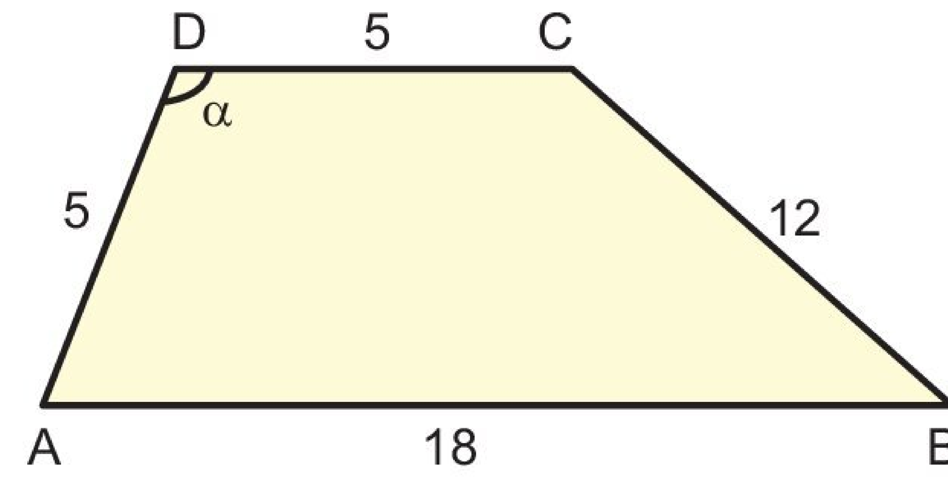
sinα > cosα

tanα > cotα

$\frac{s-c}{s-c} + \frac{t-c}{t-c} = 2$

Cevap: E

4.



ABCD yamuk

[DC] // [AB]

|AD| = |DC| = 5 cm

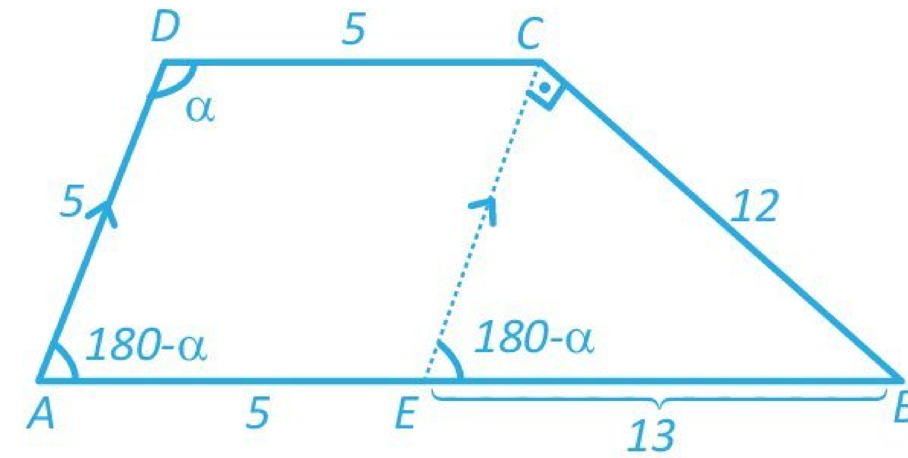
|BC| = 12 cm

|AB| = 18 cm

$m(\widehat{ADC}) = \alpha$

Yukarıda verilenlere göre, tanα kaçtır?

A) $-\frac{12}{5}$ B) $-\frac{8}{5}$ C) $-\frac{3}{4}$ D) $-\frac{5}{12}$ E) $-\frac{2}{3}$



[EC] // [AD]

|AD| = |DC| = 5 cm

|TE| = 13 cm

$\tan(180 - \alpha) = \frac{12}{5}$

$\tan(180 - \alpha) = -\tan\alpha = \frac{12}{5} \Rightarrow \tan\alpha = -\frac{12}{5}$

Cevap: A

5. $$\frac{\sin(\pi - x) - \cos(-x)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin(-x)}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) 1 C) 0 D) $\frac{\sin x - \cos x}{2\cos x}$ E) $\frac{2\sin x}{\sin x - \cos x}$

sin(π – x) = sinx

cos(–x) = cosx

$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$

sin(–x) = –sinx

olduğu için

$\frac{\sin(\pi - x) - \cos(-x)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin(-x)} = \frac{\sin x - \cos x}{\cos x - \sin x}$

$= \frac{\sin x - \cos x}{-(\sin x - \cos x)} = -1$

Cevap: A

6. $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere,

$x = \cos(\pi + \theta)$

$y = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)$

$z = \tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$

eşitliklerinde verilen x, y ve z değerlerinin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) x = y < z B) z < x = y C) x = y = z D) x < y < z E) z < y < x

$x = \cos(\pi + \theta) = -\cos\theta$

$y = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = -\cos\theta$

$z = \tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\cot\theta$

$z < x = y$

Cevap: B

7. $\alpha + \beta = \dfrac{3\pi}{2}$ ve $\sin\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ olduğuna göre,

$\tan(\alpha + 2\beta) \cdot \sin(2\alpha + \beta)$ çarpımının değeri kaçtır?

A) $\dfrac{1}{2}$ B) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ C) $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ D) $\dfrac{1}{\sqrt{10}}$ E) $\dfrac{3}{\sqrt{10}}$

$\tan\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot\beta \cdot -\cos\alpha$

1, $\sqrt{5}$, 2, α

$= \cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cos\alpha$

$= \tan\alpha \cdot \cos\alpha$

$= \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot \cos\alpha$

$= \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

Cevap: B

8. ABC dar açılı bir üçgen olmak üzere, iç açılarının derece cinsinden ölçüleri arasında A < B < C sıralaması vardır.

x = tan(A + B)

y = tan(B + C)

z = tan(A + C)

sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) y < z < x B) y < x < z C) x < y < x D) x < z <y E) z < y < x

tanA < tanB < tanC

x = –tanC, y = –tanA, z = –tanB

x < z < y

Cevap: D

9. m, n ve r hareketlileri, sayı doğrusu üzerinde A(0) noktasından itibaren pozitif yönde sırasıyla sin112°, cos314° ve tan263° yol aldıklarında,

- m nin A noktasına uzaklığı d_m
- n nin A noktasına uzaklığı d_n
- r nin A noktasına uzaklığı d_r

olduğuna göre; d_m, d_n ve d_r değerlerinin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $d_r < d_n < d_m$ B) $d_r < d_m < d_n$ C) $d_n < d_r < d_m$ D) $d_m < d_n < d_r$ E) $d_n < d_m < d_r$

$d_m = \sin(112°) = \sin 78°$

$d_n = \cos(314°) = \cos 46° = \sin 44°$

$d_r = \tan(263°) = \tan 83°$

$d_n < d_m < d_r$

Cevap: E

10. $0 < a < \dfrac{\pi}{4}$ olmak üzere,

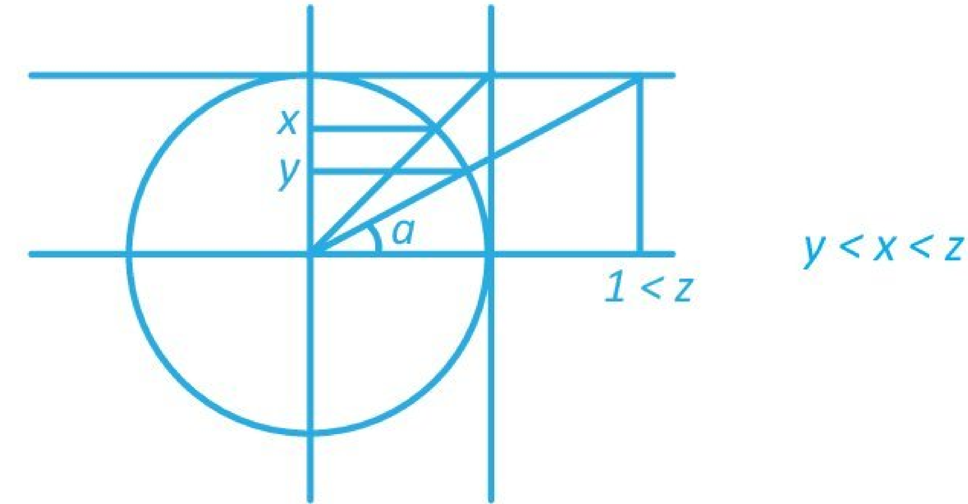
x = tan(a)

y = sin(a)

z = cot(a)

değerlerinin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

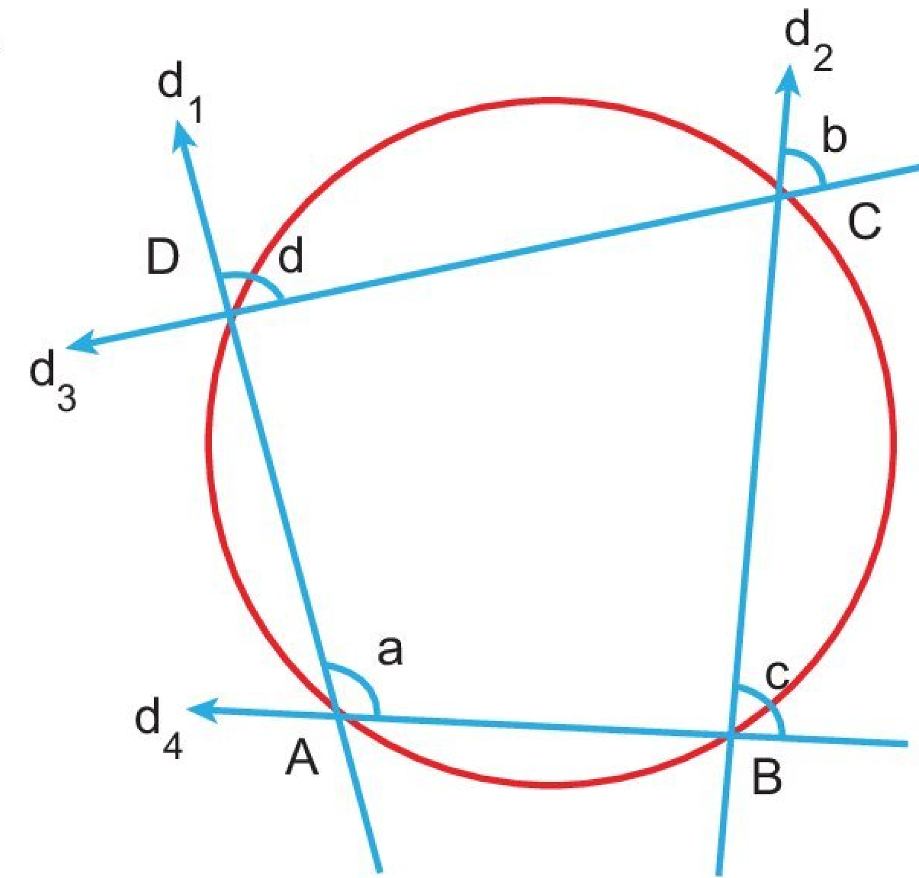
A) x < z < y B) x < y < z C) z <y <x D) y < x < z E) y < z < x



y < x < z

Cevap: D

11.



Yandaki şekilde d_1, d_2, d_3 ve d_4 doğruları çember üzerinde A, B, C ve D noktalarında kesişiyorlar.

Verilen a, b, c ve d açı ölçüleri için,

$\cos a = -\dfrac{1}{3}$ ve

$\cos c = -\dfrac{4}{5}$

olduğuna göre,

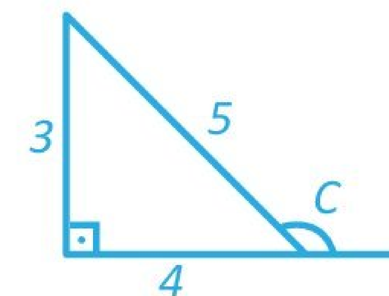
cosb . tand çarpımının sonucu kaçtır?

A) $\dfrac{1}{6}$ B) $\dfrac{1}{4}$ C) $-\dfrac{3}{8}$ D) $-\dfrac{1}{4}$ E) $-\dfrac{3}{4}$

b = 180 – a cos(180 – a) = –cosa = $\frac{1}{3}$

c + t = 180° tand = = $\frac{3}{4}$

$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

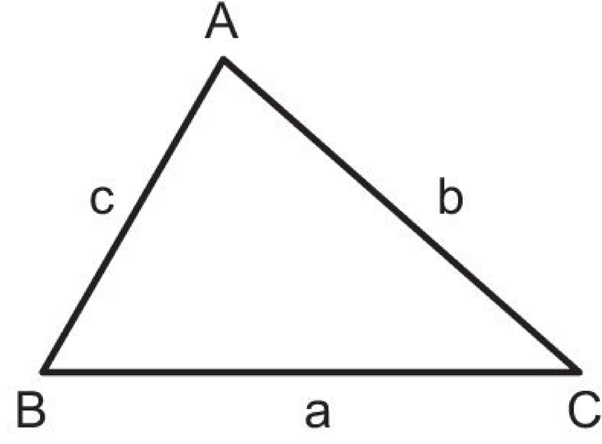


Cevap: B

1.B 2.C 3.E 4.A 5.A 6.B 7.B 8.D 9.E 10.D 11.B



KOSİNÜS TEOREMİ



Bir üçgenin iki kenar uzunluğu ve bu kenarların arasındaki açının ölçüsü bilindiğinde üçüncü kenarın uzunluğunu bulmak için kosinüs Teoremi uygulanır.

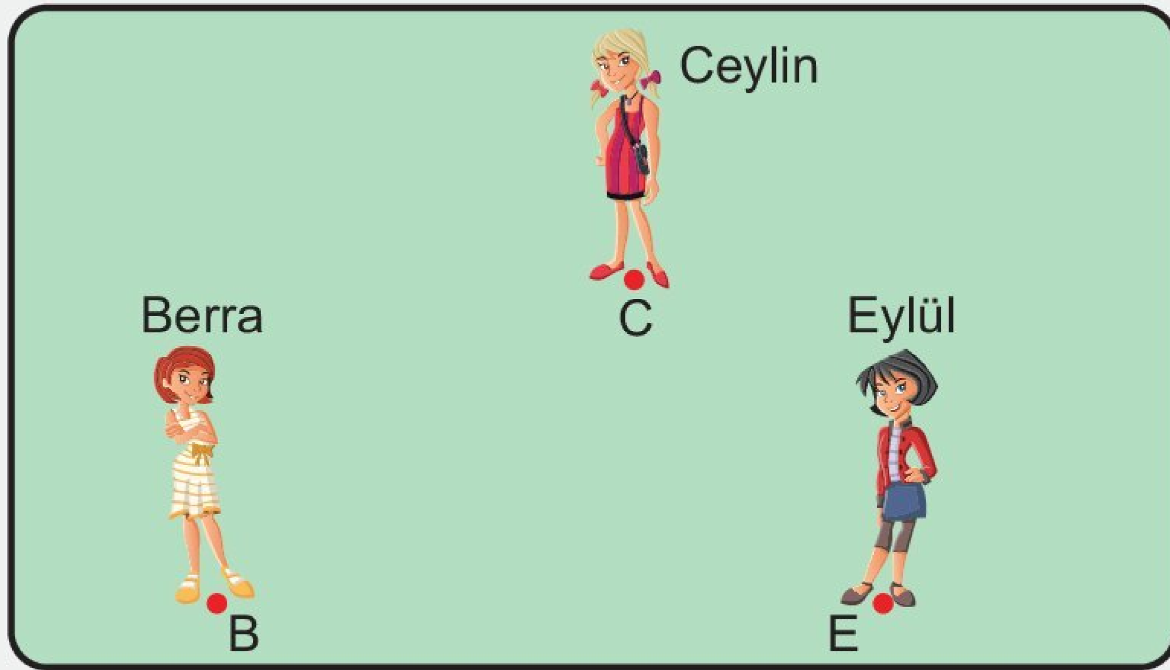
ABC üçgeninde,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}, \quad \cos\widehat{A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\widehat{B}, \quad \cos\widehat{B} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\widehat{C}, \quad \cos\widehat{C} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

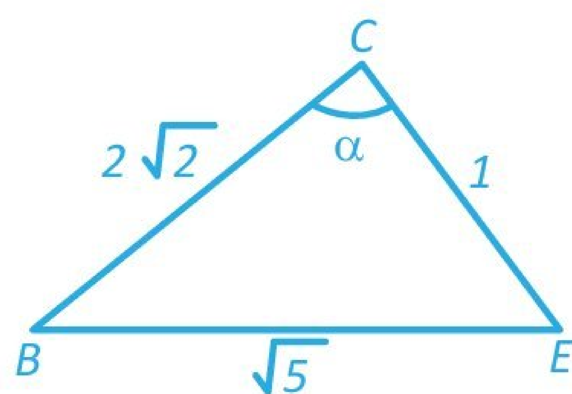
Örnek 1



Evlerinin bahçesinde oynayan Ceylin, Berra ve Eylül'ün bulundukları noktalar sırasıyla C, B ve E'dir. Ceylin'in Berra ve Eylül'e olan uzaklıkları sırasıyla $2\sqrt{2}$ m ve 1 m dir.

Berra, Eylül'den $\sqrt{5}$ m uzaklıkta olduğuna göre, $\tan(\widehat{BCE})$ değeri kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

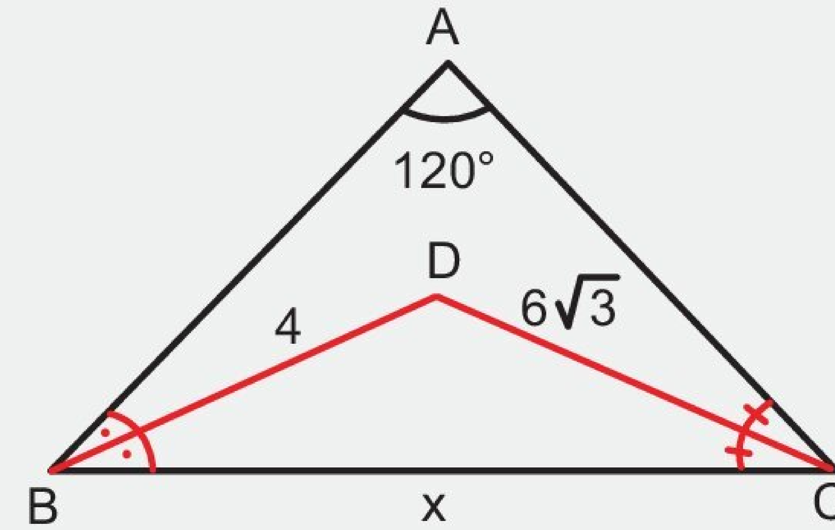


$\cos\alpha = \frac{8+1-5}{2\cdot 2\sqrt{2}} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45°$

$\tan 45° = 1$

Cevap: C

Örnek 2



ABC üçgen

$m(\widehat{BAC}) = 120°$

$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DBC})$,

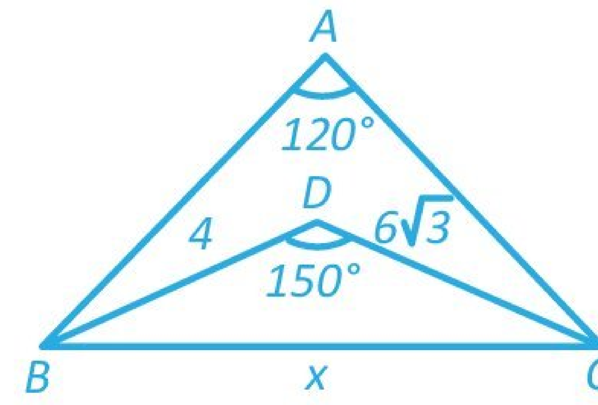
$m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{DCB})$,

$|BD| = 4$ birim

$|CD| = 6\sqrt{3}$ birim

Yukarıda verilenlere göre, |BC| = x kaç birimdir?

A) 12 B) $2\sqrt{3}$ C) 13 D) $13\sqrt{3}$ E) 14



$m(\widehat{BDC}) = 90 + \frac{120}{2} = 150°$

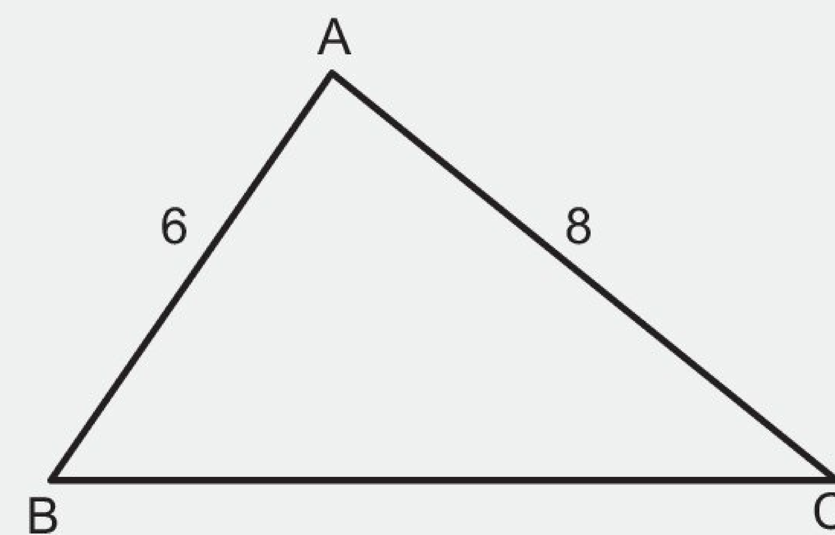
$x^2 = 4^2 + (6\sqrt{3})^2 - 2\cdot 4\cdot 6\sqrt{3}\cdot \cos150°$

$x^2 = 16 + 108 - 48\sqrt{3}\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$x^2 = 196 \rightarrow x = 14$ br

Cevap: E

Örnek 3



ABC bir üçgen

$|AB| = 6$ cm

$|AC| = 8$ cm

$60° < m(\widehat{BAC}) < 90°$

olduğuna göre, |BC|'nin alabileceği farklı tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 29 B) 21 C) 18 D) 17 E) 15

$\alpha = 90°$ ise $|BC| = 10$

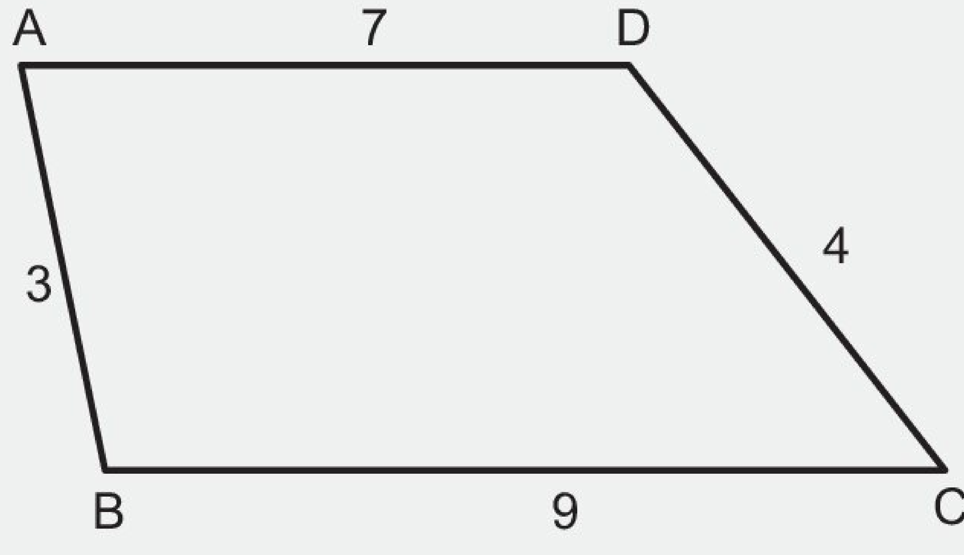
$\alpha = 60°$ ise $|BC|^2 = 36 + 64 - 2.6.8\left(\frac{1}{2}\right) = 52$

$\sqrt{52} < |BC| < 10$

$|BC| = \{8, 9\} \Rightarrow 8 + 9 = 17$

Cevap: D

Örnek 4



ABCD bir dörtgen

[AD] // [BC]

|AD| = 7 cm

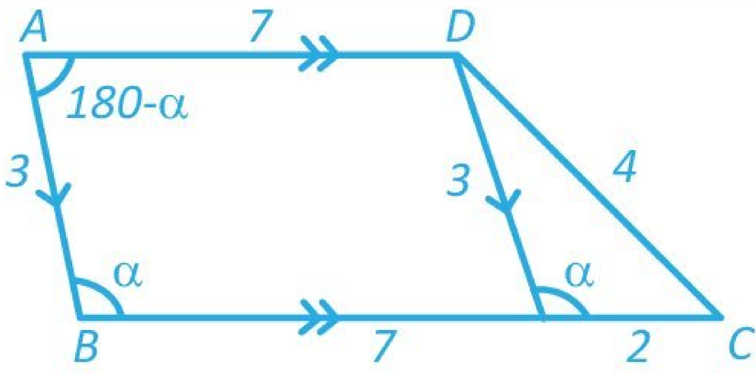
|AB| = 3 cm

|BC| = 9 cm

|DC| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, $\cos(\widehat{DAB})$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

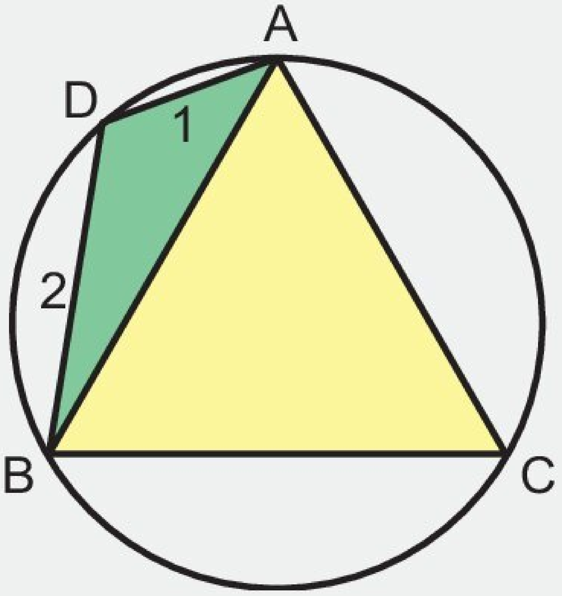


$\cos\alpha = \frac{9+4-16}{2\cdot 3\cdot 2} = \frac{-3}{12} = -\frac{1}{4}$

$\cos(180-\alpha) = \frac{1}{4}$

Cevap: B

Örnek 5



ABC bir eşkenar üçgen

|AD| = 1 cm

|BD| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{7\sqrt{3}}{4}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{11\sqrt{3}}{4}$

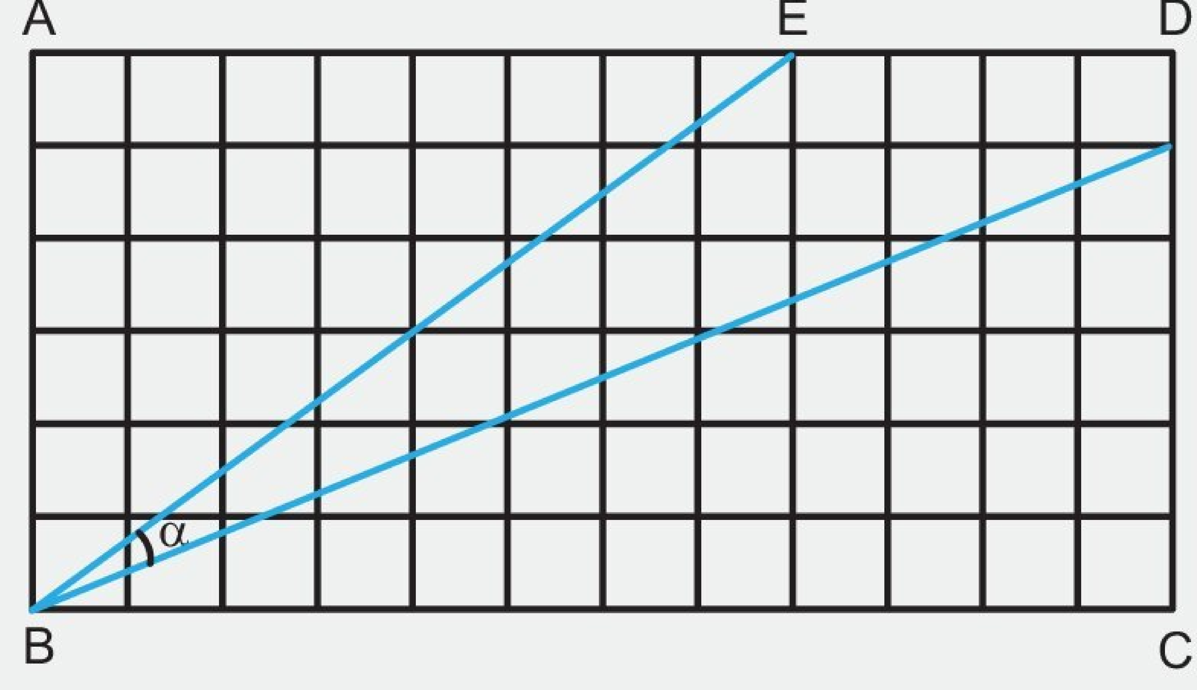
$m(\widehat{ADB}) = 120°, |AB| = x$ $x^2 = 1+4-2\cdot 1\cdot 2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow x = \sqrt{7}$

$A(\widehat{ABC}) = \frac{7\sqrt{3}}{4}$

Cevap: A

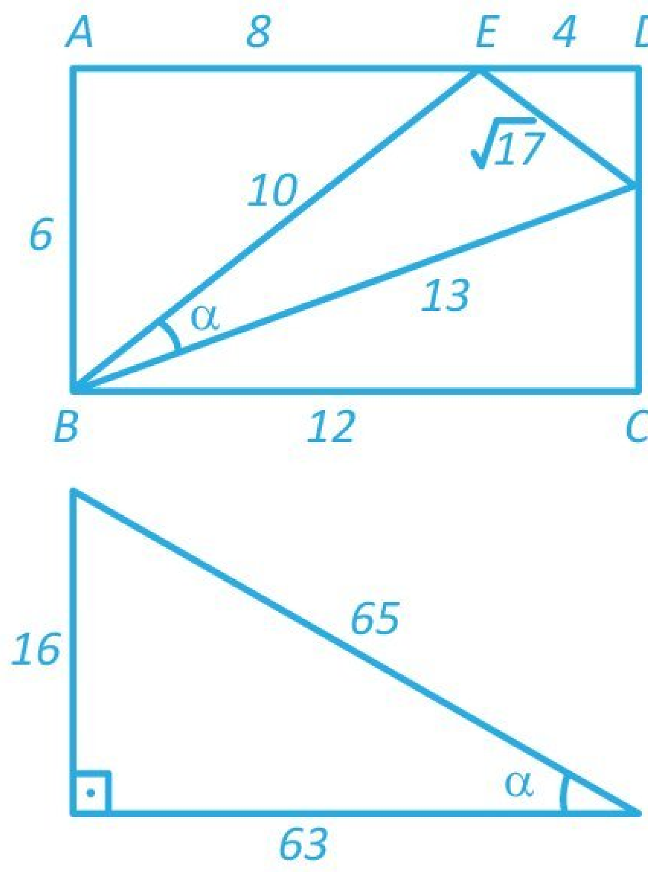
Örnek 6

Aşağıda 72 birimkareden oluşan bir dikdörtgen verilmiştir.



Yukarıda verilenlere göre, tanα değeri kaçtır?

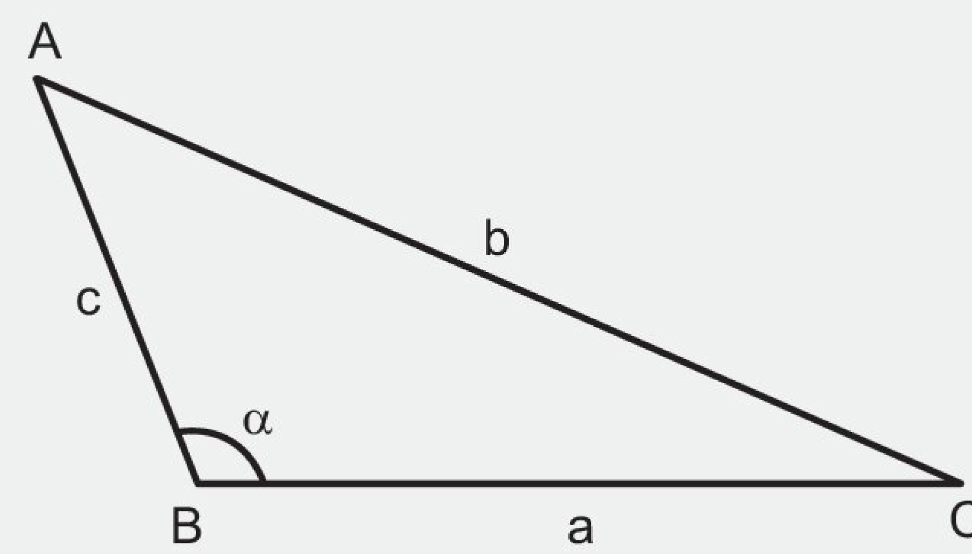
A) $\frac{13}{63}$ B) $\frac{15\sqrt{2}}{63}$ C) $\frac{16}{63}$ D) $\frac{19\sqrt{3}}{63}$ E) $\frac{22}{63}$



$(\sqrt{17})^2 = 10^2 + 13^2 - 2\cdot 10\cdot 13\cdot\cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{100+169-17}{2\cdot 10\cdot 13}$

$\cos\alpha = \frac{63}{65}$



$\tan\alpha = \frac{16}{63}$

Cevap: C

Örnek 7

Aşağıda kenar uzunlukları birbirinden farklı olan ABC üçgeni verilmiştir.

A, b, c, α, B, a, C

|BC| = a birim

|AC| = b birim

|AB| = c birim

$m(\widehat{ABC}) = \alpha$

ABC üçgeninin kenar uzunlukları arasında

$a^3 - c^3 = b^2 . a - b^2 . c$

bağıntısı olduğuna göre, tanα değeri kaçtır?

A) –3 B) –2 C) $-\sqrt{3}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) $-\sqrt{2}$

$(a-c)(a^2+ac+c^2) = b^2(a-c)$

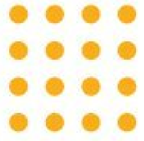
$b^2 = a^2+ac+c^2 = a^2+c^2-2ac\cos\alpha$

$ac = -2ac\cos\alpha$

$-\frac{1}{2} = \cos\alpha \Rightarrow \alpha = 120°$

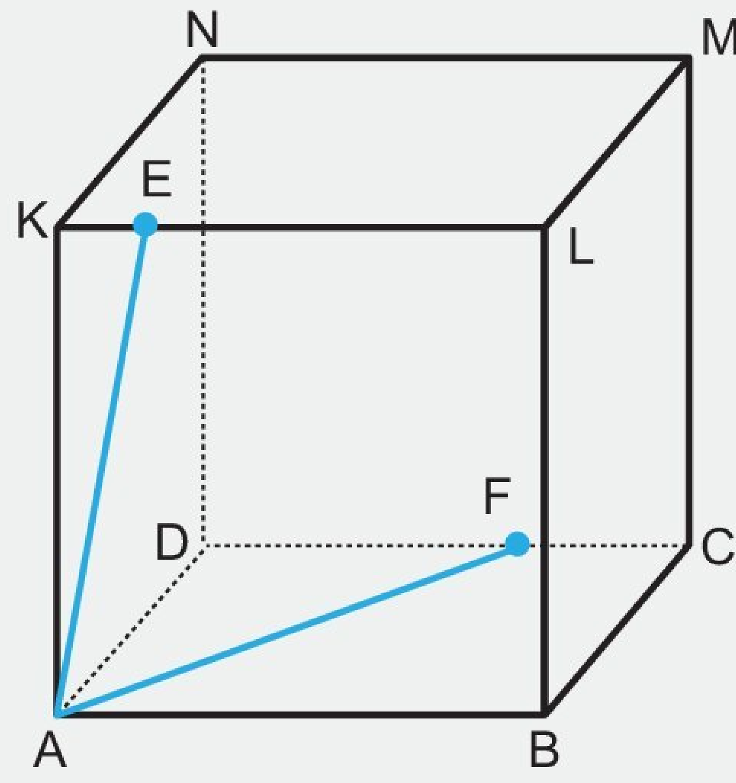
$\tan\alpha = \tan(120°) = -\sqrt{3}$

Cevap: C



Örnek 8

Aşağıdaki şekilde bir ayrıtının uzunluğu 4 birim olan bir küp verilmiştir.



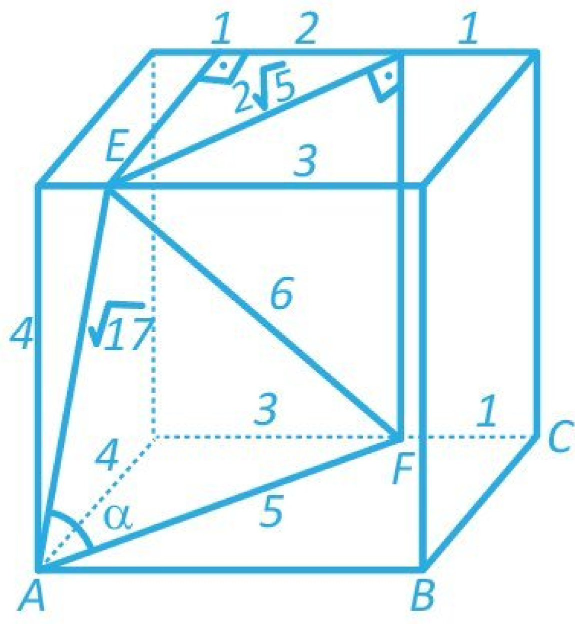
$|EL| = 3|KE|$

$|DF| = 3|FC|$

$m(\widehat{EAF}) = \alpha°$

Yukarıda verilenlere göre, cosα değeri kaçtır?

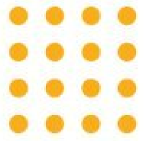
A) $\frac{3}{4\sqrt{17}}$ B) $\frac{3}{5\sqrt{17}}$ C) $\frac{1}{2\sqrt{17}}$ D) $\frac{3}{7\sqrt{17}}$ E) $\frac{3}{8\sqrt{17}}$



$6^2 = 5^2 + (\sqrt{17})^2 - 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{17} \cos\alpha$

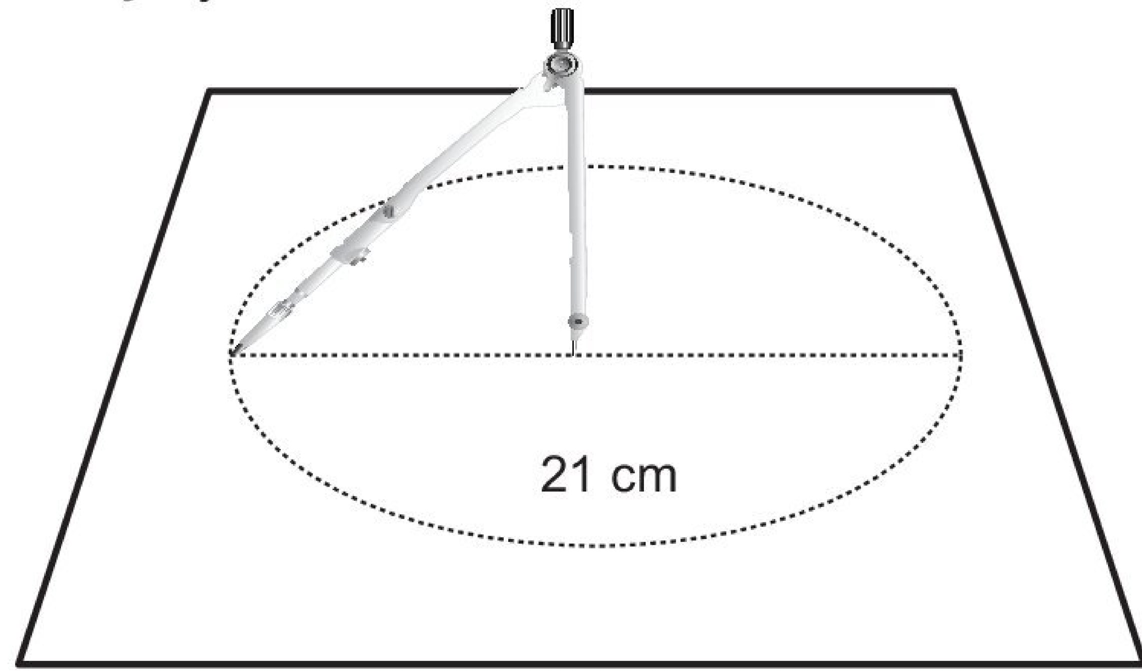
$\cos\alpha = \frac{25 + 17 - 36}{10\sqrt{17}} = \frac{3}{5\sqrt{17}}$

Cevap: B



Çıkmış Soru 1

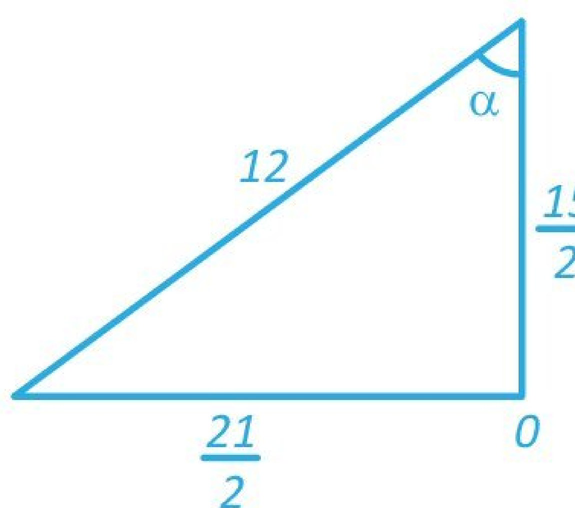
Ali, bir pergelin sivri ucunu kağıt üzerindeki bir noktaya koyup pergelin açıklığını bozmadan çapı 21 cm olan bir çember çiziyor.



Ali'nin kullandığı pergelin kollarının uzunlukları 7,5 cm ve 12 cm olduğuna göre, pergelin kolları arasındaki açının ölçüsü kaç derecedir?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 90 E) 120

2021 AYT



Kosinüs Teoremi $\left(\frac{21}{2}\right)^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 + 12^2 - 2\frac{15}{2} \cdot 12 \cdot \cos\alpha$

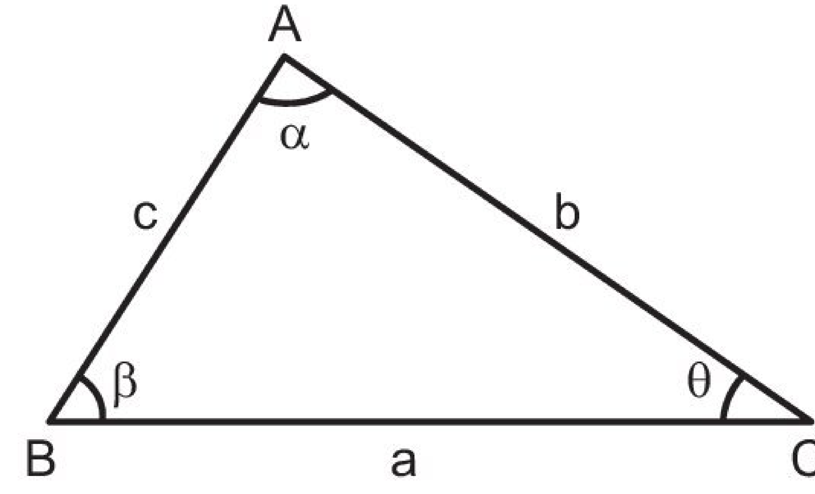
$\left(\frac{21}{2} - \frac{15}{2}\right)\left(\frac{21}{2} + \frac{15}{2}\right) = 144 - 15 \cdot 12 \cdot \cos\alpha$

$54 = 144 - 180\cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{90}{180} = \frac{1}{2}$

$\alpha = 60°$ *Cevap: C*

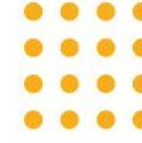
> İki kenarının uzunluğu ve bu kenarlar arasındaki açının ölçüsü bilinen üçgenin alanı:



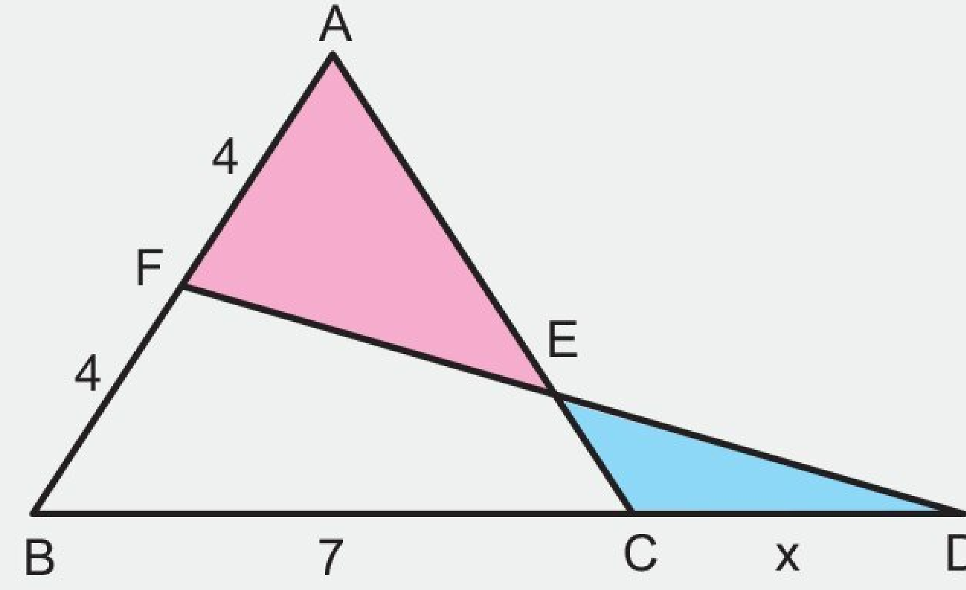
$\text{Alan}(ABC) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin\alpha$

$= \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin\beta$

$= \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\theta$



Örnek 9



ABC ve BFD birer üçgen

$|AF| = |FB| = 4$ birim

$|BC| = 7$ birim

$|CD| = x$ birim

Yukarıdaki şekilde kırmızı ve mavi ile boyalı üçgensel bölgelerin alanları birbirine eşit olduğuna göre, x kaçtır?

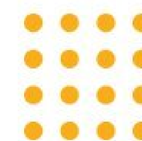
A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

$A(\widehat{ABC}) = A(\widehat{FBD})$

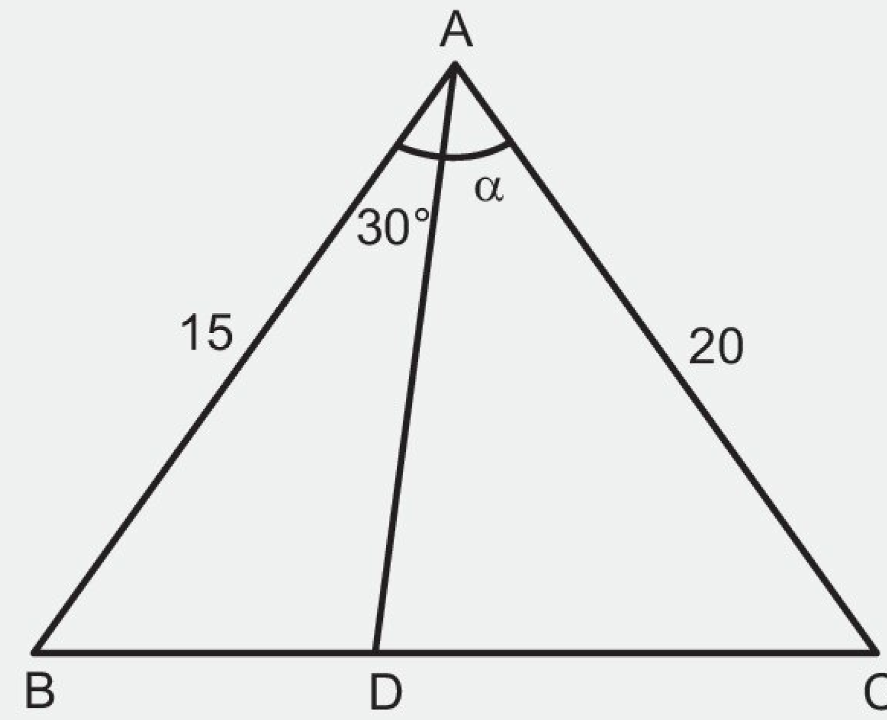
$\frac{1}{2} 8 \cdot 7 \sin\widehat{B} = \frac{1}{2} 4(7 + x) \cdot \sin\widehat{B}$

$\frac{8 \cdot 7}{4} = 7 + x \Rightarrow x = 7$

Cevap: B



Örnek 10



ABC üçgen

$m(\widehat{BAD}) = 30°$,

$m(\widehat{DAC}) = \alpha$,

$D \in [BC]$

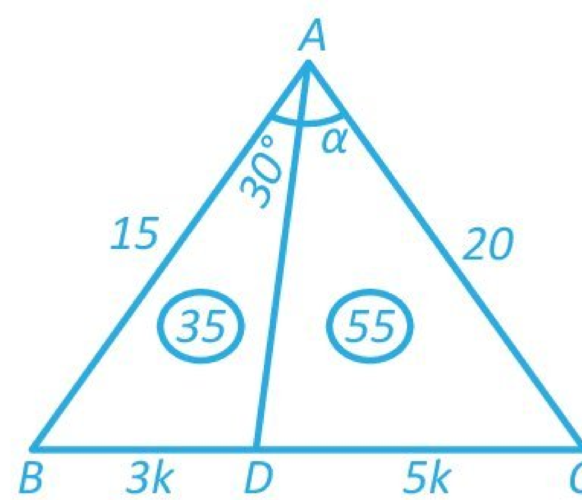
$|AB| = 15$ birim,

$|AC| = 20$ birim

$5 . |BD| = 3 . |CD|$

Yukarıda verilenlere göre, sinα değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{8}$



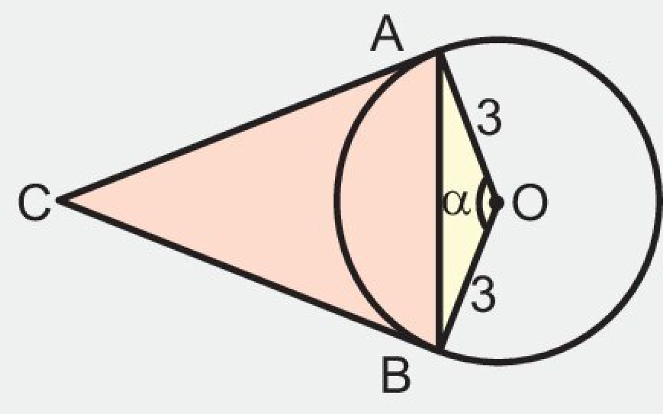
$\frac{A(ABD)}{A(ADC)} = \frac{3}{5} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 15 \cdot |AD| \cdot \sin 30°}{\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot |AD| \cdot \sin\alpha}$

$\sin\alpha = \frac{75}{120} = \frac{5}{8}$

Cevap: E

Örnek 11

Aşağıda C noktasından O merkezli çembere çizilen teğetler verilmiştir. Teğetlerin değme noktası A ve B dir.



|OA| = 3 birim

|OC| = 5 birim

$m(\widehat{AOB}) = \alpha$

$\sin\alpha = \frac{24}{25}$

Yukarıdaki verilere göre, kırmızı ile boyalı üçgensel bölgenin alanı sarı renk ile boyalı üçgensel bölgenin alanından kaç birimkare fazladır?

A) 3 B) 3,12 C) 3,24 D) 3,36 E) 3,48

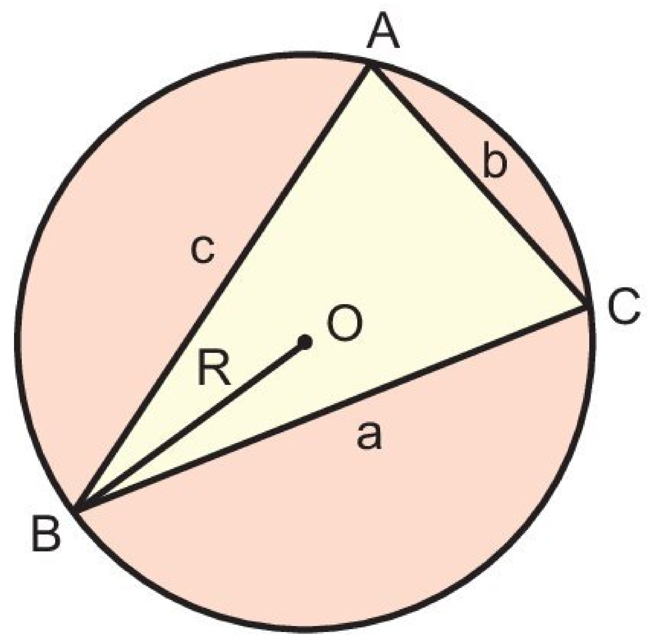
$A(\widehat{ACB}) - A(\widehat{AOB}) = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\cdot\frac{24}{25} - \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 3\cdot\frac{24}{25}$

$= \frac{12}{25}(16-9) = \frac{84}{25} = 3,36$

Cevap: D

SİNÜS TEOREMİ

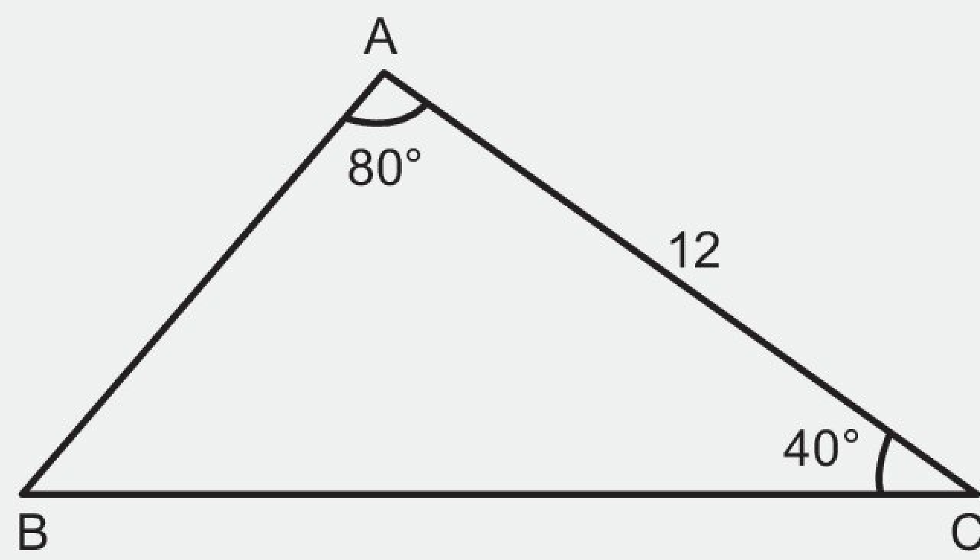
Bir üçgende bir kenar uzunluğunun karşısındaki açının ölçüsünün sinüs değerine oranı ile diğer kenar uzunluğunun o kenarın karşısındaki açının ölçüsünün sinüs değerine oranı birbirine eşittir. Bu oran aynı zamanda üçgenin çevrel çemberinin çapının uzunluğuna eşittir.



ABC üçgeninin çevrel çemberinin merkezi O noktası ve yarıçapı R olmak üzere,

$$\frac{a}{\sin\widehat{A}} = \frac{b}{\sin\widehat{B}} = \frac{c}{\sin\widehat{C}} = 2\cdot R$$

Örnek 12



ABC bir üçgen

$m(\widehat{BAC}) = 80°$

$m(\widehat{ACB}) = 40°$

$|AC| = 12$ cm

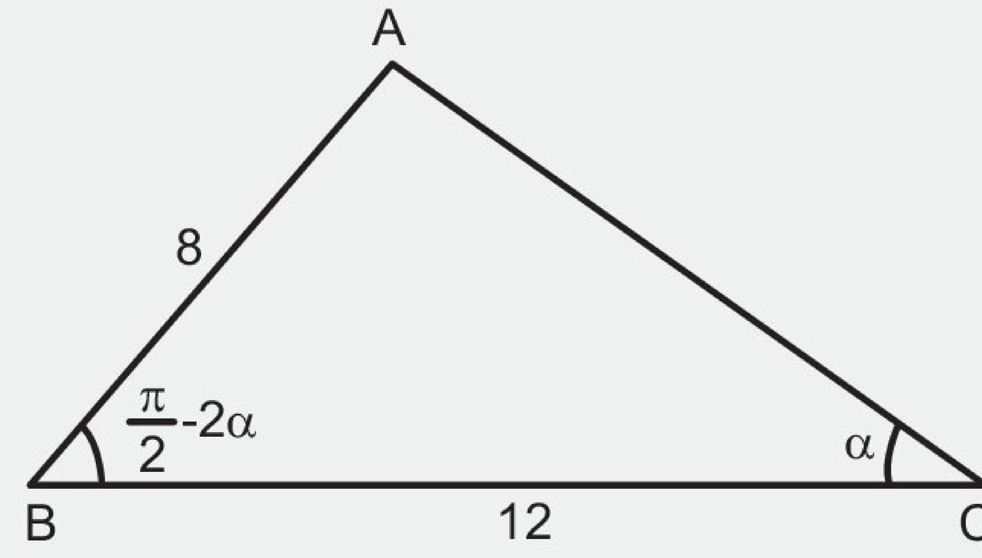
Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı kaç cm dir?

A) 9 B) 8 C) $4\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{3}$

$m(\widehat{ABC}) = 60°, \frac{12}{\sin 60°} = 2\cdot R \Rightarrow R = 12\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{2} = 4\sqrt{3}$

Cevap: C

Örnek 13



ABC bir üçgen

$m(\widehat{ACB}) = \alpha$

$m(\widehat{ABC}) = \frac{\pi}{2} - 2\alpha$

|AB| = 8 cm

|BC| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, tanα değeri kaçtır?

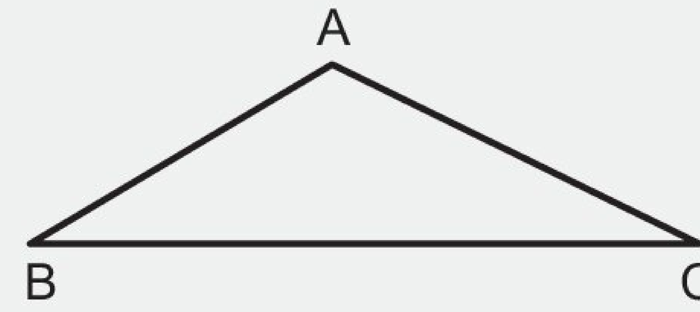
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

$m(\widehat{BAC}) = 90 + \alpha, \quad \frac{8}{\sin\alpha} = \frac{12}{\sin(90+\alpha)} \Rightarrow \frac{8}{12} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$

$\tan\alpha = \frac{2}{3}$

Cevap: B

Örnek 14



ABC bir üçgen

$4\sin\widehat{A} = 3\cdot(\sin\widehat{B} + \sin\widehat{C})$

$Çevre(\widehat{ABC}) = 28$ birim

olduğuna göre, |BC| kaç birimdir?

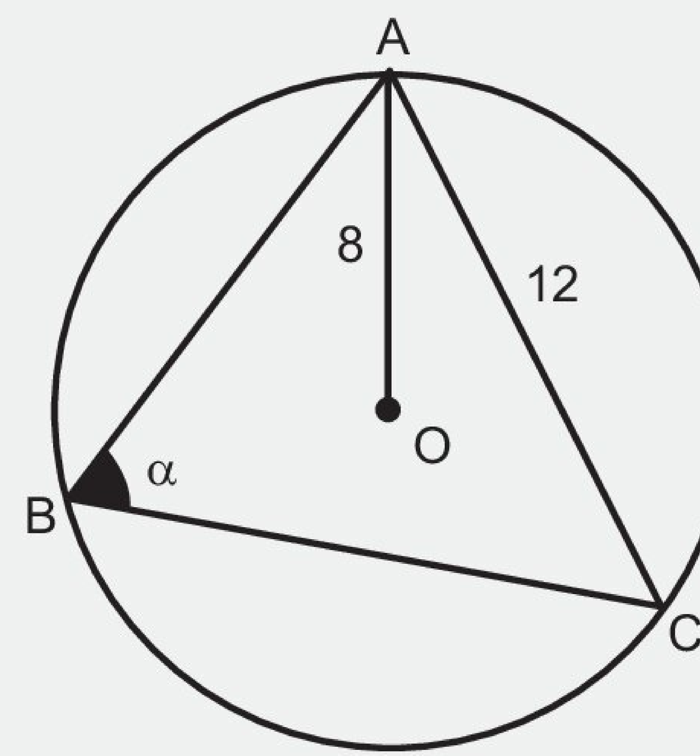
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

$\frac{|AC|}{\sin\widehat{B}} = \frac{|AB|}{\sin\widehat{C}} = \frac{|BC|}{\sin\widehat{A}} = \frac{|BC|+|AC|+|AB|}{\sin\widehat{A}+\sin\widehat{B}+\sin\widehat{C}} = \frac{28}{\frac{7}{3}\sin\widehat{A}}$

$\frac{|BC|}{\sin\widehat{A}} = \frac{28}{\frac{7}{3}\sin\widehat{A}} \Rightarrow |BC| = 12$ birim

Cevap: D

Örnek 15



ABC üçgeninin çevrel çemberinin merkezi O noktasıdır.

$m(\widehat{ABC}) = \alpha$

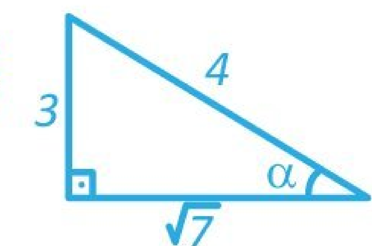
|OA| = 8 birim

|AC| = 12 birim

Yukarıdaki verilere göre, cosα değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{\sqrt{10}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{12}{\sin\alpha} = 2\cdot R \Rightarrow \frac{12}{\sin\alpha} = 2\cdot 8 \Rightarrow \sin\alpha = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$



$\cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$

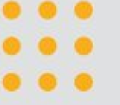
Cevap: A

Örnek Cevapları

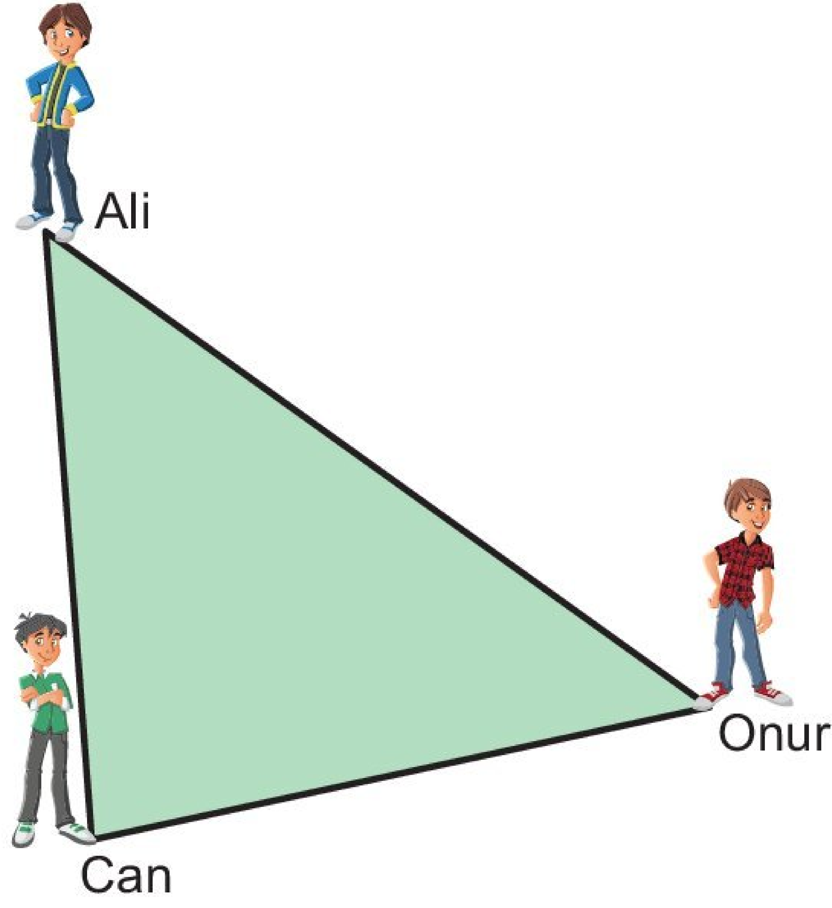
1.C	2.E	3.D	4.B	5.A	6.C	7.C	8.B	9.B	10.E
11.D	12.C	13.B	14.D	15.A					

Çıkmış Soru Cevapları

1. C



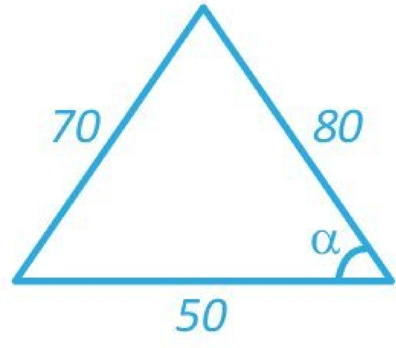
1.



Bir oyun parkında bulunan Ali, Can ve Onur isimli üç arkadaştan Ali ile Onur arası 80 metre, Ali ile Can arası 70 metre ve Can ile Onur arasındaki mesafe ise 50 metredir.

Buna göre, Ali; Can ve Onur arasındaki üçgende Onur'un bulunduğu köşedeki açı kaç derecedir?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

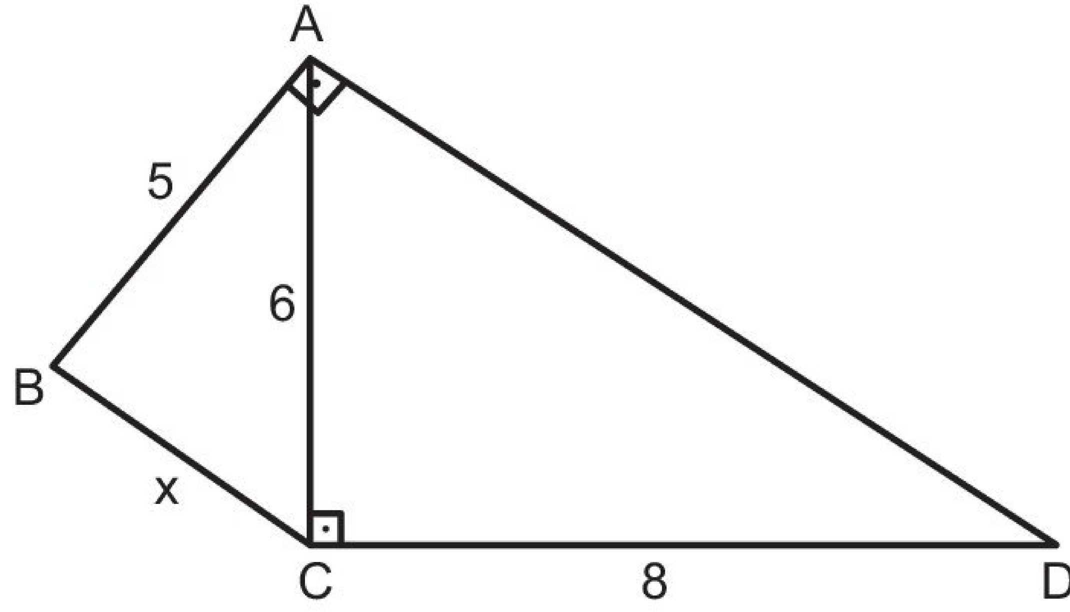


$70^2 = 50^2 + 80^2 - 2 . 50 . 80 . \cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{4000}{8000} = \frac{1}{2} \to \alpha = 60°$ dir.

Cevap D

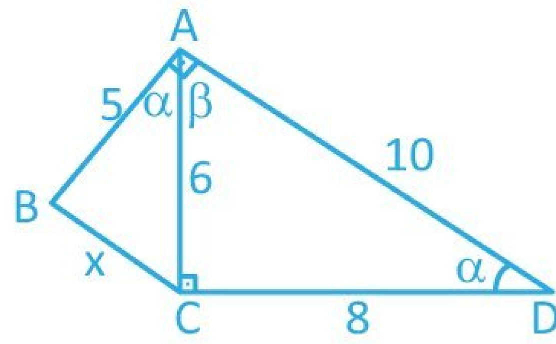
2.



[AB] ⊥ [AD]
[AC] ⊥ [CD]
|AB| = 5 br,
|AC| = 6 br,
|CD| = 8 br dir.

Yukarıda verilenlere göre, |BC| = x kaç birim dir?

A) $\sqrt{13}$ B) 4 C) $\sqrt{19}$ D) $\sqrt{22}$ E) 5



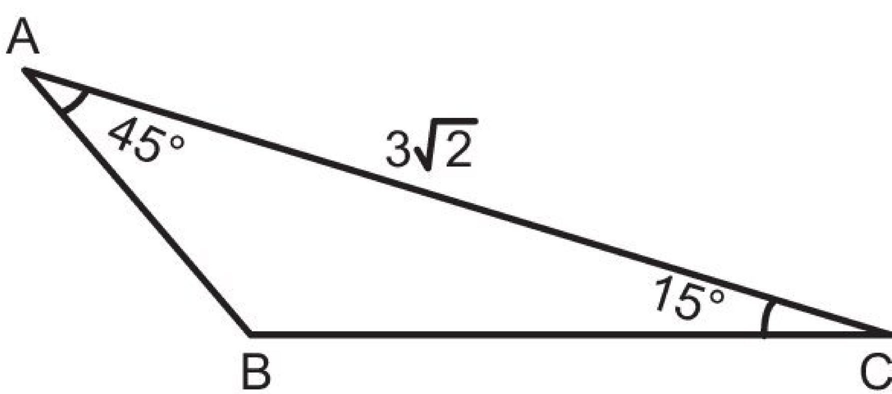
$\cos\alpha = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

$x^2 = 25 + 36 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \frac{4}{5}$

$x^2 = 13 \to x = \sqrt{13}$

Cevap: A

3.



ABC bir üçgen
$m(\widehat{CAB}) = 45°$
$m(\widehat{ACB}) = 15°$
$|AC| = 3\sqrt{2}$ birim

olduğuna göre, |BC| kaç birimdir?

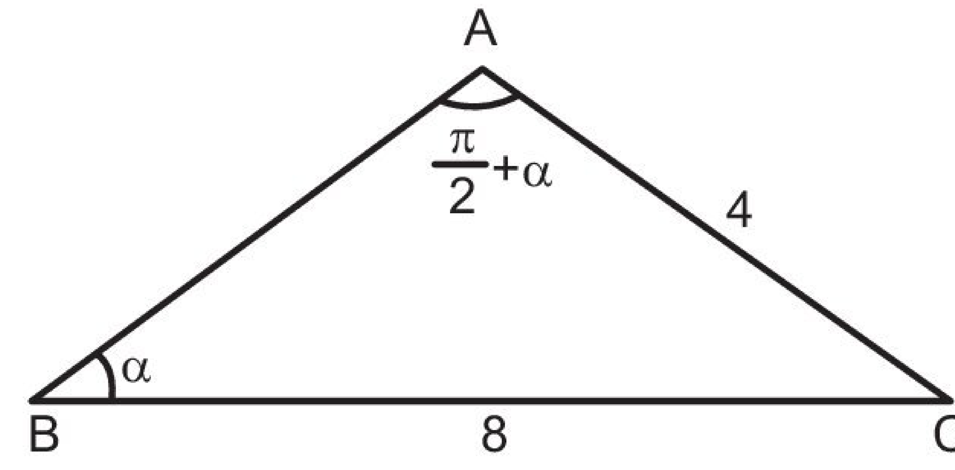
A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $2\sqrt{3}$ D) $\sqrt{15}$ E) 4

$m(\widehat{ABC}) = 120°, \frac{3\sqrt{2}}{\sin120°} = \frac{|BC|}{\sin45}$

$\Rightarrow \frac{3\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{|BC|}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow |BC| = 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$

Cevap: C

4.



ABC bir üçgen
$m(\widehat{ABC}) = \alpha$
$m(\widehat{BAC}) = \frac{\pi}{2} + \alpha$
|AC| = 4 birim
|BC| = 8 birim

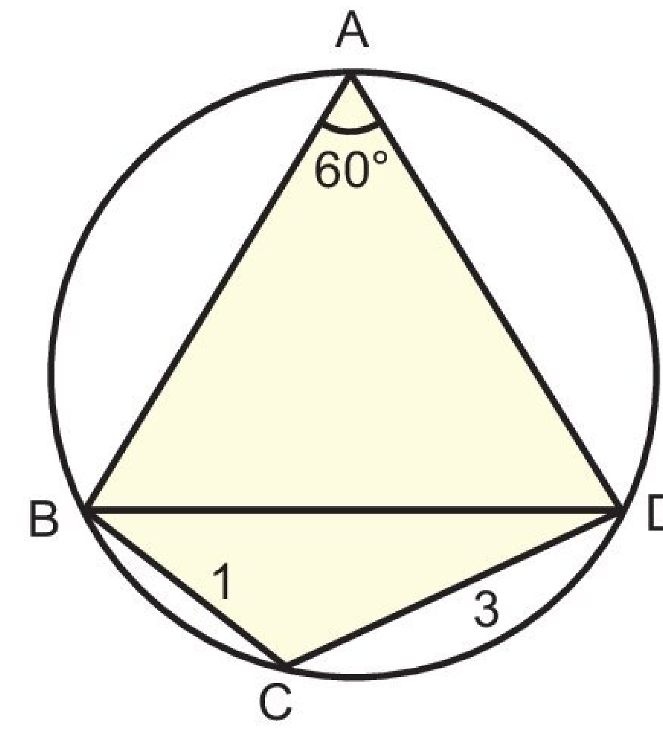
Buna göre, tanα değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 4

$\frac{4}{\sin\alpha} = \frac{8}{\sin(90+\alpha)} \Rightarrow \frac{4}{\sin\alpha} = \frac{8}{\cos\alpha} \Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{1}{2}$

Cevap: C

5.



ABCD köşeleri çember üzerinde olan bir dörtgendir.
$m(\widehat{BAD}) = 60°$
|BC| = 1 birim
|CD| = 3 birim

Yukarıdaki verilere göre, |BD| kaç birimdir?

A) $\sqrt{11}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{13}$ D) $\sqrt{15}$ E) 4

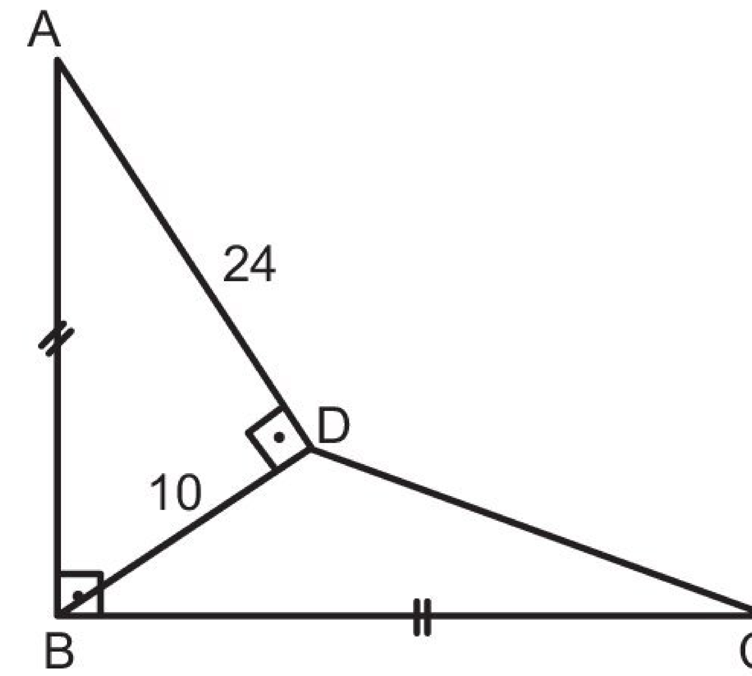
$m(\widehat{C}) = 120°$

$|BD|^2 = 1 + 9 - 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 10 + 3$

$|BD| = \sqrt{13}$

Cevap C

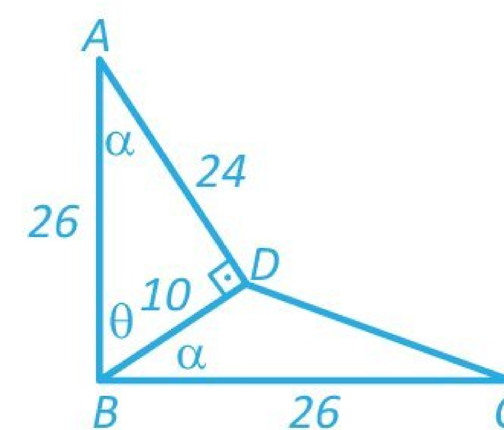
6.



ABD ve BDC birer üçgen
[AB] ⊥ [BC]
[AD] ⊥ [BD]
|AB| = |BC|
|AD| = 24 birim
|BD| = 10 birim

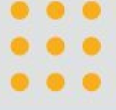
Yukarıdaki verilere göre, BDC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

A) 120 B) 100 C) 60 D) 50 E) 40

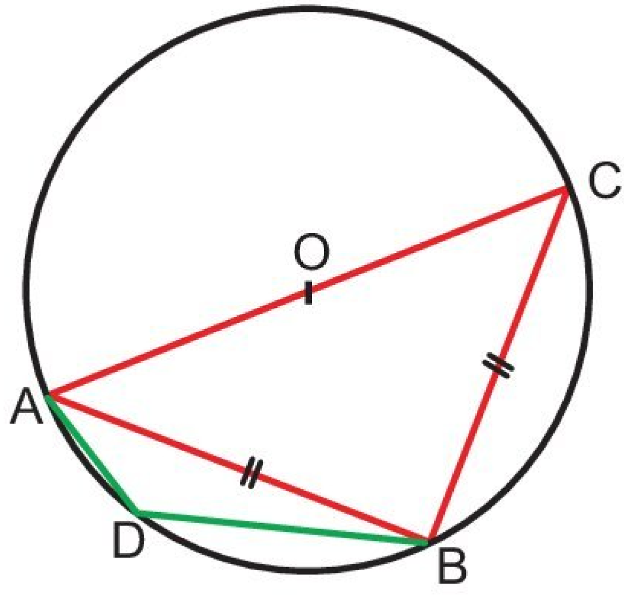


$\sin\alpha = \frac{10}{26}$ $A(\widehat{BDC}) = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 26 \cdot \frac{10}{26} = 50br^2$

Cevap D



7.



Şekildeki çemberin merkezi O noktasıdır. ABC ve ADB köşeleri çember üzerinde olan birer üçgendir.

|AB| = |BC|

|AD| = 2 birim

|BD| = $2\sqrt{2}$ birim

Yukarıdaki verilere göre, dairenin alanı kaç π birim karedir?

A) 15 B) 12 C) 10 D) 9 E) 8

$m(\widehat{ABC}) = 90°, m(\widehat{ACB}) = 45°, m(\widehat{ADB}) = 135°$

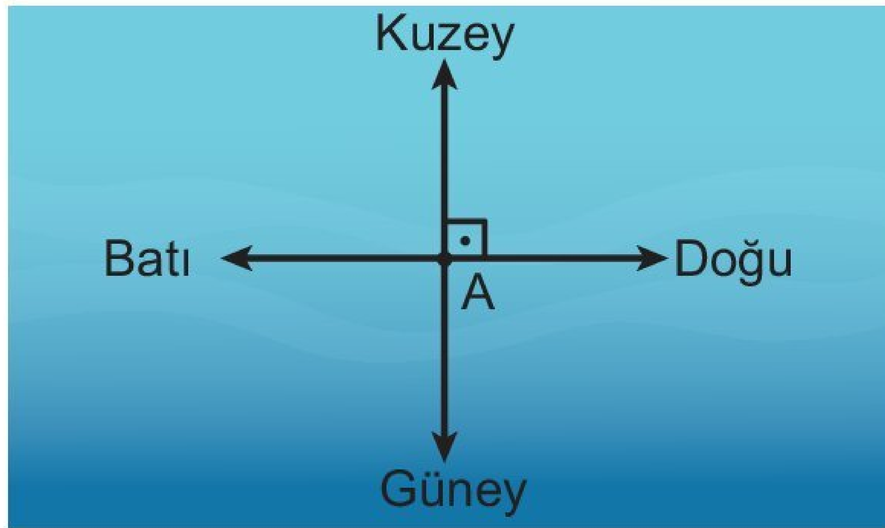
$|AB| = x$

$x^2 = 4 + 8 - 2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 20 \Rightarrow x = \sqrt{20}$

$|OC| = \sqrt{2} \cdot \sqrt{20} = 2\sqrt{10}$ çap, $r = \sqrt{10}$, Alan = 10π

Cevap C

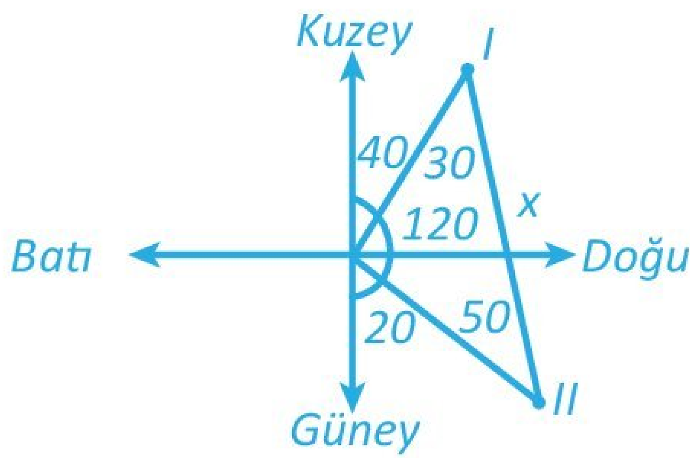
8.



A noktasında bulunan iki sürat teknesinden birisinin hızı saatte 30 km, diğerinin hızı ise saatte 50 km dir. Birinci tekne kuzey çizgisi ile 40° ve doğu çizgisi ile 50°'lik, ikinci tekne güney çizgisi ile 20° ve doğu çizgisi ile 70°'lik açı yapacak şekilde aynı anda hareket ediyorlar.

Buna göre, 1 saat sonunda aralarındaki mesafe kaç km olur?

A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100



$x^2 = 30^2 + 50^2 - 2 . 30 . 50 . \cos 120$

$x^2 = 3400 - 3000 . \left(-\frac{1}{2}\right)$

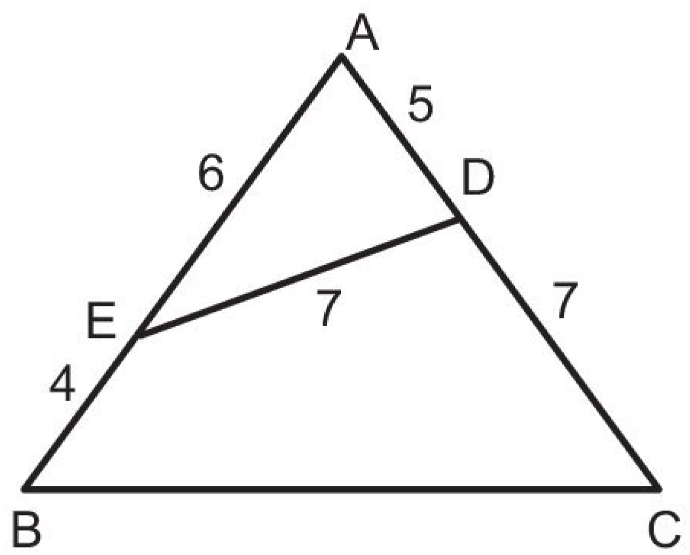
$x^2 = 3400 + 1500$

$x^2 = 4900$

$x = 70$ km

Cevap: B

9.



ABC bir üçgen

|BE| = 4 birim

|AD| = 5 birim

|AE| = 6 birim

|ED| = |DC| = 7 birim

olduğuna göre, ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

A) $24\sqrt{6}$ B) $20\sqrt{6}$ C) $24\sqrt{3}$ D) $20\sqrt{3}$ E) $24\sqrt{2}$

AED üçgeninde: $49 = 36 + 25 - 2 . 6 . 5 . \cos A$

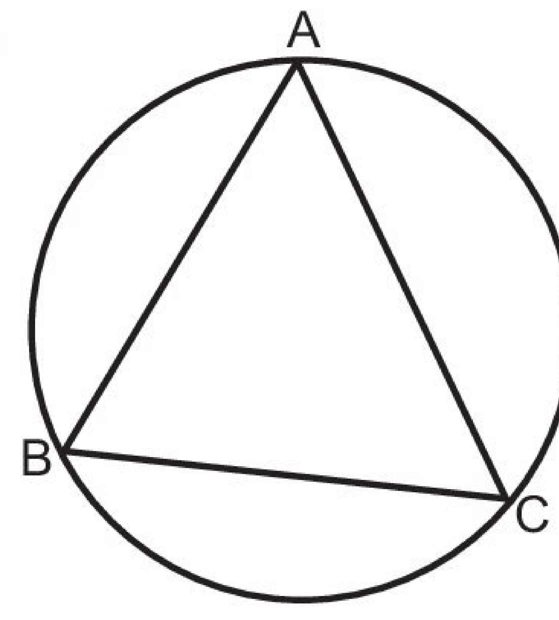
$60\cos A = 12$

$\cos\widehat{A} = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin A = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

$A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 12 \cdot \frac{2\sqrt{6}}{5} = 24\sqrt{6}$

Cevap: A

10.



ABC üçgeninin köşeleri r yarıçaplı çember üzerindedir.

Çevre$(\widehat{ABC})$ = 312 birim

$\sin(\widehat{A}) + \sin(\widehat{B}) + \sin(\widehat{C}) = 2{,}08$

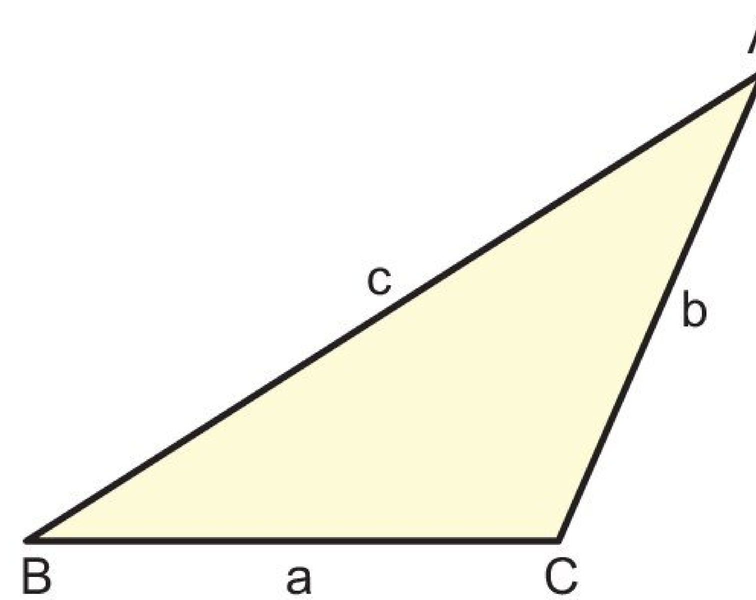
olduğuna göre, r kaç birimdir?

A) 55 B) 65 C) 75 D) 85 E) 95

$\frac{a+b+c}{\sin\widehat{A} + \sin\widehat{B} + \sin\widehat{C}} = 2 \cdot R = \frac{312}{2{,}08} \Rightarrow R = \frac{31200}{416} = 75$

Cevap: C

11.



ABC bir üçgen

|BC| = a birim

|AC| = b birim

|AB| = c birim

a, b ve c kenar uzunlukları arasında

$a + b + c = \frac{a \cdot b}{a + b - c}$

bağıntısı vardır. Buna göre, $\cos(\widehat{BCA})$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{3}{5}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{2}{5}$ E) $-\frac{1}{3}$

$[(a + b) + c][(a + b) - c] = a . b$

$a^2 + b^2 + 2ab - c^2 = ab$

$a^2 + b^2 + ab = c^2 = a^2 + b^2 - 2ab . \cos\widehat{C}$

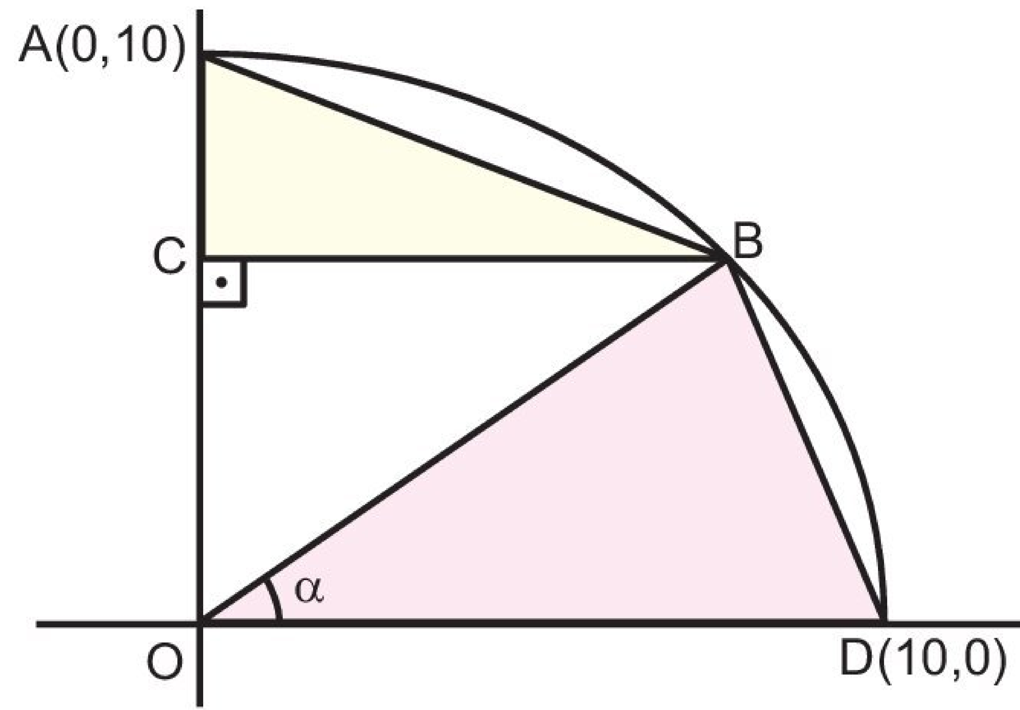
$ab = -2ab \cos\widehat{C}$

$\boxed{-\frac{1}{2}} = \cos\widehat{C}$

Cevap: C

1.D 2.A 3.C 4.C 5.C 6.D 7.C 8.B 9.A 10.C 11.C

1. Dik koordinat düzleminde yarıçapı 10 birim olan çeyrek çember ile AOB ve BOD üçgenleri verilmiştir.



$[OA] \perp [CB]$

$m(\widehat{BOD}) = \alpha$

$\sin\alpha = 0,6$

olduğuna göre, kırmızı ve sarı renkli üçgensel bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

A) 46 B) 48 C) 50 D) 52 E) 54

$m(\widehat{BOC}) = 90 - \alpha,\ m(\widehat{CBO}) = \alpha$

$|OC| = 6, |AC| = 4, |BC| = 8$

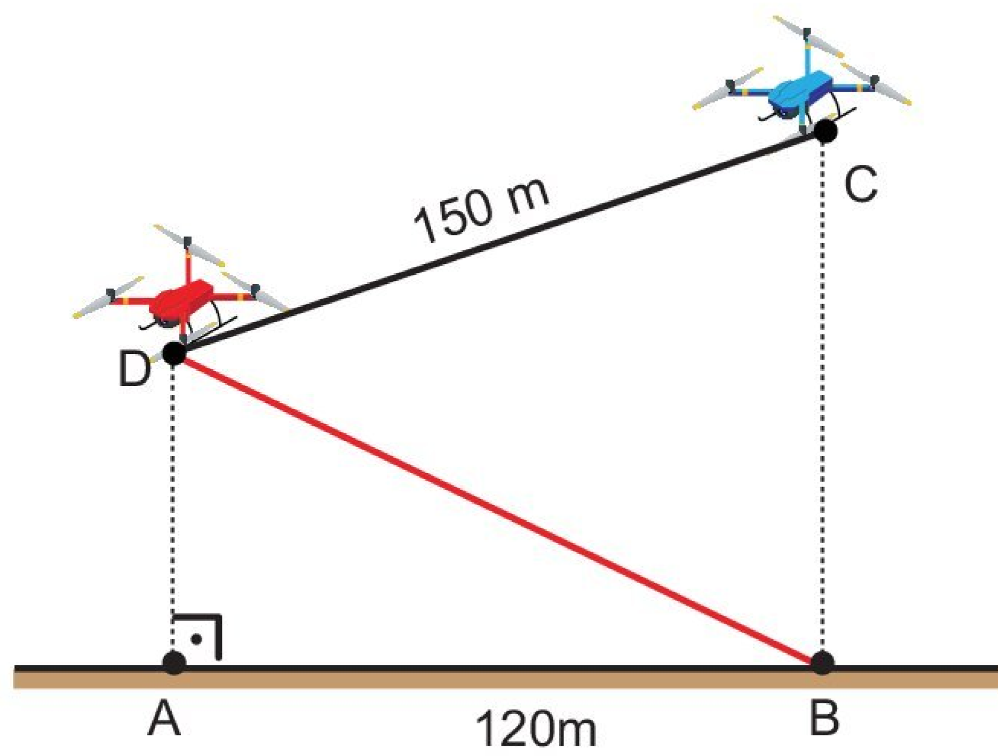
$A(\widehat{ACB}) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 = 16$

$A(\widehat{BOD}) = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot (0,6) = 30$

$\Rightarrow 16 + 30 = 46$

Cevap A

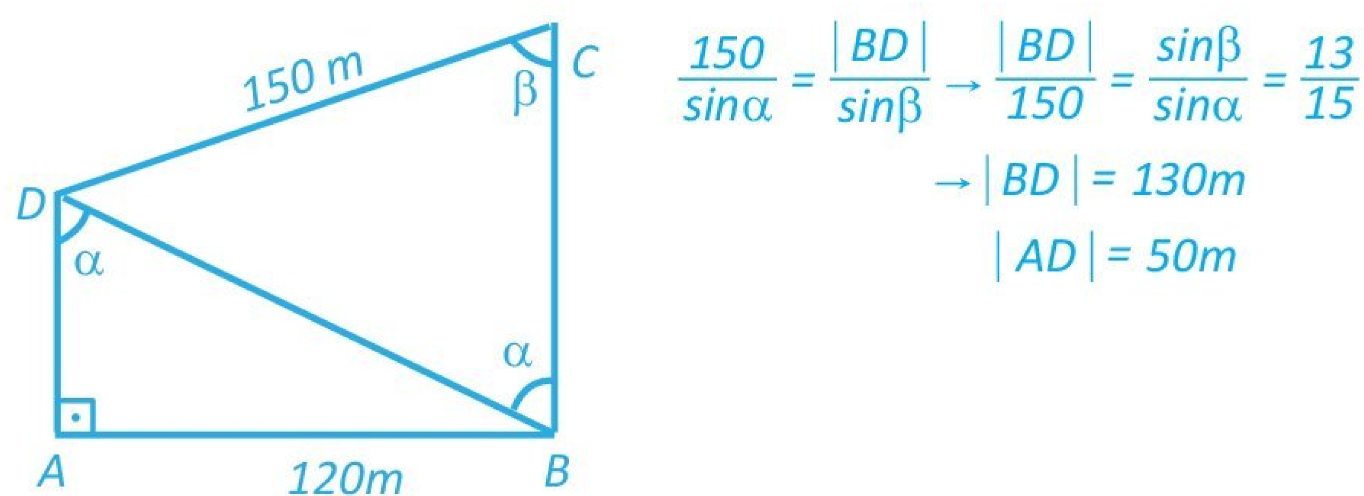
2. Aşağıdaki şekilde zemine dik olarak yükselen iki drone gösterilmiştir.



İki drone arasındaki mesafe zeminde bulundukları anda 120 m ve yükseldikleri anda 150 metredir.

$15 \cdot \sin(\widehat{DCB}) = 13 \cdot \sin(\widehat{DBC})$ olduğuna göre kırmızı renkli drone'un yerden yüksekliği kaç metredir?

A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90



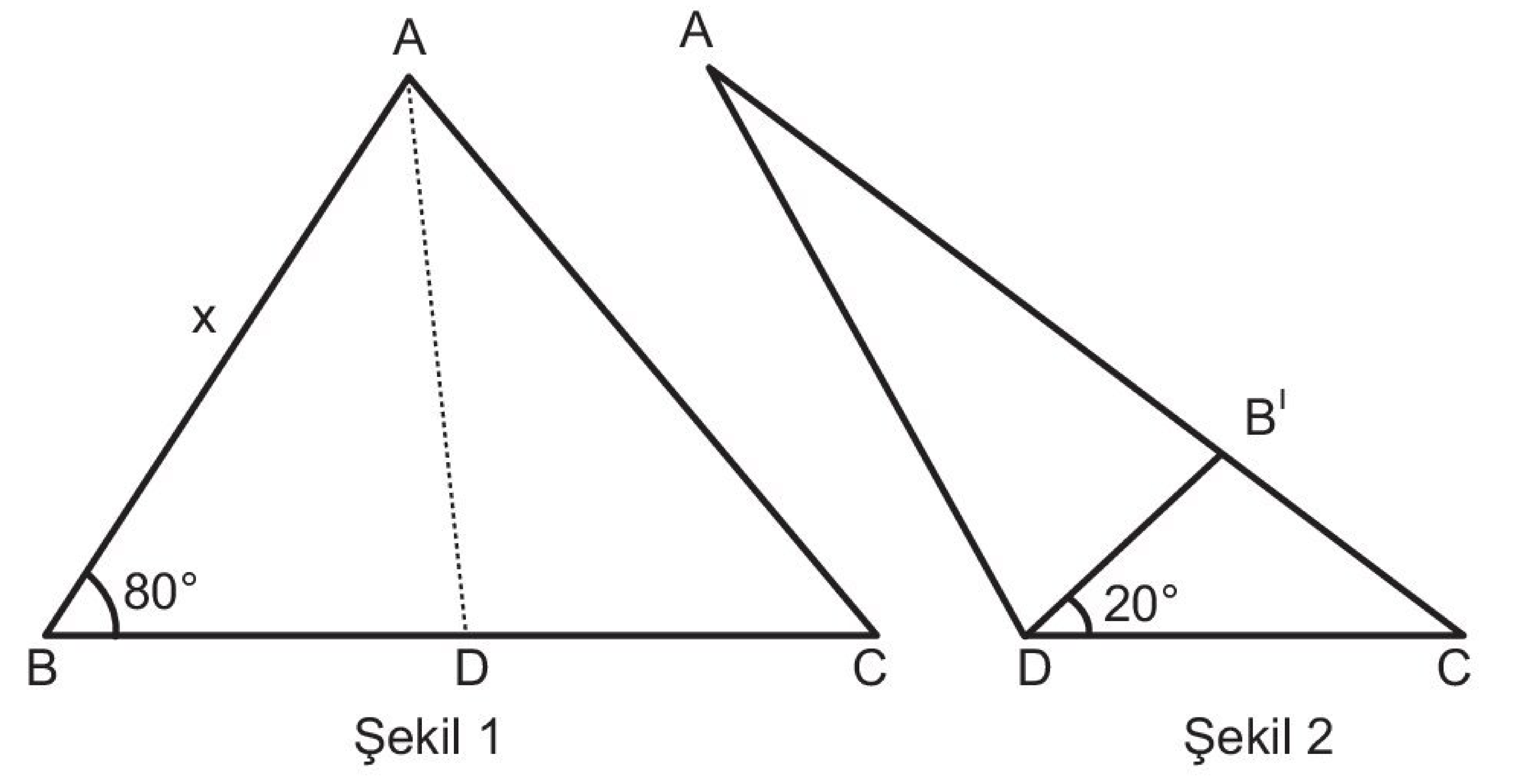
$\frac{150}{\sin\alpha} = \frac{|BD|}{\sin\beta} \rightarrow \frac{|BD|}{150} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{13}{15}$

$\rightarrow |BD| = 130m$

$|AD| = 50m$

Cevap: A

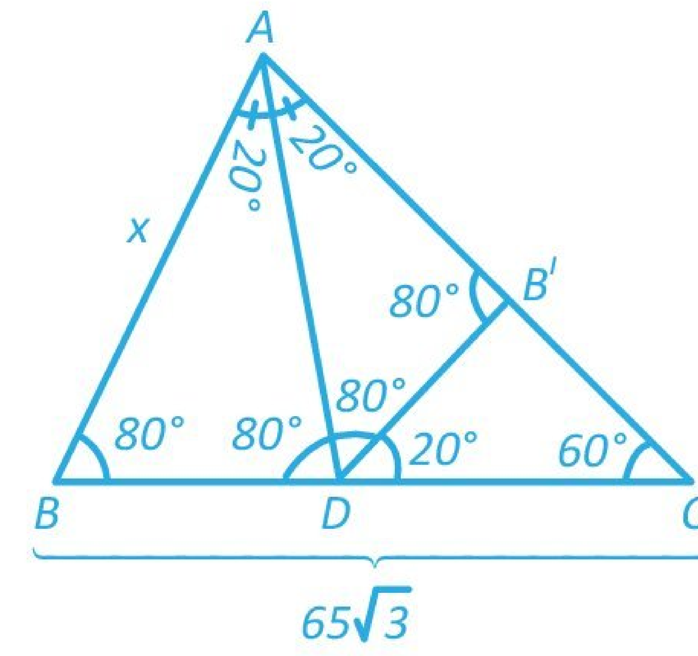
3.



ABC üçgeni şeklindeki kağıt [AD] boyunca katlandığında B köşesi [AC] üzerindeki B' olmaktadır.

$D \in [BC]$, $|BC| = 65\sqrt{3}$ br, $m(\widehat{ABC}) = 80°$, $m(\widehat{B'DC}) = 20°$ ve $\sin 40° \cong 0,65$ olduğuna göre |AB| = x kaç birimdir?

A) 130 B) 140 C) 150 D) 160 E) 170



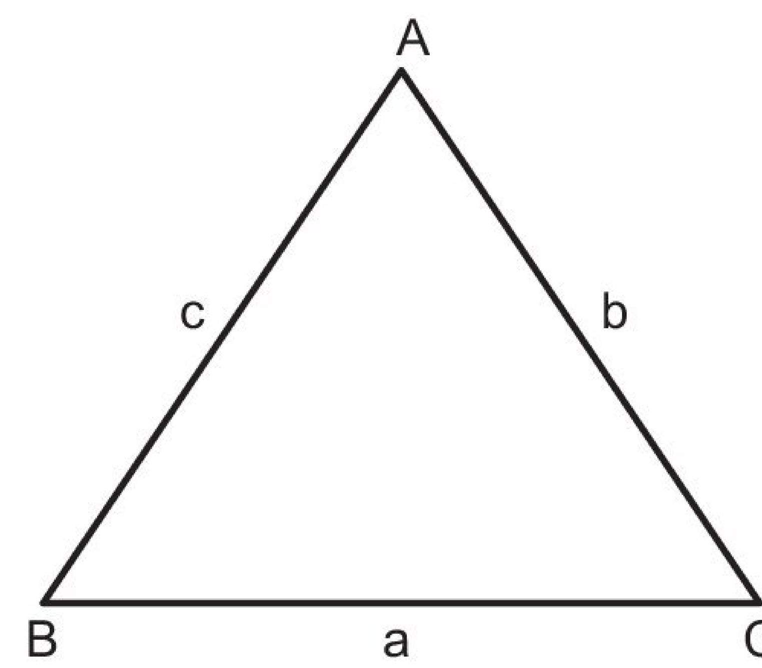
$\frac{x}{\sin 60°} = \frac{65\sqrt{3}}{\sin 40°} \rightarrow$

$\frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{65\sqrt{3}}{0,65} \rightarrow$

x = 150 br

Cevap: C

4.



Yukarıda verilen ABC üçgeninin

- açıları arasında $5\sin\widehat{A} - 4\sin\widehat{B} = 3\sin\widehat{C}$
- kenarları arasında 5a – 4b = 60 – 2c

eşitlikleri sağlandığına göre, |AB| = c kaç birimdir?

A) 20 B) 18 C) 16 D) 15 E) 12

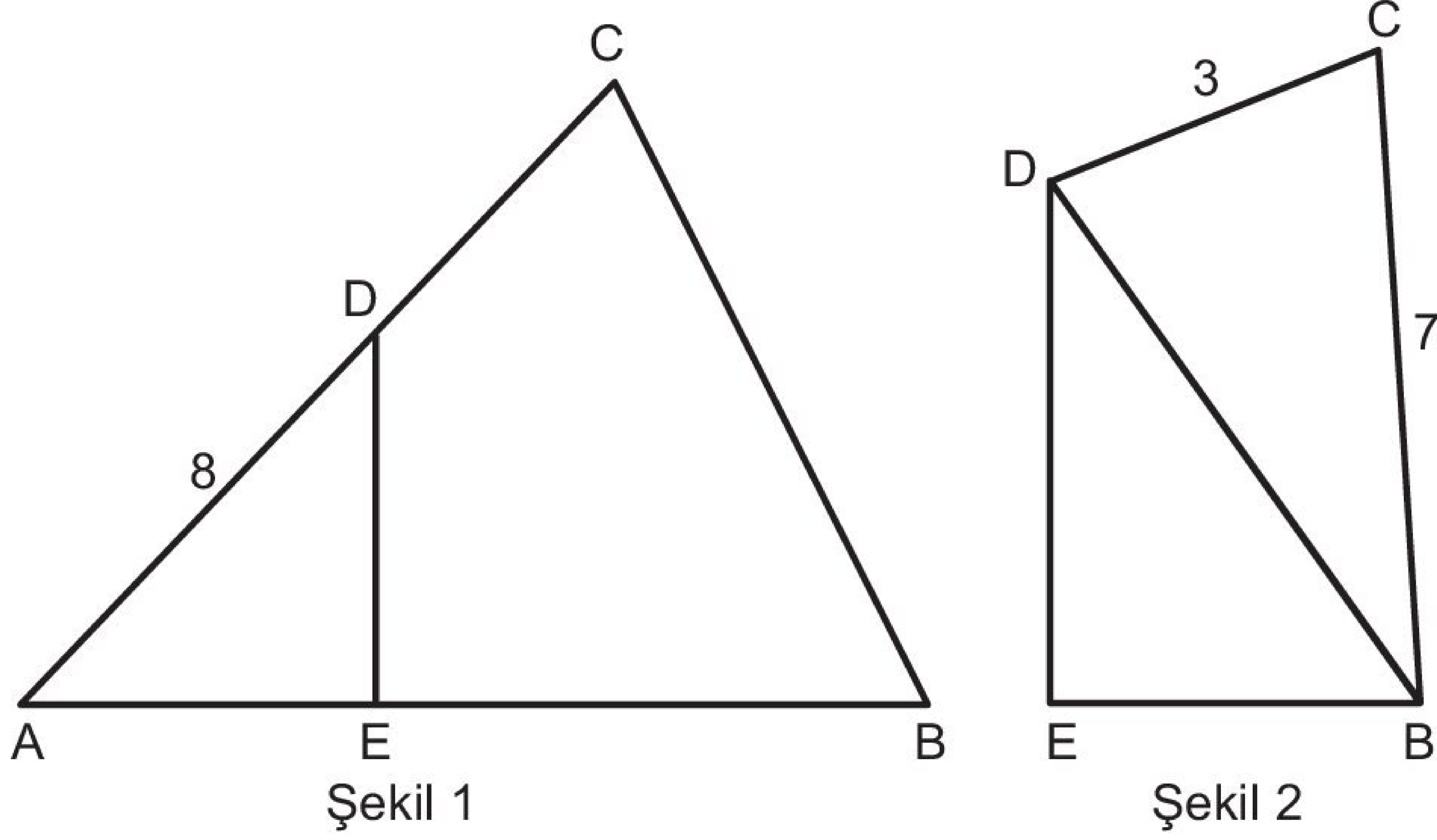
Orantı özelliği

$\frac{c}{\sin\widehat{C}} = \frac{5a - 4b}{5\sin\widehat{A} - 4\sin\widehat{B}}$

$\frac{c}{\sin\widehat{C}} = \frac{60 - 2c}{3\sin\widehat{C}} \Rightarrow 3c = 60 - 2c \Rightarrow \boxed{c = 12}$

Cevap: E

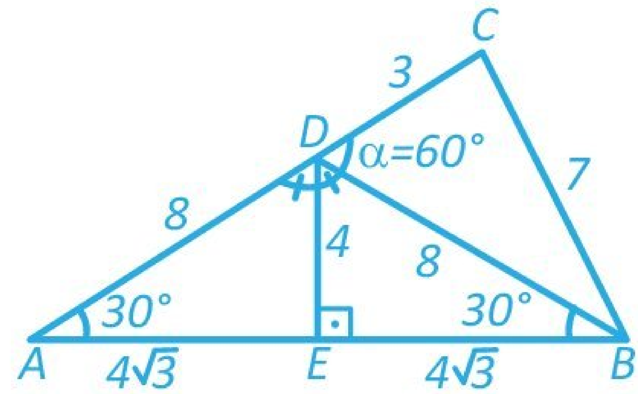
5.



ABC üçgeni şeklindeki kağıt [DE] boyunca katlandığında A köşesi ile B köşesi çakışmaktadır.

|AD| = 8 br, |CD| = 3 br ve |BC| = 7 br olduğuna göre, |AB| kaç birimdir?

A) $8\sqrt{3}$ B) 10 C) $10\sqrt{3}$ D) 12 E) $12\sqrt{3}$



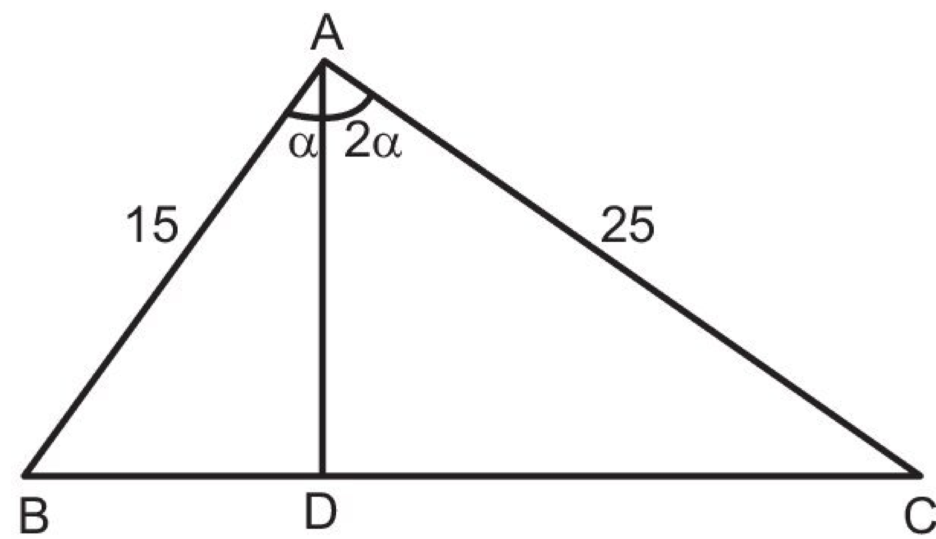
$\widehat{DCB}$de; $7^2 = 3^2 + 8^2 - 2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot \cos\alpha$

$\cos\alpha = \dfrac{64 + 9 - 49}{48} = \dfrac{1}{2} \rightarrow \alpha = 60°$

$|AB| = 8\sqrt{3}$

Cevap: A

6. $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$



ABC bir üçgen

$m(\widehat{BAD}) = \alpha$,

$m(\widehat{DAC}) = 2\alpha$,

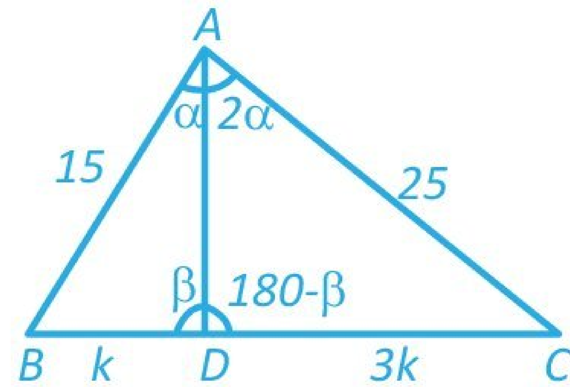
|AB| = 15 br,

|AC| = 25 br,

|DC| = 3|BD|

Yukarıda verilenlere göre, cosα kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{7}{10}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{9}{10}$



$\dfrac{k}{\sin\alpha} = \dfrac{15}{\sin\beta} \rightarrow k \cdot \sin\beta = 15 \cdot \sin\alpha$

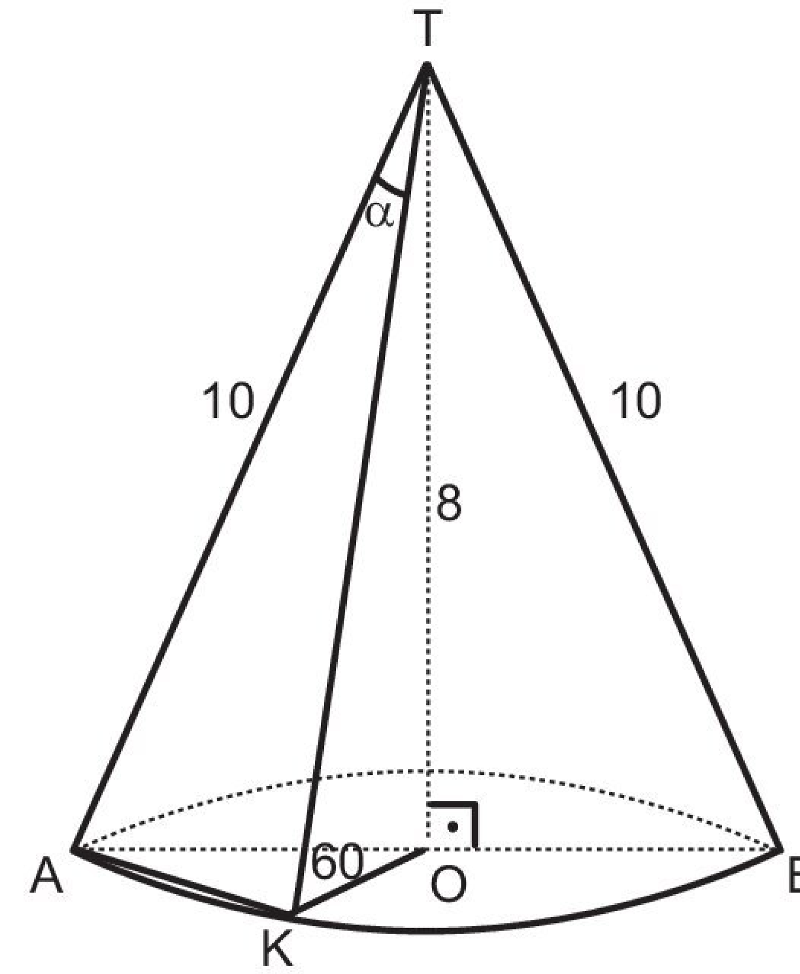
$\dfrac{3k}{\sin 2\alpha} = \dfrac{25}{\sin(80 - \beta)} \rightarrow 3k \cdot \underbrace{\sin(180 - \beta)}_{\sin\beta} = 25\sin 2\alpha$

$3k \cdot \sin\beta = 50\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

$\dfrac{1}{3} = \dfrac{15}{50\cos\alpha} \rightarrow \cos\alpha = \dfrac{45}{50} = \dfrac{9}{10}$

Cevap: E

7.



Yanda verilen dik dönel koninin tepe noktası T, taban merkezi O noktasıdır.

[TO] ⊥ [AB]

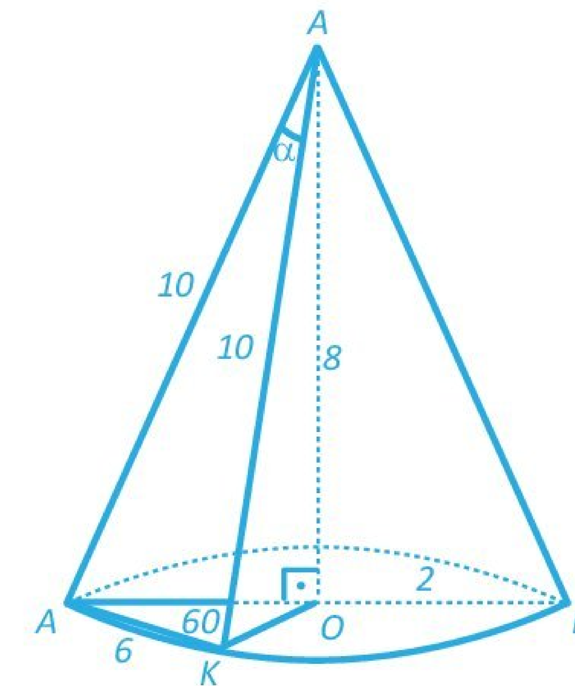
|TO| = 8 cm,

|TB| = 10 cm

Çember üzerindeki A ve K noktaları O ve T noktalarına birleştirilmiştir. $m(\widehat{AOK}) = 60°$, $m(\widehat{ATK}) = \alpha$

olduğuna göre, cosα değeri kaçtır?

A) $\frac{39}{50}$ B) $\frac{41}{50}$ C) $\frac{43}{50}$ D) $\frac{9}{10}$ E) $\frac{47}{50}$



|TK| = |TA| = |TB| = 10 olur.

TOK dik üçgeni: 6 – 8 – 10 üçgeni

|OK| = 6 = |OA|

Tepe açısı 60° olan OAK ikizkenar üçgeni eşkenar üçgendir.

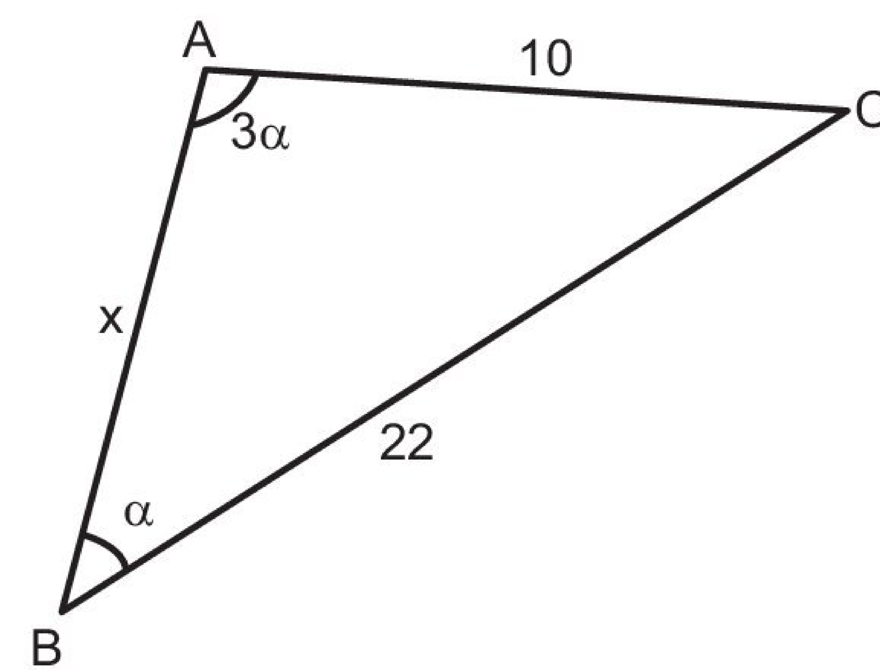
|AK| = 6 cm

TAK üçgeninde kosinüs teoremini uygulayalım:

$\cos\alpha = \dfrac{100 + 100 - 36}{2 \cdot 10 \cdot 10} = \dfrac{164}{2 \cdot 10 \cdot 10} = \dfrac{41}{50}$

Cevap: B

8.



ABC üçgen

$m(\widehat{BAC}) = 3 \cdot m(\widehat{ABC}) = 3\alpha$

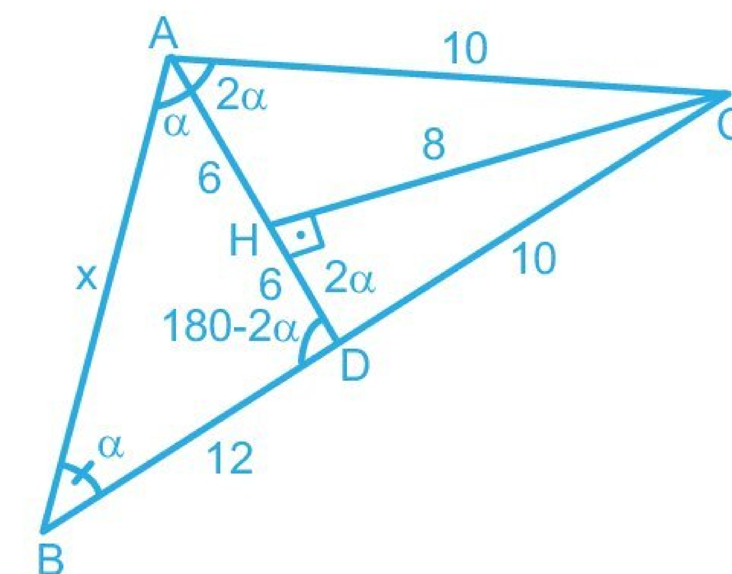
|AC| = 10 birim

|BC| = 22 birim

|AB| = x

Yukarıda verilenlere göre, $\sqrt{5} \cdot x$ kaçtır?

A) 16 B) 24 C) 32 D) 40 E) 48



$\cos 2\alpha = \dfrac{3}{5} \rightarrow \cos(180 - 2\alpha) = -\dfrac{3}{5}$

$\widehat{ABD}$ de

$x^2 = 12^2 + 12^2 - 2 \cdot 12 \cdot 12 \cdot \cos(180 - 2\alpha)$

$= 2 \cdot 12^2 + 2 \cdot 12^2 \cdot \dfrac{3}{5}$

$= 2 \cdot 12^2 \cdot \dfrac{8}{5}$

$x = \dfrac{48}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sqrt{5} \cdot x = 48$

Cevap: E

1.A 2.A 3.C 4.E 5.A 6.E 7.B 8.E

PERİYOT VE GRAFİKLER

I. Periyot:

f(x) fonksiyonunun tanım kümesindeki her x elemanı için $f(x) = f(x + T)$ eşitliğini sağlayan $T \in \mathbb{R}^+$ varsa,

- f fonksiyonuna periyodik fonksiyon
- en küçük T sayısına bu fonksiyonun periyodu denir.

Not

y = f(x) fonksiyonunun periyodu T olmak üzere

$y = m + f(ax + b)$ fonksiyonunun periyodu $\frac{T}{|a|}$ dır.

Örnek 1

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı y = f(x) fonksiyonu veriliyor.

Her x gerçel sayısı için $f(x) = f(x + 8)$ eşitliği sağlanmaktadır.

Buna göre, $y = 5 + 3 \cdot f(2x - 7)$ fonksiyonunun periyodu kaçtır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

y = f(x) in periyodu 8

$y = 5 + 3 \cdot f(2x-7)$nin periyodu $= \frac{8}{2} = 4$ tür. *Cevap: E*

$a \neq 0$ ve $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

> y = sinx ve y = cosx fonksiyonlarının periyodu 2π dir.

> $y = m + \sin(ax + b)$ ve $y = m + \cos(ax + b)$ fonksiyonlarının periyodu $\frac{2\pi}{|a|}$ dır.

Örnek 2

Tanım kümesi gerçel sayılar olan f, g ve h fonksiyonları için,

I. $f(x) = 4\sin(3x - 2)$ fonksiyonunun periyodu $\frac{2\pi}{3}$ tür.

II. $g(x) = 1 + 2\cos(5x + 3)$ fonksiyonunun periyodu $\frac{2\pi}{5}$ tir.

III. $h(x) = 3\cos\left(\frac{-7x+4}{5}\right)$ fonksiyonun periyodu $\frac{10\pi}{7}$ dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) I, II ve III

I) $T = \frac{2\pi}{3}$ II) $T = \frac{2\pi}{5}$ III) $T = \frac{2\pi}{\left|-\frac{7}{5}\right|} = \frac{10\pi}{7}$ *Cevap: E*

$a, b, c \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

> y = tanx ve y = cotx fonksiyonlarının periyodu π'dir.

> $y = m + \tan^n(ax + b)$ ve $y = m + \cot^n(ax + b)$ fonksiyonlarının periyodu $\frac{\pi}{|a|}$ dır.

Örnek 3

I. $f(x) = 1 + 2\tan(3x - 4)$ fonksiyonunun periyodu $\frac{\pi}{3}$ tür.

II. $g(x) = 7 + 6\tan\left(\frac{-x+3}{5}\right)$ fonksiyonunun periyodu 5π dir.

III. $h(x) = 4 - 7\cot\left(\frac{2x+5}{13}\right)$ fonksiyonunun periyodu $\frac{13\pi}{2}$ dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) I, II ve III

I) $T = \frac{\pi}{3}$ II) $T = \frac{\pi}{\left|-\frac{1}{5}\right|} = 5\pi$ III) $T = \frac{\pi}{\frac{2}{13}} = \frac{13\pi}{2}$ *Cevap: E*

> m ve a sıfırdan farklı birer gerçel sayı, $b \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

$f(x) = m \cdot \sin^n(ax + b)$ ve $g(x) = m \cdot \cos^n(ax + b)$ fonksiyonlarının periyodu (T)

$$T = \begin{cases} \frac{2\pi}{|a|}, & \text{n tek ise} \\ \frac{\pi}{|a|}, & \text{n çift ise} \end{cases}$$

Örnek 4

Aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

A) $f(x) = 3\sin^2(7x)$ fonksiyonunun periyodu $\frac{\pi}{7}$ dir.

B) $f(x) = 1 + 3\sin(\pi x)$ fonksiyonunun periyodu 2 dir.

C) $f(x) = 5 + 4\sin\left(\frac{3x}{\pi}\right)$ fonksiyonunun periyodu $\frac{2\pi^2}{3}$ tür.

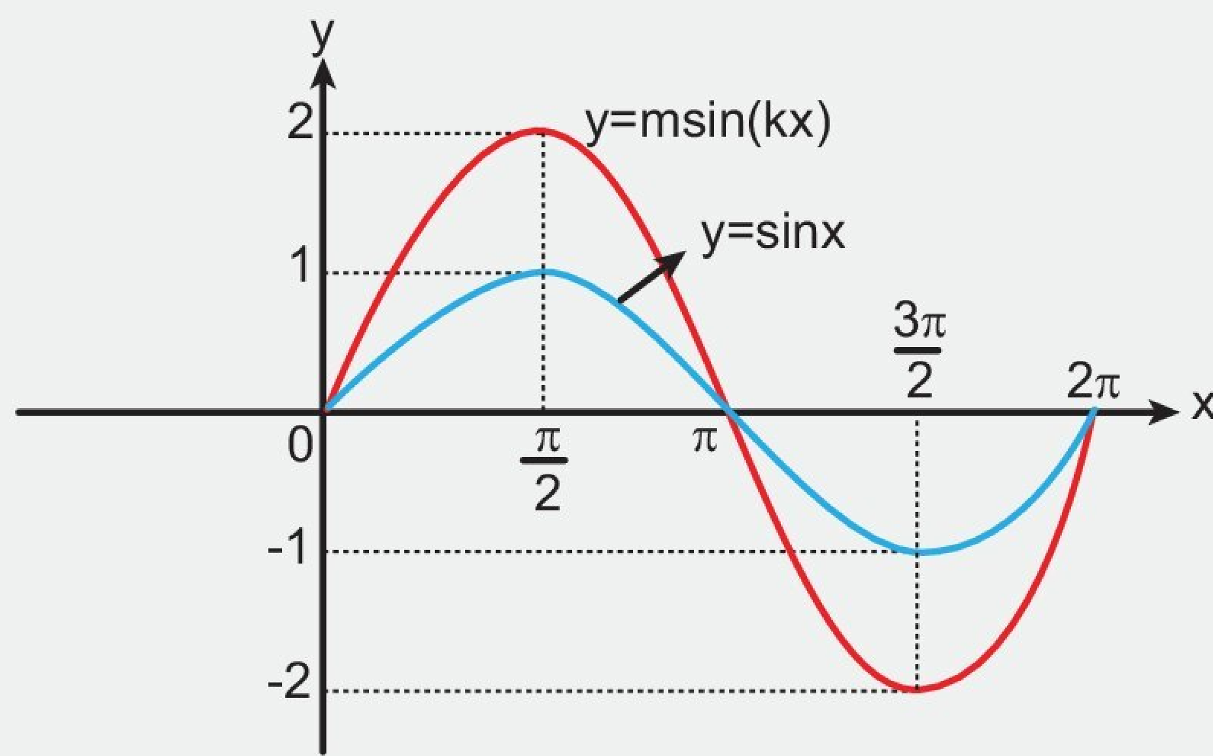
D) $f(x) = 7\cos^2(5x)$ fonksiyonunun periyodu $\frac{2\pi}{5}$ tir.

E) $f(x) = 3 + \tan\frac{7\pi x + 5}{2}$ fonksiyonunun periyodu $\frac{2}{7}$ dir.

A) $T = \frac{\pi}{7}$ B) $T = \frac{2\pi}{\pi} = 2$ C) $\frac{2\pi}{\frac{3}{\pi}} = \frac{2\pi^2}{3}$ D) Yanlış $f(x) = 7\cos^2(5x)$ in periyodu $\frac{\pi}{5}$ dir. E) $T = \frac{\pi}{\frac{7\pi}{2}} = \frac{2}{7}$ *Cevap: D*

II. Sinüs Fonksiyonunun Grafiği

Örnek 5



Yukarıda $[0, 2\pi]$ aralığında $y = \sin x$ ve $y = m \cdot \sin(kx)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

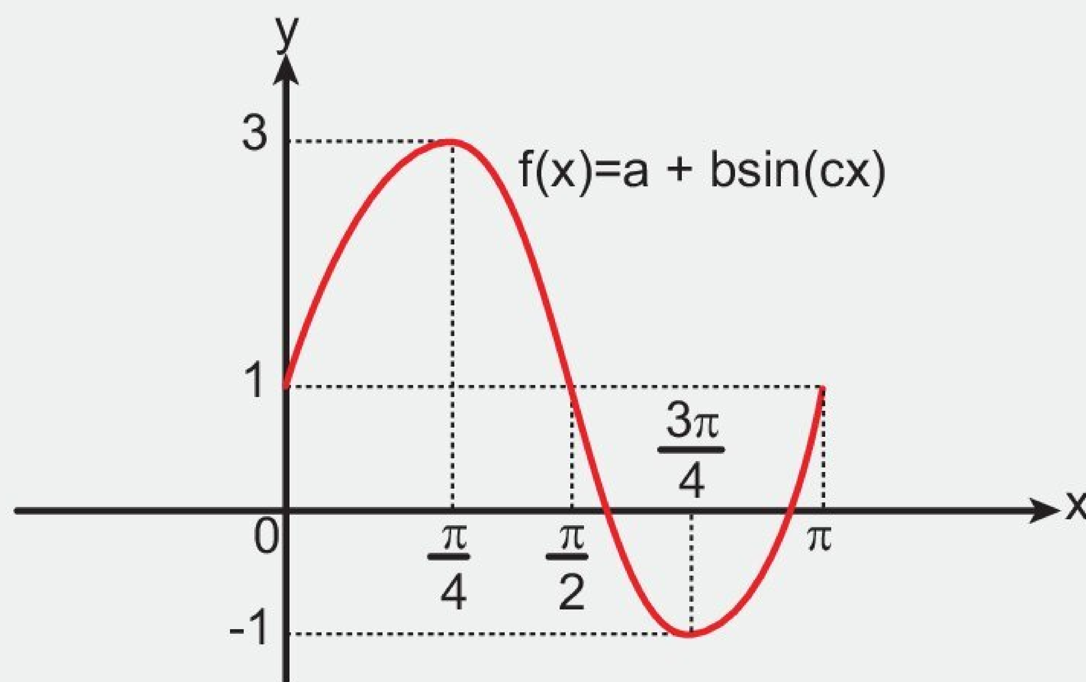
Buna göre, m + k toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Verilen fonksiyon $y = 2\sin(x)$ fonksiyonudur. $m = 2$, $k = 1$, $m + k = 3$ tür. *Cevap: C*

Örnek 6

Aşağıda $f(x) = a + b\sin(cx)$ fonksiyonunun $[0, \pi]$ aralığında grafiği verilmiştir.

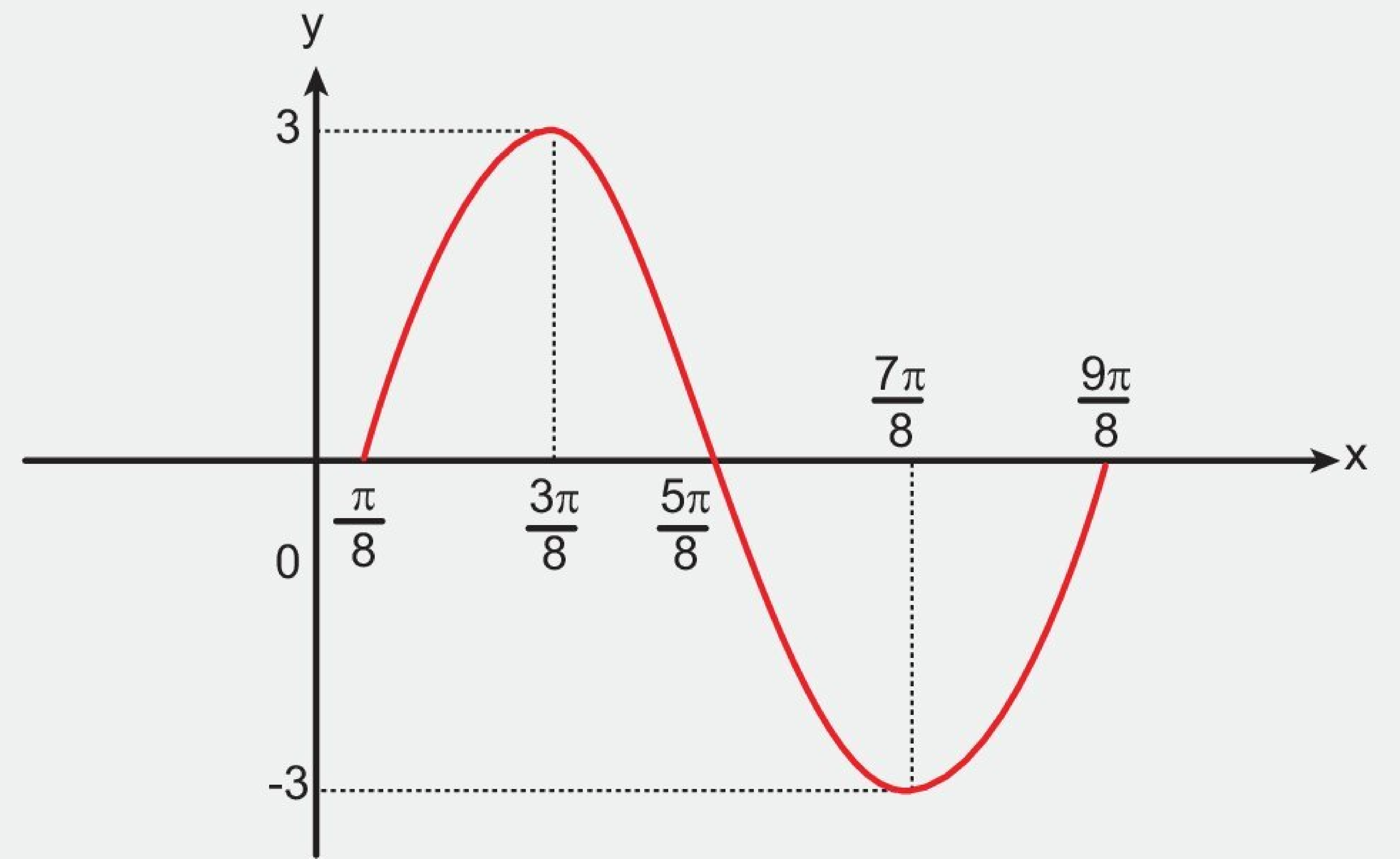


Buna göre, b . c – a ifadesinin değeri kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

Periyot $= \frac{2\pi}{c} = \pi \Rightarrow c = 2$ görüntü kümesi $= [-1, 3] \Rightarrow b = 2$ ve $a = 1$; $b \cdot c - a = 2 \cdot 2 - 1 = 3$ *Cevap: C*

Örnek 7



Yukarıda $\left[\frac{\pi}{8}, \frac{9\pi}{8}\right]$ aralığında f fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $f(x) = \frac{1}{3}\sin\left(2x - \frac{\pi}{8}\right)$ B) $f(x) = \frac{1}{3}\sin\left(2x + \frac{\pi}{8}\right)$

C) $f(x) = 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ D) $f(x) = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

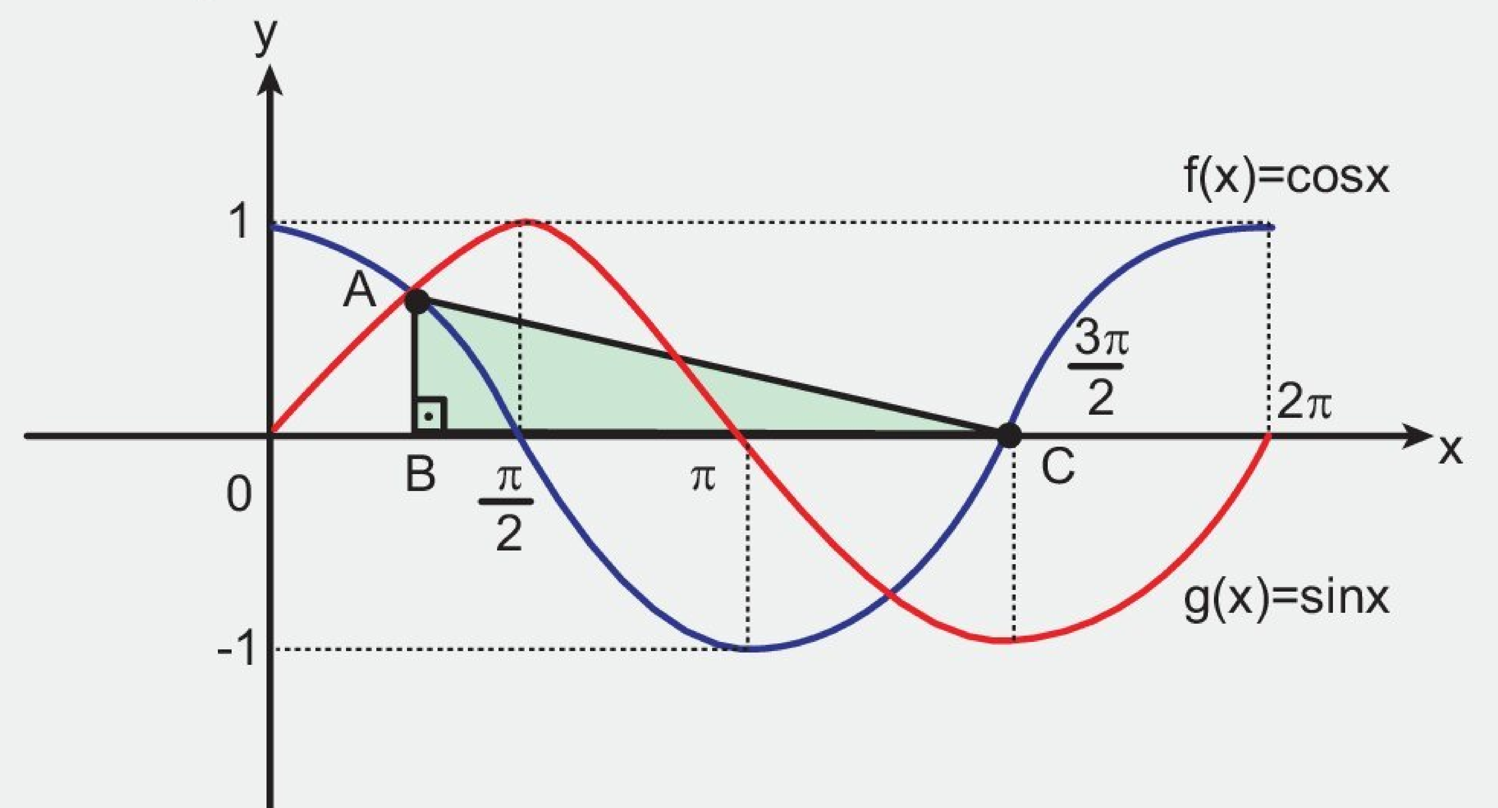
E) $f(x) = 3\sin\left(x - \frac{\pi}{8}\right)$

Periyot π olup grafik $\frac{\pi}{8}$ br sağa ötelenmiştir. Görüntü kümesi 3 katına çıkmıştır.
$f(x) = 3 \cdot \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ *Cevap: D*

III. Kosinüs Fonksiyonunun Grafiği

Örnek 8

Aşağıda $f(x) = \cos x$ ve $g(x) = \sin x$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

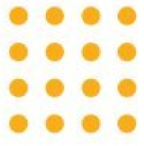


f ve g fonksiyonları A noktasında kesişmektedir. f fonksiyonu üzerindeki C noktası x ekseni üzerindedir.

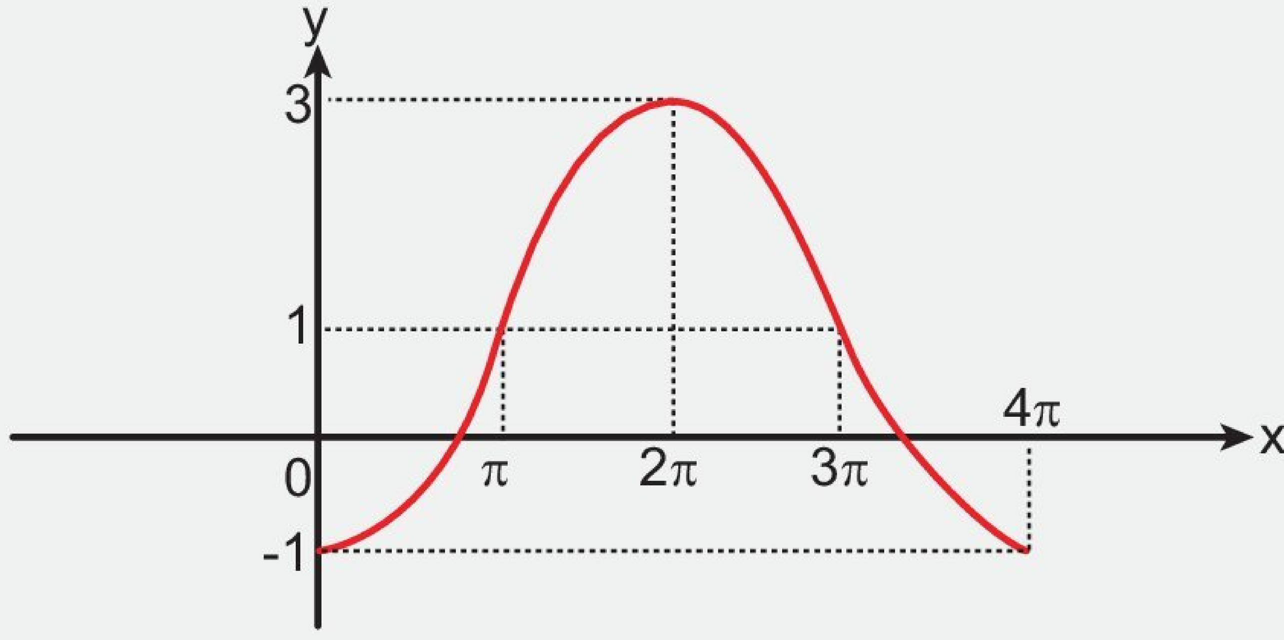
[AB] ⊥ [BC] olduğuna göre, ABC üçgensel bölgesinin alanı kaç π birim karedir?

A) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$ B) $\frac{5\sqrt{2}}{16}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{3\sqrt{3}}{16}$

$B\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$, $C\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$, $A\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
$A(ABC) = \frac{1}{2}\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5\pi}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}\pi}{16}$ *Cevap: B*



Örnek 9



Yukarıdaki şekilde [0, 4π] aralığında grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $f(x) = 2\cos(2x) - 1$ B) $f(x) = 2\cos\left(\frac{x}{2}\right) - 1$

C) $f(x) = 1 + \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ D) $f(x) = 1 - 2\cos\left(\frac{x}{2}\right)$

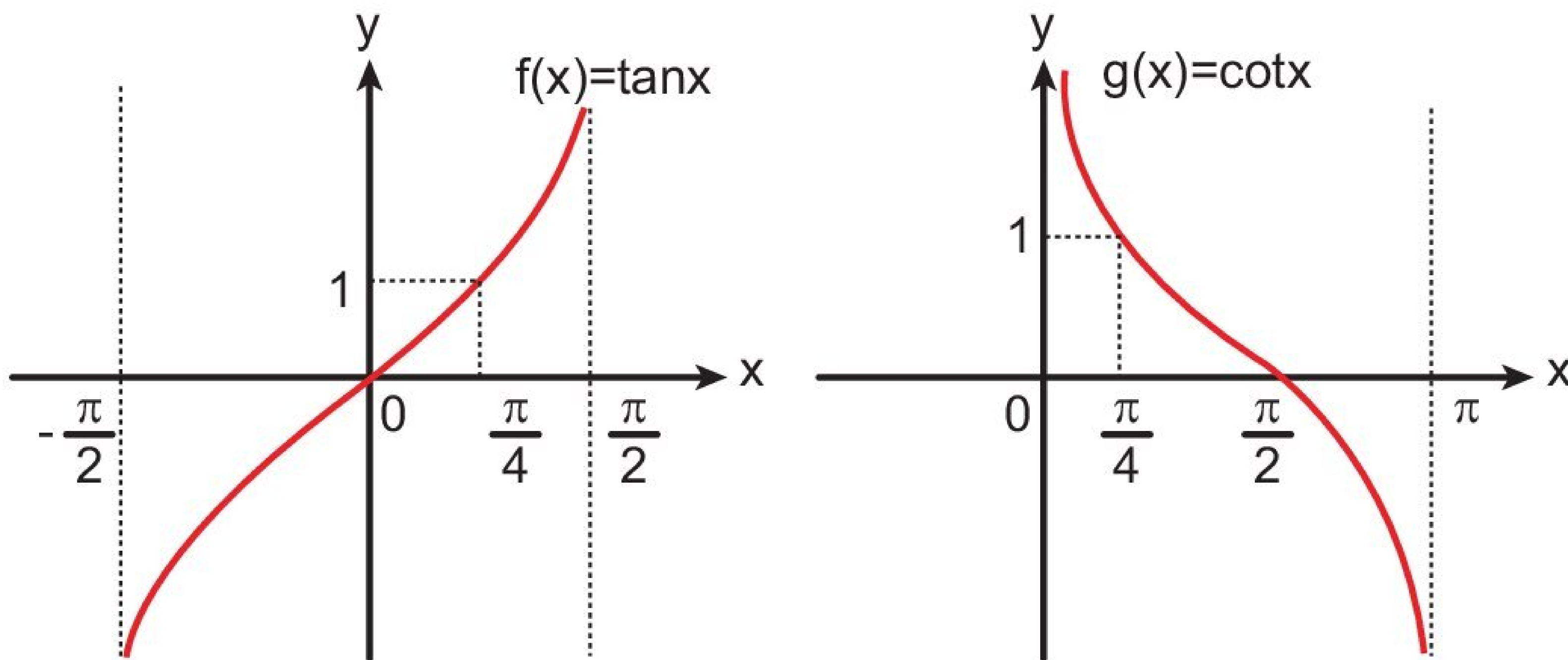
E) $f(x) = 1 + \cos(2x)$

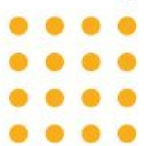
Grafik $f(x) = 1 - 2\cos\left(\frac{x}{2}\right)$ fonksiyonuna aittir. *Cevap: D*

IV. Tanjant ve Kotanjant Fonksiyonlarının Grafiği

Aşağıda f(x) = tanx ve g(x) = cotx fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.

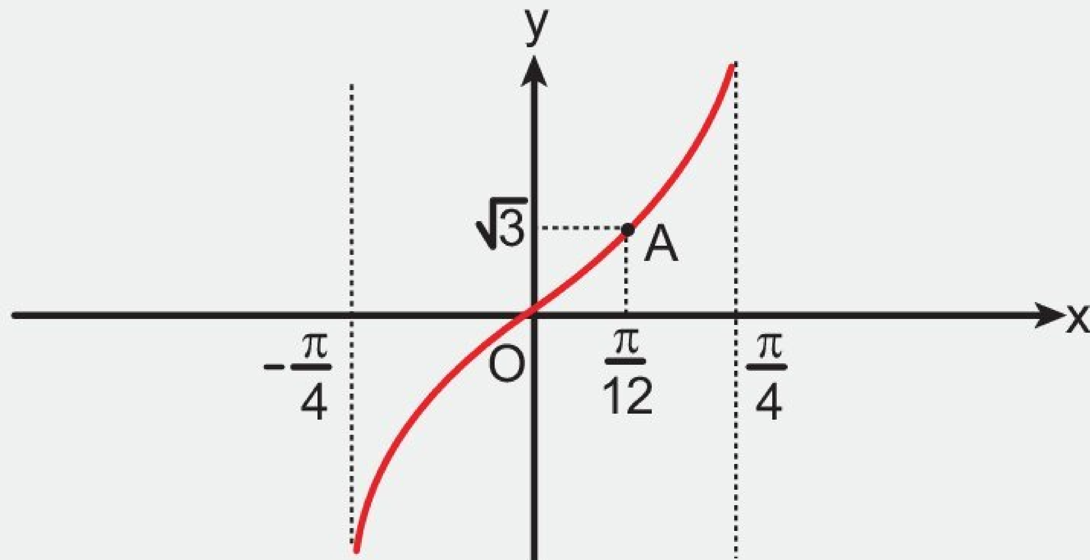
$f:\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \to \mathbb{R}, f(x) = \tan x$ $f:(0, \pi) \to \mathbb{R}, f(x) = \cot x$





Örnek 10

Analitik düzlemde f(x) = a . tan(cx) fonksiyonunun grafiğinin bir bölümü aşağıda verilmiştir.



f fonksiyonunun grafiği $A\left(\frac{\pi}{12}, \sqrt{3}\right)$ noktasından geçtiğine göre, a + c toplamı kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

Periyot yarıya indiği için c = 2

$\sqrt{3} = a \cdot \tan\left(2 \cdot \frac{\pi}{12}\right) \Rightarrow \sqrt{3} = a\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow a = 3$

$a + c = 5$

Cevap: B

TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

I. Arksinüs (arcsin) Fonksiyonu

> $f:\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \to [-1, 1], f(x) = \sin x$

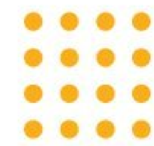
fonksiyonu bire bir ve örtendir. Bu aralıkta ters fonksiyonu vardır.

$f^{-1}: [-1, 1] \to \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], f^{-1}(x) = \arcsin x$

y = arcsinx ⇔ x = siny

> $x \in [-1, 1]$ olmak üzere, sin(arcsinx) = x,

> $y \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ olmak üzere, arcsin(siny) = y dir.



Örnek 11

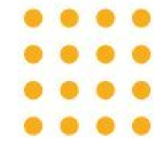
$f:[-1, 1] \to \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

f(x) = arcsinx fonksiyonu veriliyor. Buna göre,

$\arcsin(1) + \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{12}$

$\frac{\pi}{2} + \left(-\frac{\pi}{3}\right) - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\pi - 2\pi + \pi}{6} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ *Cevap: D*



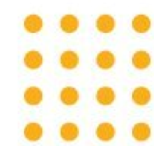
Örnek 12

$\sin\left(\arcsin\left(\frac{5-x}{10}\right)\right) = 1$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –5 B) –1 C) 3 D) 8 E) 12

$\frac{5-x}{10} = 1 \to x = -5$ *Cevap: A*

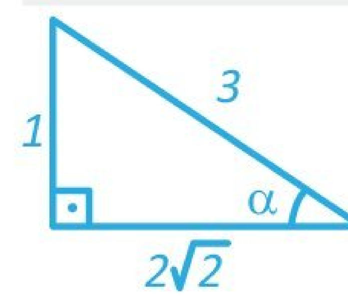


Örnek 13

$\frac{\tan x - \cot x}{\sec^2 x - \csc^2 x}$

ifadesinin $x = \frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{1}{3}$ için değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{9}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{9}$ D) $\frac{\sqrt{7}}{9}$ E) $\frac{2\sqrt{2}}{9}$



$\frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} \cdot \frac{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}{\sin^2 x - \cos^2 x} = \sin x \cdot \cos x$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \underbrace{\arcsin\frac{1}{3}}_{\alpha}\right) = \cos\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{1}{3}\right) = \sin\alpha = \frac{1}{3}$

$\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{9}$

Cevap: E



II. Arkkosinüs (arccos) Fonksiyonu

> $f : [0, \pi] \to [-1, 1]$, $f(x) = \cos x$ fonksiyonu bire bir ve örtendir. Bu aralıkta ters fonksiyonu vardır.

$f^{-1} : [-1, 1] \to [0, \pi]$, $f^{-1}(x) = \arccos x$

$y = \arccos x \Leftrightarrow x = \cos y$

> $x \in [-1, 1]$ olmak üzere, $\cos(\arccos x) = x$

$y \in [0, \pi]$ olmak üzere, $\arccos(\cos y) = y$

Örnek 14

$$f(x) = -3 + \frac{5}{4}\arccos(x-1)$$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-1 + \cos\left(\frac{4x+12}{5}\right)$ B) $1 + \cos\left(\frac{4x+12}{5}\right)$

C) $1 + \cos\left(\frac{5x+15}{4}\right)$ D) $-1 + \cos\left(\frac{5x+15}{4}\right)$

E) $1 + \cos\left(\frac{3x+12}{5}\right)$

$x = -3 + \frac{5}{4}\arccos(y-1) \Rightarrow \frac{4(x+3)}{5} = \arccos(y-1)$

$\cos\frac{4x+12}{5} = y - 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = 1 + \cos\left(\frac{4x+12}{5}\right)$

Cevap: B

Örnek 15

$$f(x) = \arccos\left(\frac{3x-2}{4}\right)$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left[-2, \frac{1}{3}\right]$ B) $\left[-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right]$ C) $\left[-\frac{2}{3}, 2\right]$

D) $\left[-\frac{1}{3}, 3\right]$ E) $[0, 4]$

$-1 \le \cos\alpha = \frac{3x-2}{4} \le 1 \Rightarrow -4 \le 3x - 2 \le 4 \Rightarrow -2 \le 3x \le 6 \Rightarrow -\frac{2}{3} \le x \le 2$

Cevap: C

Örnek Cevapları

1.E	2.E	3.E	4.D	5.C	6.C	7.D	8.B	9.D	10.B
11.D	12.A	13.E	14.B	15.C	16.B	17.D	18.D		

Örnek 16

$$\arccos(x^2 - 6x + m) = -\frac{\pi}{3}$$

eşitliğini sağlayan sadece bir tane x gerçel sayısı olduğuna göre, m kaçtır?

A) 9 B) 9,5 C) 10 D) 10,5 E) 11

$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = x^2 - 6x + m \to x^2 - 6x + m = \frac{1}{2} \to 2x^2 - 12x + 2m - 1 = 0$

$\Delta = 0$ olmalı $\to \Delta = 144 - 8\cdot(2m-1) = 0$ $m = 9,5$

Cevap: B

III. Arktanjant (arctan) Fonksiyonu

> $f: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \tan x$ fonksiyonu bire bir ve örtendir. Bu aralıkta ters fonksiyonu vardır.

$f^{-1}: \mathbb{R} \to \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, $f^{-1}(x) = \arctan x \to y = \arctan x \Leftrightarrow x = \tan y$

> $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $\tan(\arctan x) = x$, $y \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere, $\arctan(\tan y) = y$

Örnek 17

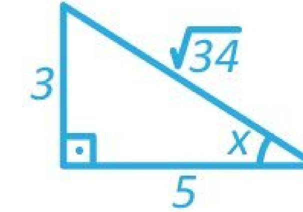
$$x = \arctan\frac{3}{5}$$

$$y = \sin x$$

olduğuna göre, y aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{\sqrt{34}}$ D) $\frac{3}{\sqrt{34}}$ E) $\frac{4}{\sqrt{17}}$

$\tan x = \frac{3}{5}$



$y = \sin\left(\arctan\frac{3}{5}\right) = \sin x = \frac{3}{\sqrt{34}}$

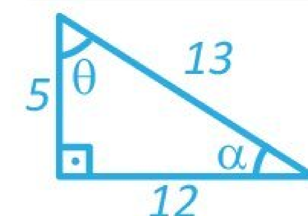
Cevap: D

Örnek 18

$$\arctan(3 - 2x) + \arcsin\left(\frac{5}{13}\right) = \frac{\pi}{2}$$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{20}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{1}{5}$

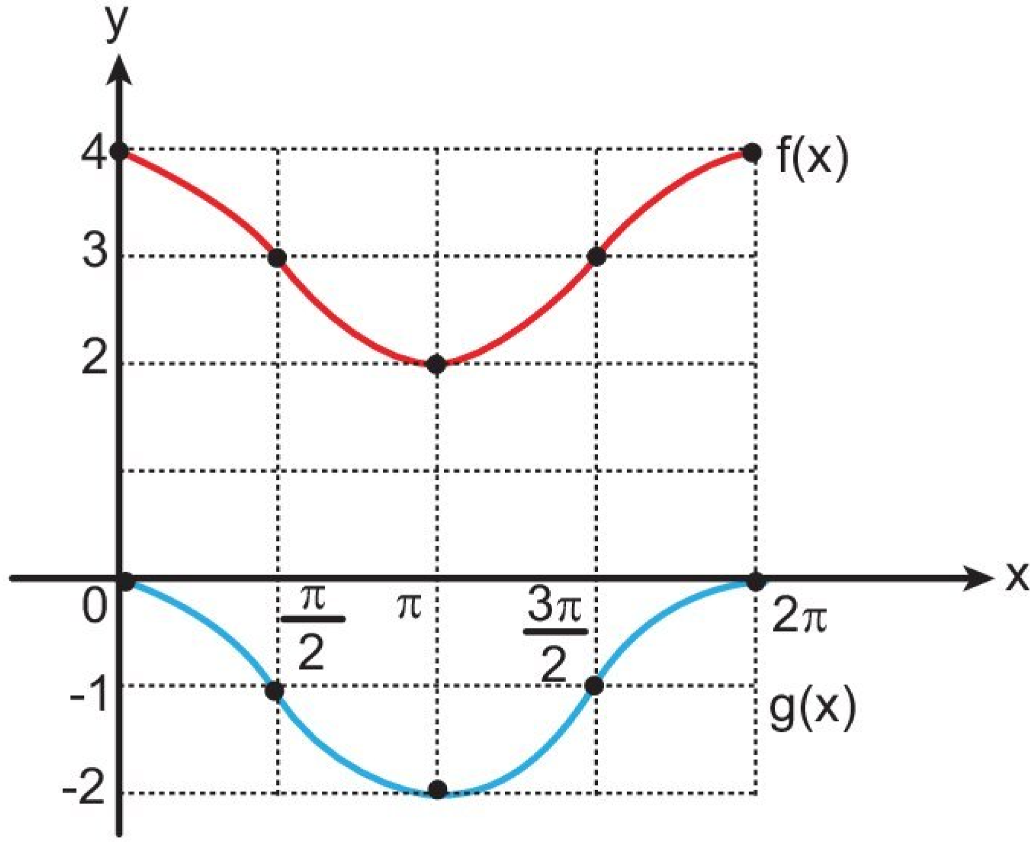


$\sin\alpha = \frac{5}{13}$, $\tan\theta = 3 - 2x$, $\alpha + \theta = \frac{\pi}{2}$

$\tan\theta = \frac{12}{5} = 3 - 2x \Rightarrow 2x = \frac{3}{5} \Rightarrow x = \frac{3}{10}$

Cevap: D

1. $x \in [0, 2\pi]$ olmak üzere, aşağıda $f(x) = a + \cos x$ ve $g(x) = b + \cos x$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

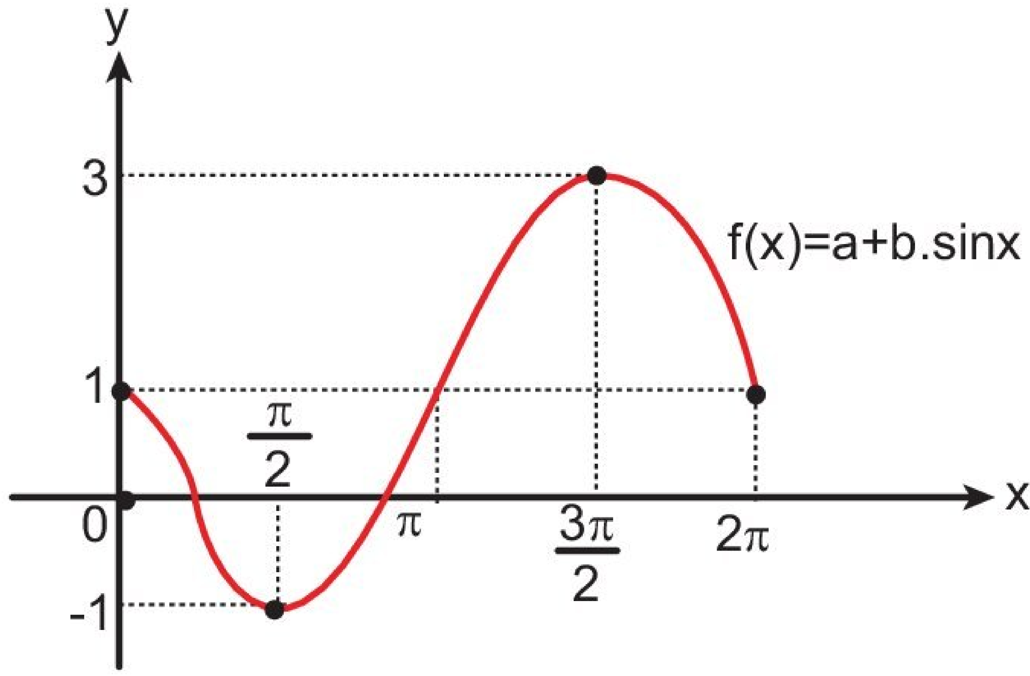


Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$f(0) = 4 \rightarrow a = 3$, $g(0) = 0 \rightarrow b = -1$ } $a + b = 2$ *Cevap B*

2. $x \in [0, 2\pi]$ olmak üzere, $f(x) = a + b \cdot \sin x$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$f(0) = 1 \rightarrow a = 1$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1 \rightarrow 1 + b = -1 \rightarrow b = -2$ } $a + b = -1$ *Cevap: A*

3. I. $\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \pi$

II. $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \arctan(-1) = -\frac{5\pi}{12}$

III. $\arccos\left(\frac{1}{2}\right) + \arctan(-\sqrt{3}) = 0$

ifadelerinden hangileri doğru olabilir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) I, II ve III

I) Doğru $\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \pi$ *II) Doğru $\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{5\pi}{12}$* *Cevap E*

III) Doğru $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = 0$

4. I. $\cot\left(\arctan\frac{1}{5}\right) = 5$

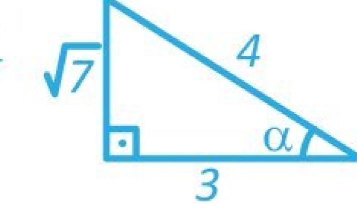
II. $\sin\left(\arccos\frac{3}{4}\right) = \frac{4}{3}$

III. $\tan\left(\arctan\frac{12}{5}\right) = \frac{5}{12}$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

I) Doğru *II) Yanlış $\cos\alpha = \frac{3}{4}$* *$\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$*



III) Yanlış $\tan\alpha = \frac{12}{5}$ *Cevap A*

5. $\tan(\arctan 3x) = \frac{\sqrt{3}}{5}$

olduğuna göre, arccot(15x) ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{5\pi}{6}$ B) $\frac{3\pi}{4}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{6}$

$3x = \frac{\sqrt{3}}{5}$, $15x = \sqrt{3}$, $\text{arccot}(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{6}$

Cevap E

6. $x \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$\cot\left(\arcsin\frac{x}{6}\right) = \sqrt{3}$ olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$\arcsin\frac{x}{6} = \frac{\pi}{6} \rightarrow \sin\frac{\pi}{6} = \frac{x}{6}$

$\rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{6} \rightarrow x = 3$

Cevap C

7. $f(x)=\arccos\left(3-\frac{2x}{3}\right)$

fonksiyonunun en geniş tanım aralığındaki farklı x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

$-1 \le 3-\frac{2x}{3} \le 1$

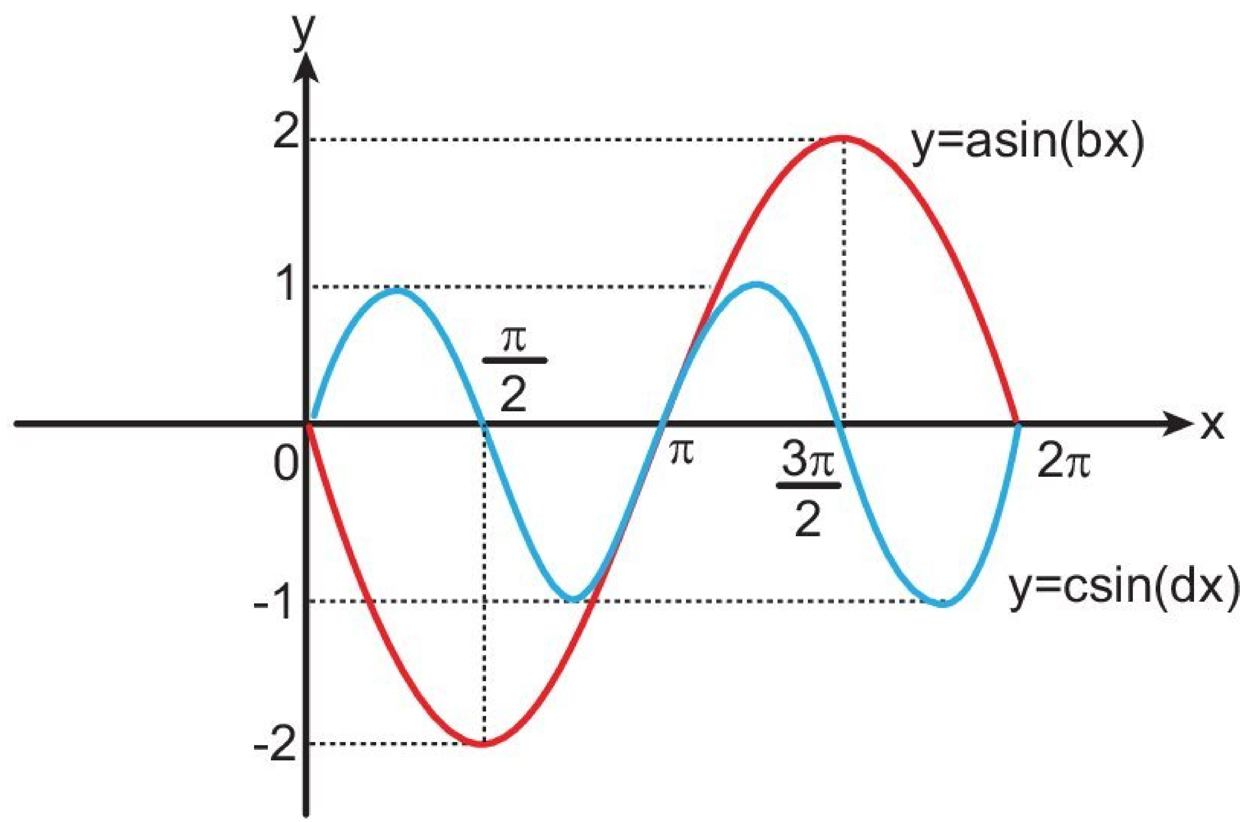
$-4 \le -\frac{2}{3}x \le -2$

$6 \ge x \ge 3$

Toplam = 6 + 5 + 4 + 3 = 18

Cevap E

8.



Yukarıda $[0, 2\pi]$ aralığında y = asin(bx) ve y = csin(dx) fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, d + c + b – a işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

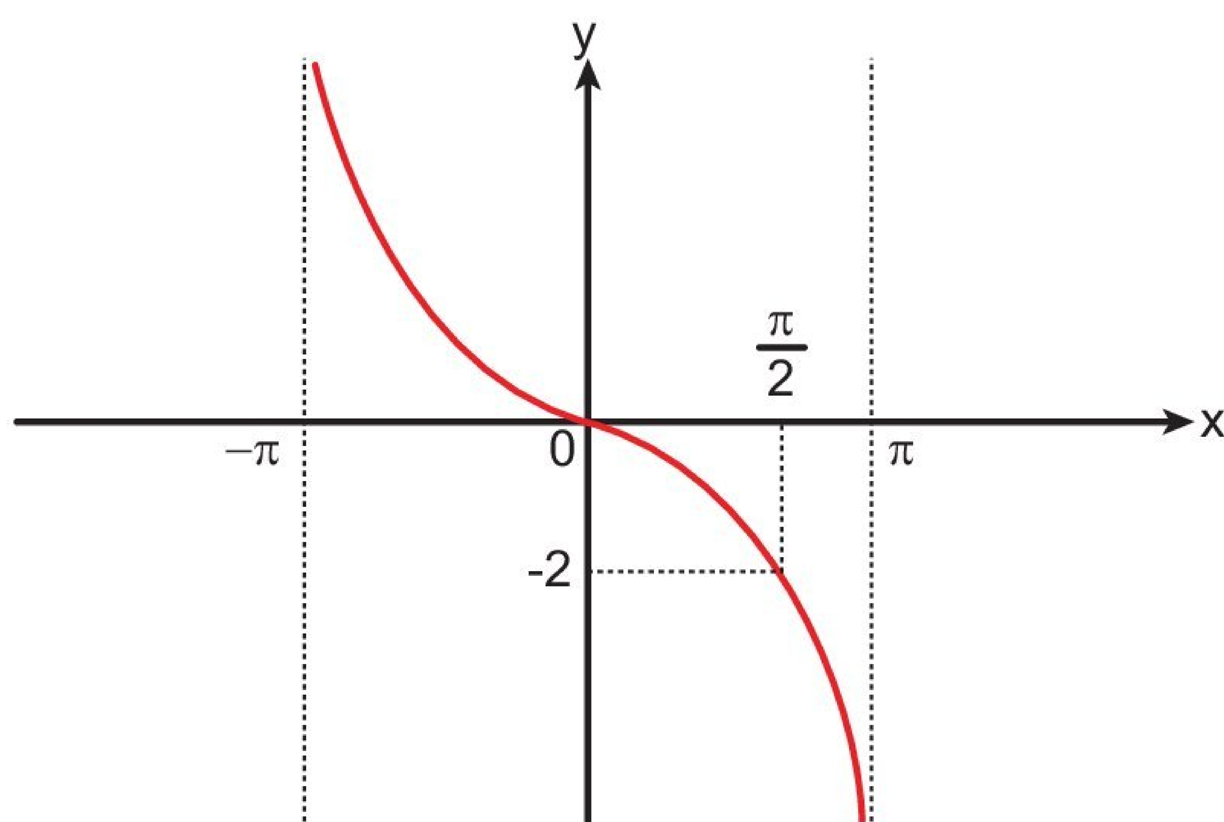
y = -2sinx ve y = sin2x fonksiyonları verilmiş

a = –2, b = 1 c = 1, d = 2

c + d + b – a = 2 + 1 + 1 –(–2) = 6

Cevap: E

9.



Yukarıda grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) f(x) = –2tan2x
B) $f(x)=-2\tan\left(\frac{x}{2}\right)$
C) $f(x)=2\tan\left(\frac{x}{2}\right)$
D) f(x) = 2tan(2x)
E) f(x) = –2tanx

Periyot 2 katına çıkmış x'in katsayısı $\frac{1}{2}$ dir. $f(x)=-2\tan\left(\frac{x}{2}\right)$ Cevap: B

10. $f(x)=\arccos\left(\frac{2x-3}{4}\right)$

fonksiyonunun ters fonksiyonu olan $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2-3\cos x}{4}$ B) $\frac{3+4\cos x}{2}$ C) $\frac{4+3\cos x}{2}$
D) 3cos(4x + 2) E) 4cos(3x – 2)

$x=\arccos\left(\frac{2y-3}{4}\right)$

$\cos x=\frac{2y-3}{4}$

$\frac{4\cos x+3}{2}=f^{-1}(x)$

Cevap: B

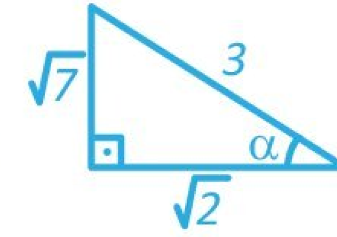
11. $\tan\left(\frac{3\pi}{2}-\arcsin\frac{\sqrt{7}}{3}\right)$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2\sqrt{3}}{7}$ B) $\frac{\sqrt{14}}{7}$ C) $\frac{\sqrt{15}}{7}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{3\sqrt{2}}{7}$

$\alpha=\arcsin\frac{\sqrt{7}}{3}$, $\sin\alpha=\frac{\sqrt{7}}{3}$

$\tan\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=\cot\alpha=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{14}}{7}$



Cevap B

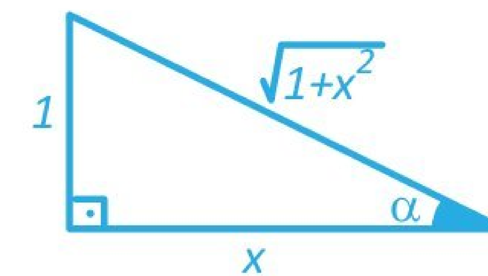
12. cos(arccotx)

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x^2+1}{x}$ B) $\frac{x^2-1}{x}$ C) $\frac{1-x^2}{x}$
D) $\frac{x\sqrt{x^2+1}}{x^2+1}$ E) $\frac{\sqrt{x^2+1}}{x^2+1}$

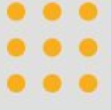
$\alpha=\text{arccot}x=\cot\alpha=x$

$\cos\alpha=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}=\frac{x\sqrt{x^2+1}}{x^2+1}$



Cevap D

1.B 2.A 3.E 4.A 5.E 6.C 7.E 8.E 9.B 10.B 11.B 12.D



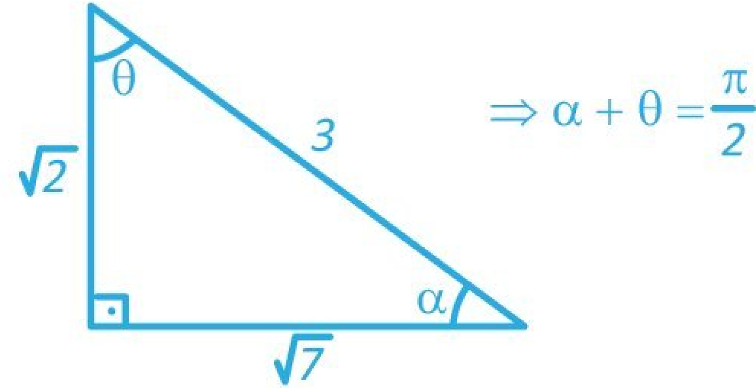
1. $\arcsin\frac{\sqrt{2}}{3}+\arccos\frac{\sqrt{2}}{3}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

$\alpha = \arcsin\frac{\sqrt{2}}{3}$, $\theta = \arccos\frac{\sqrt{2}}{3}$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$, $\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$



$\Rightarrow \alpha+\theta=\frac{\pi}{2}$

Cevap D

2. $f:\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\to[-1,1]$

f(x) = sinx fonksiyonu veriliyor. Buna göre,

y = 4 arcsinx fonksiyonunun alabileceği en büyük tam sayı değeri, en küçük tam sayı değerinden kaç fazladır?

A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

En büyük değer = $4\cdot\frac{\neq}{2} = 2\neq = 6,28 \to 6$

En küçük değer = $4\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -2\pi = -6,28 \to -6$

$6-(-6)=12$

Cevap A

3. $f(x)=5-\cos^6\left(\frac{7x}{a^2-3a}-4\right)$

fonksiyonunun periyodu 4π olduğuna göre, a'nın alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

A) –28 B) –20 C) –14 D) –6 E) –1

$\frac{\frac{\neq}{7}}{|a^2-3a|} = 4\neq \to |a^2-3a| = 28$

I) $a^2-3a-28=0$

$(a-7)(a+4)=0$

$a_1=7$ v $a_2=-2 \Rightarrow a_1 . a_2 = -28$

II) $a^2-3a+28=0 \Rightarrow \Delta<0$ gerçel kök yok.

Cevap A

4. $0<x<\pi$ olmak üzere,

$$\frac{\cos x\cdot\cot x}{2}=1-\sin x$$

olduğuna göre, tan(x – arccot8) ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 8 E) 16

$\frac{\cos x\cdot\cos x}{2\sin x}=1-\sin x \Rightarrow \cos^2x = 2\sin x-2\sin^2x$

$1-\sin^2x=2\sin x-2\sin^2x \Rightarrow \sin^2x-2\sin x+1=0$

$(\sin x-1)^2=0 \Rightarrow \sin x=1 \Rightarrow x=\frac{\pi}{2}$

$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\underbrace{\text{arccot}8}_{\alpha}\right)=\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cot\alpha=8$

Cevap: D

5. $f:[-1,1]\to\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

$f(x)=\arcsin\left(\frac{mx-1}{3}\right)$

fonksiyonu veriliyor.

f fonksiyonunun tanımlı olduğu aralıkta 1 tane x tam sayı değeri vardır.

Buna göre, m'nin alabileceği en küçük pozitif tam sayı değeri kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

$-1\le\frac{mx-1}{3}\le1 \Rightarrow -3\le mx-1\le3$

$\Rightarrow -2\le mx\le4 \Rightarrow -\frac{2}{m}\le x\le\frac{4}{m}$

en küçük m tam sayısı 5 tir.

Cevap: B

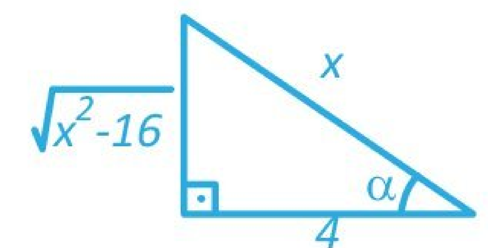
6. $\arcsin\left(\frac{\sqrt{x^2-16}}{x}\right)=\arctan\left(\frac{x}{8}\right)$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{5}{\sqrt{3}}$ B) $\frac{6}{\sqrt{3}}$ C) $\frac{7}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ E) $\frac{9}{\sqrt{3}}$

$\arcsin\left(\frac{\sqrt{x^2-16}}{x}\right)=\arctan\left(\frac{x}{8}\right)$

$\sin\alpha=\frac{\sqrt{x^2-16}}{x}$, $\tan\alpha=\frac{x}{8}$



$\frac{\sqrt{x^2-16}}{4}=\frac{x}{8}\Rightarrow 2(x^2-16)=x^2$

$\Rightarrow x=\frac{8}{\sqrt{3}}$

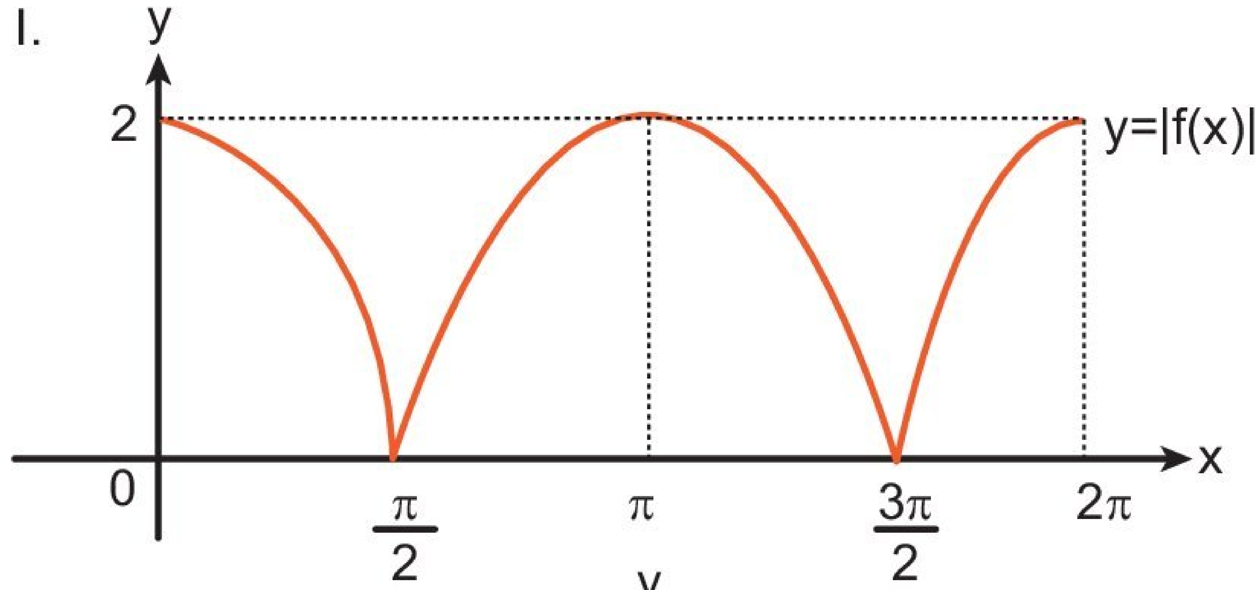
Cevap: D

7. $f:[0,2\pi] \to \mathbb{R}, f(x) = 2\cos x$

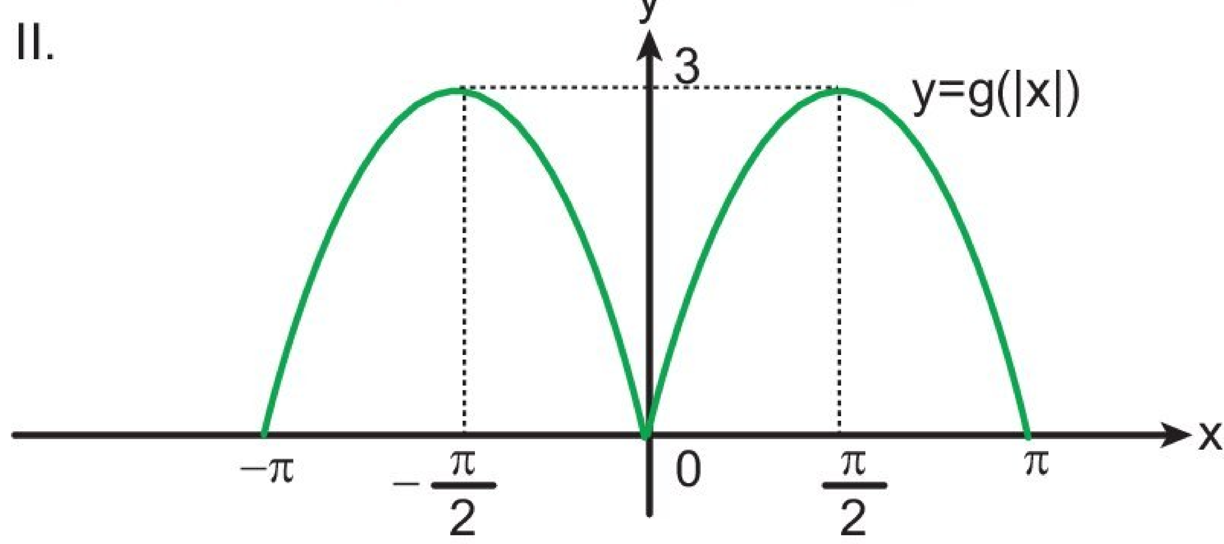
$g:[-\pi,\pi] \to \mathbb{R}, g(x) = 3\sin x$

fonksiyonları veriliyor. Buna göre,

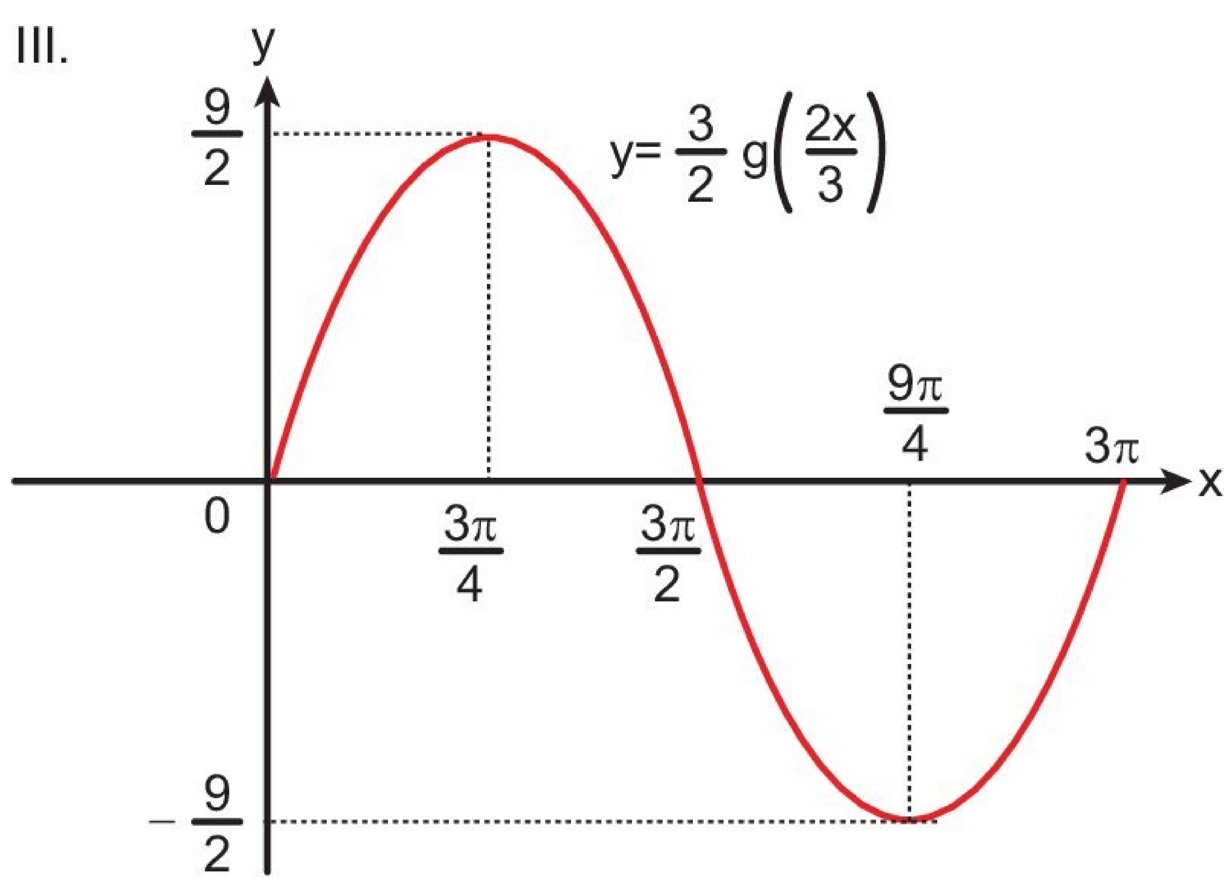
I.



II.



III.



yukarıda verilen fonksiyonlardan hangilerinin grafiği doğru çizilmiştir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) I, II ve III

Hepsi doğrudur. *Cevap: E*

8. a pozitif bir gerçel sayı olmak üzere, y = f(x) fonksiyonu

$$f(x) = \sin^2\left(\frac{\pi \cdot x}{a}\right)$$

şeklinde tanımlanıyor. Her x gerçel sayısı için

- f(x – 7) = f(x + 13)
- f(x – 1) = f(x + 24)

olduğuna göre, en büyük pozitif a tam sayısı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$f(x) = \sin^2\left(\frac{\pi \cdot x}{a}\right)$ nin periyodu $= \dfrac{\pi}{\frac{\pi}{|a|}} = a$

Periyot = 13 – (–7) = 20

Periyot = 24 – (–1) = 25

a sayısı 20 ve 25 sayılarının EBOB'u olan 5 olmalıdır. *Cevap: D*

9. Tanım kümesi gerçel sayılar olan $f(x) = 7 \cdot \sin^5(3x - 1)$ fonksiyonu veriliyor.

I. f(3x) fonksiyonunun periyodu $\frac{2\pi}{9}$ dur.

II. $f^4(x)$ fonksiyonunun periyodu $\frac{\pi}{3}$ tür.

III. $4 \cdot f\left(\frac{x}{2}\right)$ fonksiyonunun periyodu $\frac{4\pi}{3}$ tür.

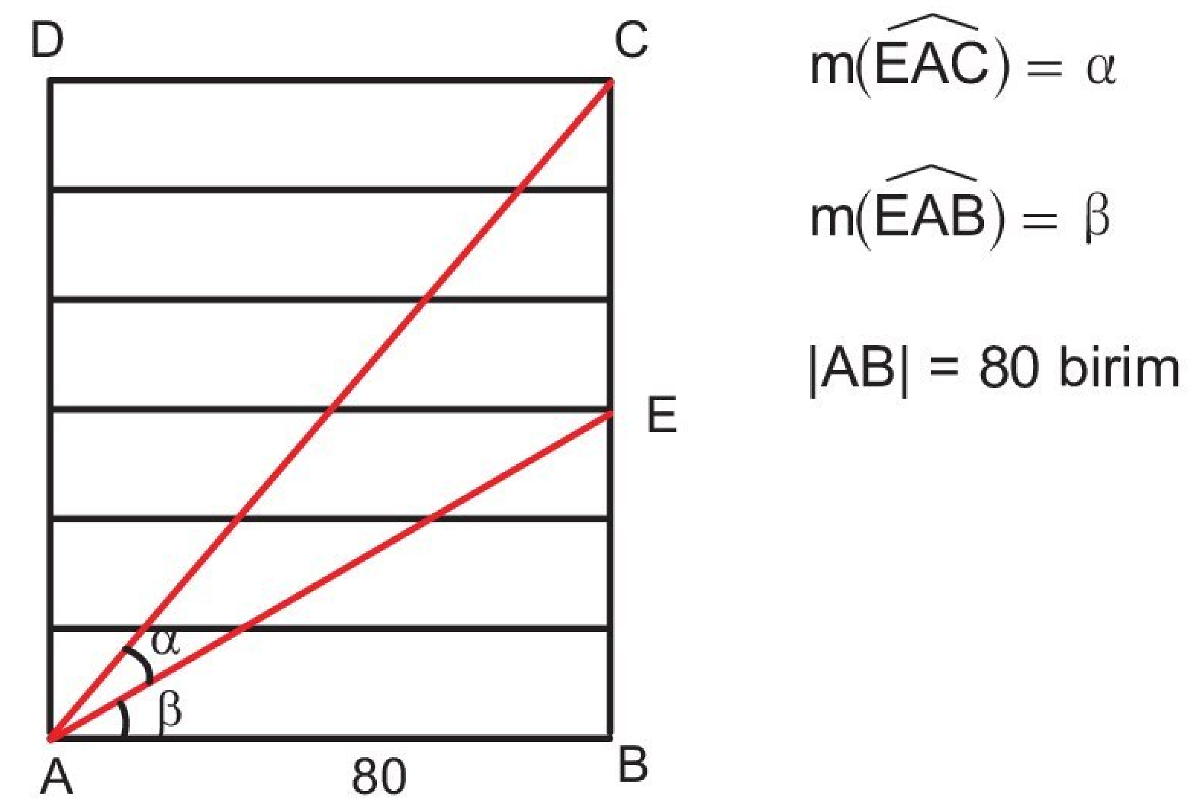
Yukarıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II

D) I ve III E) I, II ve III

$T_{f(x)} = \frac{2\pi}{3}, T_{f(3x)} = \frac{2\pi}{9}, T_{f^4(x)} = \frac{\pi}{3}, T_{4f\left(\frac{x}{2}\right)} = \frac{4\pi}{3}$ *Cevap: E*

10. ABCD dikdörtgeninin [AD] kenarı 6 eş parçaya bölünüyor.



$m(\widehat{EAC}) = \alpha$

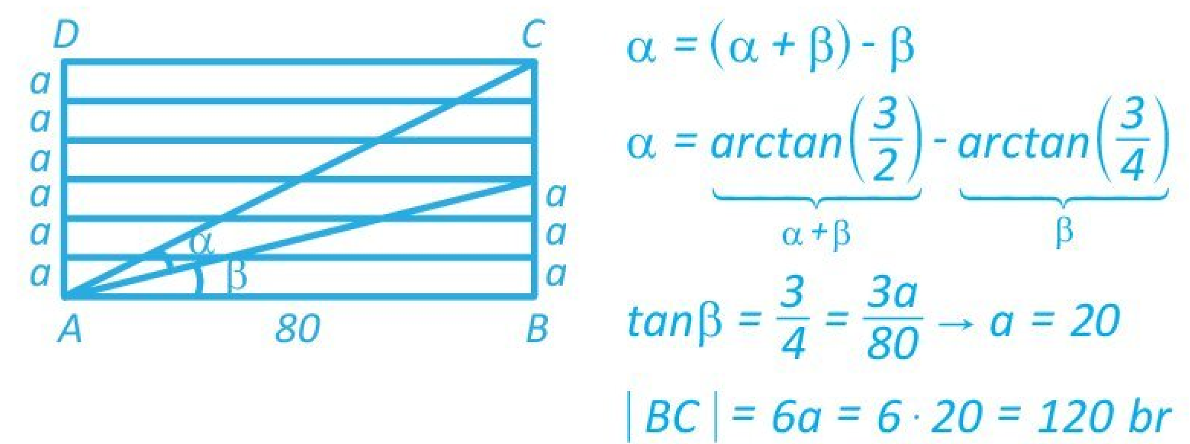
$m(\widehat{EAB}) = \beta$

|AB| = 80 birim

$$\alpha = \arctan\left(\frac{3}{2}\right) - \arctan\left(\frac{3}{4}\right)$$

olduğuna göre |BC| nin tam sayı değeri kaçtır?

A) 90 B) 100 C) 110 D) 120 E) 130



$\alpha = (\alpha + \beta) - \beta$

$\alpha = \underbrace{\arctan\left(\frac{3}{2}\right)}_{\alpha+\beta} - \underbrace{\arctan\left(\frac{3}{4}\right)}_{\beta}$

$\tan\beta = \frac{3}{4} = \frac{3a}{80} \to a = 20$

$|BC| = 6a = 6 \cdot 20 = 120$ br *Cevap D*

11. Uygun koşullarda tanımlı f ve g fonksiyonlarında her x gerçel sayısı için f(x) = f(x + 5) ve g(x) = g(x + 8) eşitlikleri sağlanmaktadır.

$$\frac{f(x+15)}{f(x-10)} + g(x+24) + g(x-16) = 9$$

olduğuna göre, g(5) kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

• f(x) = f(x + 5) → f(x)'in periyodu 5'tir.

f(x + 15) = f(x – 10)

• g(x) = g(x + 8) → g(x)'in periyodu 8 dir.

g(x) = g(x + 24) = g(x – 16)

1 + 2g(x) = 9 → g(x) = 4 → g(5) = 4 *Cevap C*

1.D 2.A 3.A 4.D 5.B 6.D 7.E 8.D 9.E 10.D 11.C



TOPLAM-FARK FORMÜLLERİ

I. İki Açının Ölçüleri Toplamının ve Farkının Trigonometrik Değerleri

- sin(a + b) = sin(a) . cos(b) + cos(a) . sin(b)
- sin(a – b) = sin(a) . cos(b) – cos(a) . sinb

Örnek 1

I. $\sin(105°) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

II. $\sin(75°) = \cos(15°) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

III. $\sin(285°) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) I ve III E) II ve III

I ve II doğrudur.

$Sin(60°+45°) = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} = sin(75°) = cos(15°)$

III yanlıştır. $Sin(285°) = Sin(-75°) = -\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

Cevap: C

Örnek 2

I. $\sin(24°) . \cos(6°) + \cos(24°) . \sin(6°) = \frac{1}{2}$

II. $\sin(100°) . \cos(35°) + \cos(100°) . \sin(145°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

III. $\sin(250°) . \cos(10°) – \cos(250°) . \cos(80°) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III

D) II ve III E) I, II ve III

I) Doğru: $Sin(24°+6°) = Sin(30°) = \frac{1}{2}$

II) Doğru: $Sin(145°) = Sin(35°) \Rightarrow Sin(100°+35°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

III Doğru: $Cos(80°) = Sin(10°) \Rightarrow Sin(250°-10°) = -Sin60° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Cevap: E

- cos(a + b) = cos(a) . cos(b) – sin(a) . sin(b)
- cos(a – b) = cos(a) . cos(b) + sin(a) . sin(b)

Örnek 3

I. Cos(75°) . Cos(15°) – sin(75°) . Sin(15°) = 1

II. $Cos(71°) . Cos(26°) + Sin(71°) . Sin(26°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

III. $Cos(75) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III

D) II ve III E) I, II ve III

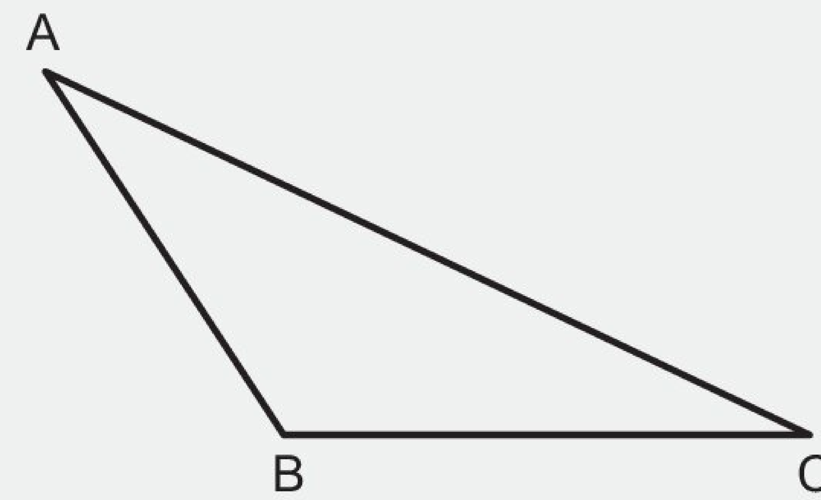
I) Yanlış: $Cos(75°+15°) = 0$

II) Doğru: $Cos(71°-26°) = Cos(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

III) Doğru: $Cos(45°+30°) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

Cevap: D

Örnek 4



Şekildeki ABC üçgeninde

$\sin(\widehat{A}) . \sin(\widehat{C}) = 0,24$

$\cos(\widehat{A}) . \cos(\widehat{C}) = 0,74$

olduğuna göre, $m(\widehat{ABC})$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3\pi}{4}$ B) $\frac{13\pi}{18}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{11\pi}{18}$ E) $\frac{5\pi}{9}$

$Cos\widehat{B} = -Cos(\widehat{A}+\widehat{C}) = -(Cos\widehat{A}Cos\widehat{C} - Sin\widehat{A}\cdot Sin\widehat{C}) = -(0,74-0,24) = -(0,5)$

$\Rightarrow m(\widehat{B}) = 120° = \frac{2\pi}{3}$

Cevap: C

- $\tan(a+b) = \frac{\tan(a)+\tan(b)}{1-\tan(a)\cdot\tan(b)}$ $\qquad \cot(a+b) = \frac{1}{\tan(a+b)}$
- $\tan(a-b) = \frac{\tan(a)-\tan(b)}{1+\tan(a)\cdot\tan(b)}$ $\qquad \cot(a-b) = \frac{1}{\tan(a-b)}$

Örnek 5

I. $\tan(75°) = 2 + \sqrt{3}$

II. $\dfrac{\tan(100°) + \tan(20°)}{1 - \tan(100°) \cdot \tan(20°)} = -\sqrt{3}$

III. $\dfrac{\tan(57°) - \tan(12°)}{1 + \tan(57°) \cdot \cot(78°)} = 1$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

I) $\tan(45° + 30°) = \dfrac{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} = \dfrac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} = \dfrac{4 + 2\sqrt{3}}{2} = 2 + \sqrt{3}$ $(\sqrt{3}+1)$

II) $\tan(100° + 20°) = \tan(120°) = -\tan(60°) = -\sqrt{3}$

III) $\tan(57° - 12°) = \tan(45°) = 1$

Hepsi doğrudur.

Cevap: E

Örnek 6

cot(105°) ifadesinin değeri kaçtır?

A) $1 - \sqrt{3}$ B) $\sqrt{2} - 2$ C) $\sqrt{3} - 2$ D) $2\sqrt{3} - 3$ E) $\sqrt{2} - \sqrt{3}$

105° = 60° + 45° olarak yazılır.

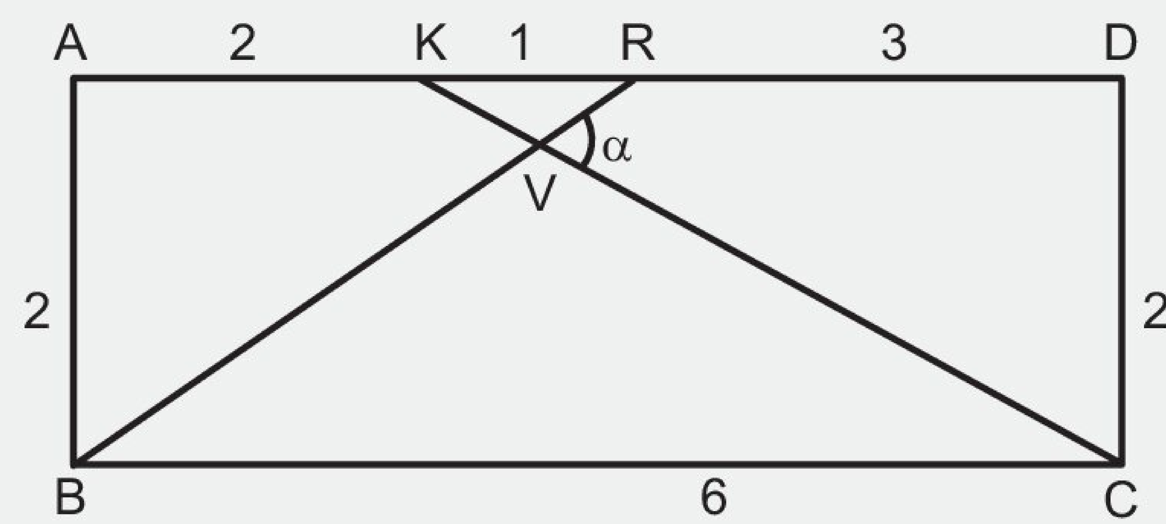
Kotanjant için bir formül vermemiştir. Kotanjant yerine tanjant değeri bulunur ve sonra çarpmaya göre tersi alınır.

$\tan 105° = \dfrac{\tan 60° + \tan 45°}{1 - \tan 60° \cdot \tan 45°} = \dfrac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3}}$

$\cot 105° = \dfrac{1}{\tan 105°} = \dfrac{1 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} = \dfrac{2\sqrt{3} - 4}{2} = \sqrt{3} - 2$ $(\sqrt{3}-1)$

Cevap: C

Örnek 7



Şekildeki ABCD dikdörtgeninde tan(α) değeri kaçtır?

A) $\dfrac{7}{4}$ B) 2 C) $\dfrac{9}{4}$ D) $\dfrac{5}{2}$ E) $\dfrac{11}{4}$

$\tan\beta = \dfrac{2}{3}$ *tür.*

$\tan\theta = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

$\tan\alpha = \tan(\theta + \beta) = \dfrac{\tan\theta + \tan\beta}{1 - \tan\theta \cdot \tan\beta}$

$\tan\alpha = \dfrac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}} = \dfrac{\frac{7}{6}}{\frac{2}{3}} = \dfrac{7}{4}$

Cevap: A

Örnek 8

x dar açı olmak üzere,

$\sin x = \dfrac{2}{3}$ olduğuna göre,

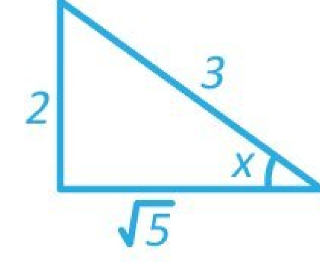
cos(x – 60°) ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\dfrac{\sqrt{5} + 2\sqrt{3}}{6}$ B) $\dfrac{2\sqrt{3} - \sqrt{5}}{6}$ C) $\dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{6}$ D) $\dfrac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{6}$ E) $\dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{6}$

$\cos(x - 60°) = \cos x \cdot \cos 60° + \sin x \cdot \sin 60°$

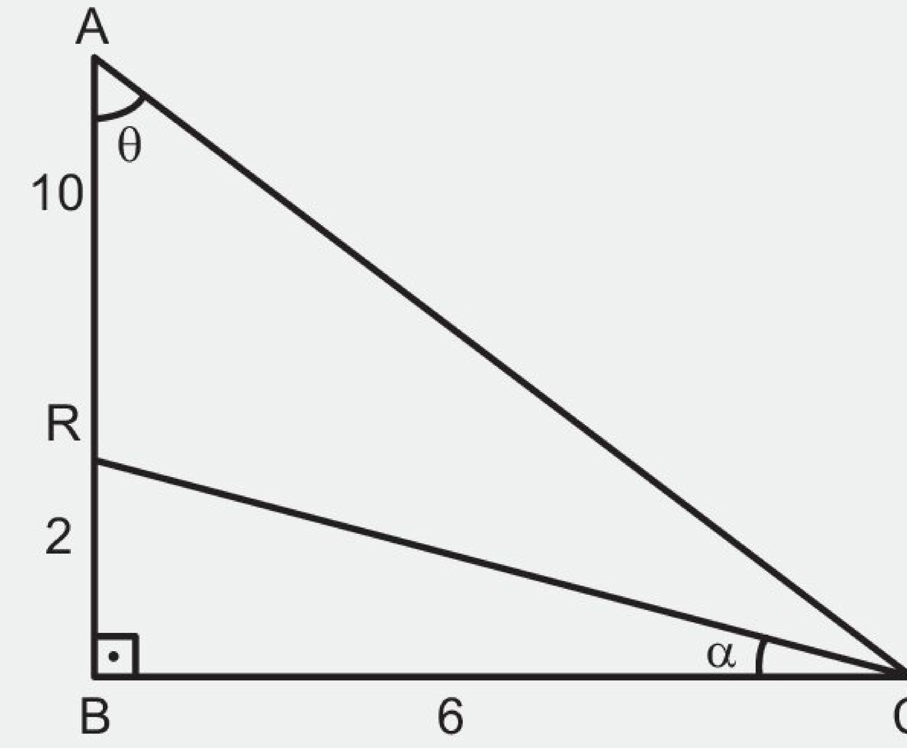
$\cos(x - 60°) = \dfrac{\sqrt{5}}{3} \cdot \dfrac{1}{2} + \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos(x - 60°) = \dfrac{\sqrt{5} + 2\sqrt{3}}{6}$



Cevap: A

Örnek 9



Şekildeki ABC dik üçgeninde,

|AR| = 10 cm,

|RB| = 2 cm

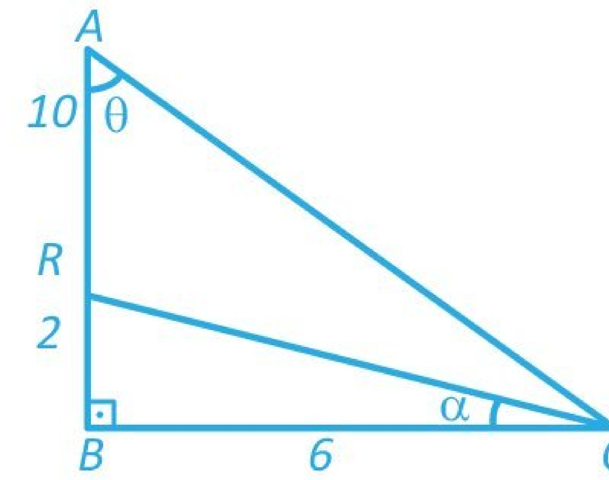
|BC| = 6 cm

$m(\widehat{RCB}) = \alpha$

$m(\widehat{BAC}) = \theta$

olduğuna göre, α + θ toplamı kaç derecedir?

A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 60



$\tan\theta = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$, $\tan\alpha = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

$\tan(\alpha + \theta) = \dfrac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} = \dfrac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = 1$

$\alpha + \theta = 45°$

Cevap: D

Örnek 10

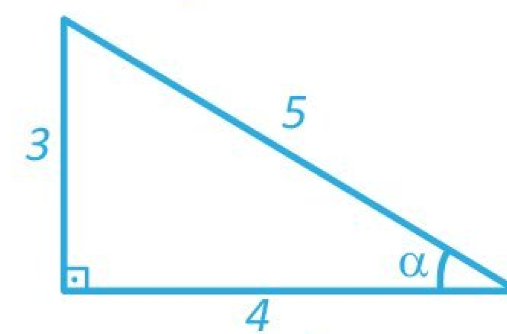
$\tan\left(\arcsin\dfrac{3}{5} + \arccos\dfrac{12}{13}\right)$

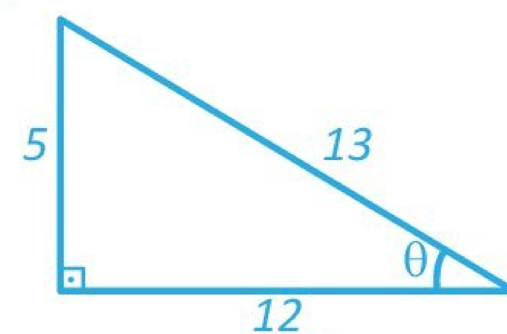
ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{55}{33}$ B) $\dfrac{56}{33}$ C) $\dfrac{19}{11}$ D) $\dfrac{58}{33}$ E) $\dfrac{59}{33}$

$\alpha = \arcsin\dfrac{3}{5}$, $\theta = \arccos\dfrac{12}{13}$ *olsun. Bu durumda* $\tan(\alpha + \theta)$ *sorulmaktadır.*

$\sin\alpha = \dfrac{3}{5}$ $\cos\theta = \dfrac{12}{13}$ *olur.*

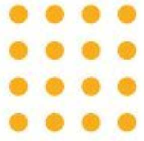




$\tan\alpha = \dfrac{3}{4}$ *ve* $\tan\theta = \dfrac{5}{12}$ *olur*

$\tan(\alpha + \theta) = \dfrac{\frac{3}{4} + \frac{5}{12}}{1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{12}} = \dfrac{\frac{14}{12}}{1 - \frac{15}{48}} = \dfrac{14}{12} \cdot \dfrac{48}{33} = \dfrac{56}{33}$

Cevap: B



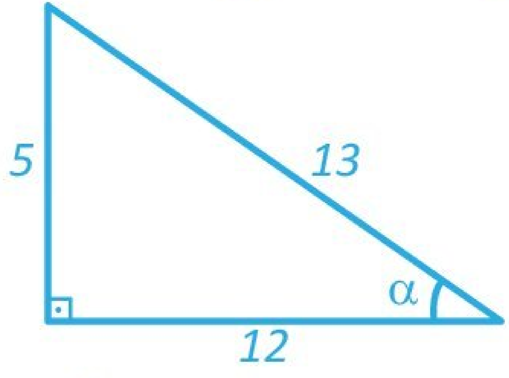
Örnek 11

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - \arcsin\frac{5}{13}\right)$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{5\sqrt{2}}{26}$ B) $\frac{3\sqrt{2}}{13}$ C) $\frac{7\sqrt{2}}{26}$ D) $\frac{4\sqrt{2}}{13}$ E) $\frac{9\sqrt{2}}{26}$

$\alpha = \arcsin\frac{5}{13} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{5}{13}$

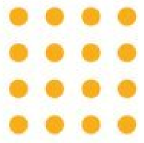


$\cos\alpha = \frac{12}{13}$ olur

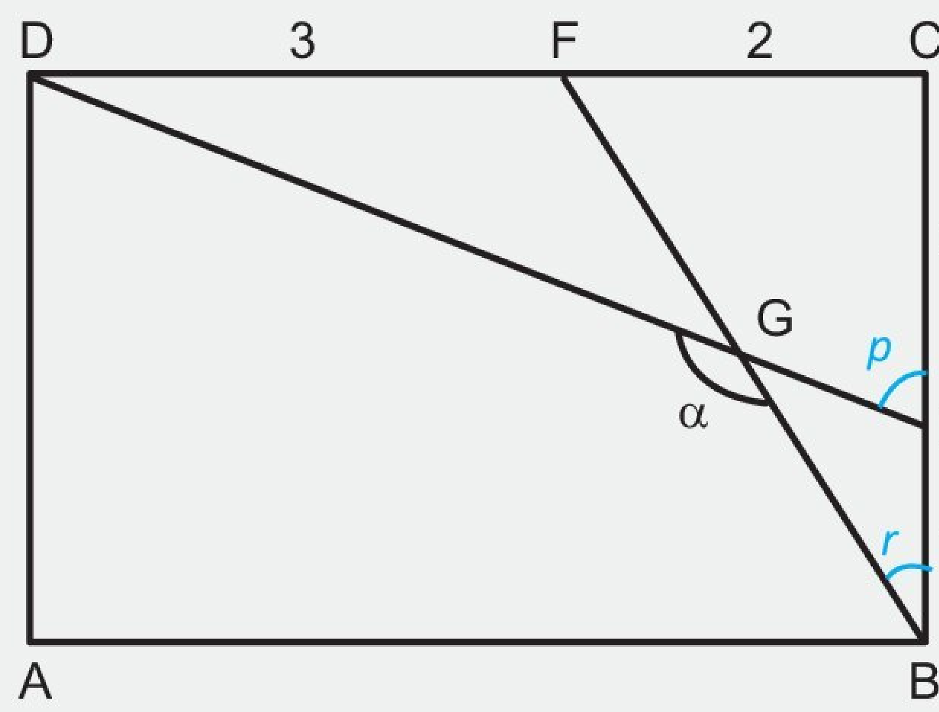
$\sin(45° - \alpha) = \sin 45° \cdot \cos\alpha - \cos 45° \cdot \sin\alpha$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{12}{13} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{5}{13} = \frac{7\sqrt{2}}{26}$

Cevap: C



Örnek 12



ABCD dikdörtgen

|BE| = 1 cm

|EC| = 2 cm

|CF| = 2 cm

|FD| = 3 cm

$m(\widehat{BGD}) = \alpha$

olduğuna göre, cot(α) değeri kaçtır?

A) $-\frac{15}{11}$ B) $-\frac{16}{11}$ C) $-\frac{14}{11}$ D) $-\frac{13}{11}$ E) $-\frac{12}{11}$

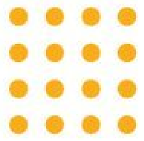
$\alpha = 180 - p + r$

$\tan\alpha = \tan[180 + (r - p)]$

$\tan\alpha = \tan(r - p)$

$\tan\alpha = \dfrac{\frac{2}{3} - \frac{5}{2}}{1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2}} = -\frac{11}{16}$

Cevap: B



Örnek 13

ABC üçgeninde $m(\widehat{ACB}) = 150°$ olduğuna göre,

$$(\sin(\hat{B}) + \cos(\hat{A}))^2 + (\cos(\hat{B}) + \sin(\hat{A}))^2$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$\sin^2 B + \cos^2 A + 2\sin B . \cos A$

$+ \cos^2 B + \sin^2 A + 2\sin A . \cos B$

$= 1 + 1 + 2[\sin A . \cos B + \cos A . \sin B]$

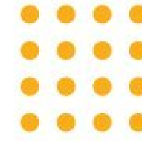
$= 2 + 2\sin(A + B)$

$= 2 + 2\left(\frac{1}{2}\right)$

$= 2 + 1$

$= 3$

Cevap: D



Örnek 14

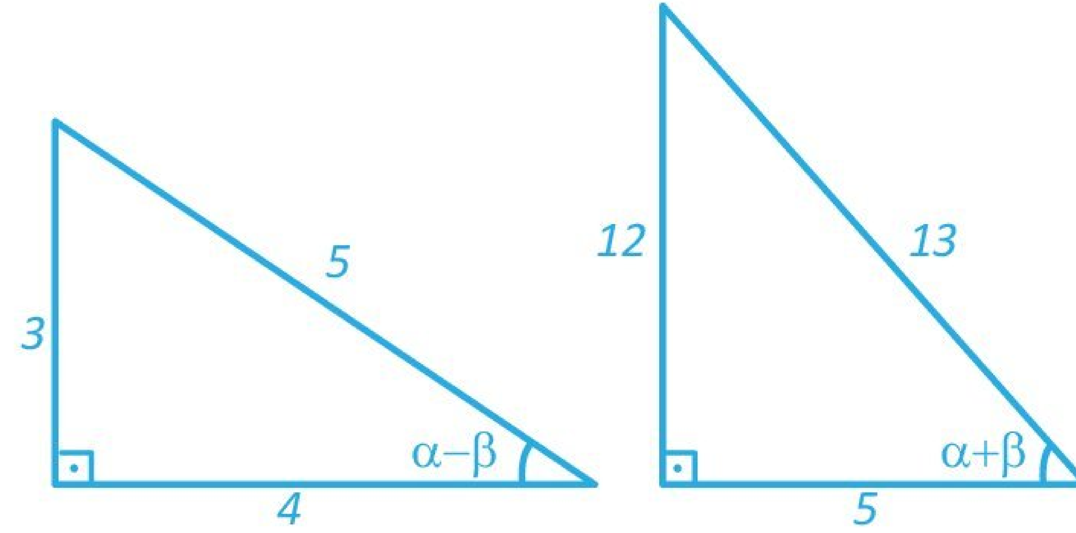
α – β ve α + β dar açılardır.

$\sin(\alpha - \beta) = \frac{3}{5}$

$\sin(\alpha + \beta) = \frac{12}{13}$

olduğuna göre, cos(2α) değeri kaçtır?

A) $-\frac{14}{65}$ B) $-\frac{5}{13}$ C) $-\frac{16}{65}$ D) $-\frac{17}{65}$ E) $-\frac{18}{15}$



$\cos(\alpha - \beta) = \frac{4}{5}$ $\cos(\alpha + \beta) = \frac{5}{13}$

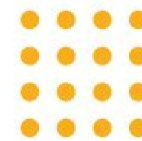
$\cos(2\alpha) = \cos[(\alpha + \beta) + (\alpha - \beta)]$

$= \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{5} - \frac{12}{13} \cdot \frac{3}{5}$

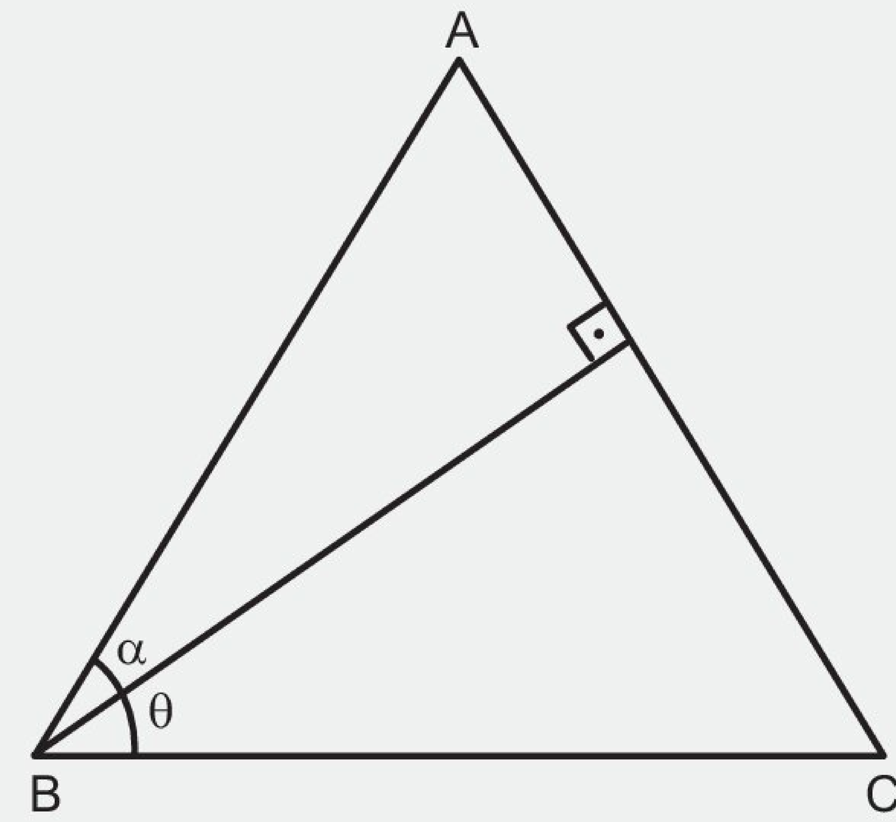
$= \frac{20 - 36}{65}$

$= -\frac{16}{65}$

Cevap: C



Örnek 15

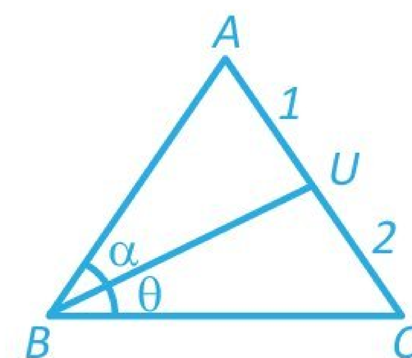


ABC üçgeninde $\tan(\widehat{BAC}) = 4$ ve $\tan(\widehat{ACB}) = 2$ olduğuna göre, $\tan(\widehat{ABC})$ değeri kaçtır?

A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{6}{7}$ C) $\frac{7}{8}$ D) $\frac{8}{9}$ E) $\frac{9}{10}$

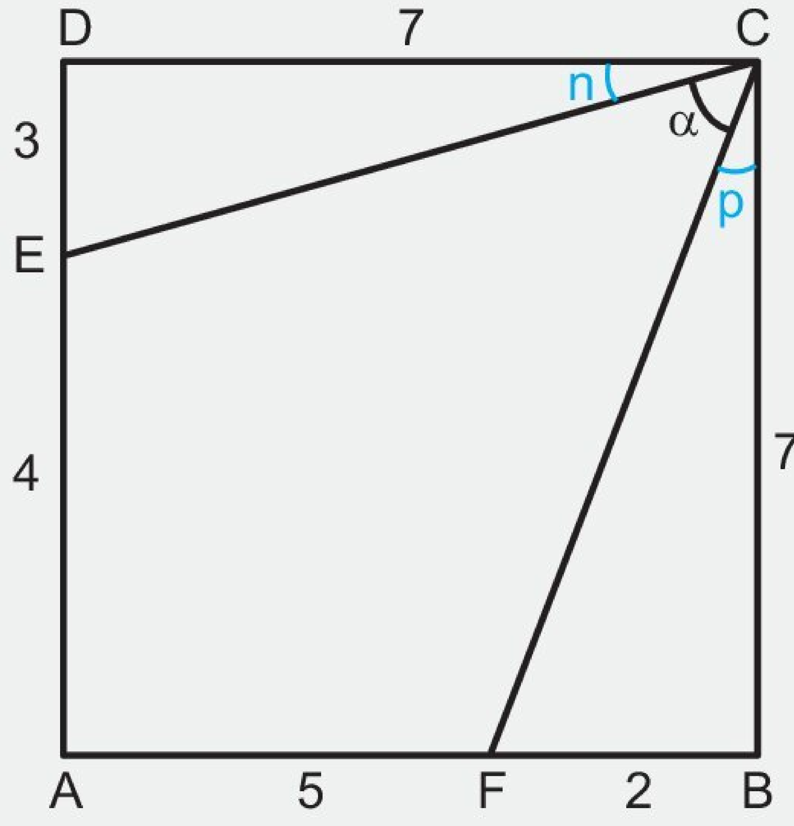
$\tan\hat{B} = \tan(\alpha + \theta)$

$= \dfrac{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}} = \dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{7}{8}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{7} = \frac{6}{7}$



Cevap: B

Örnek 16



ABCD kare

|DE| = 3 cm

|EA| = 4 cm

|AF| = 5 cm

|FB| = 2 cm

$m(\widehat{ECF}) = \alpha$

olduğuna göre, cot(α) değeri kaçtır?

A) $\frac{28}{33}$ B) $\frac{29}{34}$ C) $\frac{33}{41}$ D) $\frac{35}{43}$ E) $\frac{37}{45}$

$\alpha = 90 - (n + p)$

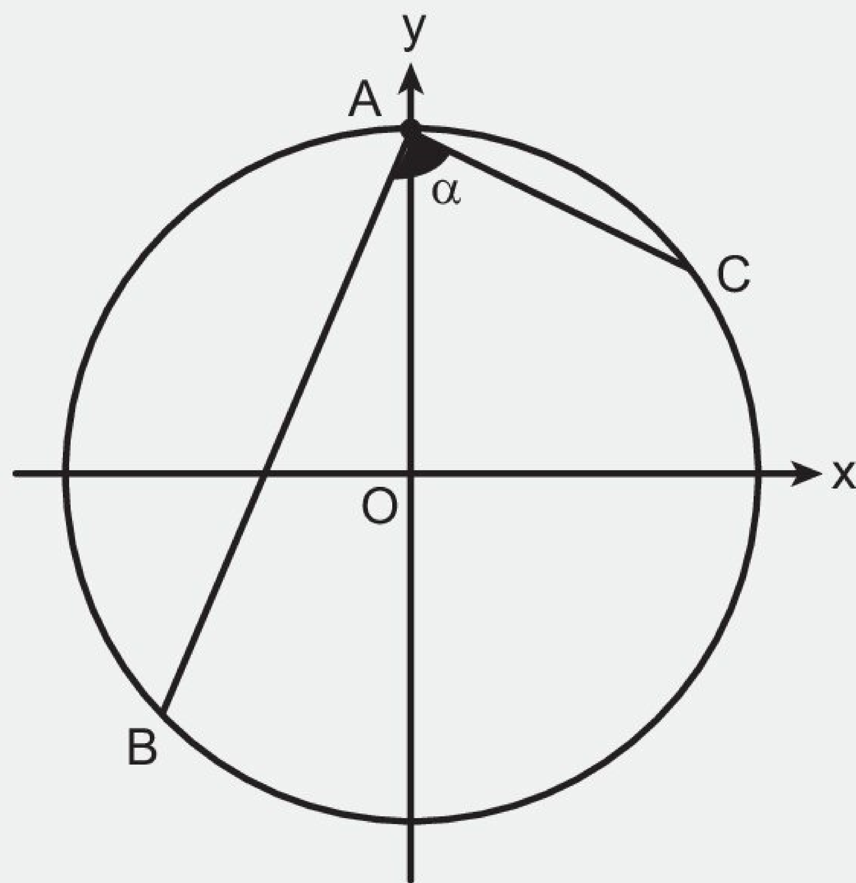
$\cot\alpha = \tan(n + p)$

$\dfrac{\frac{3}{7} + \frac{2}{7}}{1 - \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{7}} = \dfrac{\frac{5}{7}}{\frac{43}{49}} = \frac{5}{7} \cdot \frac{49}{43} = \frac{35}{43}$

Cevap: D

Örnek 17

Aşağıda O merkezli birim çember verilmiştir.



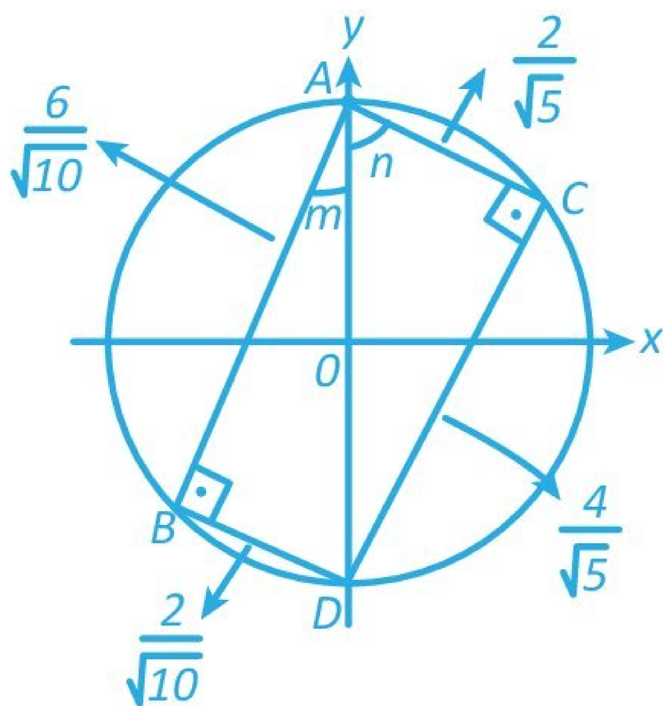
$|AB| = \frac{6}{\sqrt{10}}$ birim

$|AC| = \frac{2}{\sqrt{5}}$ birim

$m(\widehat{BAC}) = \alpha$

olduğuna göre, tan(α) değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



$\tan(m) = \frac{1}{3}, \tan(n) = 2$

$\tan(m + n) = \dfrac{\frac{1}{3} + 2}{1 - \frac{1}{3} \cdot 2} = \dfrac{\frac{7}{3}}{\frac{1}{3}} = 7$

Cevap: E

Örnek Cevapları

1.C	2.E	3.D	4.C	5.E	6.C	7.A	8.A	9.D	10.B
11.C	12.B	13.D	14.C	15.B	16.D	17.E	18.E		

Örnek 18

Yürüme hızları birbirine eşit olan Selami ve Erdem sırasıyla şekildeki S ve E noktalarından aynı anda harekete başlayıp mola vermeden sabit hızla yürüdükten sonra durmuştur.

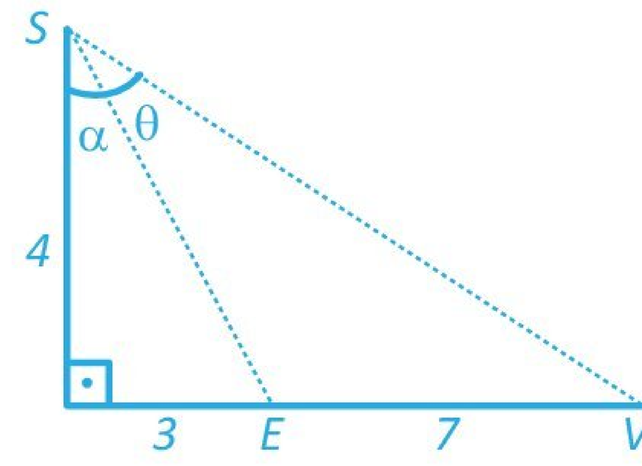
• S

• E • V

- Selami ilk 4 dakika güneye, sonraki 3 dakika doğuya doğrusal yollar üzerinde yürüyerek E noktasına gelmiştir.
- Erdem 7 dakika boyunca doğrusal bir yol üzerinde doğuya yürüyerek V noktasına gelmiştir.

Buna göre $\tan(\widehat{ESV})$ kaçtır?

A) $\frac{14}{19}$ B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{7}{11}$ E) $\frac{14}{23}$



$\tan\alpha = \frac{3}{4}, \tan(\alpha + \theta) = \frac{10}{4}, \theta = (\alpha + \theta) - \alpha$

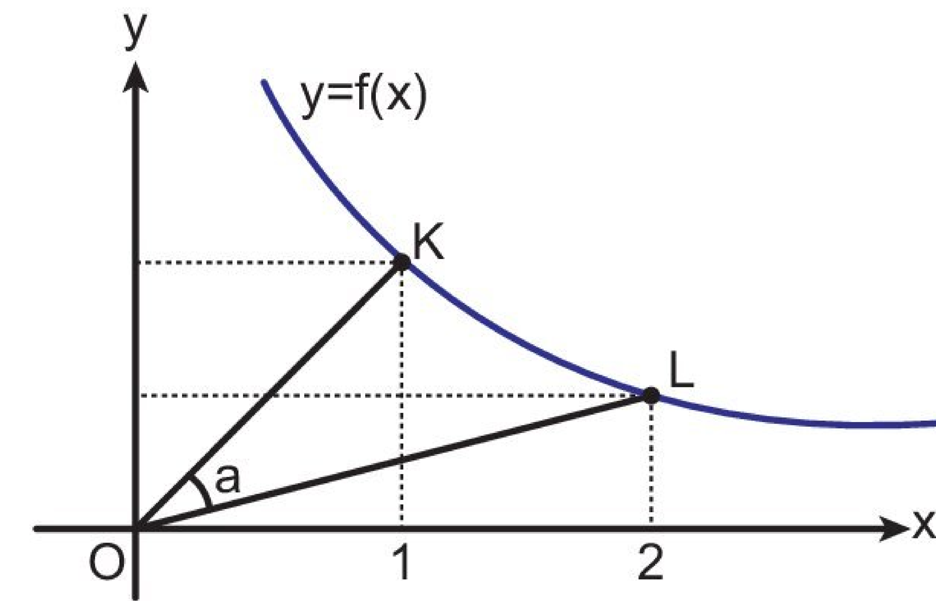
$\tan\theta = \dfrac{\frac{10}{4} - \frac{3}{4}}{1 + \frac{10}{4} \cdot \frac{3}{4}} = \dfrac{\frac{7}{4}}{\frac{46}{16}}$

$\tan\theta = \frac{7 \cdot 16}{4 \cdot 46} = \frac{14}{23}$

Cevap: E

Çıkmış Soru 1

Dik koordinat düzleminin birinci bölgesinde, $f(x) = \frac{1}{x}$ fonksiyonunun grafiği üzerinde bulunan K ve L noktaları şekilde gösterilmiştir.

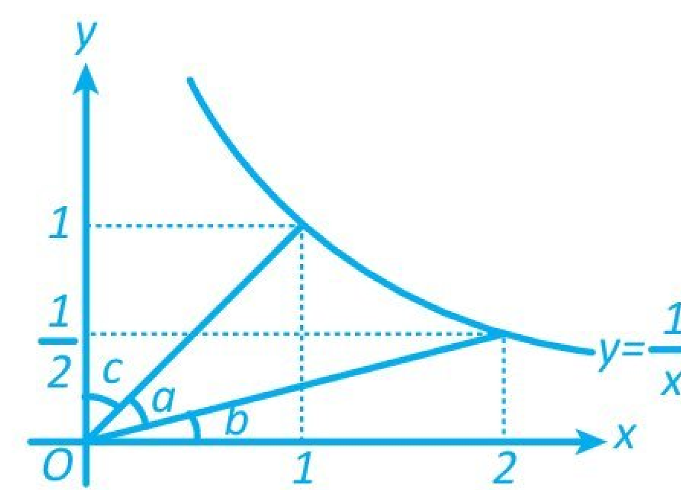


$m(\widehat{KOL}) = a$

olduğuna göre, tana değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{3}{5}$

2022 AYT



$\tan x = \frac{1}{1} = 1, \tan b = \dfrac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$

$\tan(b + c) = \dfrac{\frac{1}{4} + 1}{1 - \frac{1}{4} \cdot 1} = \dfrac{\frac{5}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{5}{3}$

$a + (b + c) = 90°$

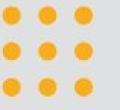
$\tan(b + c) = \cot a = \frac{1}{\tan a} = \frac{5}{3}$

$\tan a = \frac{3}{5}$

Cevap: E

Çıkmış Soru Cevapları

1.E



1. I. $\dfrac{\sin(17°)\cos(23°)+\cos(17°)\sin(23°)}{\sin(72°)\cos(32°)-\cos(72°)\sin(32°)}=1$

II. $\dfrac{\cos(83°)\cos(21°)+\sin(83°)\sin(21°)}{\sin(25°)\sin(37°)-\cos(25°)\cos(37°)}=-1$

III. $\dfrac{\tan(13°)+\tan(32°)}{1-\tan(13°)\cdot\tan(32°)}=\dfrac{1+\tan(54°)\cdot\tan(9°)}{\tan(54°)-\tan(9°)}$

yukarıda verilen eşitliklerden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III

D) II ve III E) I, II ve III

I. $\dfrac{\sin(17°+23°)}{\sin(72°-32°)}=\dfrac{\sin 40°}{\sin 40°}=1$ *I. Doğru*

II. $\dfrac{\cos(83°-21°)}{-\cos(37°+25°)}=\dfrac{\cos(62°)}{-\cos(62°)}=-1$ *II. doğru*

III. $\tan(13°+32°)=\dfrac{1}{\tan(54°-9°)}$

$\tan 45=\dfrac{1}{\tan 45}$

$1=1$ *III. doğru* *Cevap: E*

2. **tan(x) = 2 ve tan(y) = 3 olmak üzere,**

tan(x + y)

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\dfrac{8}{5}$ B) $-\dfrac{7}{5}$ C) $-\dfrac{6}{5}$ D) –1 E) $-\dfrac{4}{5}$

$\tan(x+y)=\dfrac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\cdot\tan y}=\dfrac{2+3}{1-2\cdot 3}=\dfrac{5}{-5}=-1$ *Cevap: D*

3. **$x+y=\dfrac{2\pi}{3}$ olmak üzere,**

$(\sin(x)-\sin(y))^2+(\cos(x)+\cos(y))^2$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) $\dfrac{1}{2}$ C) 1 D) $\dfrac{3}{2}$ E) 2

$\sin^2x+\sin^2y-2\sin x.\sin y$
$+\ \cos^2x+\cos^2y+2\cos x.\cos y$

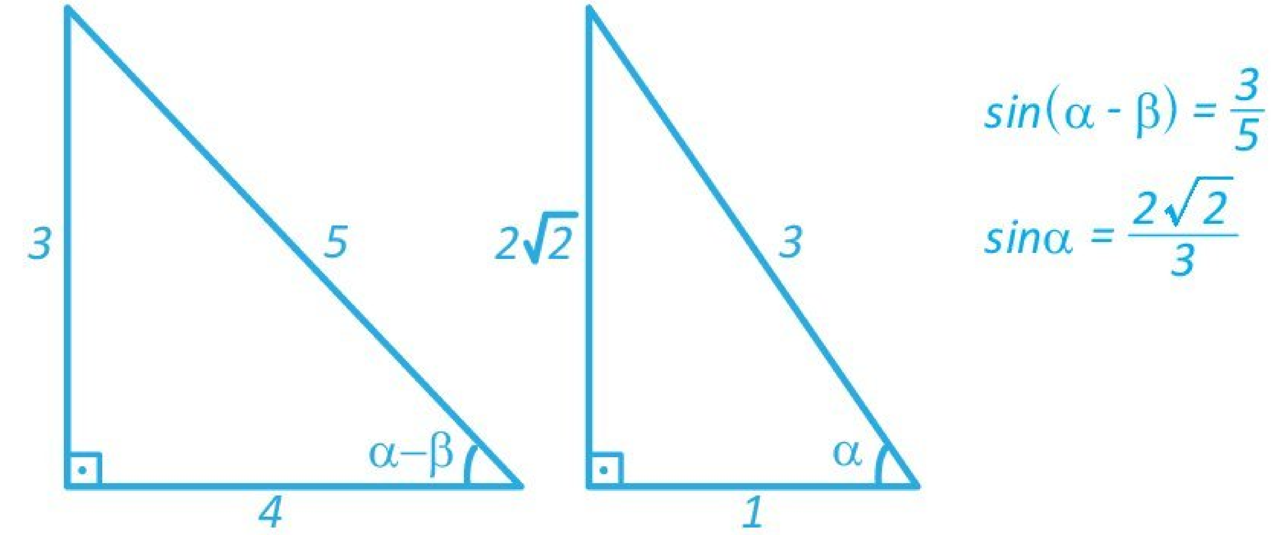
$=1+1+2(\cos x.\cos y-\sin x.\sin y)$
$=2+2\cos(x+y)$
$=2+2\cos\dfrac{2\pi}{3}$
$=2-1$
$=1$ *Cevap: C*

4. $\cos(\alpha-\beta)=\dfrac{4}{5}$ ve $\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$

olduğuna göre, sin(β) değeri kaçtır?

A) $\dfrac{8\sqrt{2}-3}{15}$ B) $\dfrac{7\sqrt{2}-3}{15}$ C) $\dfrac{3\sqrt{2}-1}{5}$

D) $\dfrac{5\sqrt{2}-3}{15}$ E) $\dfrac{4\sqrt{2}-3}{15}$



$\sin(\alpha-\beta)=\dfrac{3}{5}$

$\sin\alpha=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

$\sin\beta=\sin[\alpha-(\alpha-\beta)]=\sin\alpha\cdot\cos(\alpha-\beta)-\cos\alpha\cdot\sin(\alpha-\beta)$

$=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\cdot\dfrac{4}{5}-\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{3}{5}=\dfrac{8\sqrt{2}-3}{15}$ *Cevap: A*

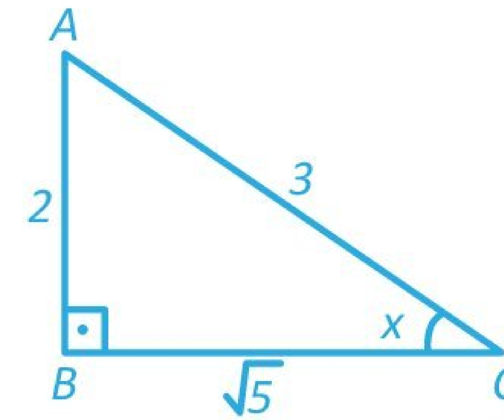
5. **$0<x<\dfrac{\pi}{2}$ olmak üzere,**

$\cos(x)=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

ise cos(x – 60) ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\dfrac{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}{6}$ B) $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{6}$ C) $\dfrac{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}{6}$

D) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{6}$ E) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{6}$



$\cos(x-60)=\cos x.\cos 60+\sin x.\sin 60$

$=\dfrac{\sqrt{5}}{3}\cdot\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

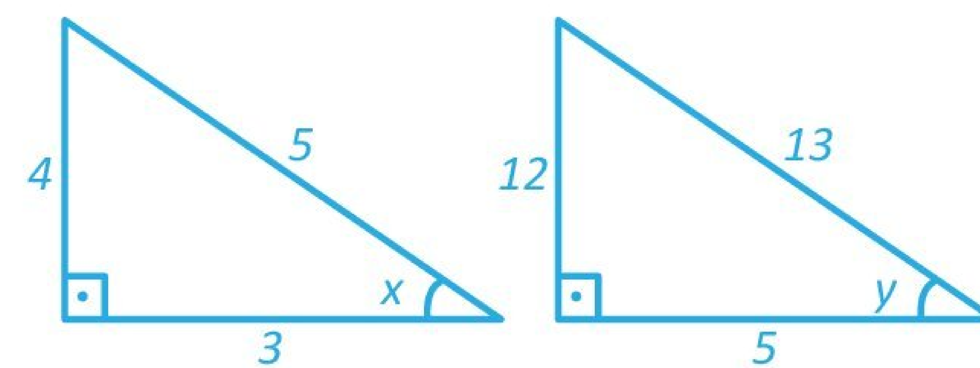
$=\dfrac{\sqrt{5}}{6}+\dfrac{2\sqrt{3}}{6}=\dfrac{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}{6}$ *Cevap: C*

6. **x ve y dar açı olmak üzere,**

$\sin(x)=\dfrac{4}{5}$ ve $\sin(y)=\dfrac{12}{13}$

ise sin (x – y) ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\dfrac{24}{65}$ B) $\dfrac{16}{65}$ C) $\dfrac{8}{65}$ D) $-\dfrac{16}{65}$ E) $-\dfrac{24}{65}$



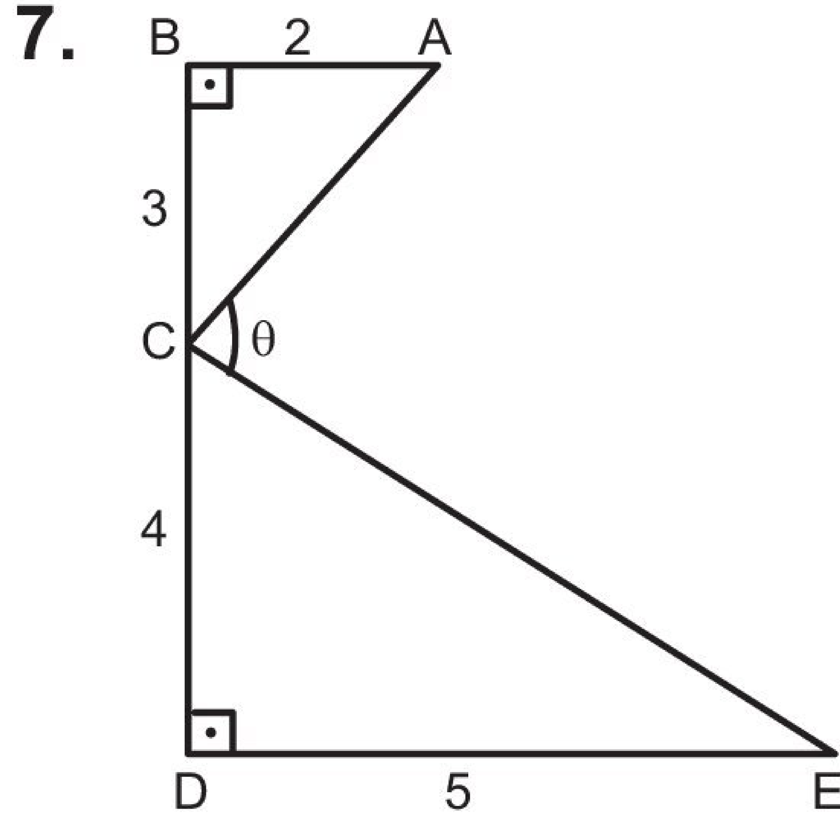
$\sin(x-y)=\sin x.\cos y-\cos x.\sin y$

$=\dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{5}{13}-\dfrac{3}{5}\cdot\dfrac{12}{13}$

$=\dfrac{20}{65}-\dfrac{36}{65}=-\dfrac{16}{65}$

Cevap: D

7.



Şekilde AB ⊥ BD

DE ⊥ BD

|AB| = 2 cm

|BC| = 3 cm

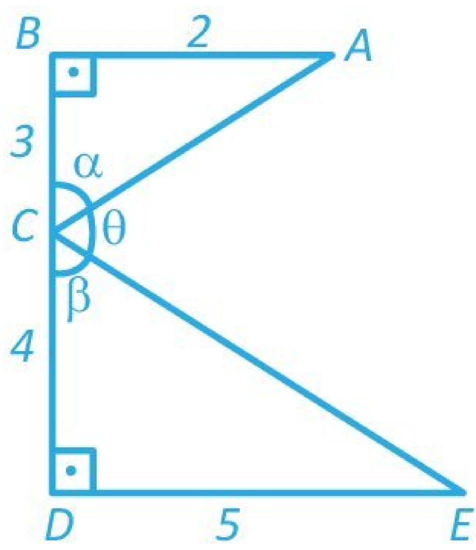
|CD| = 4 cm

|DE| = 5 cm

$m(\widehat{ACE}) = \theta$

olduğuna göre, tanθ değeri kaçtır?

A) $-\frac{23}{2}$ B) –11 C) $-\frac{21}{2}$ D) –10 E) $-\frac{19}{2}$



$\tan\alpha = \frac{2}{3}, \tan\beta = \frac{5}{4}$

$\theta = 180 - (\alpha + \beta)$

$\tan\theta = -\tan(\alpha+\beta) = \dfrac{\frac{2}{3}+\frac{5}{4}}{1-\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}}$

$= -\dfrac{\frac{8+15}{12}}{\frac{2}{12}} = \frac{23}{12}\cdot\frac{12}{2} = -\frac{23}{2}$

Cevap: A

8. f(x, y) = 4sinx + 3cosy

h(θ) = 4sinθ + 3cosθ

f(x, y) nin alabileceği en büyük değer h(θ) nın alabileceği en küçük değerden kaç fazladır?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

7 – (–5) = 12

Cevap: A

9. $\cos\frac{5\pi}{12} + \cos\frac{\pi}{12}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{6}}{8}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D) $\sqrt{6}-1$ E) $\sqrt{6}-2$

$\cos(75°) = \cos(45° + 30°) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

$\cos(15°) = \cos(45° - 30°) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} = \frac{2\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

Cevap: C

10. ABC üçgeninde

$\cos(\widehat{A})\cdot\cos(\widehat{B}) = \frac{2}{3}$ ve

$\sin(\widehat{A})\cdot\sin(\widehat{B}) = \frac{1}{6}$

olduğuna göre, $\tan(\widehat{C})$ değeri kaçtır?

A) $-\sqrt{3}$ B) $-\sqrt{2}$ C) –1 D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

cos(A + B) = cosA . cosB – sinA . sinB

$= \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$

$A + B = 60°$ $\widehat{C} = 120°$ $\tan\widehat{C} = -\sqrt{3}$

Cevap: A

11. $\tan\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) = 5$

olduğuna göre, cot(x) değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{3}{2}$

tanx= ? yazalım

$\frac{?+(-1)}{1-?(-1)} = 5$

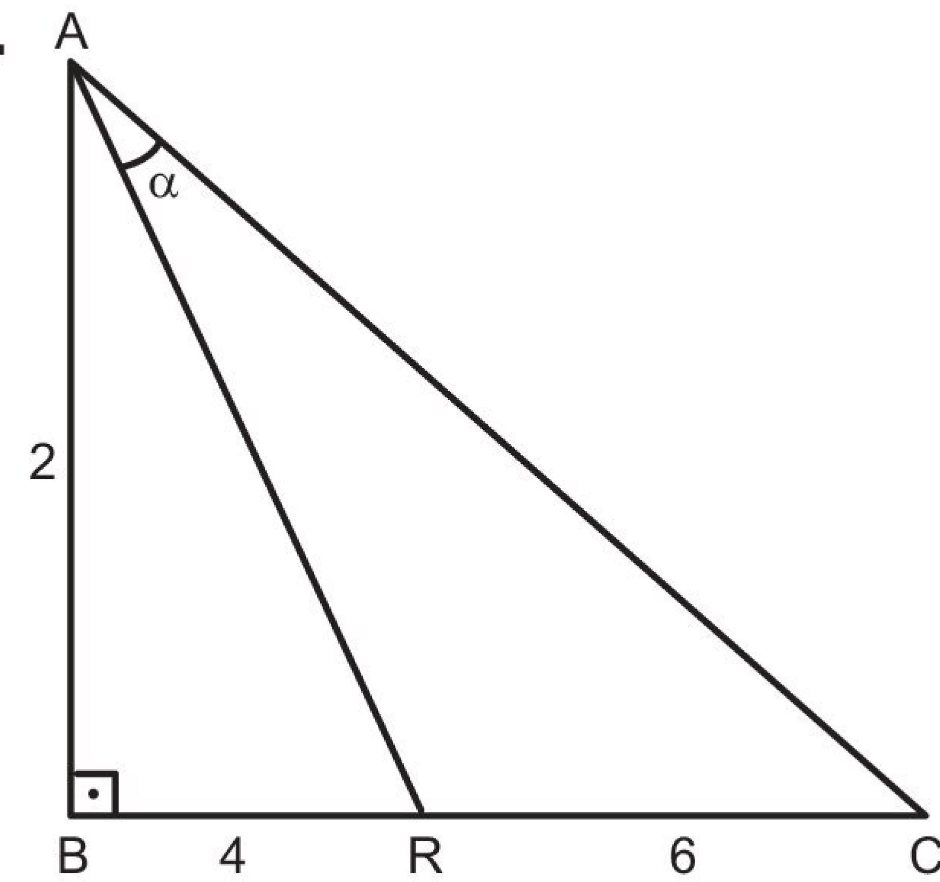
$5 + 5? = ? - 1$

$4? = -6$

$? = -\frac{3}{1} = \tan x \Rightarrow \cot x = -\frac{2}{3}$

Cevap: D

12.



Şekilde ABC dik üçgeninde,

|AB| = 2 cm

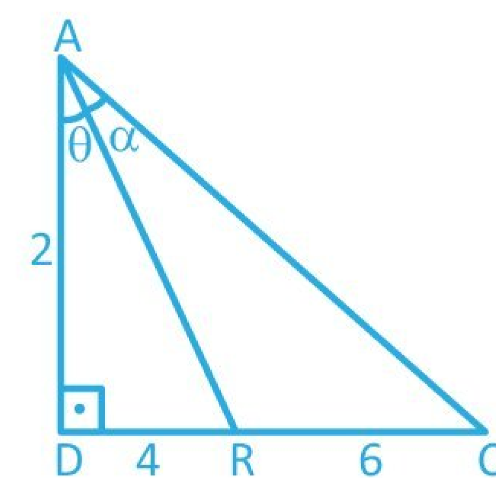
|BR| = 4 cm,

|RC| = 6 cm

$m(\widehat{RAC}) = \alpha$

olduğuna göre, tanα ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{11}$ B) $\frac{2}{11}$ C) $\frac{3}{11}$ D) $\frac{4}{11}$ E) $\frac{5}{11}$



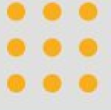
$\tan\theta = \frac{4}{2} = 2$

$\tan(\alpha+\theta) = \frac{10}{2} = 5$

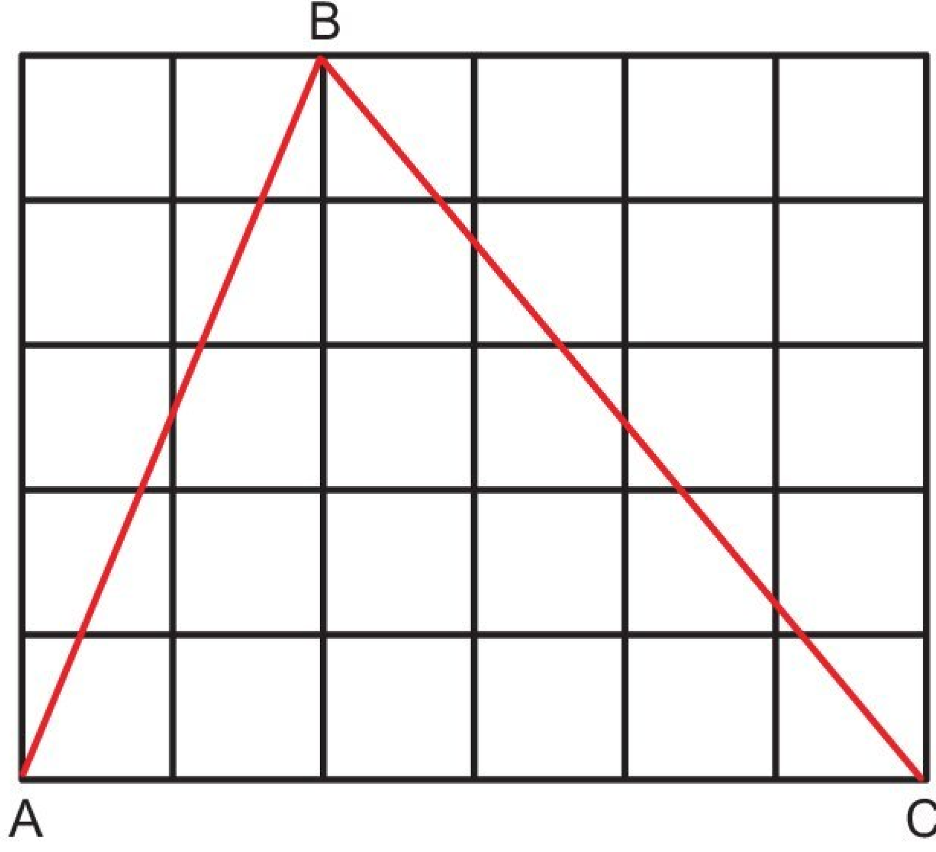
$\tan\alpha = \tan(\alpha+\theta) = \frac{5-2}{1+5\cdot2} = \frac{3}{11}$

Cevap: C

1.E 2.D 3.C 4.A 5.C 6.D 7.A 8.A 9.C 10.A 11.D 12.C

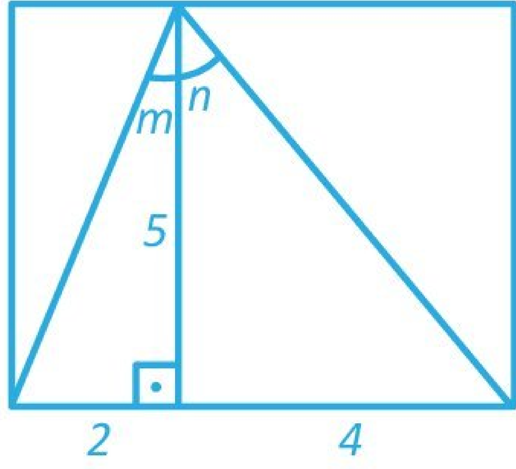


1.



Yukarıdaki birim kareli zeminde $m(\widehat{ABC}) = \alpha$ olduğuna göre, tan(α) değeri kaçtır?

A) $\frac{15}{17}$ B) $\frac{20}{17}$ C) $\frac{25}{17}$ D) $\frac{30}{17}$ E) $\frac{35}{17}$

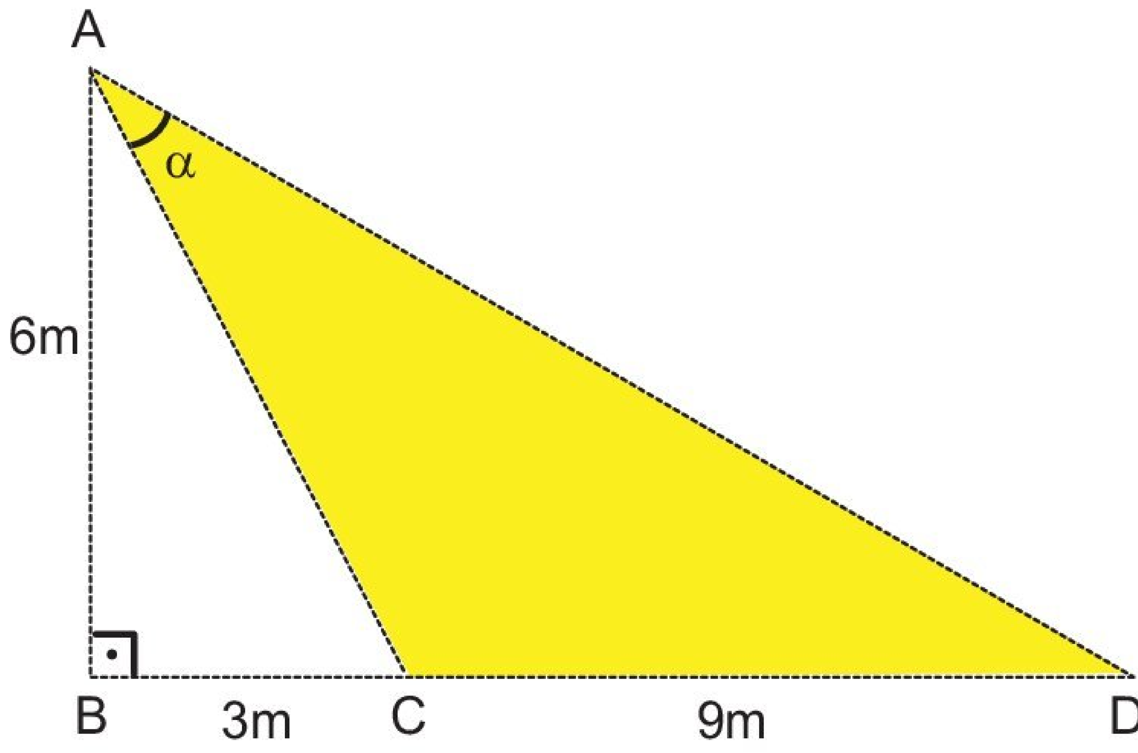


$tan(m) = \frac{2}{5}, tan\ n = \left(\frac{4}{5}\right)$

$tan(m+n) = \frac{\frac{2}{5}+\frac{4}{5}}{1-\frac{2}{5}\cdot\frac{4}{5}} = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{17}{25}} = \frac{30}{17}$

Cevap: D

2. **Şekildeki A noktasında bulunan ışık kaynağı kendisinden 6m aşağıda ve 3m ilerideki yolun 9 metre genişliğindeki kısmını aydınlatmaktadır.**

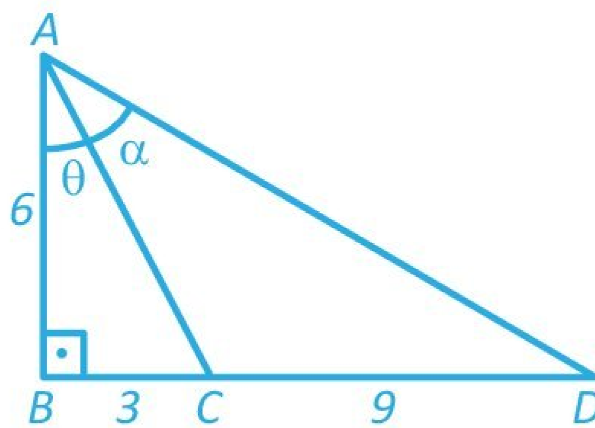


$[AB] \perp [BC]$

$m(\widehat{CAD}) = \alpha$

Buna göre, sin(α) değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{12}{13}$ E) $\frac{24}{25}$



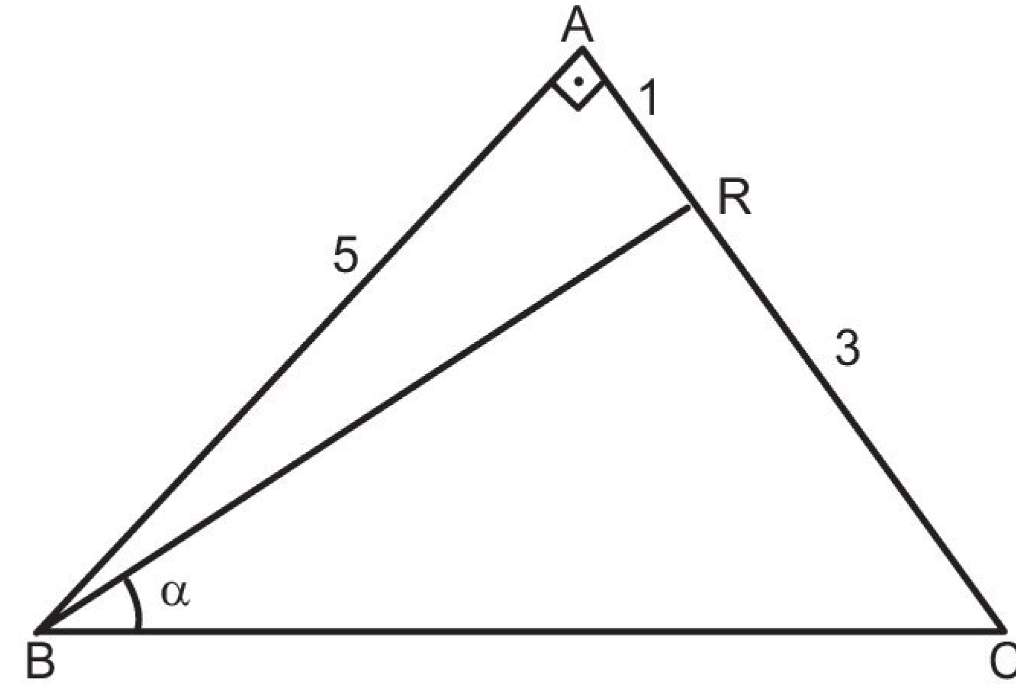
$tan(\alpha+\theta) = \frac{12}{6} = 2 \quad tan\theta = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$tan\alpha = tan((\alpha+\theta)-\theta) = \frac{2-\frac{1}{2}}{1+2\cdot\frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow sin\alpha = \frac{3}{5}$

Cevap: C

3.



Şekildeki BAC dik üçgeninde,

|AB| = 5 cm,

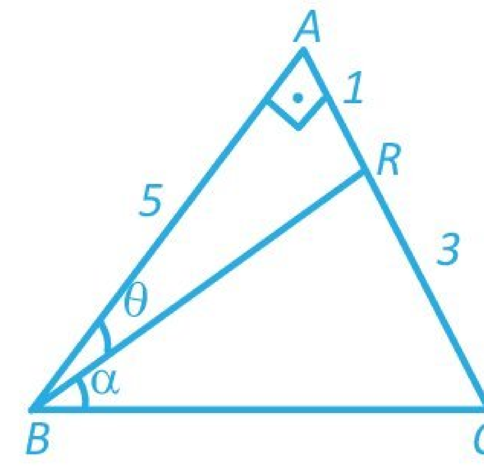
|AR| = 1 cm,

|RC| = 3 cm,

$m(\widehat{RBC}) = \alpha$

olduğuna göre, cotα değeri kaçtır?

A) $\frac{29}{15}$ B) 2 C) $\frac{31}{15}$ D) $\frac{32}{15}$ E) $\frac{11}{5}$



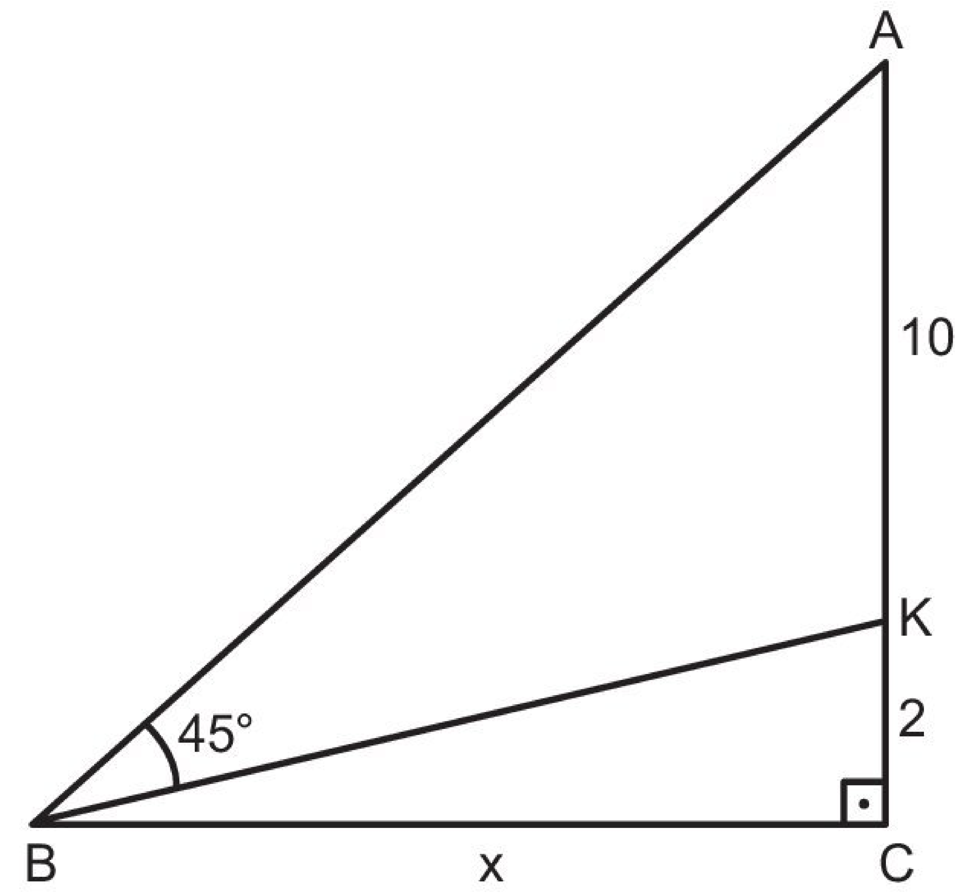
$tan\theta = \frac{1}{5}, tan(\alpha+\theta) = \frac{4}{5}$

$tan\alpha = tan((\alpha+\theta)-\theta) = \frac{\frac{4}{5}-\frac{1}{5}}{1+\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5}} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{29}{25}} = \frac{15}{29}$

$\Rightarrow cot\alpha = \frac{29}{15}$

Cevap: A

4.



Şekilde ABC dik üçgeninde

$m(\widehat{C}) = 90°$,

$|AK| = 10$ cm,

$|KC| = 2$ cm,

$m(\widehat{ABK}) = 45°$

olduğuna göre, |BC| = x kaç cm olabilir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$tan(\widehat{KBC}) = tan\theta = \frac{2}{x}, tan(45+\theta) = \frac{12}{x}$

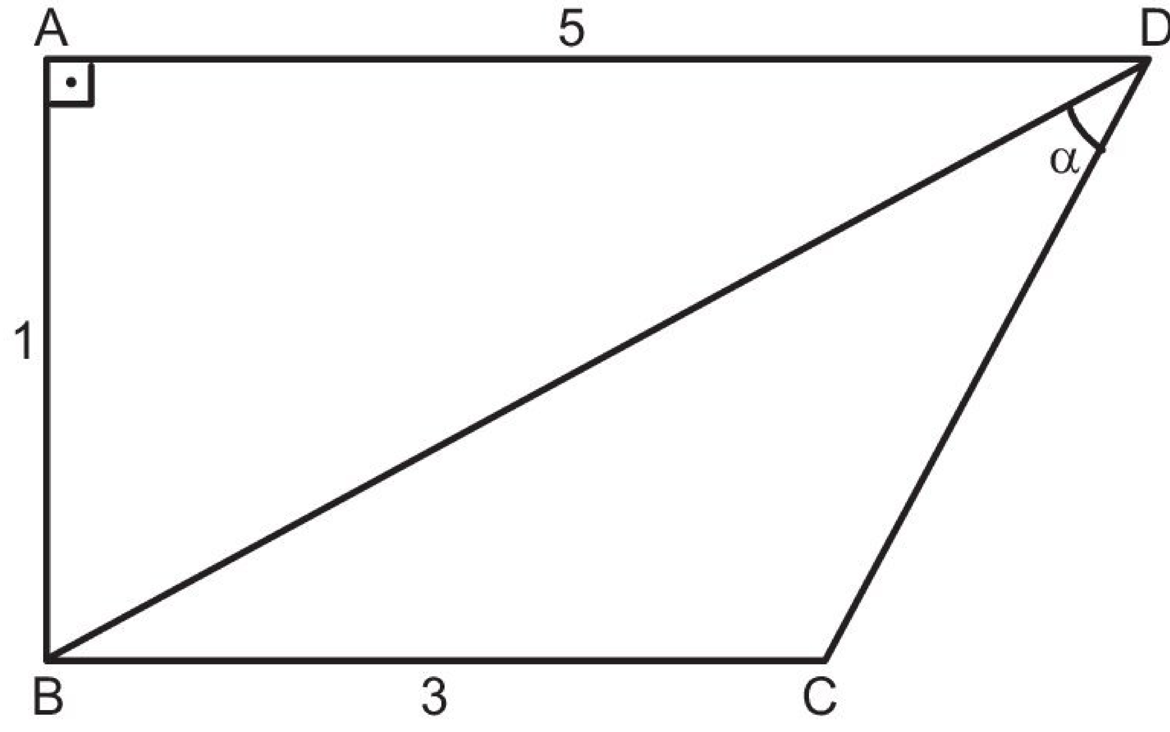
$tan\theta = tan[(45+\theta)-45] = \frac{\frac{12}{x}-1}{1+\frac{12}{x}\cdot 1} = \frac{\frac{12-x}{x}}{\frac{x+12}{x}} = \frac{2}{x} = \frac{12-x}{x+12}$

$\Rightarrow 2x+24 = 12x-x^2, x^2-10x+24 = 0$

$(x-6)(x-4) = 0, x = 6, \boxed{x = 4}$

Cevap: D

5. Aşağıda ABCD dik yamuğu verilmiştir.



|AD| = 5 cm,

|AB| = 1 cm,

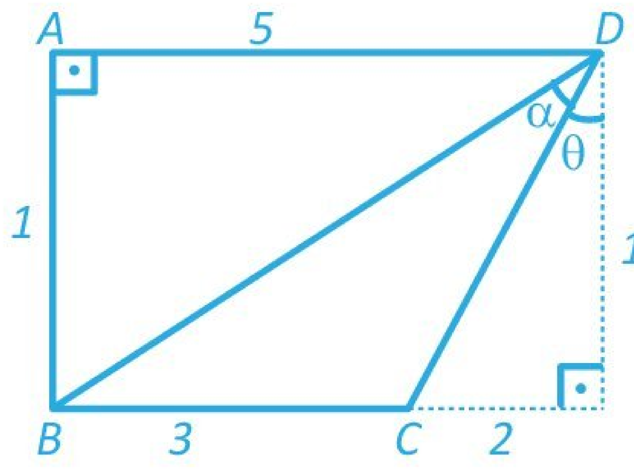
|BC| = 3 cm,

[BA] ⊥ [AD], [AD] // [BC],

$m(\widehat{BDC}) = \alpha$

olduğuna göre, cotα değeri kaçtır?

A) $\frac{10}{9}$ B) $\frac{11}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{9}{10}$ E) $\frac{9}{11}$



$\tan\theta = 2$

$\tan(\alpha + \theta) = 5$

$\tan\alpha = \tan[(\alpha + \theta) - \theta] = \frac{5 - 2}{1 + 5 \cdot 2} = \frac{3}{11}$

$\cot\alpha = \frac{11}{3}$

Cevap: B

6. Şekildeki ABCD dikdörtgeninde,

|AK| = 1 cm,

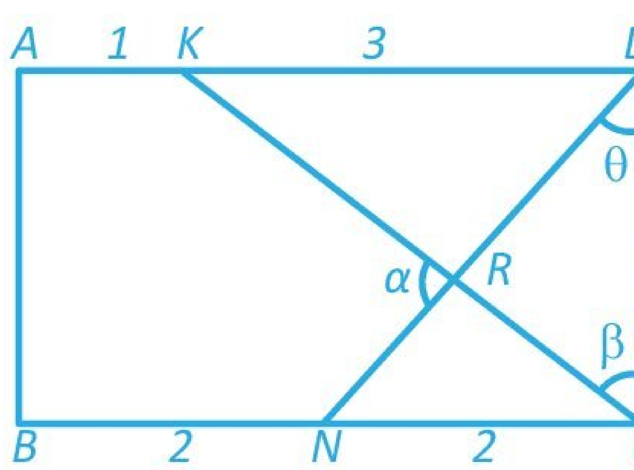
|KD| = 3 cm,

|DC|=|BN|=|NC|=2 cm,

$m(\widehat{KRN}) = \alpha$

olduğuna göre, tanα değeri kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) –4 E) –5



$\tan\theta = \frac{2}{2} = 1$

$\tan\beta = \frac{3}{2}$

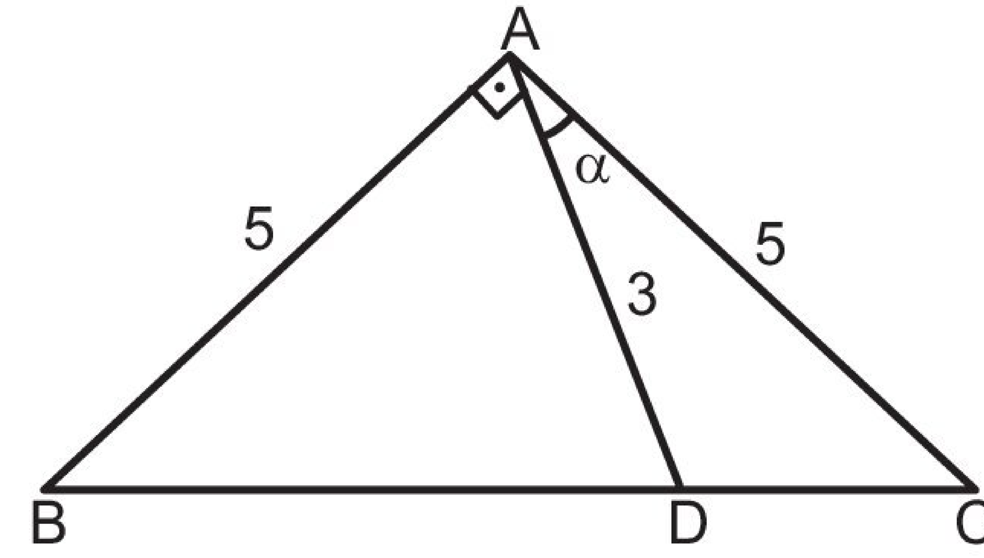
$\alpha + \theta + \beta)180 \quad \alpha = 180 - (\theta - \beta)$

$\tan\alpha = \tan[180 - (\theta + \beta)] = -\tan(\theta + \beta)$

$= -\frac{1 + \frac{3}{2}}{1 - 1 \cdot \frac{3}{2}} = -\frac{\frac{5}{2}}{-\frac{1}{2}} = 5$

Cevap: A

7.



ABC ikizkenar üçgeninde,

[BA] ⊥ [AD] dir.

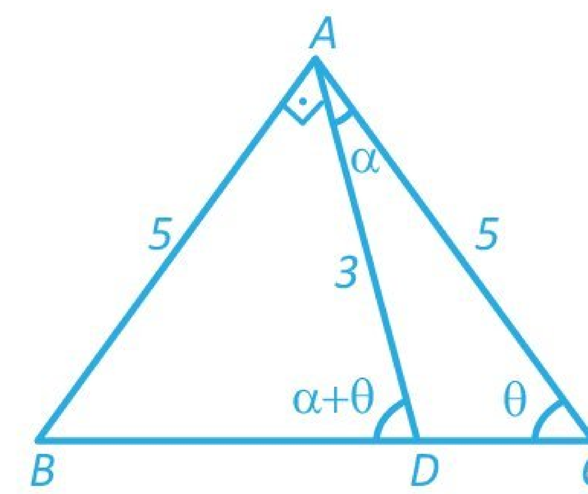
|AB| = |AC| = 5 cm,

|AD| = 3 cm,

$m(\widehat{DAC}) = \alpha$

olduğuna göre, cotα değeri kaçtır?

A) $\frac{7}{15}$ B) $\frac{8}{15}$ C) $\frac{15}{8}$ D) $\frac{15}{7}$ E) $\frac{5}{2}$



ABD üçgeninde $\tan\theta = \frac{3}{5}$

$\tan(\alpha + \theta) = \frac{5}{3}$

$\tan\alpha = \tan[(\alpha + \theta) - \theta] = \frac{\frac{5}{3} - \frac{3}{5}}{1 + \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5}} = \frac{\frac{16}{15}}{2} = \frac{8}{15}$

$\cot\alpha = \frac{15}{8}$

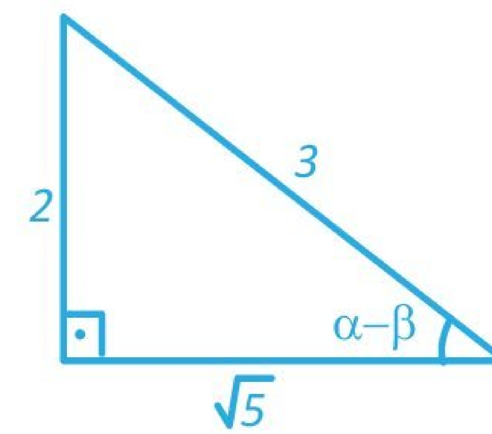
Cevap: C

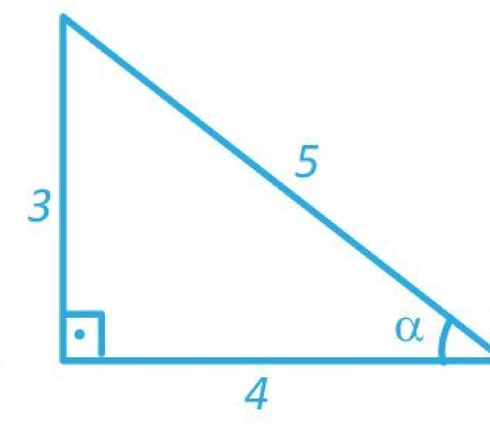
8. α ve α - β dar açıdır.

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{2}{3} \text{ ve } \sin\alpha = \frac{3}{5}$$

olduğuna göre, cosβ değeri kaçtır?

A) $\frac{4\sqrt{5} + 6}{15}$ B) $\frac{6 + 3\sqrt{5}}{15}$ C) $\frac{8 + 2\sqrt{5}}{15}$ D) $\frac{9 - 2\sqrt{5}}{15}$ E) $\frac{3 - \sqrt{5}}{15}$





$\cos(\alpha - \beta) = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ve $\cos\alpha = \frac{4}{5}$

$\cos\beta = \cos[\alpha - (\alpha - \beta)] = \frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{5} + 6}{15}$

Cevap: A

1.D 2.C 3.A 4.D 5.B 6.A 7.C 8.A

İKİ KAT AÇI FORMÜLLERİ

> sin(a + b) = sin(a) . cos(b) + cos(a) . sin(b) eşitliğinde b yerine a yazılarak

I) $\boxed{\sin(2a) = 2\sin(a)\cdot\cos(a)}$ eşitliği elde edilir.

Örnek 1

Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) sin(60°) = 2sin(30°) . cos(30°)

B) 2sin(18°) . cos(18°) = sin(36°)

C) $\sin(3x) = 2\sin\left(\frac{3x}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{3x}{2}\right)$

D) $2\sin\left(\frac{x}{5}\right)\cdot\cos\left(\frac{x}{10}\right) = \sin\left(\frac{x}{10}\right)$

E) $\frac{1}{2}\cdot\sin\left(\frac{x}{3}\right) = \sin\left(\frac{x}{6}\right)\cdot\cos\left(\frac{x}{6}\right)$

$Sin\left(\frac{x}{5}\right) = 2Cos\left(\frac{x}{10}\right)\cdot Sin\left(\frac{x}{10}\right)$ dır. *Cevap: D*

> cos(a + b) = cos(a) . cos(b) – sin(a) . sin(b) eşitliğinde b yerine a yazılarak,

I) $\boxed{\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a)}$ eşitliği elde edilir.

II) $\cos^2(a)$ yerine $1 - \sin^2(a)$ yazılarak

$\boxed{\cos(2a) = 1 - 2\sin^2(a)}$ eşitliği elde edilir.

III) denklem (II) de $\sin^2(a)$ yerine $1 - \cos^2(a)$ yazılarak

$\boxed{\cos(2a) = 2\cos^2(a) - 1}$ eşitliği elde edilir.

Örnek 2

I. $\cos(120°) = \cos^2(60°) - \sin^2(60°)$

II. $\cos(60°) = 1 - 2\sin^2(30°)$

III. $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 2\cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) - 1$

IV. $\cos(44°) = \cos^2(22°) - \cos^2(68°)$

V. $\cos(70°) = 1 - 2\cos^2(55°)$

VI. $\cos x = 2\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - 1$

ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Verilen ifadelerin hepsi doğrudur. *Cevap: A*

Örnek 3

I. sin(17°) = x ise cos(34°) = $1 - 2x^2$ dir.

II. cos(20°) = m ise cos(40°) = $2m^2 - 1$ dir.

III. sin(14°) = a ise cos(152°) = $2a^2 - 1$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

I) doğru $Cos(34°) = 1 - 2Sin(17°)$ II) Doğru, $Cos(40°) = 2Cos^2(20°) - 1$
III) Doğru, $Cos(152°) = -Cos(28°) = -(1 - 2Sin^2(14°)) = 2Sin^2(14°) - 1$ *Cevap: E*

Çıkmış Soru 1

$$\frac{2\tan x - \sin(2x)}{\sin^2 x}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2tanx B) tan(2x) C) 2cosx D) cos(2x) E) 1

2020 AYT

Pay : $\frac{2Sinx}{Cosx} - \frac{2Sinx\cdot Cosx}{1} = 2Sinx\left(\frac{1}{cosx} - cosx\right)$

Payda: $\frac{2Sinx}{Cosx}(1 - cos^2x) = \frac{2Sinx\cdot Sin^2x}{cosx}$

Sonuç $= \frac{2Sinx\cdot sin^2x}{Cosx\cdot Sin^2x} = 2tanx$ *Cevap: A*

Örnek 4

$x^2 - mx + n = 0$

denkleminin kökleri $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$ ve $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ olduğuna göre, $n \cdot m^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1+\sqrt{2}}{16}$ B) $\frac{\sqrt{2}+2}{16}$ C) $\frac{1+\sqrt{2}}{8}$ D) $\frac{\sqrt{2}+2}{8}$ E) $\frac{1+\sqrt{2}}{4}$

$n = sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\cdot cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ *$m = sin\left(\frac{\pi}{8}\right) + cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$*

$2n = sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ *$m^2 = 1 + sin\frac{\pi}{4} = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$*

$n = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow$

$n\cdot m^2 = \frac{\sqrt{2}}{4}\cdot\frac{2+\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}+1}{4}$

Cevap: E



Çıkmış Soru 2

$$\frac{\cot(34°)\cdot\sin(44°)}{\sin(22°)\cdot\sin(56°)}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\cos(22°)$ B) $2\cos(56°)$ C) $4\sin(44°)$

D) $4\cos(34°)$ E) $4\tan(56°)$

2018 AYT

Sonuç $= \dfrac{\cancel{\text{Cos}(34°)}\cdot 2\text{Sin}(22°)\text{Cos}(22°)}{\text{Sin}(34°)\cdot\text{Sin}(22°)\cdot\cancel{\text{Sin}(56°)}} = \dfrac{2\text{Cos}(22°)}{\text{Sin}(34°)}$

$= \dfrac{2\text{Sin}68°}{\text{Sin}34°} = \dfrac{2\cdot 2\cdot\text{Sin}(34°)(\text{Cos}34°)}{\text{Sin}(34°)} = 4\text{Cos}(34°)$

Cevap: D

Örnek 5

$$\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{4}\right)$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ C) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ D) $\dfrac{\sqrt{10}}{4}$ E) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\alpha = \frac{1}{2}\arccos\frac{1}{4}$

$2\alpha = \arccos\frac{1}{4}$

$\cos 2\alpha = \frac{1}{4}$

$2\cos^2\alpha - 1 = \frac{1}{4}$

$\cos^2\alpha = \frac{5}{8} = \frac{10}{16} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{10}}{4}$ *olur.*

Cevap: D

Çıkmış Soru 3

$$\sum_{k=2}^{4}\text{Cos}(2kx) = A$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre,

$$\sum_{k=2}^{4}\text{Cos}^2(kx)$$

ifadesinin A türünden eşiti nedir?

A) A + 2 B) A + 4 C) $\dfrac{A+1}{2}$

D) $\dfrac{A+2}{2}$ E) $\dfrac{A+3}{2}$

2017 LYS

$A = \text{Cos}4x + \text{Cos}6x + \text{Cos}8x$

$B = \text{Cos}^2(2x) + \text{Cos}^2(3x) + \text{Cos}^2(4x)$

$B = \dfrac{\text{Cos}(4x)+1}{2} + \dfrac{\text{Cos}(6x)+1}{2} + \dfrac{\text{Cos}(8x)+1}{2}$

$B = \dfrac{A+3}{2}$

Cevap: E

> $\tan(a+b) = \dfrac{\tan(a)+\tan(b)}{1-\tan(a)\cdot\tan(b)}$ denkleminde b yerine a yazılarak $\boxed{\tan(2a) = \dfrac{2\tan(a)}{1-\tan^2(a)}}$ denklemi elde edilir.

$\boxed{\text{Cot}(2a) = \dfrac{1}{\tan(2a)}}$ dır.

Örnek 6

I. $\dfrac{2\tan(75°)}{1-\tan^2(75°)} = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

II. $\dfrac{1-\tan^2\left(\frac{3\pi}{8}\right)}{2\tan\left(\frac{3\pi}{8}\right)} = -1$

III. $\tan(\alpha) = 4$ iken $\tan(2\alpha) = \dfrac{8}{15}$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) II ve III

I) $\tan(150°) = -\tan(30°) = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ *doğru*

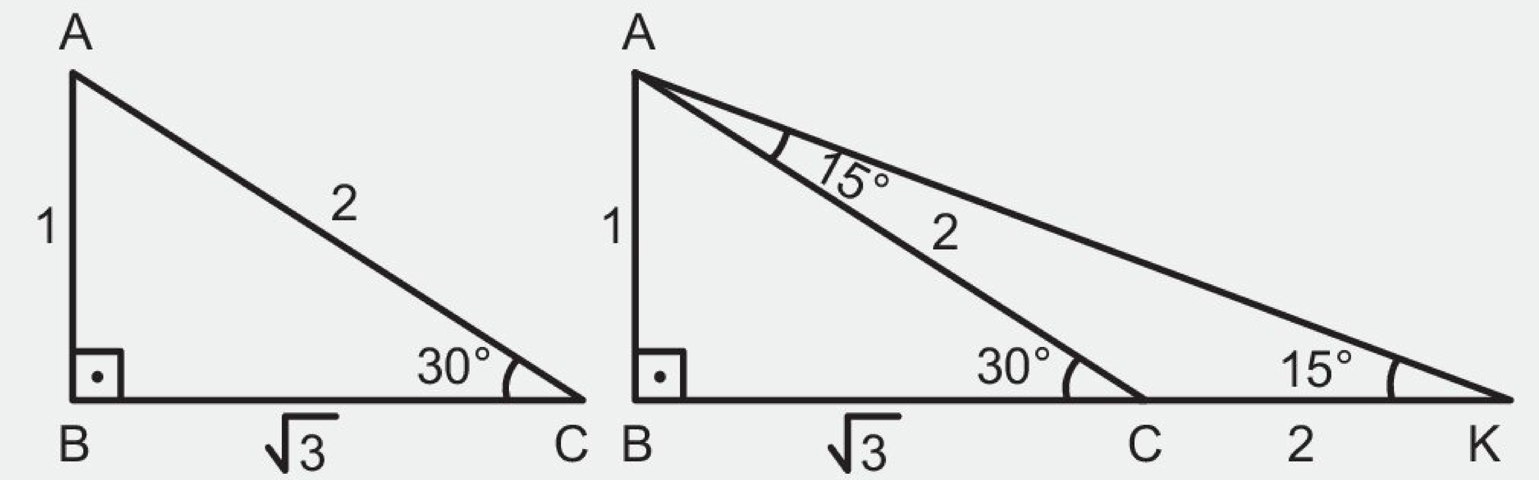
II) $\dfrac{1}{\tan\left(\frac{3\pi}{4}\right)} = -1$ *doğru*

III) $\tan(2\alpha) = \dfrac{2\cdot 4}{1-16} = -\dfrac{8}{15}$

Cevap: D

Örnek 7

$\widehat{ACB}$ dar açı ve $m(\widehat{ACB}) = \alpha$ (Şekilde 30°) olmak üzere, $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ ve $\text{Cot}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ (Şekilde tan(15°) ve Cot(15°) değerlerini hesaplamak için aşağıdaki şekilde ABC dik üçgeninden ABK dik üçgeni elde edilmiştir.



Buna göre,

I. $\text{Cot}(15°) = 2+\sqrt{3}$

II. $\tan(15°) = \dfrac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$

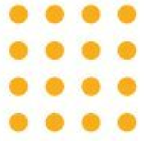
III. $\tan(15°)\,.\,\text{Cot}(15°) = 1$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III

D) II ve III E) I, II ve III

ABK üçgeninde verilenlerin hepsinin doğru olduğu görülür. *Cevap: E*



Örnek 8

$\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\tan x = \frac{3}{4}$$

olduğuna göre, $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –2 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

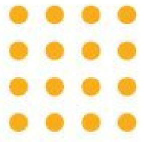
$\frac{3}{4} = \frac{2\tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1-\tan^2\left(\frac{x}{2}\right)} \Rightarrow 8\tan\left(\frac{x}{2}\right) = 3 - 3\tan^2\left(\frac{x}{2}\right)$

$3\tan^2\left(\frac{x}{2}\right) + 8\tan\left(\frac{x}{2}\right) - 3 = 0$

$\left(3\tan\left(\frac{x}{2}\right) - 1\right)\left(\tan\left(\frac{x}{2}\right) + 3\right) = 0$

$\tan\left(\frac{x}{2}\right) \neq \frac{1}{3} \quad \tan\left(\frac{x}{2}\right) = -3$

Cevap: B



Çıkmış Soru 4

$$\frac{\cos^2(80°) + 5\sin^2(80°) - 3}{\cos(50°)}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) cot(50°) B) sec(20°) C) sec(40°)

D) cosec(20°) E) cosec(40°)

2021 AYT

Pay $= \text{Cos}^2(80°) + \text{Sin}^2(80°) + 4\text{Sin}^2(80°) - 3$

$= -2 + 4\text{Sin}^2(80°) =$

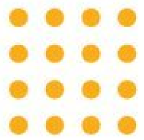
$= -2(1 - 2\text{Sin}^2(80°)) = -2\text{Cos}(160°)$

$= 2\text{Cos}(20°)$

Payda $= \text{Cos}(50°) = \text{Sin}(40°) = 2\text{Sin}(20°)\text{Cos}(20°$

$\frac{2\text{Cos}(20°)}{2\text{Cos}(20°)\text{Sin}(20°)} = \frac{1}{\text{Sin}(20°)} = \text{Cosec}(20°)$

Cevap: D



Örnek 9

0 < x < 45° olmak üzere,

$\sqrt{1 - \sin 2x}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2sinx – 1 B) 1 – 2cosx C) cosx – sinx

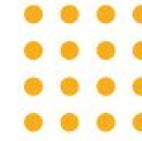
D) sinx – cosx E) sinx + cosx

$1 = \sin^2 x + \cos^2 x$, $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$ yazalım.

$\sqrt{1 - \sin 2x} = \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x - 2\sin x \cdot \cos x} = \sqrt{(\sin x - \cos x)^2}$

$= |\sin x - \cos x| = \cos x - \sin x$ olur.

Cevap: C



Örnek 10

$\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ olmak üzere,

$$\sqrt{1 - \cos 2x}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

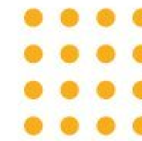
A) $\sqrt{2}\sin x$ B) $-\sqrt{2}\sin x$ C) $\sqrt{2}\cos x$

D) $-\sqrt{3}\cos x$ E) $-\sqrt{3}\sin x$

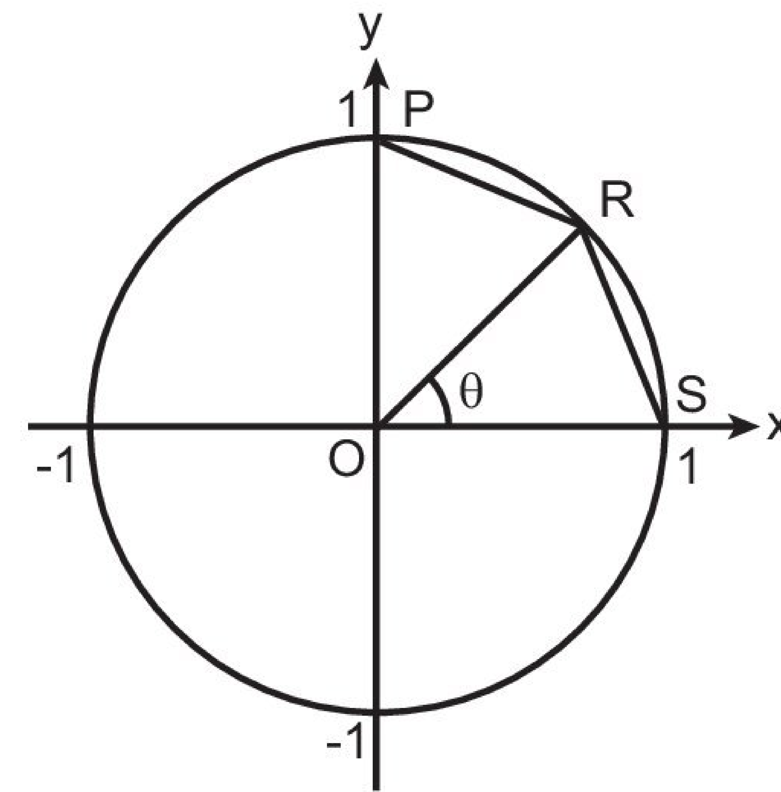
$\sqrt{1 - \cos 2x} = \sqrt{1 - (1 - 2\sin^2 x)} = \sqrt{2\sin^2 x} = \sqrt{2}\,\sin x = -\sqrt{2}\sin x$

Çünkü 4. bölgede sinx < 0 dır.

Cevap: B



Çıkmış Soru 5



Şekilde verilen O merkezli birim çemberin üzerindeki P(0, 1) ve S(1, 0) noktaları RO doğru parçasının x-ekseniyle yaptığı pozitif yönlü θ açısı kullanılarak tanımlanan yeni trigonometrik fonksiyonlar aşağıdaki gibidir.

kasθ = |RS|

sasθ = |RP|

Buna göre,

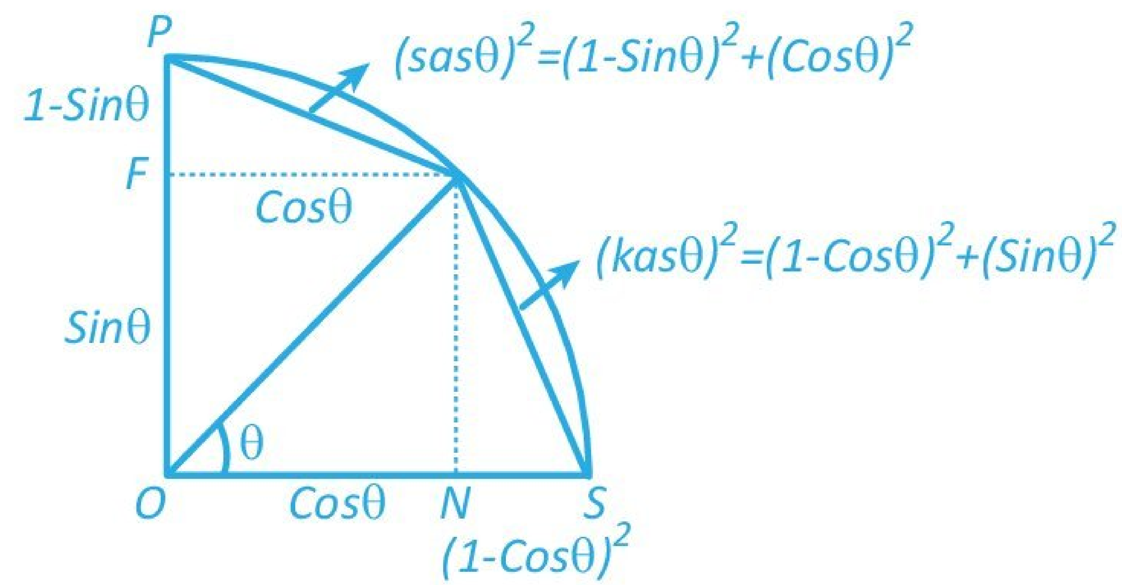
$$\frac{\text{kas}^2\theta}{2 - \text{sas}^2\theta}$$

ifadesi, tanımlı olduğu θ değerleri için aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) sin(2θ) B) $\cos^2(2\theta)$ C) secθ

D) $\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$ E) $\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$

2021 AYT



Sonuç $= \frac{1 + \cos^2\theta - 2\text{Cos}\theta + \text{Sin}^2\theta}{2 - (1 - 2\text{Sin}\theta + \text{Sin}^2\theta + \text{Cos}^2\theta)}$

$= \frac{2 - 2\text{Cos}\theta}{2\text{Sin}\theta} = \frac{2(1 - \text{Cos}\theta)}{2 \cdot \text{Sin}\theta}$

$= \frac{1 - \left(1 - 2\text{Sin}^2\frac{\theta}{2}\right)}{2\text{Sin}\frac{\theta}{2}\text{Cos}\frac{\theta}{2}} = \frac{2\text{Sin}^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{2\text{Sin}\left(\frac{\theta}{2}\right)\text{Cos}\left(\frac{\theta}{2}\right)}$

$= \frac{\text{Sin}\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\text{Cos}\left(\frac{\theta}{2}\right)} = \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$

Cevap: D

Örnek 11

$\sin(\pi - 2\arctan 3)$

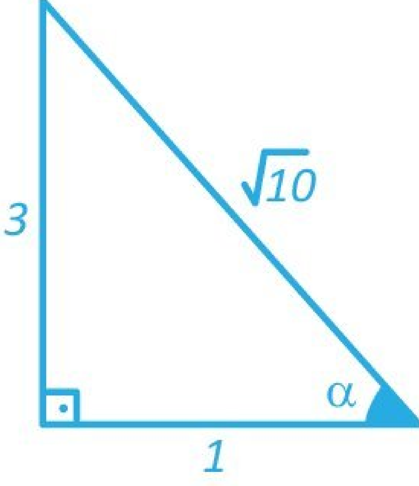
ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{5}{13}$ B) $\frac{12}{13}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{9}{10}$

$\alpha = \arctan 3 \Rightarrow \tan\alpha = 3$

$\sin(\pi - 2\alpha) = \sin 2\alpha$

$= 2\frac{3}{\sqrt{10}}\cdot\frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$



Cevap: C

Örnek 12

$$\frac{\sin 9x}{\sin 3x} + \frac{\cos 9x}{\cos 3x} = 3$$

olduğuna göre, $\sin^2 3x$ değeri kaçtır

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{16}$

Payda eşitleyelim

$\frac{\sin 9x\cdot\cos 3x + \cos 9x\cdot\sin 3x}{\sin x3\cdot\cos 3x} = \frac{\sin 12x}{\frac{1}{2}\sin 6x} = \frac{2\sin 6x\cdot\cos 6x}{\frac{1}{2}\sin 6x} = 4\cos 6x = 3 = \cos 6x = \frac{3}{4}$

$1 = 2\sin^2 3x = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} = 2\sin^2 3x \Rightarrow \frac{1}{8} = \sin^2 3x$

Cevap: B

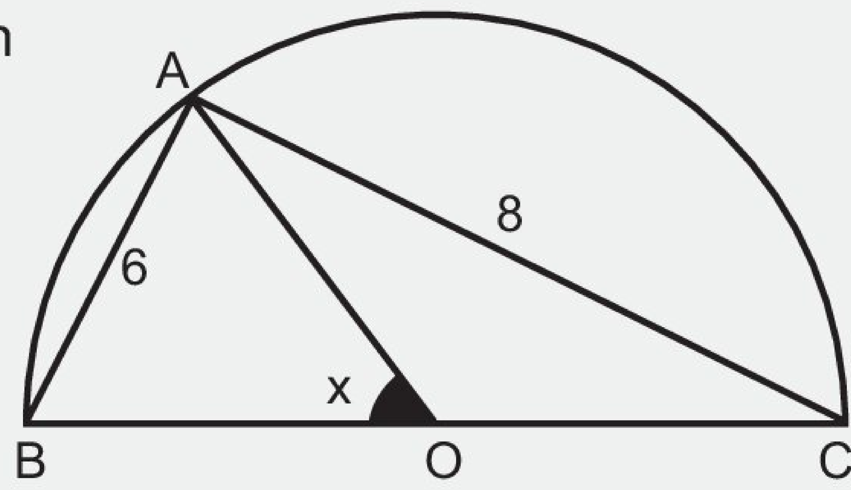
Örnek 13

O noktası yarım çemberin merkezi

$|AB| = 6$ cm

$|AC| = 8$ cm

$m(\widehat{AOB}) = x$



Yukarıdaki verilere göre, sin2x değeri kaçtır?

A) $\frac{336}{625}$ B) $\frac{338}{625}$ C) $\frac{342}{625}$ D) $\frac{344}{625}$ E) $\frac{346}{625}$

$\sin\frac{x}{2} = \frac{6}{10}$ ve $\cos\frac{x}{2} = \frac{8}{10}$

$\sin x = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$

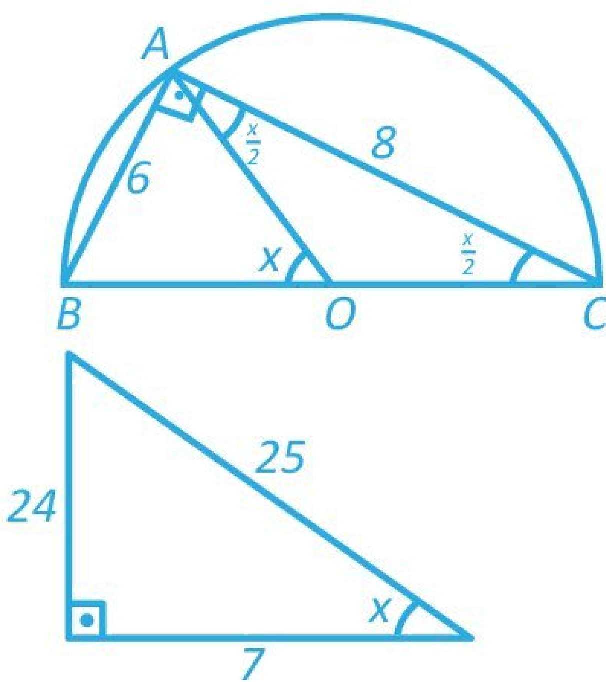
$= 2\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{5}$

$= \frac{24}{25}$

$\sin x = \frac{24}{25}$ ve $\cos x = \frac{7}{25}$

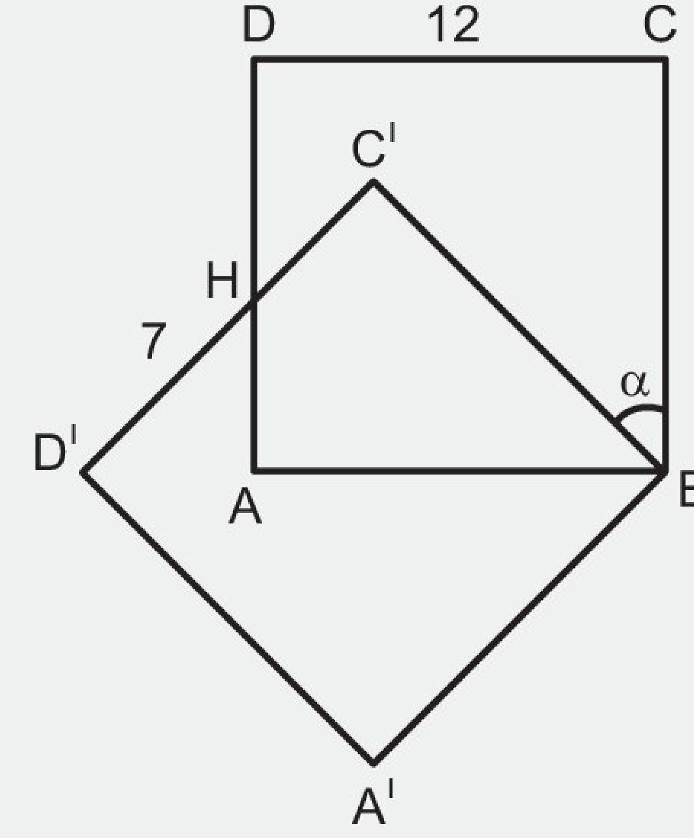
$\sin 2x = 2\sin x\cdot\cos x$

$= 2\frac{24}{25}\cdot\frac{7}{25} = \frac{336}{625}$



Cevap: A

Örnek 14



Şekilde bir kenarının uzunluğu 12 cm olan ABCD karesi ile ABCD karesinin B köşesi sabit kalmak üzere pozitif yönde α kadar döndürülmesiyle elde edilen BC'D'A' karesi verilmiştir.

|HD'| = 7 cm olduğuna göre, sinα değeri kaçtır?

A) $\frac{105}{169}$ B) $\frac{110}{169}$ C) $\frac{115}{169}$ D) $\frac{119}{169}$ E) $\frac{120}{169}$

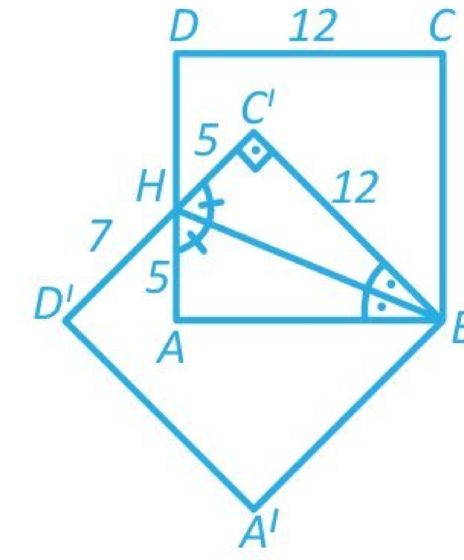
C'HB ve AHB üçgenleri eş üçgenlerdir.

$\cos(\theta) = \frac{12}{13}$

$\cos(2\theta) = 2\left(\frac{12}{13}\right)^2 - 1 = \frac{119}{169}$

$\alpha + 2\theta = \frac{\pi}{2}$

$\sin(\alpha) = \cos(2\theta) = \frac{119}{169}$



Cevap: D

Örnek 15

$\tan 7° = x$

olduğuna göre, cot142° değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x-1}{x+1}$ B) $\frac{x+1}{x-1}$ C) $\frac{2x-1}{x+1}$ D) $\frac{2x}{x-1}$ E) $\frac{x+1}{1-x}$

Önce tan7° den yarım açı formüllü ile tan14° ye geçeceğiz.

$\tan 14° = \frac{2\cdot\tan 7°}{1-\tan^2 7°} = \frac{2x}{1-x^2}$ olur.

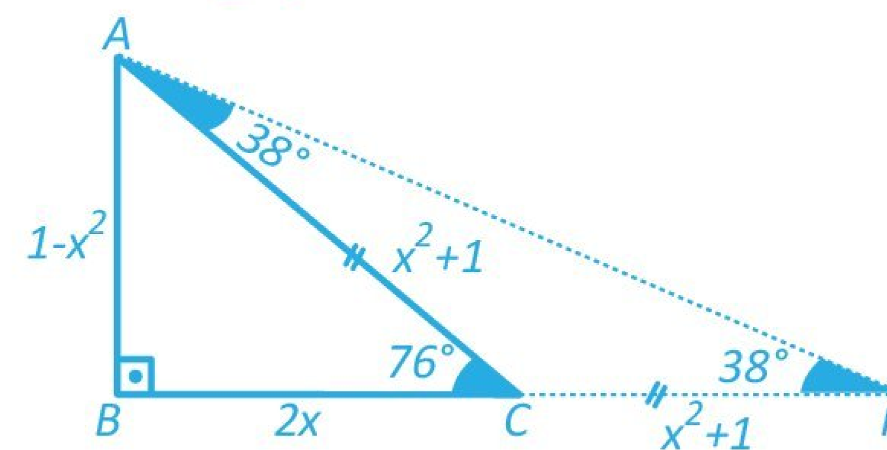
$\tan 14° = \cot 76°$ dir.

Öyleyse $\cot 76° = \frac{2x}{1-x^2}$ olur.

Sorulan cot142° değeri –cot38° ye eşittir.

–cot38° ifadesinin sonucunu bulacağız. 76° ise 38° nin iki katıdır.

$\cot 76° = \frac{2x}{1-x^2}$ olan dik üçgen çizilir. $|AC| = x^2 + 1$ olur.



ABD dik üçgeninde, sonucunu aradığımız –cot38°nin eşitini yazalım.

$-\cot 38° = -\frac{(x^2+1+2x)}{1-x^2} = -\frac{(x+1)\cdot(x+1)}{(1-x)\cdot(1+x)} = \boxed{\frac{x+1}{x-1}}$

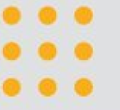
Cevap: B

Örnek Cevapları

1.D	2.A	3.E	4.E	5.D	6.D	7.E	8.B	9.C	10.B
11.C	12.B	13.A	14.D	15.B					

Çıkmış Soru Cevapları

1.A	2.D	3.E	4.D	5.D



1. I. $\dfrac{\sin 2x}{2\sin x \cdot \cos x} = 1$ II. $\dfrac{\sin 6x}{\sin 3x \cdot \cos 3x} = 2$

III. $\dfrac{2\sin 32°}{\sin 16° \cdot \cos 16°} = 4$ IV. $\dfrac{\cos 2x}{\sin^2 x - \cos^2 x} = -1$

V. $\dfrac{2\cos 56°}{1 - 2\sin^2 28°} = 2$ VI. $\dfrac{3\cos 38°}{2\sin^2 19° - 1} = -3$

Yukarıda verilen eşitliklerden kaç tanesi doğrudur?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

I. $\dfrac{\sin 2x}{\sin 2x} = 1$ II. $\dfrac{2\sin 3x \cdot \cos 3x}{\sin 3x \cdot \cos 3x} = 2$

III. $\dfrac{2 \cdot 2 \cdot \sin 16° \cdot \cos 16°}{\sin 16° \cdot \cos 16°} = 4$ IV. $\dfrac{\cos^2 x - \sin^2 x}{-(\cos^2 x - \sin^2 x)} = -1$

V. $\dfrac{2\cos 56°}{\cos 56°} = 2$ VI. $\dfrac{3\cos 18°}{-(\cos 18°)} = -3$

Verilen eşitliklerin altısı da doğrudur. Cevap: A

2. I. $\dfrac{\cos 26°}{1 - 2\sin^2 13°} = -1$ II. $\cos^2\dfrac{\pi}{8} - \sin^2\dfrac{\pi}{8} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

III. $1 - 2\sin^2\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ IV. $2\cos^2\dfrac{5\pi}{12} - 1 = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

V. $2\sin 15°\cos 165° = -\dfrac{1}{2}$ VI. $\sin 75° \cdot \cos 75° = \dfrac{1}{4}$

Yukarıda verilen eşitliklerden kaç tanesi doğrudur?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

I. $\dfrac{\cos 26°}{\cos 26°} = 1$ Yanlış II. $\cos\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

III. $\cos\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ IV. $\cos\dfrac{5\pi}{6} = -\cos\dfrac{\pi}{6} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

V. $2\sin 15 \cdot (-\cos 15) = -\sin 30 = -\dfrac{1}{2}$

VI. 2 ile çarpıp bölelim $\dfrac{2\sin 75° \cdot \cos 75°}{2} = \dfrac{\sin 150°}{2} = \dfrac{\frac{1}{2}}{2} = \dfrac{1}{4}$

I hariç geriye kalan 5 eşitlik doğrudur. Cevap: B

3. I. $\dfrac{2\tan 15°}{1 - \tan^2 15°} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ II. $\dfrac{2\tan\frac{\pi}{8}}{1 - \tan^2\frac{\pi}{8}} = \cot\dfrac{\pi}{4}$

III. $\dfrac{1 - \tan^2\frac{\pi}{12}}{2\tan\frac{\pi}{12}} = \sqrt{3}$ IV. $\sin 165° \cdot \cos 15° = \dfrac{1}{4}$

V. $\cos^4 15° - \sin^4 15° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ VI. $\sin^4 x - \cos^4 x = \cos 2x$

Yukarıda verilenlerden kaç tanesi doğrudur?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

I. $\tan 30° = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ II. $\tan\dfrac{\pi}{4} = 1 = \cot\dfrac{\pi}{4}$

III. $\dfrac{1}{\tan\frac{\pi}{6}} = \dfrac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$ IV. $\dfrac{2 \cdot \sin 15° \cdot \cos 15°}{2} = \dfrac{\sin 30°}{2} = \dfrac{1}{4}$

V. $(\cos^2 15° - \sin^2 15°)(\cos^2 15° + \sin^2 15°) = \cos 30° \,.\, 1 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

VI. $-(\cos^4 x - \sin^4 x) = -(\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) = -\cos 2x \,.\, 1 = -\cos(2x)$ olup

VI yanlıştır. Geriye kalan 5 tanesi doğrudur. Cevap: D

4. x dar açıdır.

I. $\sin x = \dfrac{2}{3}$ olduğuna göre, $\cos 2x = \dfrac{1}{9}$ dur.

II. $\cos x = \dfrac{1}{3}$ olduğuna göre, $\cos 2x = -\dfrac{7}{9}$ dur.

III. $\sin 19° = x$ olduğuna göre, $\cos 38° = 1 - 2x^2$ dir.

IV. $\cos 16° = x$ olduğuna göre, $\cos 32° = 2x^2 - 1$ dir.

V. $\cos 70° = x$ olduğuna göre, $\sin 35° = \sqrt{\dfrac{1-x}{2}}$ dir.

VI. $\cos x = \dfrac{1}{4}$ olduğuna göre, $\cos\dfrac{x}{2} = \dfrac{\sqrt{10}}{4}$ tür.

Yukarıda verilen ifadelerden kaç tanesi doğrudur?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

I. $\cos 2x = 1 - s \,.\, \sin^2 x = 1 - 2 \,.\, \dfrac{4}{9} = \dfrac{1}{9}$

II. $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 2 \,.\, \dfrac{1}{9} - 1 = -\dfrac{7}{9}$

III. $\cos 38° = 1 - 2\sin^2 19 = 1 - 2 \,.\, x^2$

IV. $\cos 32° = 2\cos^2 16° - 1 = 2x^2 - 1$

V. $\cos 70° = 1 - 2\sin^2 35° \Rightarrow \sin^2 35° = \dfrac{1 - \cos 70°}{2}$

$\sin 35° = \sqrt{\dfrac{1 - \cos 70°}{2}} = \sqrt{\dfrac{1-x}{2}}$

VI. $\cos x = 2\cos^2\dfrac{x}{2} - 1 \Rightarrow \cos^2\dfrac{x}{2} = \dfrac{1 + \cos x}{2}$

$\cos\dfrac{x}{2} = \sqrt{\dfrac{1 + \cos x}{2}} = \sqrt{\dfrac{1 + \frac{1}{4}}{2}} = \sqrt{\dfrac{5}{8}} = \sqrt{\dfrac{10}{16}} = \dfrac{\sqrt{10}}{4}$

Verilen ifadelerin hepsi doğrudur. Cevap: E

5. I. sin10° = x ve cos10° = y olduğuna göre, sin20° = 2xy dir.

II. cos40° = x olduğuna göre, $\cos 20° = \sqrt{\frac{x+1}{2}}$ dir.

III. $x = \frac{\pi}{12}$ olduğuna göre, $\frac{4\sin x \cdot \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ tür.

IV. $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$ olduğuna göre, $\sin 2x = -\frac{24}{25}$ tir.

V. $\sin x - \cos x = \frac{3}{4}$ olduğuna göre, $\sin 2x = \frac{7}{16}$ dır.

VI. sinx = k olduğuna göre, $\left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right)^2 = 1 - k$ dır.

Yukarıda verilen eşitliklerden kaç tanesi doğrudur?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

I. $\sin 20° = 2\sin 10° \cdot \cos 10° = 2xy$

II. $\cos 40° = 2\cos^2 20° - 1 \Rightarrow \cos 20° = \sqrt{\frac{1+\cos 40°}{2}} = \sqrt{\frac{1+x}{2}}$

III. $\frac{2 \cdot 2\sin x \cdot \cos x}{\cos 2x} = \frac{2\sin 2x}{\cos 2x} = 2\tan 2x = 2\tan\frac{\pi}{6} = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

III. yanlış

IV. Kare alalım $\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} + \underbrace{2\sin x \cdot \cos x}_{\sin 2x} = \frac{1}{25} \Rightarrow \sin 2x = -\frac{24}{25}$

V. Kare alalım $\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} - \underbrace{2\sin x \cdot \cos x}_{\sin 2x} = \frac{9}{16}$

$1 - \frac{9}{16} = \sin 2x \Rightarrow \sin 2x = \frac{7}{16}$

VI. $\underbrace{\sin^2\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2}}_{} - \underbrace{2\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2}}_{\sin x} = 1 - l$

$\Rightarrow 1 - \sin x = 1 - k \Rightarrow \sin x = k$

Verilenlerin 5 tanesi doğrudur. *Cevap: B*

6. I. $\sqrt{1 - \sin 70°} = \cos 35° - \sin 35°$

II. $\frac{\pi}{2} < 2x < \pi$ olmak üzere, $\sqrt{1 - \sin 2x} = \sin x - \cos x$

III. $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ olmak üzere, $\sqrt{1 - \cos 2x} = -\sqrt{2}\sin x$

Yukarıda verilen ifadelerden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) I ve III E) II ve III

I. $\sqrt{1 - \sin 70°} = \sqrt{\cos^2 35° + \sin^2 35° - 2\sin 35° \cdot \cos 35°}$

$= \sqrt{(\cos 35° - \sin 35°)^2} = |\cos 35° - \sin 35°| = \cos 35° - \sin 35°$

(I. doğrudur)

II. $\sqrt{1 - \sin 2x} = \sqrt{\cos^2 x + \sin^2 x - 2\sin x \cdot \cos x} = \sqrt{(\cos x - \sin x)^2}$

$= |\cos x - \sin x| = \sin x - \cos x$ olur. (II doğrudur.)

Çünkü $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$ aralığında sinx > cosx dir.

III. $\sqrt{1 - \text{cps}2x} = \sqrt{1 - (1 - 2\sin^2 x)} = \sqrt{2\sin^2 x} = \sqrt{2} \cdot |\sin x|$

$= \sqrt{2}$ sinx olur. (III yanlıştır.)

Çünkü II. bölgede sinx > 0 dır. *Cevap: C*

7. $\cos^4\frac{7\pi}{12} + \sin^4\frac{7\pi}{12}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{7}{8}$

$(\sin^2 105° + \cos^2 105°)^2 = \sin^4 105° + \cos^4 105° + 2\sin^2 105° \cdot \cos^2 105°$

$1 = ? + \sin 210 \cdot \frac{1}{2}\sin 210°$

$1 = ? + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)$

$1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

Cevap: E

8. $\sin\frac{x}{4} + \cos\frac{x}{4} = \frac{5}{7}$

ise $\sin\frac{x}{2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{24}{49}$ B) $-\frac{20}{49}$ C) $-\frac{16}{49}$ D) $\frac{16}{49}$ E) $\frac{20}{49}$

Kare alalım.

$\underbrace{\sin^2\frac{x}{4} + \cos^2\frac{x}{4}}_{1} + \underbrace{2\sin\frac{x}{4} \cdot \cos\frac{x}{4}}_{\sin\frac{x}{2}} = \frac{25}{49}$

$\sin\frac{x}{2} = \frac{25}{49} - 1 = \frac{-24}{49}$

Cevap: A

9. x = 75° olmak üzere,

$(\sin^3 x + \cos^3 x) \cdot (\sin x - \cos x)$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{5\sqrt{3}}{8}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{3\sqrt{3}}{8}$ D) $\frac{3\sqrt{3}}{8}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$(\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x)(\sin x - \cos x)$

$= (\sin^2 x - \cos^2 x)\left(1 - \frac{1}{2}\sin 2x\right)$

$= -(\cos 150)\left(1 - \frac{\sin 150°}{2}\right)$

$= -\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$

Cevap: D

1.A 2.B 3.D 4.E 5.B 6.C 7.E 8.A 9.D

1. $\frac{x}{8} = \cos^2\frac{11\pi}{12} + \sin^2\frac{5\pi}{12}$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) $4\sqrt{3}+8$ B) $3\sqrt{3}+8$ C) $4\sqrt{3}+6$

D) $3\sqrt{3}+6$ E) $2\sqrt{3}+4$

$\frac{x}{4} = 2\cos^2 165° + 2\sin^2 75°$

$\cos 330° = 2\cos^2 165° - 1$

$\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = 2\cos^2 165°$

$\cos 150° = 1 - \sin^2 75°$

$-\frac{\sqrt{3}}{2} = 1 - 2\sin^2 75°$

$2\sin^2 75° = \frac{\sqrt{3}}{2} + 1$

$x = 4(2\cos^2 165° + 2\sin^2 75°)$

$x = 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right) = 4\sqrt{3} + 8$

Cevap: A

2. $\frac{\cos 66° \cdot \cos 24°}{\sin 48°}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –2 B) –1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

$\cos 66° = \sin 24°$

$\frac{\sin 24 \cdot \cos 24}{2\sin 24 \cdot \cos 24} = \frac{1}{2}$

Cevap: D

3. $x = 5\tan\frac{\pi}{8}$

$y = \frac{4}{1 - \tan^2\frac{\pi}{8}}$

olduğuna göre, x . y çarpımının değeri kaçtır?

A) 5 B) $5\sqrt{2}$ C) $5\sqrt{3}$ D) 10 E) $10\sqrt{2}$

$x \cdot y = 10 \cdot \frac{2\tan\frac{\pi}{8}}{1 - \tan^2\frac{\pi}{8}} = 10 \cdot \tan 45° = 10 \cdot 1 = 10$

Cevap: D

4. $\frac{(1-\cos x)^2}{1-\cos^2 x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cot\frac{x}{2}$ B) $\tan\frac{x}{2}$ C) $1 - \cot\frac{x}{2}$

D) $1 + \cot\frac{x}{2}$ E) $\tan^2\frac{x}{2}$

$\frac{(1-\cos x)^2}{1-\cos^2 x} = \frac{\left(1-\left(1-2\sin^2\frac{x}{2}\right)\right)^2}{\sin^2 x} = \frac{\left(2\sin^2\frac{x}{2}\right)^2}{\sin^2 x}$

$= \frac{2\sin^2\frac{x}{2} \cdot 2\sin^2\frac{x}{2}}{\left(2\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{4\sin^2\frac{x}{2} \cdot \sin^2\frac{x}{2}}{4\sin^2\frac{x}{2} \cdot \cos^2\frac{x}{2}} = \tan^2\frac{x}{2}$

Cevap: E

5. $\sin 73° = m$

olduğuna göre, cos68° nin m türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4m^4 - 8m^2 - 1$ B) $4m^4 + 8m^2 - 1$

C) $8m^4 + 4m^2 + 4$ D) $8m^4 - 8m^2 + 1$

E) $8m^4 + 8m^2 + 4$

$\cos 17° = m$

$\cos 34° = 2m^2 - 1$

$\cos 68° = 2(2m^2 - 1)^2 - 1$

$= 2(4m^4 - 4m^2 + 1) - 1$

$= 8m^4 - 8m^2 + 1$

Cevap: D

6. $\frac{\cos 18°}{\cos 6°} - \frac{\sin 18°}{\sin 6°}$

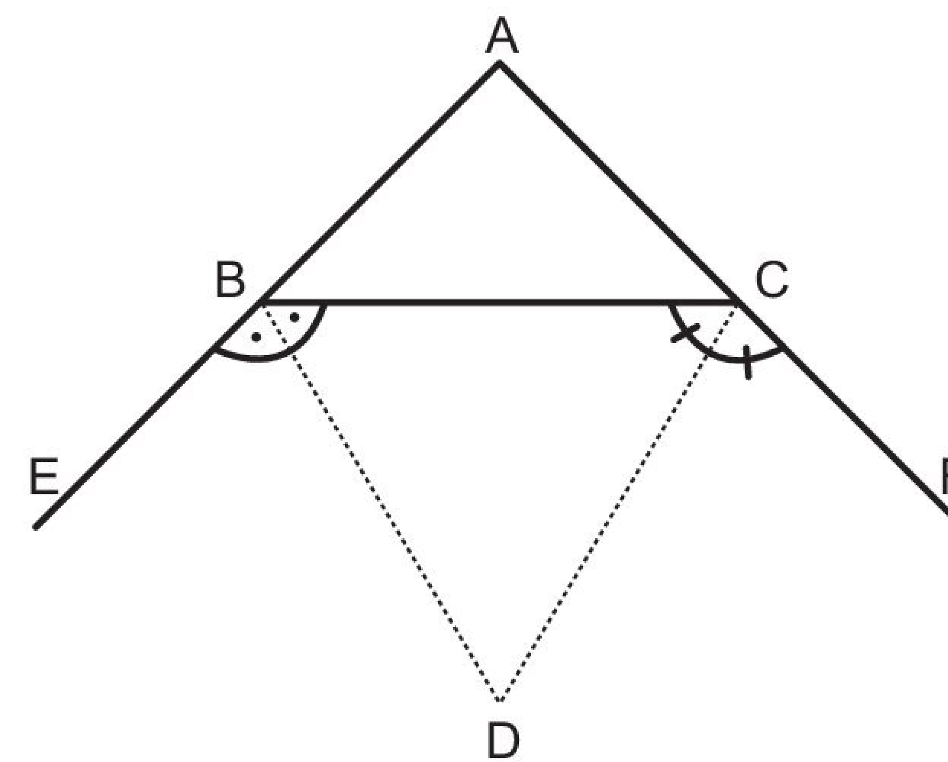
ifadesinin eşiti kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

$\frac{\sin 6° \cdot \cos 18° - \cos 6° \cdot \sin 18°}{\cos 6° \cdot \sin 6°} = \frac{\sin(6° - 18°)}{\cos 6° \cdot \sin 6°} = \frac{2\sin(-12)}{2\sin 6 \cdot \cos 6} = -2$

Cevap: A

7.



ABC üçgen

$m(\widehat{DBE}) = m(\widehat{DBC})$

$m(\widehat{DCB}) = m(\widehat{DCF})$

$\cos(\widehat{EAF}) = \frac{17}{25}$

$m(\widehat{BDC}) < 90°$

Yukarıdaki verilere göre, $\cos(\widehat{BDC})$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{2}$

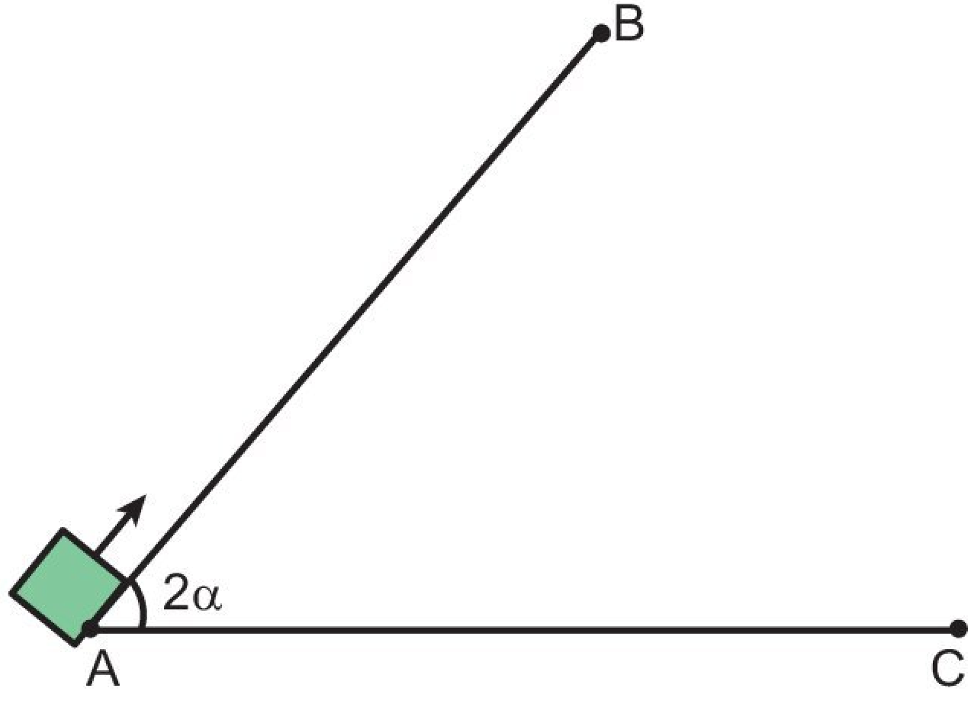
$\cos\alpha = \frac{17}{25}$ ise $\cos\left(90 - \frac{\alpha}{2}\right) = ? = \sin\frac{\alpha}{2}$

$\Rightarrow \frac{17}{25} = 1 - 2?^2$

$= 2?^2 = \frac{8}{25} \Rightarrow ? = \frac{2}{5}$

Cevap: D

8.



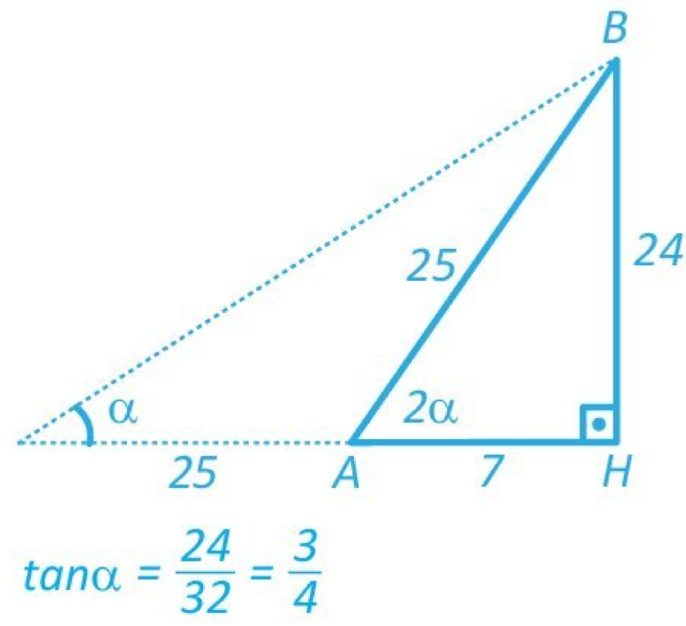
Şekildeki A noktasında bulunan bir oyuncak araba saniyede 10 m hızla $\frac{5}{2}$ sn doğrusal olarak hareket ederek B noktasına varıyor.

$m(\widehat{BAC}) = 2\alpha$ ve B noktasının [AC] ye uzaklığı 24 metredir.

Buna göre, tan(α) değeri kaçtır?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

1. çözüm



$\tan\alpha = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$

2. çözüm

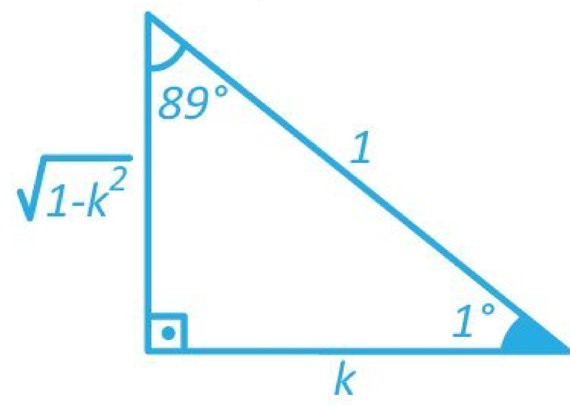
$\frac{24}{7} = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{3}{4}$

Cevap: B

9. $\cos 89° = \sqrt{1-k^2}$

olduğuna göre, $\frac{1-\cos 4°}{8}$ ifadesinin k türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 - k^4$ B) $k - k^4$ C) $k^2 - k^4$ D) $k^4 + 1$ E) $k^4 + k^2$



$\cos 1° = k$

$\frac{1-(1-2\sin^2 2)}{8} = \frac{\sin^2 2}{4} = \frac{(2\sin 1 \cdot \cos 1)^2}{4}$

$= (1-k^2)\cdot k^2 = k^2 - k^4$

Cevap: C

10. $\cot\left(\frac{3\pi}{2} - 2\arctan 5\right)$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{5}{12}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

$\alpha = \arctan 5 \Rightarrow \tan\alpha = 5$

$\cot\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right) = \tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} = \frac{2\cdot 5}{1-5^2} = \frac{10}{-24} = -\frac{5}{12}$

Cevap: A

11. $\tan\left(\frac{1}{2}\arccos\frac{2}{5}\right)$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{21}}{14}$ B) $\frac{\sqrt{21}}{7}$ C) $\frac{\sqrt{70}}{10}$ D) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ E) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

$\alpha = \frac{1}{2}\arccos\frac{2}{5}$

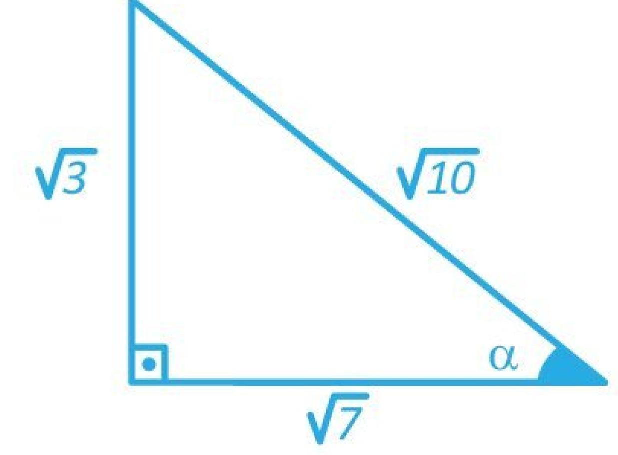
$2\alpha = \arccos\frac{2}{5}$

$\cos 2\alpha = \frac{2}{5}$

$2\cos^2\alpha - 1 = \frac{2}{5}$

$\cos^2\alpha = \frac{7}{10}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}} \Longrightarrow \tan\alpha = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$



Cevap: B

12. x = 15° olmak üzere,

$(\sin^3 x + \cos^3 x) \,.\, (\sin x - \cos x)$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{5\sqrt{3}}{8}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{3\sqrt{3}}{8}$ D) $\frac{3\sqrt{3}}{8}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$(\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x \,.\, \cos x + \cos^2 x)(\sin x - \cos x)$

$= (\sin^2 x - \cos^2 x)\left(1 - \frac{1}{2}\sin^2 x\right)$

$= -(\cos 30°)\left(1 - \frac{\sin 30°}{2}\right)$

$= -\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)$

$= \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot\frac{3}{4} = -\frac{3\sqrt{3}}{8}$

Cevap: C

13. x dar açıdır.

$15\sin x + 8\cos x = 17$

olduğuna göre, sin2x değeri kaçtır?

A) $\frac{240}{289}$ B) $\frac{230}{289}$ C) $\frac{220}{289}$ D) $\frac{210}{289}$ E) $\frac{200}{289}$

$\sin x + \underbrace{\frac{8}{15}}_{\tan\alpha}\cos x = \frac{17}{15}$

$\sin x + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cos x = \frac{17}{15}$

$\frac{\sin(x+\alpha)}{\cos\alpha} = \frac{17}{15}$

$\sin(x+\alpha) = \frac{17}{15}\cdot\frac{15}{17} = 1 \Rightarrow x + \alpha = 90$

$\sin x = \frac{15}{17}$ $\cos x = \frac{8}{17}$

$\sin 2x = 2\cdot\frac{15}{17}\cdot\frac{8}{17} = \frac{240}{289}$

Cevap: A

1.A 2.D 3.D 4.E 5.D 6.A 7.D 8.B 9.C 10.A 11.B 12.C 13.A



TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

I. Trigonometrik Denklemlerin Çözüm Kümeleri

1. sinx = m Denkleminin Çözüm Kümesi

$-1 \leq m \leq 1$ olmak üzere, sinx = m denklemin $[0, 2\pi]$ aralığında bir kökü α ise denklemin

Çözüm Kümesi = $\{x \mid x = \alpha + k.2\pi \vee x = (\pi - \alpha) + k.2\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$

olur.

Örnek 1

I. $\sin x = \frac{1}{2}$ denkleminin

Çözüm Kümesi $= \left\{x \,\middle|\, x = \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi \vee x = \frac{5\pi}{6} + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

II. $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ denkleminin

Çözüm Kümesi$= \left\{x \,\middle|\, x = \frac{4\pi}{3} + k \cdot 2\pi \vee x = \frac{5\pi}{3} + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

III. sinx = 0 denkleminin

Çözüm Kümesi $= \{x \mid x = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

IV. sinx = 3 denkleminin çözüm kümesi $\varnothing$ dir.

V. sinx = 1 denkleminin

Çözüm Kümesi $\left\{x \,\middle|\, x = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

Hepsi doğrudur. *Cevap: A*

Örnek 2

$\sin^2 x - 5\sin x + 4 = 0$

denkleminin en küçük kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$

$(\sin x - 4)(\sin x - 1) = 0$

$\sin x \neq 4$, $\sin x = 1$

$x = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi$ *Cevap: E*

Örnek 3

$\sin(3x) = \frac{1}{2}$

denkleminin [0, 140°] aralığındaki birbirinden farklı köklerinin toplamı kaç derecedir?

A) 170 B) 180 C) 190 D) 200 E) 210

$3x = 30° + k.360°$ $3x = 150° + k.360°$

$x = 10° + k.120°$ $x = 50° + k.120°$

$x_1 = 10°, x_2 = 130°,$ $x_3 = 50°$

$x_1 + x_2 + x_3 = 190°$ *Cevap: C*

Örnek 4

$\sin(2x - 15°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

denkleminin [0, 240°] aralığındaki birbirinden farklı köklerinin toplamı kaç derecedir?

A) 360 B) 315 C) 270 D) 240 E) 225

$2x - 15° = 45° + k.360°,$ $2x - 15° = 135° + k.360°$

$2x = 60° + k.360°,$ $2x = 150° + k.360°$

$x = 30° + k.180°,$ $x = 75° + k.180°$

$x = 30°, x = 210°$ $x = 75°, \underbrace{x = 255°}_{\text{aralığın dışında}}$

$30° + 210° + 75° = 315°$ *Cevap: B*

Örnek 5

$\sin 4x = \cos 66°$

denkleminin [0, 130°] aralığındaki farklı köklerinin toplamı kaç derecedir?

A) 260 B) 270 C) 280 D) 290 E) 300

$\cos 66° = \sin 24° = \sin 156°$

$4x = 24° + k.360°$ ve $4x = 156° + k.360°$

$x = 6° + k.90°$ ve $x = 39° + k.90°$

$k = 0$ $x_2 = 6°$ ve $x = 39°$

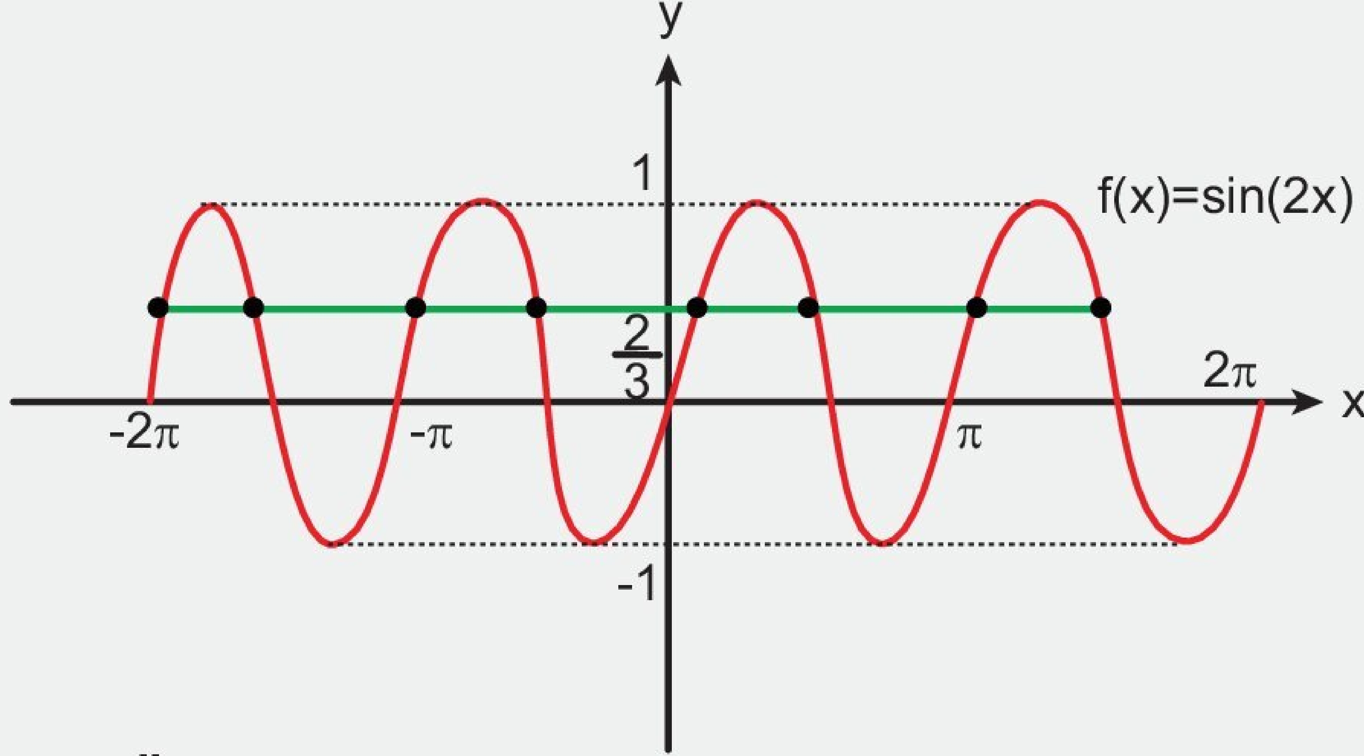
$k = 1$ $x_3 = 96°$ ve $x = 129°$

$Ç.K = \{6°, 39°, 96°, 129°\} \Rightarrow$ Toplamı $= 270°$ *Cevap: B*



Örnek 6

Aşağıda $[-2\pi, 2\pi]$ kapalı aralığında $f(x) = \sin(2x)$ fonksiyonunun grafiği ile $y = \frac{2}{3}$ doğrusu verilmiştir.



Buna göre,

I. $\sin(2x) = \frac{2}{3}$ denkleminin $[-2\pi, 2\pi]$ aralığında 2 . 2. 2 = 8 kökü vardır.

II. $\sin(3x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ denkleminin $[-4\pi, 4\pi]$ aralığında 2 . 3 . 4 = 24 kökü vardır.

III. $\sin(5x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ denkleminin $[0, 12\pi]$ aralığında 2.5.6 = 60 kökü vardır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) I, II ve III B) I ve II C) I ve III

D) II ve III E) Yalnız I

III) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığında 2 kökü vardır.

$\sin(5x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ denklemin $[0, 2\pi]$ aralığında 2 . 5 = 10 kökü vardır.
aynı denklemin $[0, 12\pi]$ aralığında 10 . 6 = 60 kökü vardır. *Cevap: A*

Örnek 7

$\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$

denkleminin $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ aralığındaki farklı köklerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{25\pi}{48}$ B) $\frac{13\pi}{24}$ C) $\frac{9\pi}{16}$ D) $\frac{29\pi}{48}$ E) $\frac{5\pi}{8}$

1. durum: $3x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} - x + 2k\pi \Rightarrow 4x = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} + 2k\pi \Rightarrow 4x = \frac{7\pi}{12} + 2k\pi$

$\boxed{x = \frac{7\pi}{48} + \frac{k\pi}{2}}$

2. durum: $3x - \frac{\pi}{4} = \left[\left(\pi - \frac{\pi}{3} + x\right)\right] + 2k\pi \Rightarrow 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{3} + x + 2k\pi$

$3x - x = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4} + 2k\pi \Rightarrow 2x = \frac{11\pi}{12} + 2k\pi$

$\boxed{x = \frac{11\pi}{24} + k\pi}$ *olur:.*

$x_1 + x_2 = \frac{7\pi}{48} + \frac{11\pi}{24} = \frac{29\pi}{48}$ *Cevap: D*

2. cosx = m Denkleminin Çözüm Kümesi

$-1 \leq m \leq 1$ olmak üzere, $\cos x = n$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığındaki bir kökü α ise denklemin

Çözüm Kümesi = $\{x \mid x = \alpha + k . 2\pi \vee x = -\alpha + k . 2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Örnek 8

I. $\cos x = \frac{3}{2}$ denkleminin çözüm kümesi $\varnothing$ dir.

II. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ denkleminin

Çözüm Kümesi = $\left\{x \,\middle|\, x = \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi \vee x = -\frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

III. $\cos x = 0$ denkleminin

Çözüm Kümesi = $\left\{x \,\middle|\, x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

IV. $\cos x = -1$ denkleminin

Çözüm Kümesi = $\{x \mid x = \pi + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

V. $|\cos x| = 1$ denkleminin

Çözüm Kümesi = $\{x \mid x = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

Verilen ifadelerden hepsi doğrudur. *Cevap: A*

Örnek 9

$\cos 5x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ denkleminin

$[0, \pi]$ aralığındaki en büyük kökü kaç derecedir?

A) 6 B) 66 C) 78 D) 138 E) 150

$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ve $\cos 330° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ dir.

$5x = 30° + k . 360°$, $5x = 330° + k° . 360°$

$x = 6° + k . 72°$, $x = 66° + k . 72°$

$k = 0$ $x_1 = 6°$ $x_2 = 66°$

$k = 1$ $x_3 = 78°$ $x_4 = 138°$

$k = 2$ $x_5 = 150°$ *olmak üzere 5 kökü vardır.* *Cevap: E*

Örnek 10

$\cos 6x = \sin 36°$

denkleminin $[0, \pi]$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

$\sin 36° = \cos 54° = \cos 306°$

$6x = 54° + k . 360°$, $6x = 306° + k . 360°$

$x = 9° + k . 60°$, $x = 51° + k . 60°$

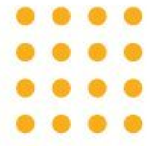
$k = 0$ $x_1 = 9°$ $x_2 = 51°$

$k = 1$ $x_3 = 69°$ $x_4 = 111°$

$k = 2$ $x_5 = 129°$ $x_6 = 171°$ *Cevap: C*

> $\cos(f(x)) = \cos(g(x))$ ise

$f(x) = g(x) + k.2\pi \vee f(x) = -g(x) + k.2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$



Örnek 11

$$\cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz?

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ olduğunu biliyoruz.

$\cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos x$

1. durum

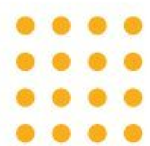
$5x - \frac{\pi}{4} = x + 2k\pi \Rightarrow 4x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \Rightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{2}}$

2. durum

$5x - \frac{\pi}{4} = 2\pi - x + 2k\pi$ *(2π yok kabul edilebilir.)*

$6x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \qquad \boxed{x = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{3}}$ *olur.*

$Ç.K = \left\{x:\ x = \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{2} \vee \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{3},\ k \in Z\right\}$



Çıkmış Soru 1

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\frac{\sec(x) - 1}{2} = \frac{3}{\sec(x) + 1}$$

eşitliği sağlanmaktadır.

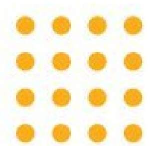
Buna göre, tan(x) değeri kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$ E) $\sqrt{7}$

2017 LYS

$\sec^2(x) - 1 = 6 \Rightarrow 1 + \tan^2(x) - 1 = 6 \Rightarrow \tan^2 x = 6 \Rightarrow \tan x = \sqrt{6}$

Cevap: D



Çıkmış Soru 2

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\cot x - 3\tan x = \frac{1}{\sin 2x}$$

olduğuna göre, $\sin^2 x$ kaçtır?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

2011 LYS

$2\sin x \cdot \cos x\left(\frac{\cos x}{\sin x} - \frac{3\sin x}{\cos x}\right) = 1$

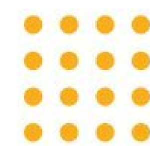
$2\cos^2 x - 6\sin^2 x = 1$

$2 - 2\sin^2 x - 6\sin^2 x = 1$

$1 = 8\sin^2 x$

$\sin^2 x = \frac{1}{8}$

Cevap: B



Çıkmış Soru 3

$0 \le x \le \frac{3\pi}{2}$ olmak üzere,

$|\sin x| = \cos(50°)$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) $\frac{13\pi}{18}$ B) $\frac{11\pi}{9}$ C) $\frac{3\pi}{2}$ D) $\frac{31\pi}{18}$ E) $\frac{20\pi}{9}$

2021 AYT

Cos(50°) = Sin(40°)

sinx = sin(40°) ve	sinx = –sin(40°)
x = (40°) + k(360°)	sinx = sin(–40)
x = (140°) + k(360°)	x = (220°) + k(360°)
	x = (320°) + k(360°)

Verilen aralıktaki kökleri 40° + 140° + 220°

$400° = 20 \cdot 20° = 20 \cdot \frac{\pi}{9} = \frac{20\pi}{9}$

Cevap: E

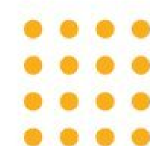
3. tanx = a ve cotx = a Denklemlerinin Çözümü

I) $a \in \mathbb{R},\ a \neq \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

tanx = a denkleminin $[0, \pi)$ aralığında bir kökü α ise denklemin Çözüm Kümesi $\{x \mid x = \alpha + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$ olur.

II) $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

cotx = a denkleminin $(0, \pi)$ aralığında bir kökü α ise denklemin Çözüm Kümesi = $\{x \mid x = \alpha + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$ olur.



Örnek 12

I. tanx = 1 denkleminin

Çözüm Kümesi = $\left\{x \middle| x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

II. cotx = $\sqrt{3}$ denkleminin

Çözüm Kümesi = $\left\{x \middle| x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

III. tan(2x) = –1 denkleminin

Çözüm Kümesi = $\left\{x \middle| x = \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

Hepsi doğrudur.

III) $2x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \Rightarrow x = \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$

Cevap: E



Örnek 13

$\cot(3x) = \sqrt{3}$

denkleminin [0, 200°) aralığındaki köklerinin toplamı kaç derecedir?

A) 320 B) 340 C) 360 D) 380 E) 400

$\cot 30° = \sqrt{3}$ tür. $\cot 210° = \sqrt{3}$ ü bulmaya gerek yoktur.

$3x = 30° + k \cdot 180°$

$x = 10° + k \cdot 60°$

k = 0, 1, 2, 3 için $x_1 = 10°$, $x_2 = 70°$, $x_3 = 130°$, $x_4 = 190°$ olur. Toplamı = 400°

Cevap: E

Örnek 14

$$\tan\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\cot\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$$

denkleminin en küçük kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{72}$ B) $\frac{\pi}{24}$ C) $\frac{5\pi}{72}$ D) $\frac{7\pi}{72}$ E) $\frac{\pi}{8}$

$\tan\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ olur.

$5x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} - x + k\pi$

$6x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} + k\pi$

$6x = \frac{7\pi}{12} + k\pi$

$x = \frac{7\pi}{72} + \frac{k\pi}{6}$ olur.

Cevap: D

4. Lineer Denklemlerin Çözümü

a, b ve c sıfırdan farklı gerçek sayılar olmak üzere

asinx + bcosx = c denkleminin çözümünde;

$\sin x + \frac{b}{a}\cos x = \frac{c}{a}$ yapıldıktan sonra $\frac{b}{a} = \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ yazılarak denklem çözülür.

Örnek 15

$2\sin x + 2\cos x = \sqrt{6}$

denkleminin [0, 2π] aralığındaki en küçük kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{8}$ E) $\frac{\pi}{12}$

$\sin x + \frac{2}{2}\cos x = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$\sin x + \frac{\sin 45°}{\cos 45°} \cdot \cos x = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$\sin(x + 45°) = \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60°$

$x = 15° = \frac{\pi}{12}$

Cevap: E

a, b ve c sıfırdan farklı gerçek sayılar olmak üzere,

- asinx + bcosx ifadesinin alabileceği en büyük değer $\sqrt{a^2 + b^2}$ ve en küçük değer $-\sqrt{a^2 + b^2}$ dir.
- asinx + bcosx = c denkleminin [0, 2π] aralığındaki çözüm kümesi

  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ ve $c = -\sqrt{a^2 + b^2}$ iken bir elemanlıdır.

  $-\sqrt{a^2 + b^2} < c < \sqrt{a^2 + b^2}$ iken iki elemanlıdır.

  $c > \sqrt{a^2 + b^2}$ ve $c < -\sqrt{a^2 + b^2}$ iken boş kümedir.

Örnek 16

I. $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 0$ denkleminin [0, 2π] aralığında iki kökü vardır.

II. $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 2$ denkleminin [0, 2π] aralığında tek kökü vardır.

III. $\sqrt{2}\sin x + \cos x = 5$ denkleminin [0, 2π] aralığında kökü yoktur.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) I, II ve III

Hepsi doğrudur.

I. $(\sqrt{3})^2 + (-1)^2 > 0$ iki kök

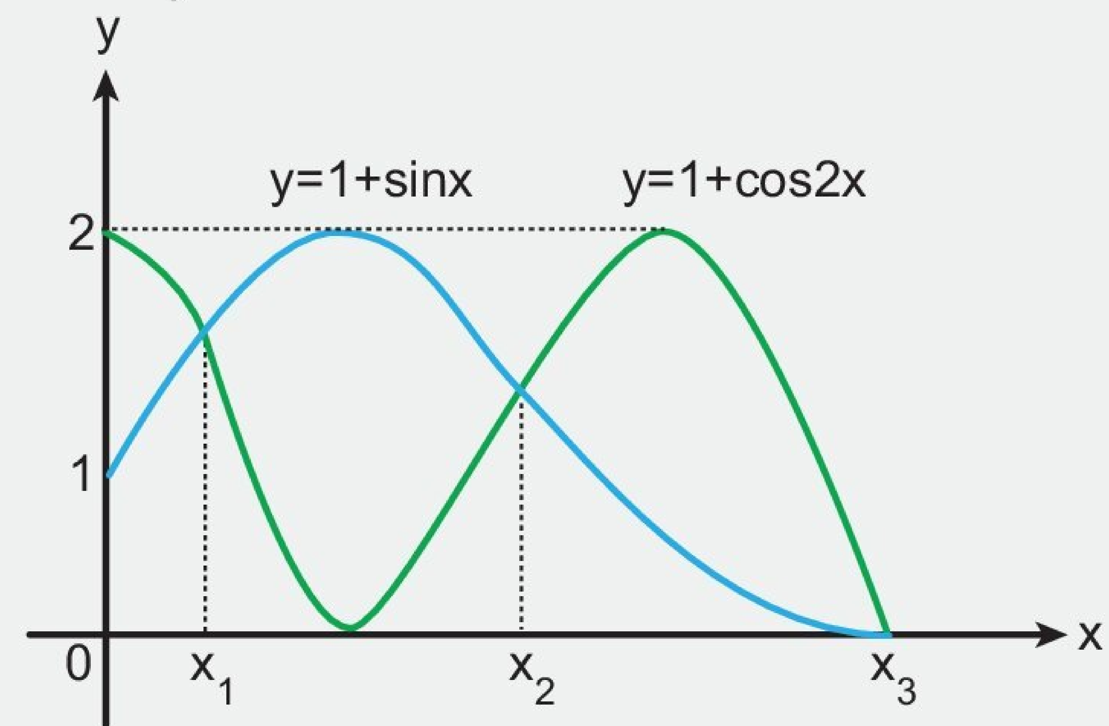
II. $1^2 + (-\sqrt{3})^2 = 2$ tek kök

III. $(\sqrt{2})^2 + 1^2 < 5$ kök yok

Cevap: E

Örnek 17

Aşağıda f(x) = 1 + cos2x ve g(x) = 1 + sinx fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $x_1 + x_2 + x_3$ toplamı kaçtır?

A) $\frac{5\pi}{2}$ B) 3π C) $\frac{7\pi}{2}$ D) 4π E) $\frac{9\pi}{2}$

$1 + \cos 2x = 1 + \sin x \rightarrow \cos 2x = \sin x$

$\rightarrow 1 - 2\sin^2 x = \sin x$

$\rightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

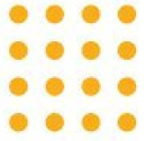
$\rightarrow (2\sin x - 1) \cdot (\sin x + 1) = 0$

$\sin x = \frac{1}{2} \rightarrow x_1 = \frac{\pi}{6}, x_2 = \frac{5\pi}{6}$

$\sin x = -1 \rightarrow x_3 = \frac{3\pi}{2}$

$x_1 + x_2 + x_3 = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} + \frac{3\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$

Cevap: A



Örnek 18

$6\cot x + 2\tan x = 7$

denkleminin [0, π] aralığındaki çözüm kümesi kaç elemanlıdır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$\cot x = a \rightarrow \tan x = \frac{1}{a}$

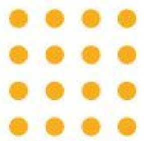
$6a + \frac{2}{a} = 7 \rightarrow 6a^2 - 7a + 2 = 0$

$\rightarrow (3a-1)\cdot(a-2) = 0$

$\rightarrow a = \frac{1}{3}, a = 2$

$\rightarrow \cot x = \frac{1}{3}, \cot x = 1$

olduğundan [0, π] aralığında çözüm kümesi 2 elemanlıdır. Cevap: C



Örnek 19

$x \in [0, \pi]$ olmak üzere,

$\cos 5x \cdot \sin 2x + \cos 5x = 0$

denkleminin kaç farklı kökü vardır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$\cos 5x(1 + \sin 2x) = 0$

1. $\cos 5x = 0 \rightarrow 5x = \frac{\pi}{2} + k\cdot\pi \rightarrow x = \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5}$

$k = 0, 1, 2, 3, 4$ için

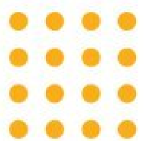
$x = \left\{\frac{\pi}{10}, \frac{3\pi}{10}, \frac{5\pi}{10}, \frac{7\pi}{10}, \frac{9\pi}{10}\right\}$

2. $1 + \sin 2x = 0 \rightarrow \sin 2x = -1$

$2x = \frac{3\pi}{2} + k\cdot 2\pi \rightarrow x = \frac{3\pi}{4} + k\cdot\pi$

$k = 0 \rightarrow x_5 = \frac{3\pi}{4}$

Toplam 6 kök vardır. Cevap: B



Örnek 20

$$(\sin^2 x - \cos^2 x)^2 - \frac{1}{3 + \sin^2 x + \cos^2 x} = 0$$

eşitliğini sağlayan en küçük iki açı değerinin toplamı kaç derecedir?

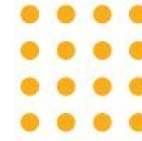
A) 45 B) 60 C) 75 D) 90 E) 120

$\cos^2 2x = \frac{1}{4} \rightarrow 1.\cos 2x = \frac{1}{2} \rightarrow 2x = 60° \rightarrow x = 30°$

$2.\cos 2x = -\frac{1}{2} \rightarrow 2x = 120° \rightarrow x = 60°$

Toplam $= 30° + 60° = 90°$

Cevap: D



Çıkmış Soru 4

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\frac{1+\tan x}{\cot x} \cdot \frac{\sin x - \cos x}{\sin x} = 2$$

olduğuna göre, sinx değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

2020 AYT

$\frac{\frac{\cos x + \sin x}{\cos x}}{\frac{\cos x}{\sin x}} \cdot \frac{\sin x - \cos x}{\sin x} = 2$

$\frac{\sin x(\cos x + \sin x)}{\cos^2 x} \cdot \frac{(\sin x - \cos x)}{\sin x} = 2$

$\sin^2 x - \cos^2 x = 2\cos^2 x$

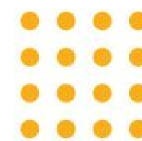
$\sin^2 x = 3\cos^2 x$

$\tan^2 x = 3$

$\tan x = \sqrt{3}$

$x = 60°$

$\sin(60°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Cevap: D



Çıkmış Soru 5

$0 < x < \pi$ olmak üzere,

$$\frac{\sin x \cdot \cos x}{\sin x + \cos x} = \frac{\sin x - \cos x}{2}$$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{5\pi}{4}$ C) $\frac{7\pi}{4}$ D) π E) 2π

2018 AYT

$\sin^2 x - \cos^2 x = 2\sin x \cdot \cos x$

$-\cos 2x = \sin 2x$

$-1 = \tan 2x$

$2x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \Rightarrow x = \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$

$x_1 + x_2 = \frac{3\pi}{8} + \left(\frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{5\pi}{4}$

Cevap: B

Örnek Cevapları

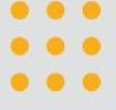
1.A 2.E 3.C 4.B 5.B 6.A 7.D 8.A 9.E 10.C

11. $\left\{x: x = \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{2} \vee \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{3}, k \in Z\right\}$

12.E 13.E 14.D 15.E 16.E 17.A 18.C 19.B 20.D

Çıkmış Soru Cevapları

1.D 2.B 3.E 4.D 5.B



1. $\sin^2x - \frac{1}{2}\sin x = 0$

denkleminin [0, 2π) aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$\sin x\left(\sin x - \frac{1}{2}\right) = 0$

$\sin x = 0$ ve $\sin x = \frac{1}{2}$

$x = 0, x = \pi, x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{5\pi}{6}$

4 kök vardır. *Cevap: C*

2. $\sin^2x - 6\sin x + 5 = 0$

denkleminin [0, 2π) aralığındaki farklı köklerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) 2π E) $\frac{5\pi}{2}$

$(\sin x - 5)(\sin x - 1) = 0$

$\sin x \neq 5$ $\sin x = 1$

$x = \frac{\pi}{2}$ *Cevap: A*

3. $\sin 3x = \cos 57°$

denkleminin [0°, 150°] aralığındaki farklı köklerinin toplamı kaç derecedir?

A) 171 B) 191 C) 211 D) 231 E) 251

$\cos 57° = \sin 33° = \sin 147°$

$3x = 33° + k \,.\, 360°$ ve $3x = 147° + k \,.\, 360°$

$x = 11° + k \,.\, 120°$ ve $x = 49° + k \,.\, 120°$

$x_1 = 11°$, $x_2 = 131°$ ve $x_3 = 49$ kökler verilen aralıktadır.

Toplam = 11° + 131° + 49° = 191° *Cevap: B*

4. $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

denkleminin $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ aralığındaki farklı köklerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) 2π E) $\frac{5\pi}{2}$

x = 135° ve x = 225° dir.

Toplamı = 135° + 225° = 360° = 2π dir. *Cevap: D*

5. $\cos 3x = \frac{1}{2}$

denkleminin [0, 2π) aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

[0, 2π) de $\cos x = \frac{1}{2}$ denkleminin 2 tane

$\cos 3x = \frac{1}{2}$ denkleminin 6 tane kökü vardır. *Cevap: C*

6. $\left(\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \left(\cos x - \frac{1}{2}\right) \cdot (\cos x + 5) = 0$

denkleminin [0, 2π] aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos x = \frac{1}{2}$, $\cos x \neq -5$

$x_1 = 150°$ $x_3 = 60°$ ∅

$x_2 = 210°$ $x_4 = 300°$

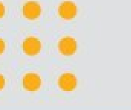
4 kökü vardır. *Cevap: D*

7. $\tan x = 5$

denkleminin [0, 2π) aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

x = θ ve x = 180 + θ olmak üzere, iki kökü vardır. *Cevap: C*



8. $\tan 2x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

denkleminin $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ aralığındaki farklı köklerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) π B) $\frac{7\pi}{6}$ C) $\frac{4\pi}{3}$ D) $\frac{3\pi}{2}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

$2x = 30° + k \cdot 180°$

$x = 15° + k \cdot 90°$

$x_1 = 15°$ verilen aralıkta değil, $x_2 = 105°$, $x_3 = 195°$

Toplam = $105° + 195° = 300° = 5 \cdot \frac{\pi}{3}$ *Cevap: E*

9. $\cos^2 x - \cos x = 0$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$\cos x(\cos x - 1) = 0$

$\cos x = 0$ ve $\cos x = 1$

$x = \frac{\pi}{2}$, $x = \frac{3\pi}{2}$, $x = 0$

olmak üzere 3 kök vardır. *Cevap: C*

10. $2\cos^2 x - 7\cos x - 4 = 0$

denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığındaki farklı köklerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) π B) 2π C) 3π D) 4π E) 5π

$(2\cos x + 1)(\cos x - 4)$

$\cos x = -\frac{1}{2}$, $\cos x \neq 4$

$x_1 = 120°$ ve $x_2 = 240°$

$120° + 240° = 360° = 2\pi$ *Cevap: B*

11. $\tan^2 3x + \tan 3x = 0$

denkleminin $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$ aralığındaki farklı köklerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) π B) $\frac{5\pi}{4}$ C) $\frac{3\pi}{2}$ D) $\frac{7\pi}{4}$ E) $\frac{11\pi}{6}$

$\tan 3x(\tan 3x + 1) = 0$

$\tan 3x = 0$ $\tan 3x = -1$

$3x = k \cdot 180°$, $3x = 135° + k \cdot 180°$

$x = k \cdot 60°$, $x = 45° + k \cdot 60°$

$x = 60°$, $x_2 = 120°$, $x_3 = 45°$, $x_4 = 105°$

Toplam = $330° = 11 \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$ *Cevap: E*

12. $\cot 3x = 1$

denkleminin $\left(0, \frac{3\pi}{2}\right)$ aralığında kaç farklı kökü vardır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$3x = 45° + k \cdot 180°$

$x = 15° + k \cdot 60°$

$k = 0, 1, 2, 3, 4$ için *$x_1 = 15°$, $x_2 = 75°$, $x_3 = 135°$*

$x_4 = 195°$, $x_5 = 255°$

olmak üzere 5 kökü vardır. *Cevap: A*

13. $(\tan x + 1) \cdot \left(\cot x - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 0$

denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki farklı köklerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4π B) $\frac{25\pi}{6}$ C) $\frac{13\pi}{3}$ D) $\frac{9\pi}{2}$ E) $\frac{14\pi}{3}$

$\tan x = -1$ ve $\cot x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$x = 135° + k \cdot 180°$ ve $x = 60° + k \cdot 180°$

$x_1 = 135°$, $x_2 = 315°$, $x_3 = 60°$, $x_4 = 240°$

Toplamları = $750° = 25 \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{25\pi}{6}$ olur. *Cevap: B*

1.C 2.A 3.B 4.D 5.C 6.D 7.C 8.E 9.C 10.B 11.E 12.A 13.B

1. $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{16}{3}$

denkleminin [0, π] aralığındaki farklı köklerinin toplamı kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) 2π E) $\frac{5\pi}{2}$

Payda eşitlersek,

$\frac{\overbrace{\cos^2 x + \sin^2 x}^{1}}{\sin^2 x \cos^2 x} = \frac{16}{3}$

$3 = 16\sin^2 x \cdot \cos^2 x$

$3 = 4 \cdot 4\sin^2 x \cdot \cos^2 x$

$\frac{3}{4} = (\sin 2x)^2$

$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ve $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$2x = 60° + k.360°$, $2x = 120° + k.360°$, $2x = 240° + k.360°$, $2x = 300° + k.360$

$x = 30° + k.180°$, $x = 60° + k.180°$, $x = 120° + k.180°$, $x = 150° + k.180°$

$30° + 60° + 120° + 150° = 360° = 2\pi$ *Cevap D*

2. $\sin 2x . \cos 2x . (\sin^2 2x - \cos^2 2x) + \frac{1}{8} = 0$

denklemini [0, 2π] aralığındaki en küçük kökü kaçtır?

A) $\frac{\pi}{96}$ B) $\frac{\pi}{72}$ C) $\frac{\pi}{48}$ D) $\frac{\pi}{36}$ E) $\frac{\pi}{24}$

$\frac{\sin 4x}{2} \cdot (-\cos 4x) = \frac{-1}{8} \Rightarrow$

$\frac{-1}{4}\sin 8x = \frac{-1}{8} \Rightarrow \sin 8x = \frac{1}{2}$

$8x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\pi}{48}$

Cevap: C

3. $\sqrt{5} \cdot \sin x + 2 \cdot \cos x = 3$

denkleminin [0, 2π] aralığındaki çözüm kümesi kaç elemanlıdır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$\sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3$ *olduğundan çözüm kümesi bir elemanlıdır.*

Cevap A

4. $\cot 3x + \cot 7x = 0$

denkleminin (0°, 60°) aralığındaki farklı köklerinin toplamı kaç derecedir?

A) 54 B) 72 C) 90 D) 108 E) 126

$\cot 7x = -\cot 3x$

$\cot 7x = \cot(-3x)$

$7x = -3x + k.180°$

$10x = k.180°$

$x = k.18°$

$x_1 = 18°$, $x_2 = 36°$, $x_3 = 54°$ tür.

Toplam = 108° dir. *Cevap: D*

5. $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 1$

denkleminin birbirinden farklı en küçük iki kökünün toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) π D) $\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

$\sin x - \frac{1}{\sqrt{3}}\cos x = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\sin x - \frac{\sin 30°}{\cos 30°}\cos x = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\sin x \cdot \cos 30° - \cos x \cdot \sin 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin(x - 30°) = \sin 30°$

$x - 30 = 30° + k.360°$ $x - 30° = 150° k.360°$

$x = 60° + k.360°$ $x = 180° + k.360°$

$60° + 180° = 240° = \frac{4\pi}{3}$ *Cevap D*

6. $\sqrt{3}\sin^2 x - 4\sin x\cos x + \sqrt{3}\cos^2 x = 0$

denkleminin birbirinden farklı en küçük iki kökünün toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) $\frac{3\pi}{2}$ E) 2π

$(\sqrt{3}\sin x - \cos x)(\sin x - \sqrt{3}\cos x) = 0$

$\sqrt{3}\sin x = \cos x$ ve $\sin x = \sqrt{3}\cos x$

$\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ve $\tan x = \sqrt{3}$

$x = 30° + k.180°$ ve $x = 60° + k.180°$

$x_1 = 30°$ ve $x_2 = 60°$ Toplamı $= 90° = \frac{\pi}{2}$ *Cevap B*

1.D 2.C 3.A 4.D 5.D 6.B

LİMİT

I. Yaklaşım Kavramı

- x bağımsız değişkeni bir a gerçek sayısına a sayısından küçük değerler alarak ve artarak yaklaşıyorsa, "x, a ya soldan yaklaşıyor" denir ve $x \longrightarrow a^-$ ile gösterilir.

Örneğin, $x \longrightarrow 3^-$ (x, 3 e soldan yaklaşıyor ifadesi x in sırayla 2,9, 2,99, 2,999, ... 2,9999 gibi değerlere yaklaşması demektir.

- x bağımsız değişkeni bir a gerçek sayısına a sayısından büyük değerler alarak ve azalarak yaklaşıyorsa "x, a ya sağdan yaklaşıyor" denir. $x \longrightarrow a^+$ ile gösterilir.

Örneğin, $x \longrightarrow 3^+$ (x, 3 e sağdan yaklaşıyor ifadesi x in sırayla 3,01, 3,001, 3,0001, ... 3,0000 .... 1 gibi değerlere yaklaşması demektir.

Örnek 1

	1	2	3	4
x	2,1	2,05	2,001	2,0001

Yukarıdaki tabloda x in sırayla aldığı değerlerin matematiksel ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x \longrightarrow 2^-$ B) $x \longrightarrow 2^+$ C) $x \longrightarrow -2^-$

D) $x \longrightarrow -2^+$ E) $x \longrightarrow 0^+$

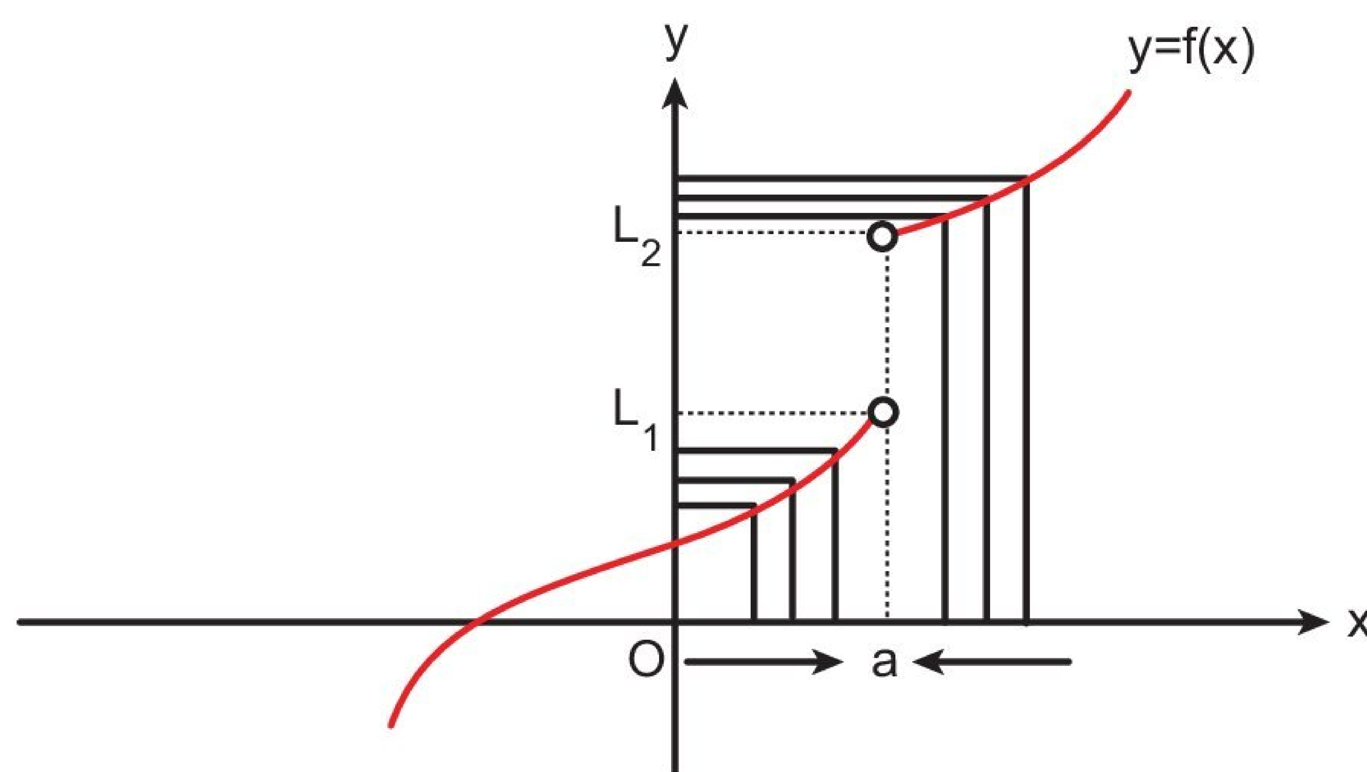
x, azalarak ve 2 den büyük değerlerle 2 ye sağdan yaklaşmaktadır.

Yani $x \longrightarrow 2^+$ olur. *Cevap: B*

II. Sağdan ve Soldan Limit

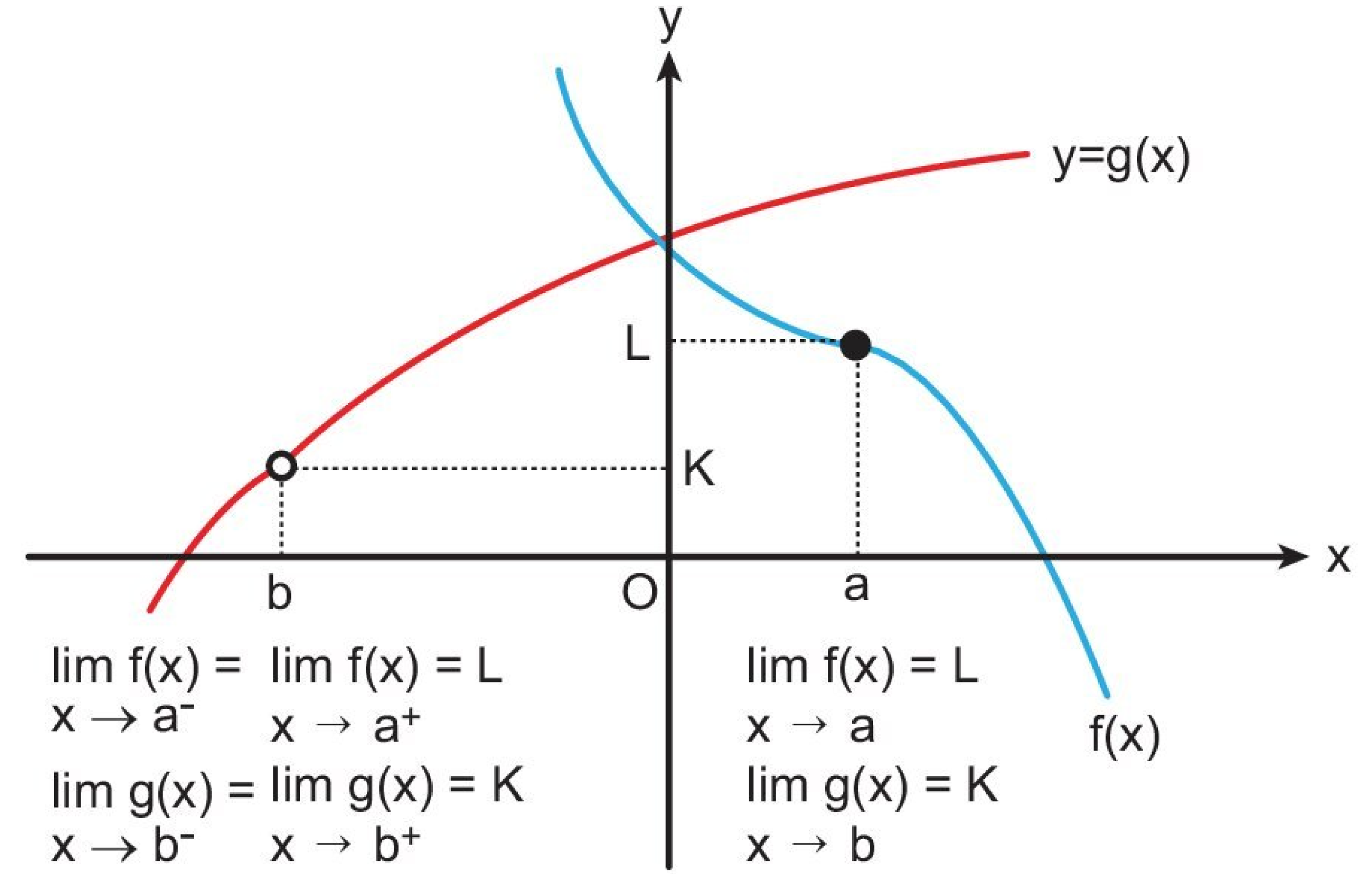
$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ya da $f : \mathbb{R} - \{a\} \to \mathbb{R}$, ile tanımlı y = f(x) fonksiyonunda

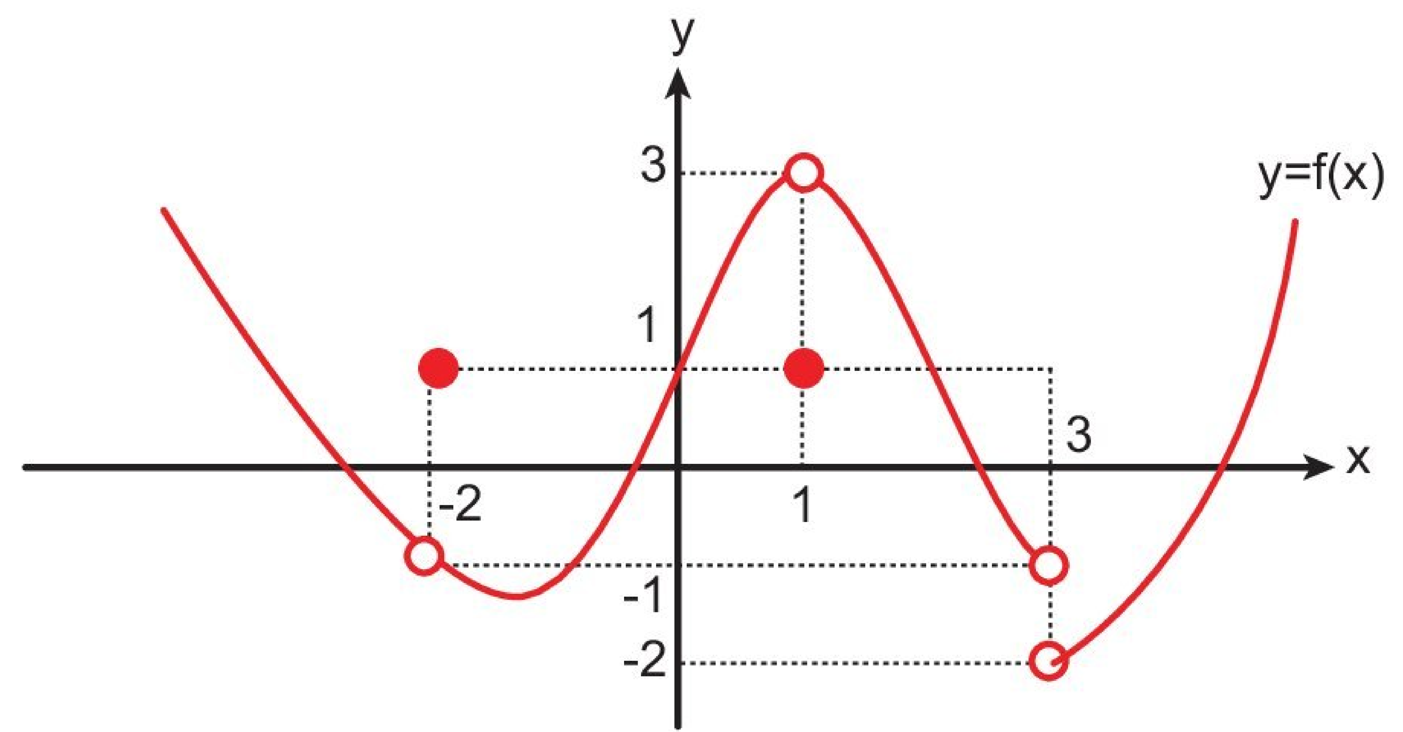
- $x \longrightarrow a^-$ iken $f(x) \longrightarrow L_1$ oluyorsa f(x) fonksiyonunun x, a ya soldan yaklaşırken limiti L_1 dir denir ve $\lim_{x \to a^-} f(x) = L_1$ ile gösterilir.



- $x \longrightarrow a^+$ iken $f(x) \longrightarrow L_2$ oluyorsa f(x) fonksiyonunun x, a ya sağdan yaklaşırken limiti L_2 dir denir ve $\lim_{x \to a^+} f(x) = L_2$ ile gösterilir.

- Eğer fonksiyonun x, a ya sağdan ya da soldan yaklaşırken limitleri bir L sayısına eşit oluyorsa, $\lim_{x \to a} f(x) = L$ ile gösterilir.





Bir fonksiyonun grafiği üzerinde, yukarıda verilen grafikteki –2, 1 ve 3 apsisli noktalarda olduğu gibi, kopukluk olan noktalara kritik noktalar denir.

Kritik noktalarda limit araştırılırken sağdan ve soldan limit değerlerine bakılmalıdır.

- Grafikten de görüldüğü gibi limit değerinin fonksiyonun o noktadaki değeri ile ilgisi yoktur.

- $\lim_{x \to a^-} f(x) \neq \lim_{x \to a^+} f(x)$ ise (soldan limit, sağdan limite eşit değilse) f(x) fonksiyonunun x = a da limiti yoktur.

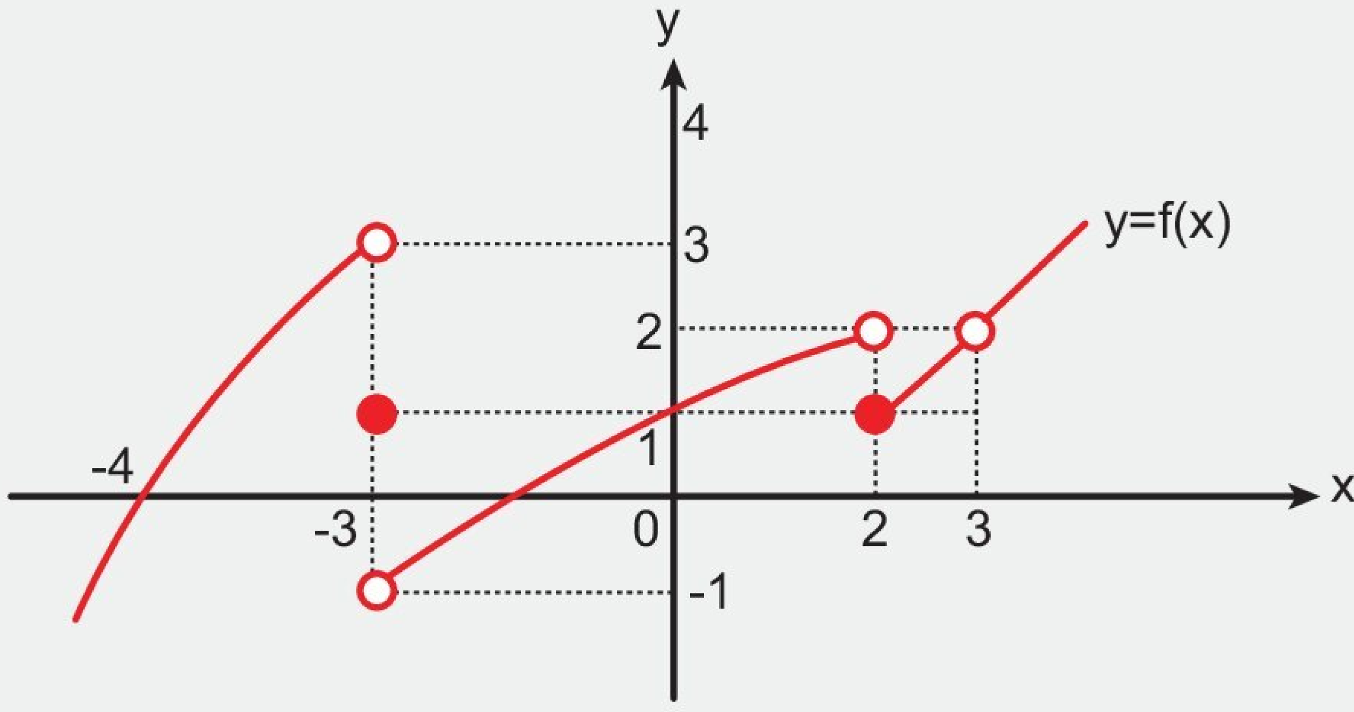
Grafiğe göre,

$$\lim_{x \to -2^-} f(x) = \lim_{x \to -2^+} f(x) = -1$$

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^+} f(x) = 3$$

$$\lim_{x \to 3^-} f(x) = -1, \ \lim_{x \to 3^+} f(x) = -2 \Rightarrow \lim_{x \to 3} f(x) \text{ yoktur.}$$

Örnek 2



Yukarıdaki grafikte;

I. $\lim_{x \to -3^+} f(x) = 3$

II. $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 2$

III. $\lim_{x \to 3} f(x) = 2$

IV. $\lim_{x \to -3^-} f(x) = 3$

V. f fonksiyonunun x = 2 apsisli noktada limiti yoktur.

ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

I. $\lim_{x \to -3^+} f(x) = -1 \neq 3$ Yanlış

II. $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 2$ Doğru

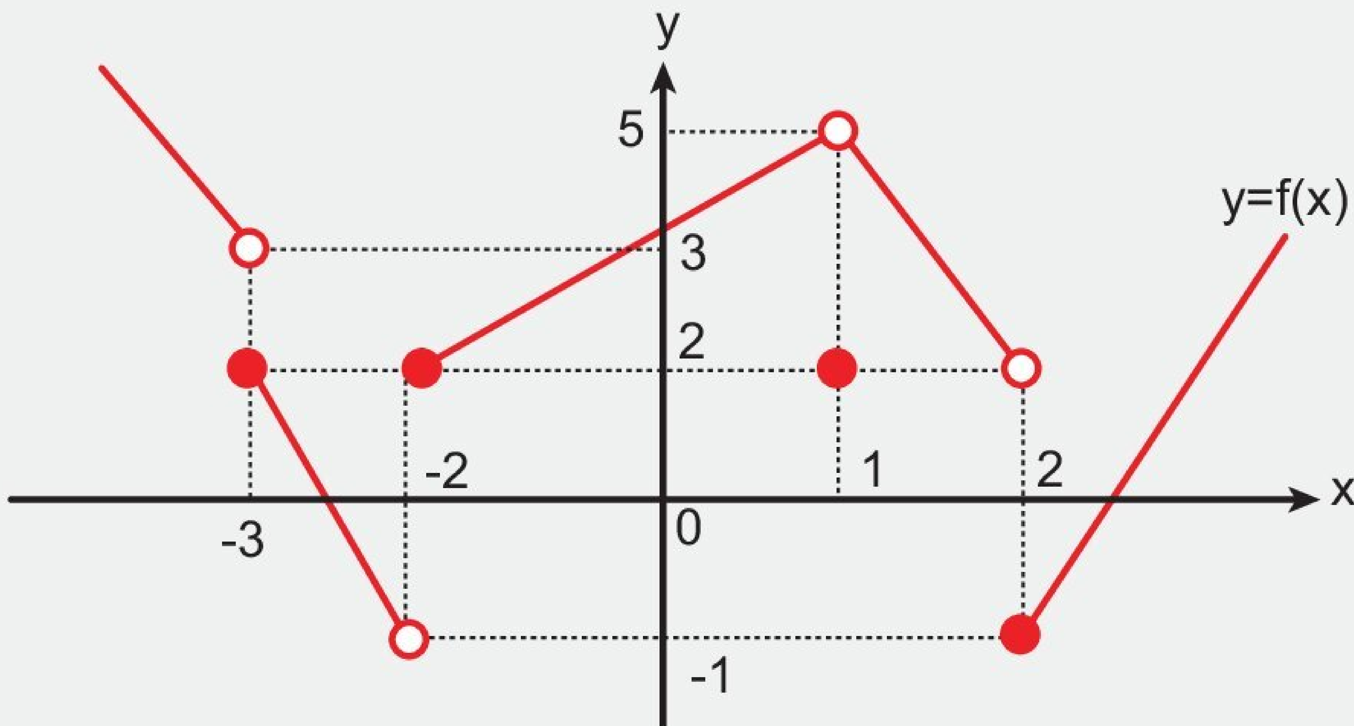
III. $\lim_{x \to 3} f(x) = 2$ Doğru

IV. $\lim_{x \to -3^-} f(x) = 3$ Doğru

V. $\lim_{x \to 2} f(x)$ yoktur. Doğru

Cevap: D

Örnek 3



Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğine göre, aşağıdaki limitlerin değerlerini bulunuz. (varsa)

a) $\lim_{x \to -2^-} f(x)$ b) $\lim_{x \to 2} f(x)$ c) $\lim_{x \to 1} f(x)$

d) $\lim_{x \to 2^-} (fof)(x)$ e) $\lim_{x \to -2^+} f(x+4)$

a) $\lim_{x \to -2^-} f(x) = -1$

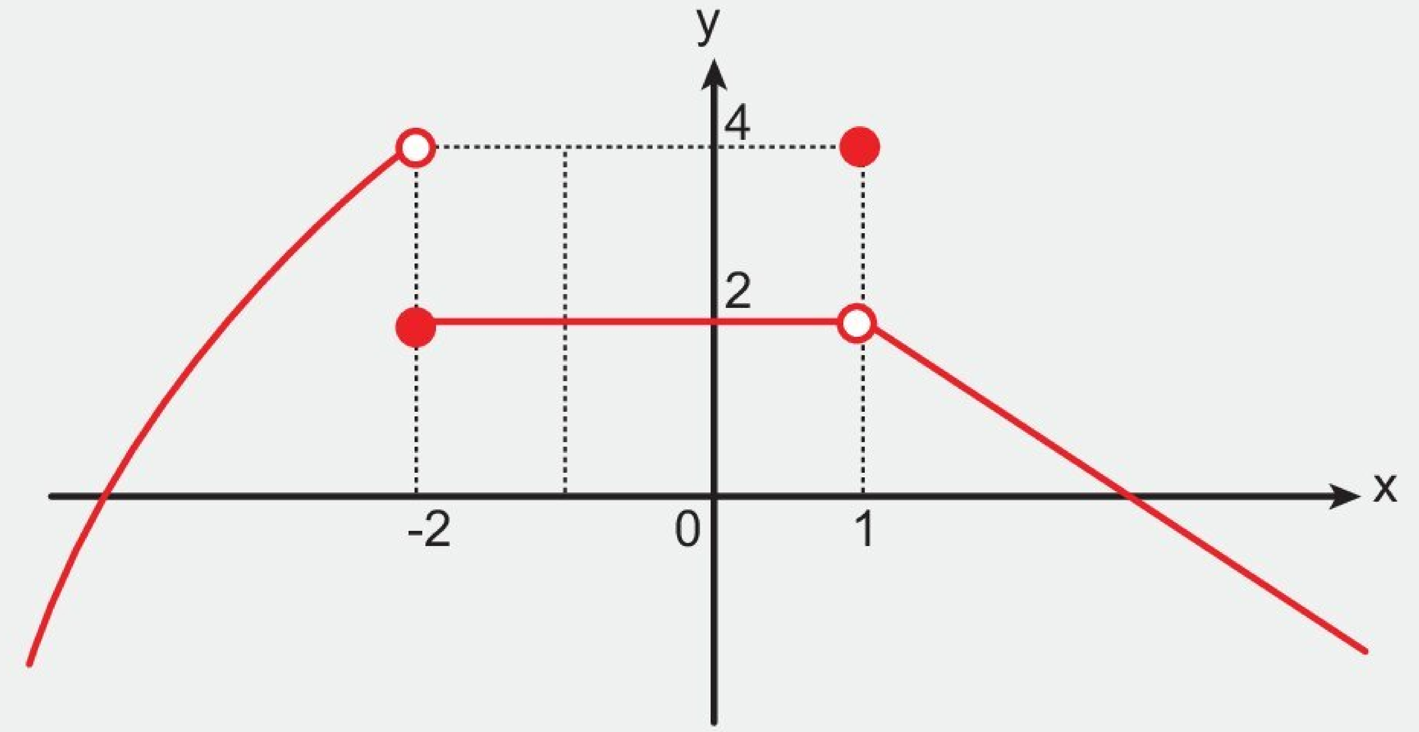
b) $\lim_{x \to 2} f(x)$ yoktur.

c) $\lim_{x \to 1} f(x) = 5$

d) $\lim_{x \to 2^-} (fof)(x) = \underbrace{(f(2^-))}_{2^+} = -1$

e) $\lim_{x \to -2^+} f(x+4) = f(2^+) = -1$

Örnek 4



Buna göre,

I. $\lim_{x \to -2^+} f(x) = 2$

II. $\lim_{x \to 1} f(x) = 4$

III. $\lim_{x \to 0} f(x) = 2$

eşitliklerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

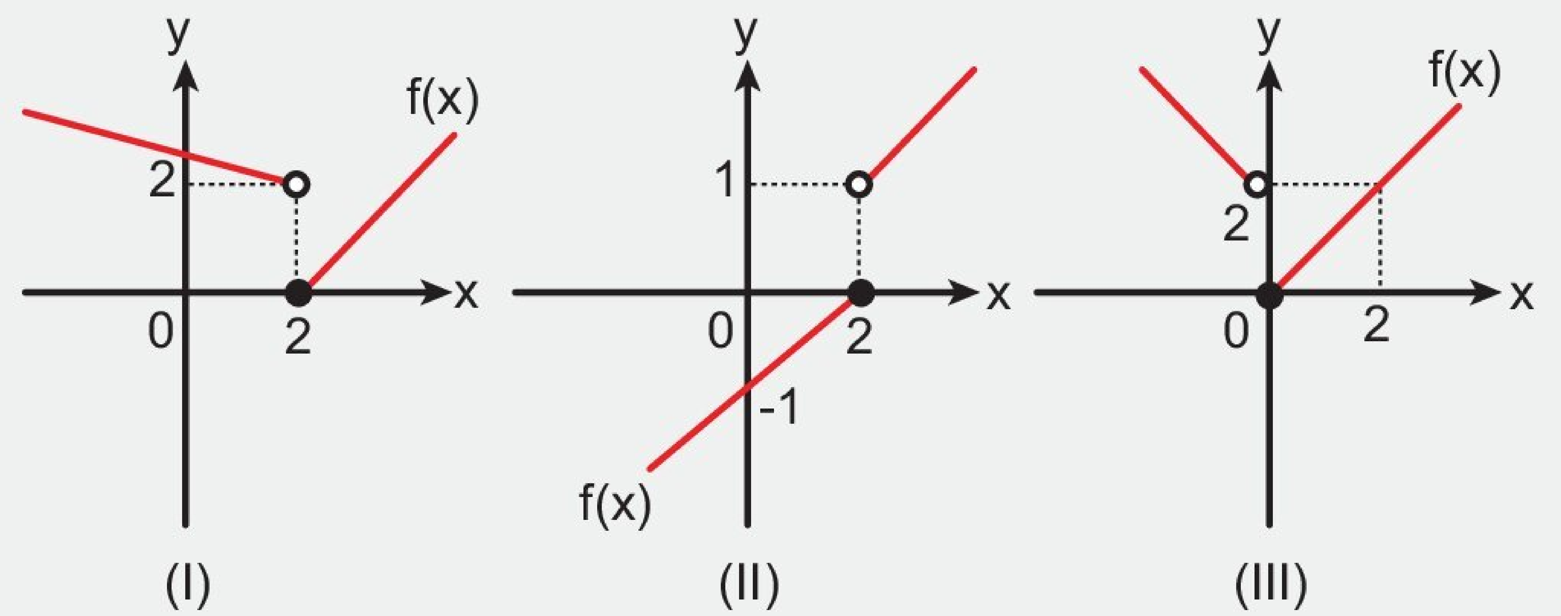
D) I ve III E) II ve III

I. Doğru, II. Yanlış, III. Doğru

Cevap: D

Örnek 5

$\lim_{x \to 2^-} f(x)$ limitinin eşitini 0 (sıfır) bulan Barış'ın cevabı doğru olduğuna göre,



grafiklerinden hangileri f(x) fonksiyonuna ait olabilir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) II ve III

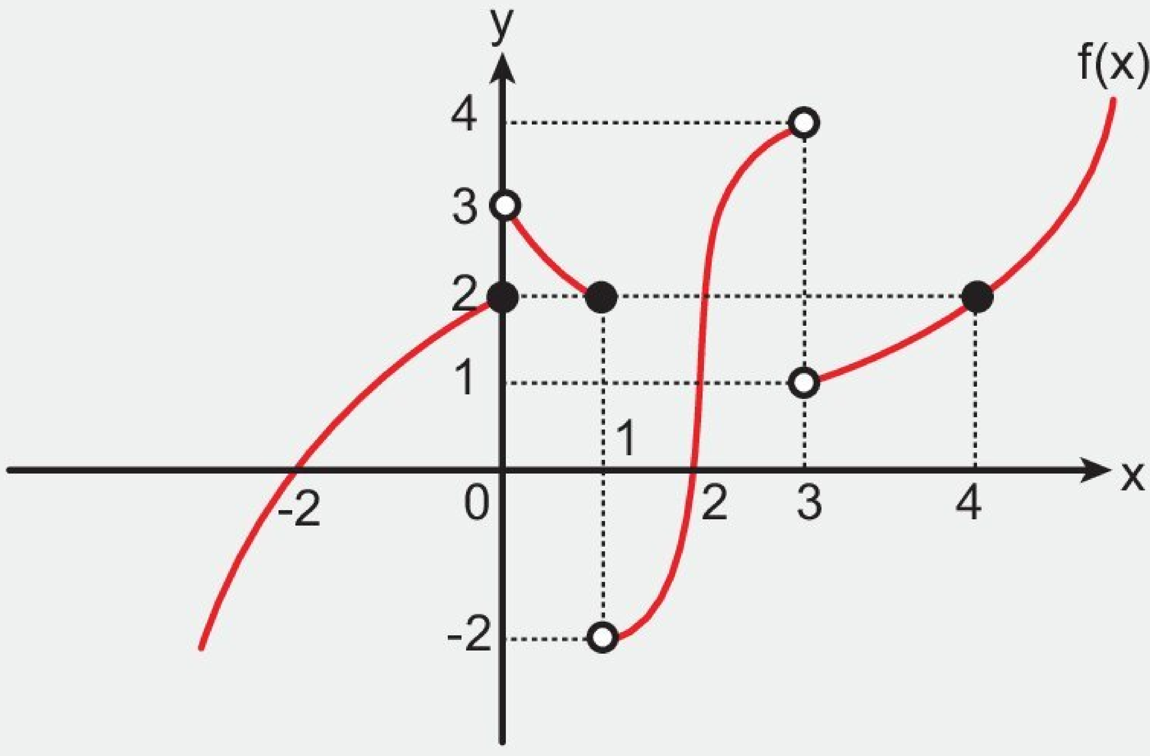
I. de $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 2$

II. de $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 0$ olur.

III. de $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 2$

Cevap: B

Örnek 6

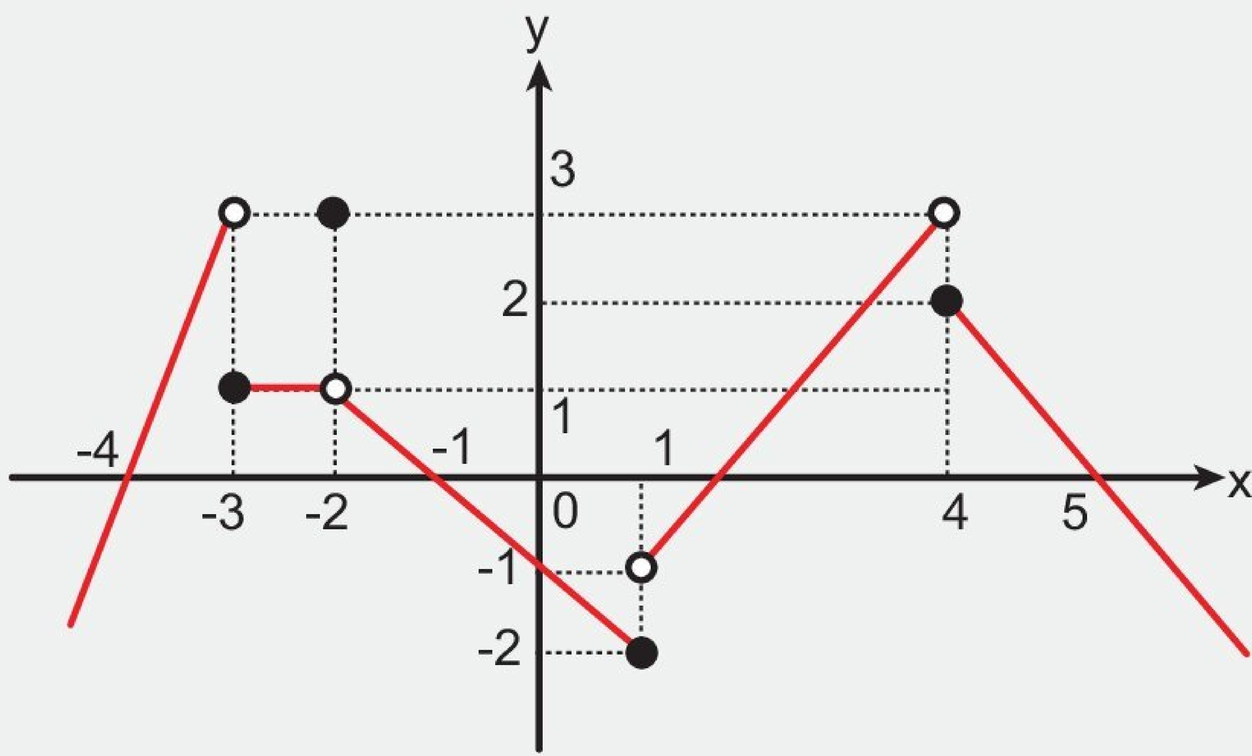


Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğine göre, y = |f(x)| fonksiyonunun [–2, 4] aralığında limitinin olduğu apsisi tam sayı olan kaç farklı nokta vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

x = –2, x = –1, x = 1, x = 2 ve x = 4 için limiti vardır. *Cevap: C*

Örnek 7



Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\lim_{x \to -3^-} f(x) + \lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x)$$

olduğuna göre, a nın alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

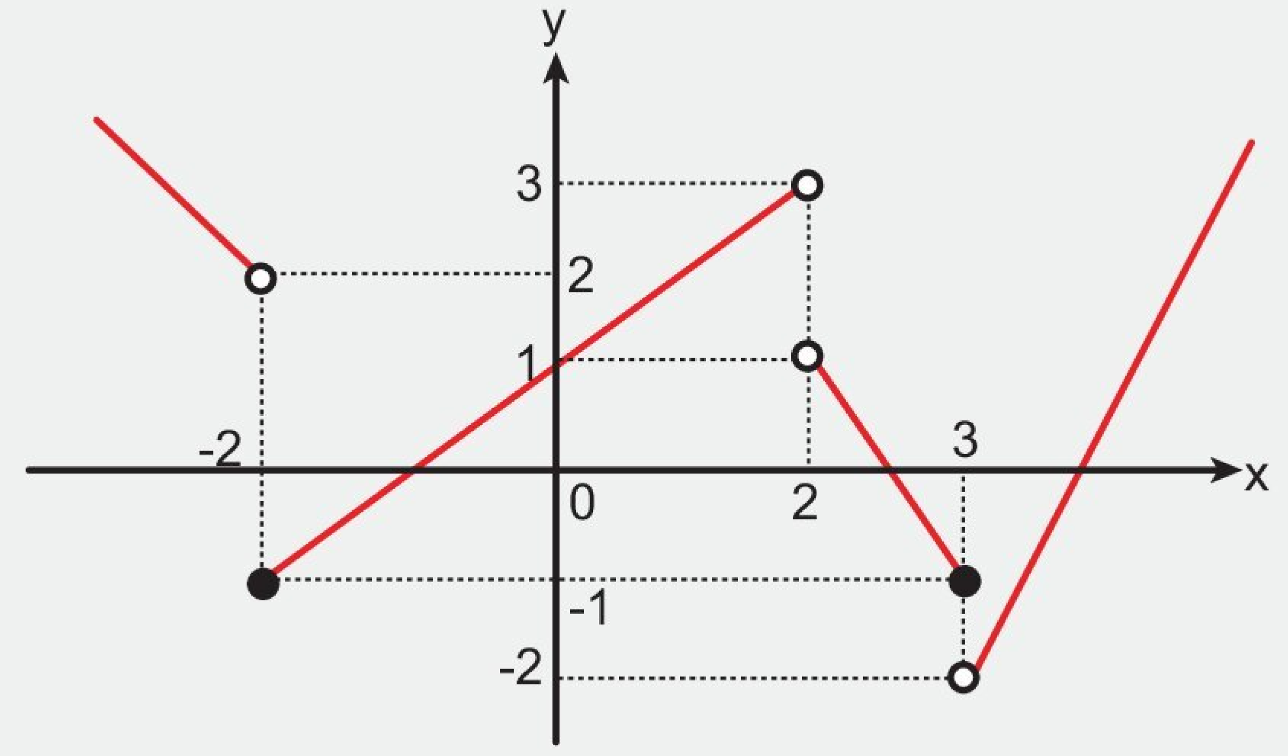
A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

$$\underbrace{\lim_{x \to -3^-} f(x)}_{3} + \underbrace{\lim_{x \to 1^-} f(x)}_{-2} = 1 = \lim_{x \to a^+} f(x)$$

a = –2 V a = –3

a değerlerinin toplamı –5 *Cevap: A*

Örnek 8



Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğine göre,

$$\lim_{x \to 2^-} \left[\frac{f(x+1)}{f(-x)} + f(4-x) \right]$$

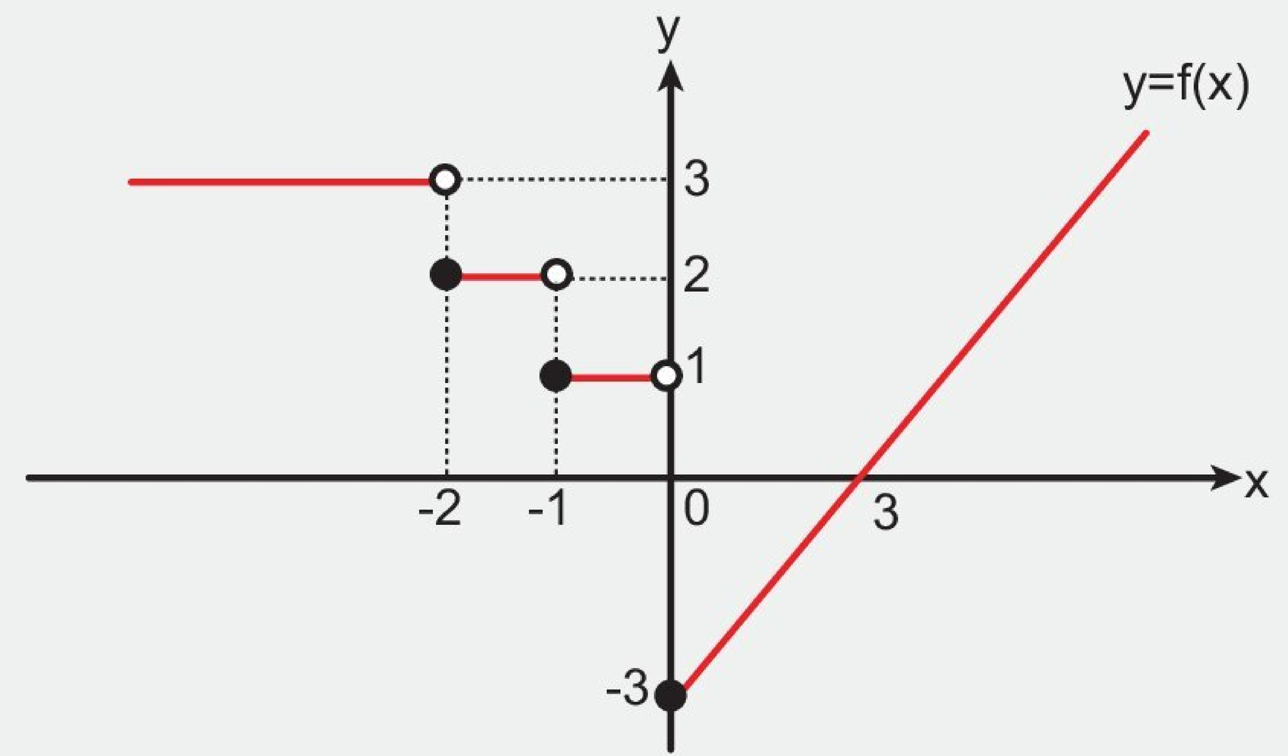
limitinin değeri kaçtır?

A) –3 B) –1 C) 0 D) 2 E) 5

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{f(3^-)}{f(-2^+)} + f(2^+) = \frac{-1}{-1} + 1 = 2$$

Cevap: D

Örnek 9



Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğine göre,

I. $\lim_{x \to -2^-} f(x) = 3$

II. $\lim_{x \to 0^+} f(x) = -3$

III. $\lim_{x \to 3^+} (fof)(x) = 2$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

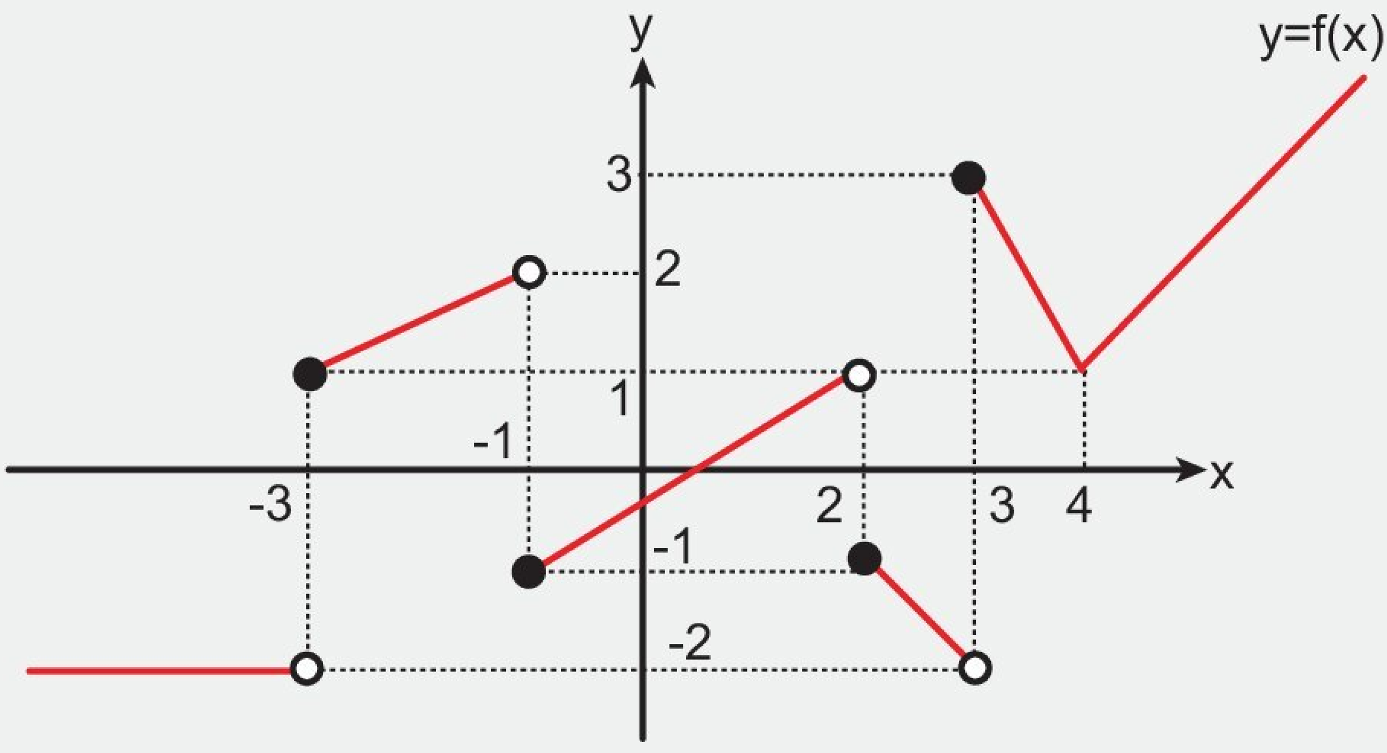
A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) Yalnız III E) I, II ve III

I. Doğru, II. Doğru, III. Yanlış

$f(f(3^3)) = f(0^+) = -3$ *Cevap: C*

Örnek 10



Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.
g(x) = 2x + 1 olmak üzere,

$$\lim_{x \to a^+} (gof)(x) = 3$$

eşitliğini sağlayan a değerlerinin toplamı kaçtır?

A) –3 B) –2 C) 1 D) 6 E) 7

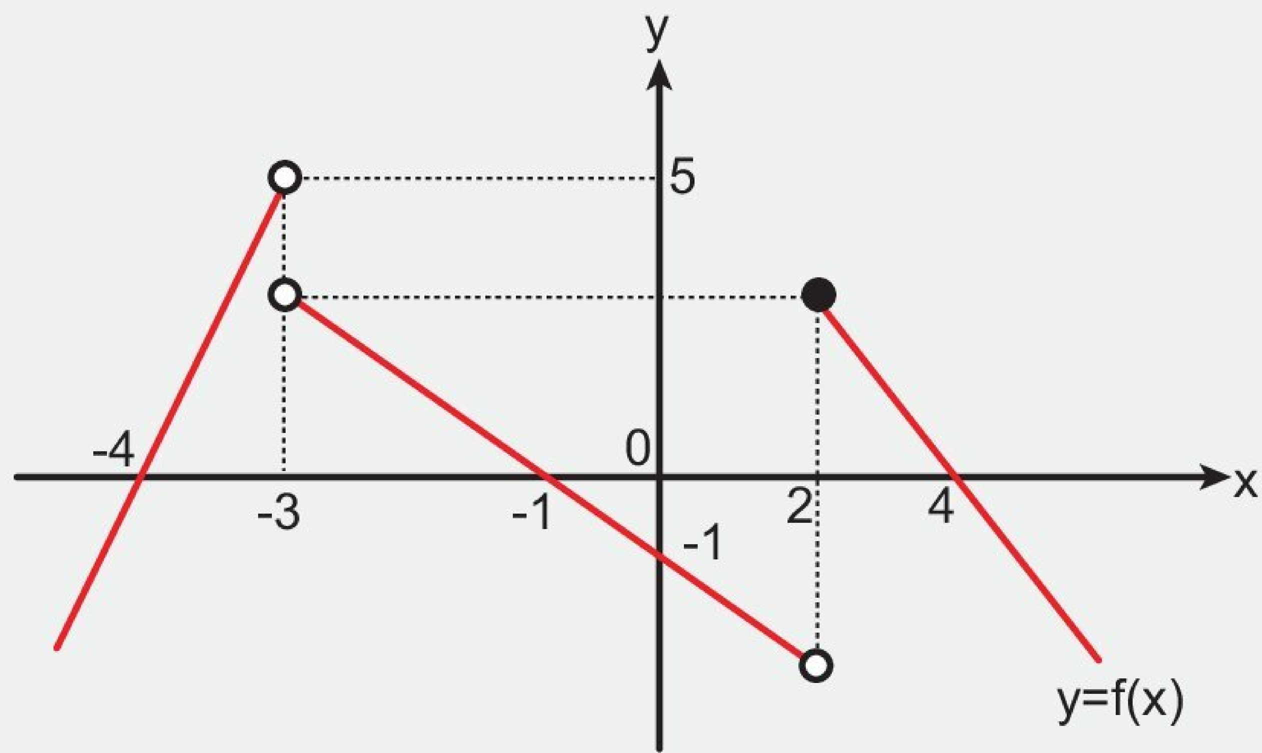
$\lim_{x \to a^+} (gof)(x) = g(f(a^+)) = 3$

$2f(a^+) + 1 = 3$

$f(a^+) = 1$ $a = -3$ ve $a = 4$

Cevap: C

Örnek 11



Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiği doğrusal fonksiyonlardan oluşmaktadır.

$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = k \cdot \lim_{x \to 2^-} f(x) \cdot \lim_{x \to -3^+} f(x)$$

eşitliğini sağlayan k değeri kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{6}$ E) $-\frac{2}{15}$

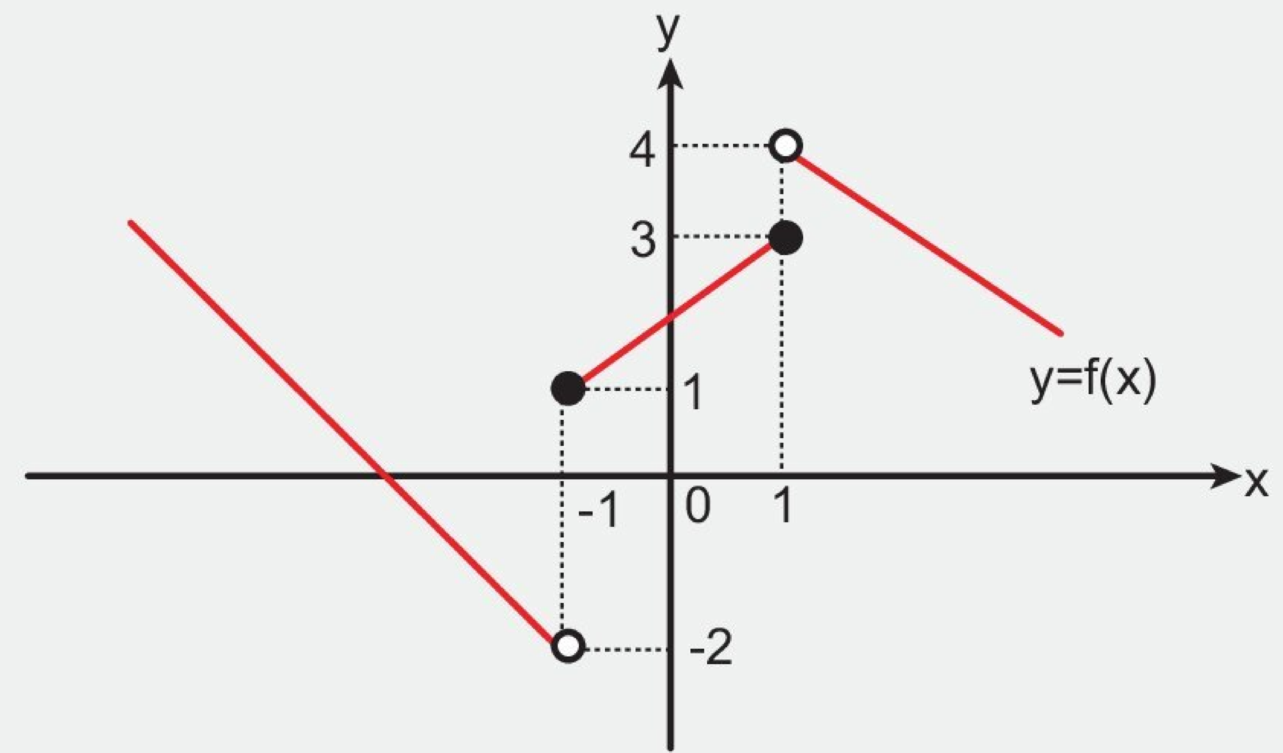
$\lim_{x \to 2^+} f(x) = 2,\ \lim_{x \to 2^-} f(x) - 2,\ \lim_{x \to -3^+} f(x) = 2$

$2 = k \cdot (-3) \cdot 2 \Rightarrow k = -\frac{1}{3}$

(–3, 2) aralığındaki doğru parçasının denklemi y = –x – 1 olduğuna dikkat ediniz.

Cevap: C

Örnek 12



Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğine göre,

$$\lim_{x \to -1^-} |f(x)| = k \cdot \lim_{x \to -1^+} (f(|x|))$$

eşitliğini sağlayan k değeri kaçtır?

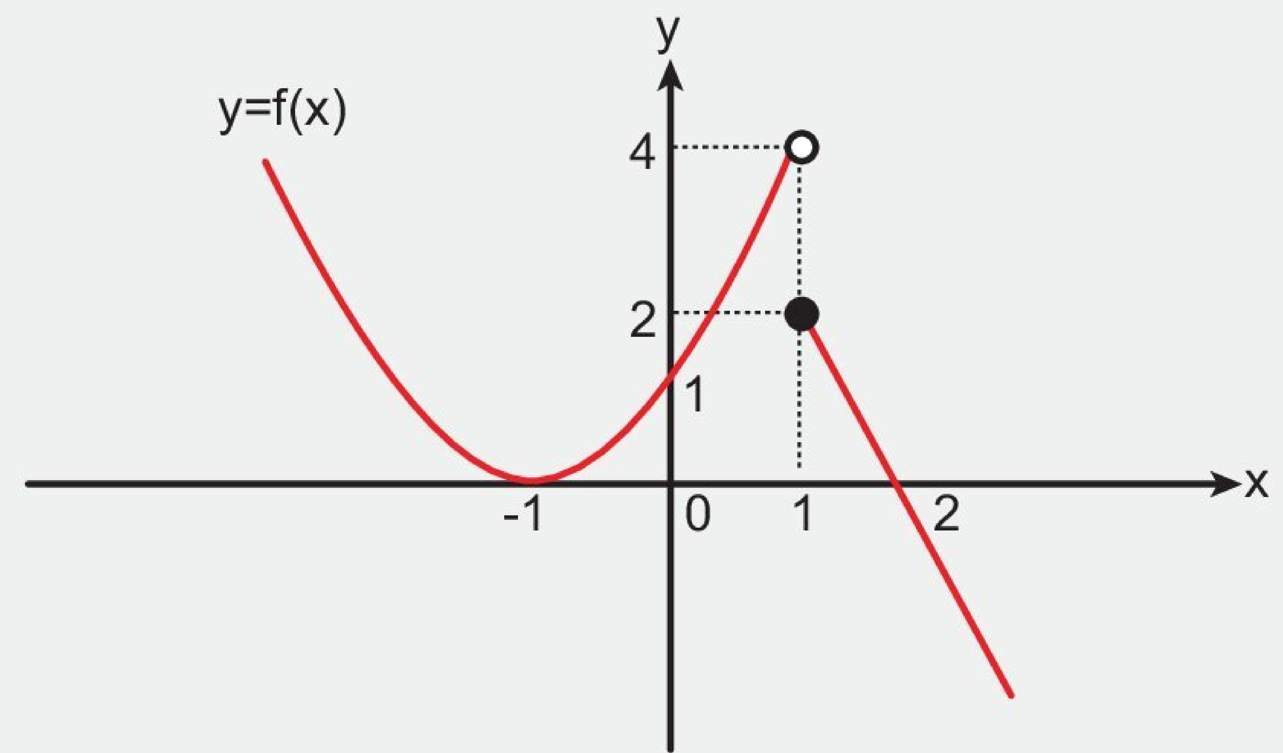
A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

$\lim_{x \to -1} |f(x)| = 2$ $\lim_{x \to -1^-} f(|x|) = f(1^-) = 3$

$2 = k \cdot 3 \Rightarrow k = \frac{2}{3}$

Cevap: A

Örnek 13



Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğine göre,

$$\lim_{x \to 2^-} (fofof)(x)$$

limitinin değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

$f(f(f(2^-))) = f(f(0^+)) = f(1^+) = 2$

Cevap: D

Örnek Cevapları

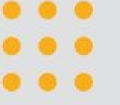
1.B 2.D

3. a) $\lim_{x \to -2^-} f(x) = -1$ b) $\lim_{x \to 2} f(x)$ yoktur.

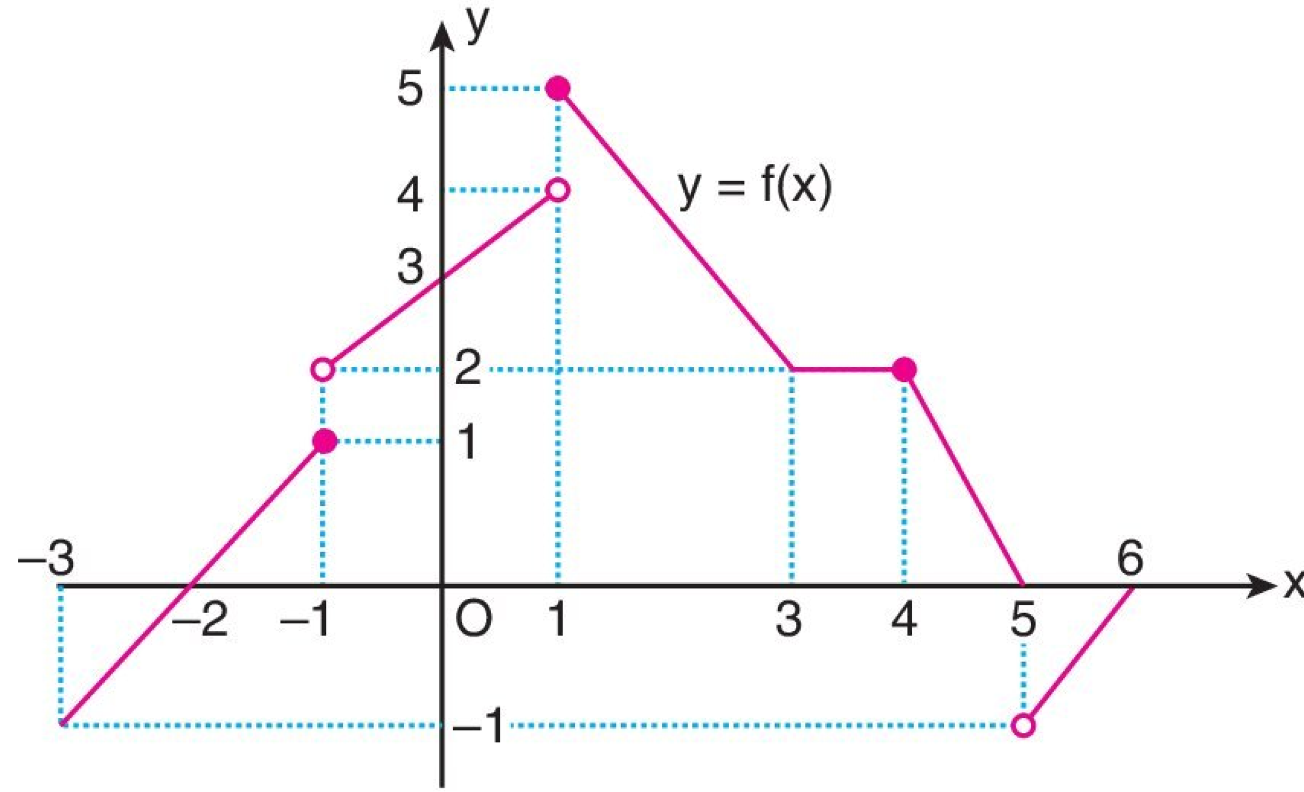
c) $\lim_{x \to 1} f(x) = 5$ d) $\lim_{x \to 2^-} (fof)(x) = \underbrace{(f(2^-))}_{2^+} = -1$

e) $\lim_{x \to -2^+} f(x+4) = f(2^+) = -1$

4.D 5.B 6.C 7.A 8.D 9.C 10.C 11.C 12.A 13.D



1. – 8. sorular aşağıda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğine göre yanıtlanacaktır.



1. $\lim_{x \to 1^+} f(3x+2)$

limitinin değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$\lim_{x \to 5^+} f(x) = -1$ *Cevap A*

2. $\lim_{x \to 2^-} f(3x-5) + \lim_{x \to 3^+} f(2x-7)$

limitinin değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$\lim_{x \to 1^-} f(x) + \lim_{x \to (-1)^+} f(x) = 4 + 2 = 6$ *Cevap D*

3. $\lim_{x \to 5^+} f(4-x)$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$\lim_{x \to (-1)^-} f(x) = 1$ *Cevap B*

4. $\lim_{x \to 1^+} f(10-9x)$

limitinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = 4$ *Cevap D*

5. $\lim_{x \to 1^+} (fof)(x)$

limitinin değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$\lim_{x \to 5^-} f(x) = 0$ *Cevap B*

6. $\lim_{x \to (-1)^-} (fof)(x)$

limitinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = 4$ *Cevap D*

7. $\lim_{x \to (-3)^+} (fofof)(x)$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{13}{3}$ E) $\frac{9}{2}$

$\lim_{x \to (-1)^+} (fof)(x) = \lim_{x \to 2^+} f(x)$

$= \lim_{x \to 2^+} \left(-\frac{3}{2}x + \frac{13}{2}\right) = \frac{7}{2}$ *Cevap C*

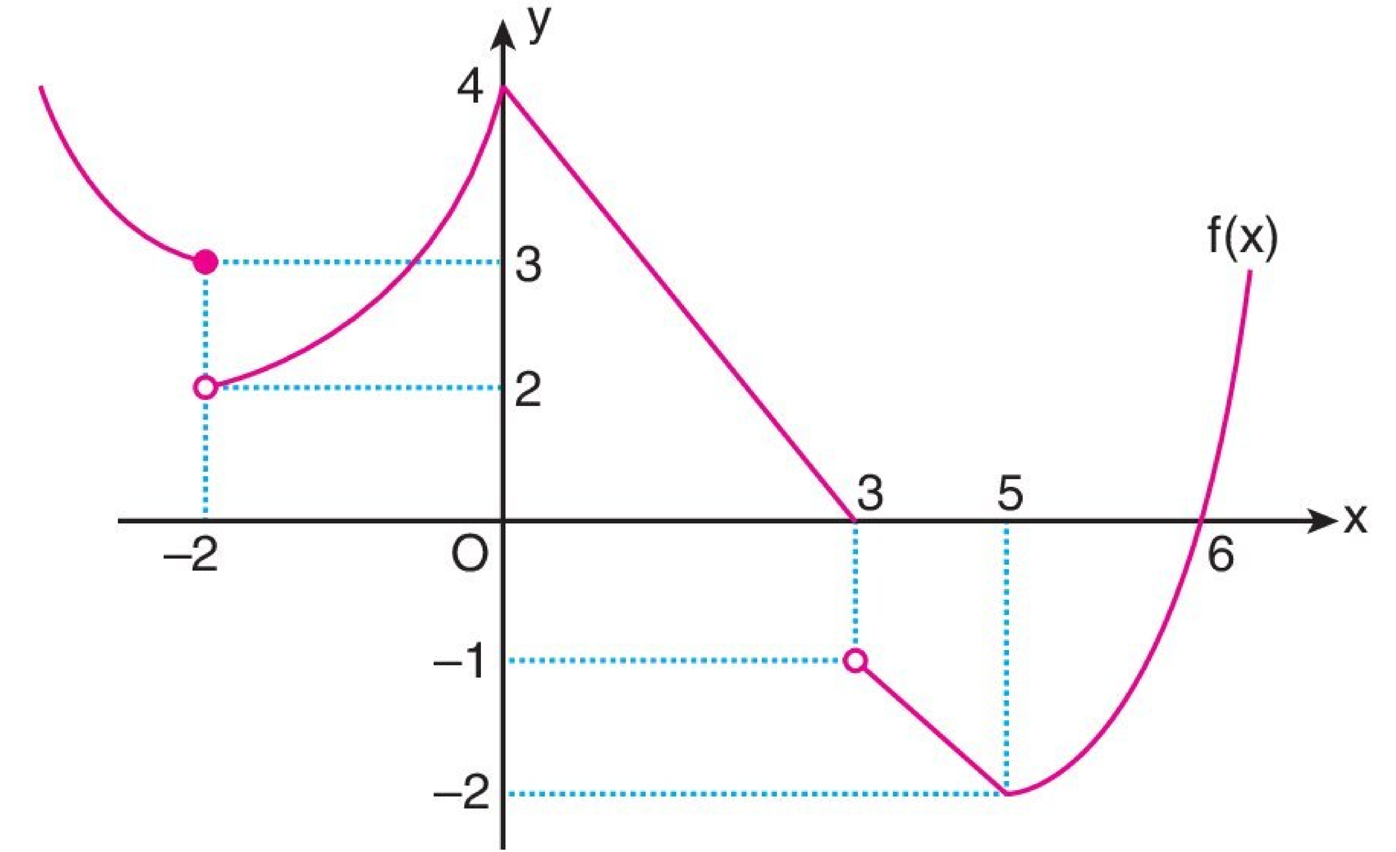
8. $\lim_{x \to 5^-} (fofof)(x)$

limitinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$\lim_{x \to 0^+} (fof)(x) = \lim_{x \to 3^+} f(x) = 2$ *Cevap B*

9.



Şekilde verilen f fonksiyonunun grafiğine göre,

$\lim_{x \to (-2)^-} (fof)(x) + \lim_{x \to 1^+} f(2x+1)$

işleminin sonucu kaçtır?

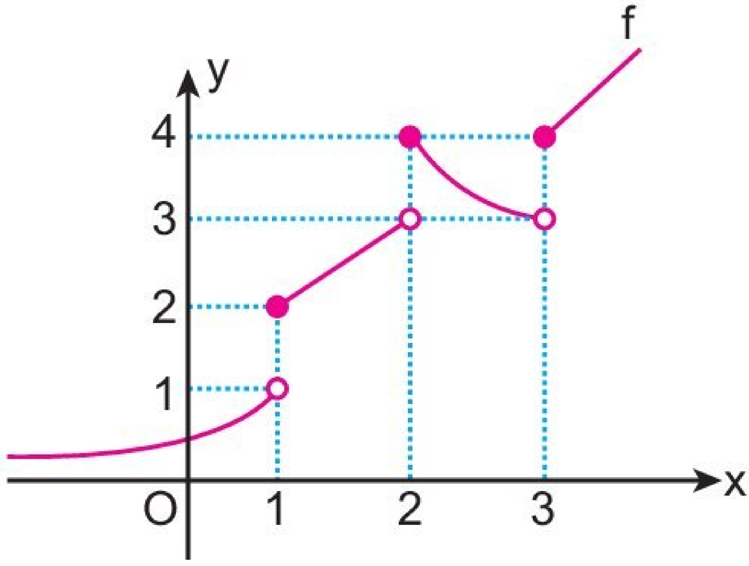
A) 1 B) 0 C) –1 D) –2 E) –3

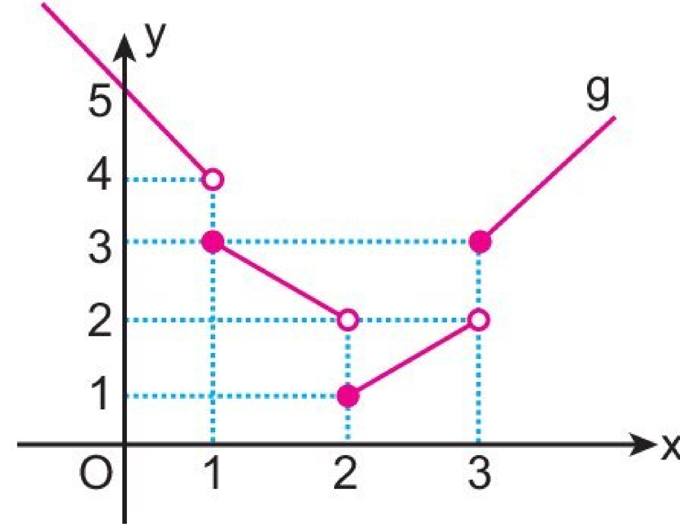
$\lim_{x \to (-2)^-} (fof)(x) = \lim_{x \to 3^+} f(x) = -1$

$\lim_{x \to 1^+} f(2x+1) = \lim_{x \to 3^+} f(x) = -1$

Sonuç: (–1) + (–1) = –2 *Cevap D*

Şekilde f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.
Buna göre 10. – 13. soruları yanıtlayınız.





10. $\lim\limits_{x \to 1^+} (fog)(x)$

limitinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = 3$ *Cevap C*

11. $\lim\limits_{x \to 1^-} (gof)(x)$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$\lim\limits_{x \to 1^-} g(x) = 4$ *Cevap E*

12. $\lim\limits_{x \to 1^+} (gogof)(x)$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$\lim\limits_{x \to 2^+} (gog)(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} g(x) = 3$ *Cevap D*

13. $\lim\limits_{x \to 3^-} \underbrace{(fogofogo\ldots fog)}_{40 \text{ tane } fog}(x)$

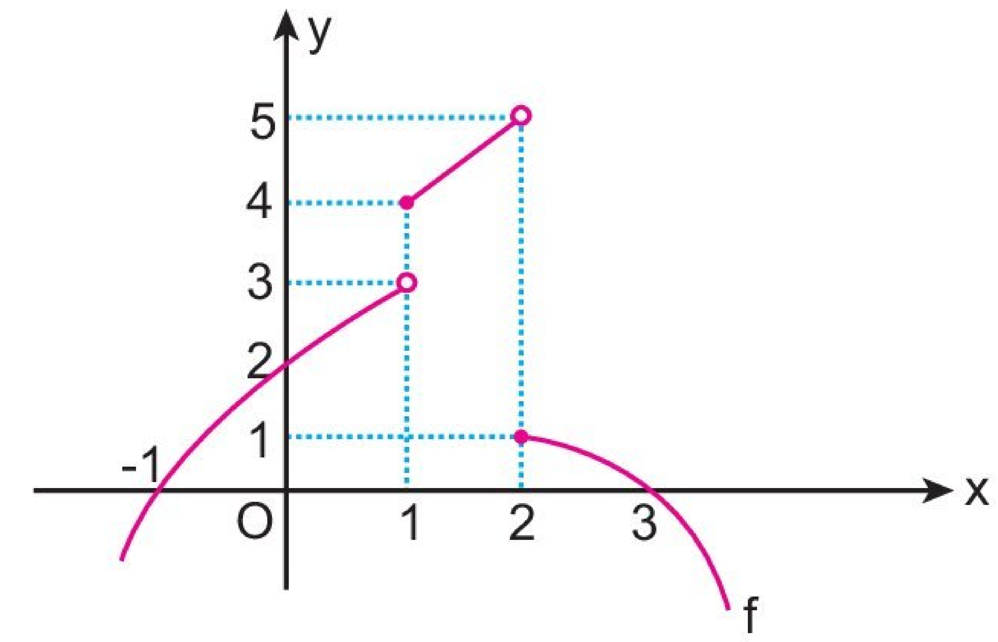
işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$\lim\limits_{x \to 3^-} (fog)(x) = \lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = 3^-$

aynı işlem 40 kez tekrar edilirse sonuç 3 olur. *Cevap C*

14.



Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\lim_{x \to 1^-} \left[f(x+1) + f\left(\frac{1}{x}\right) \right]$$

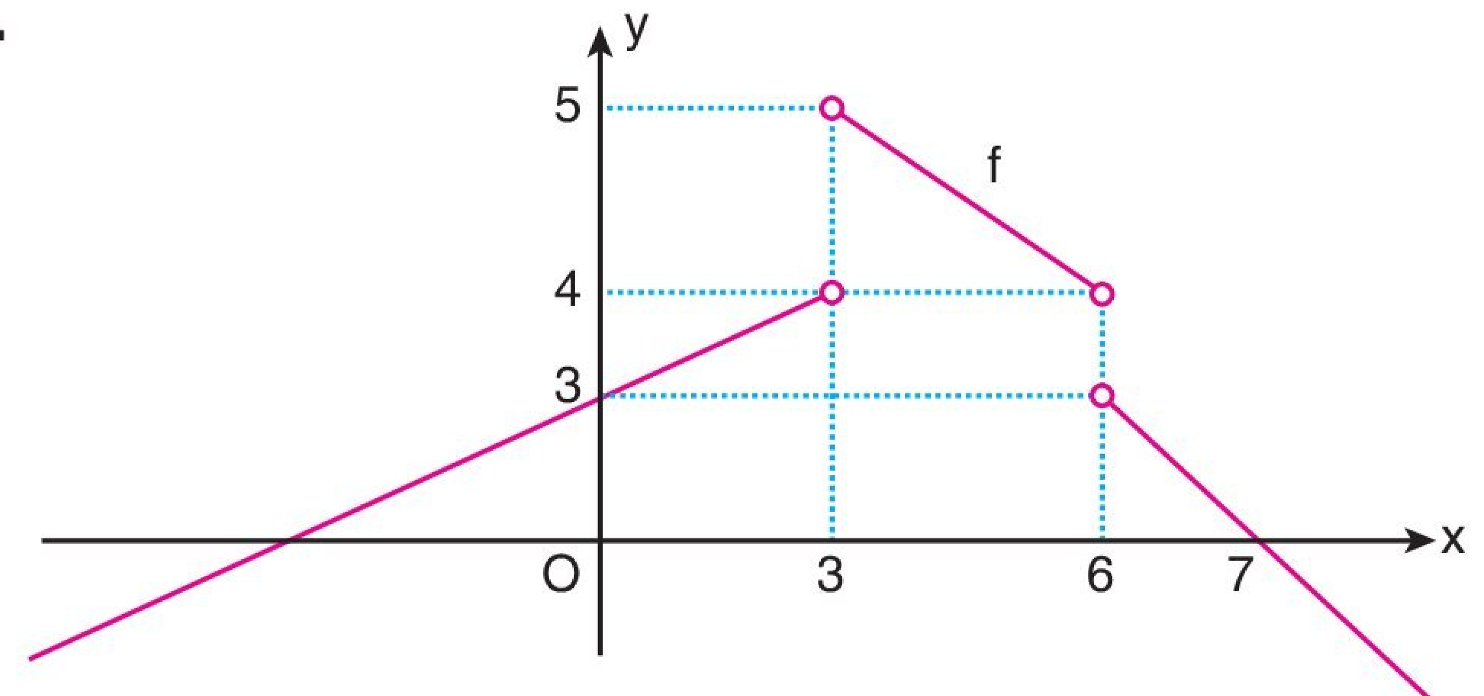
limitinin sonucu kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) + \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = 5 + 4 = 9$

Cevap E

15.



Şekilde f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

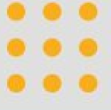
$$\lim_{x \to 2^+} \frac{f(8-x) - f(x^3-2)}{f(2x+2) - f(7-x^2)}$$

limitinin değeri kaçtır?

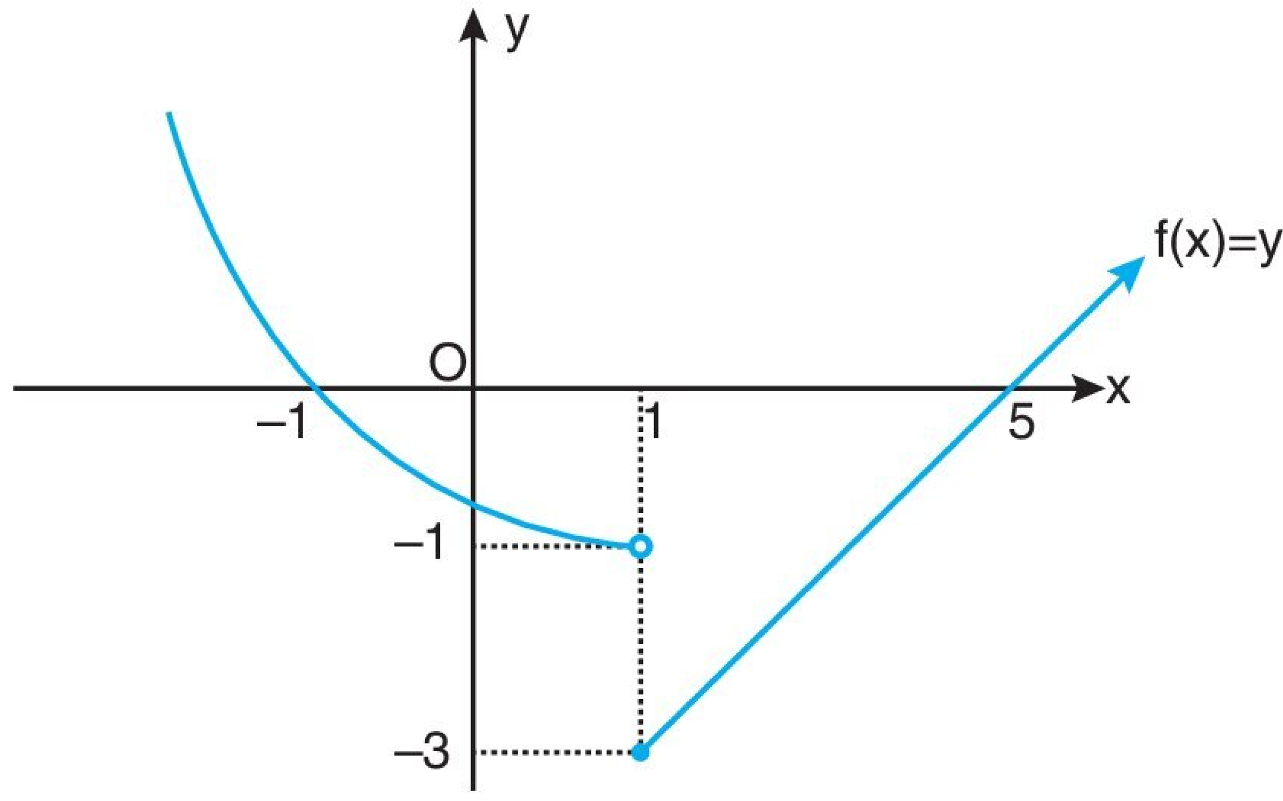
A) –1 B) $-\frac{2}{7}$ C) $-\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{7}$ E) 1

$\dfrac{\lim\limits_{x \to 6^-} f(x) - \lim\limits_{x \to 6^+} f(x)}{\lim\limits_{x \to 6^+} f(x) - \lim\limits_{x \to 3^-} f(x)} = \dfrac{4-3}{3-4} = -1$ *Cevap A*

1.A 2.D 3.B 4.D 5.B 6.D 7.C 8.B 9.D 10.C 11.E 12.D 13.C 14.E 15.A



1.



Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\lim\limits_{x\to 5} f(x) = 0$

B) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = -3$

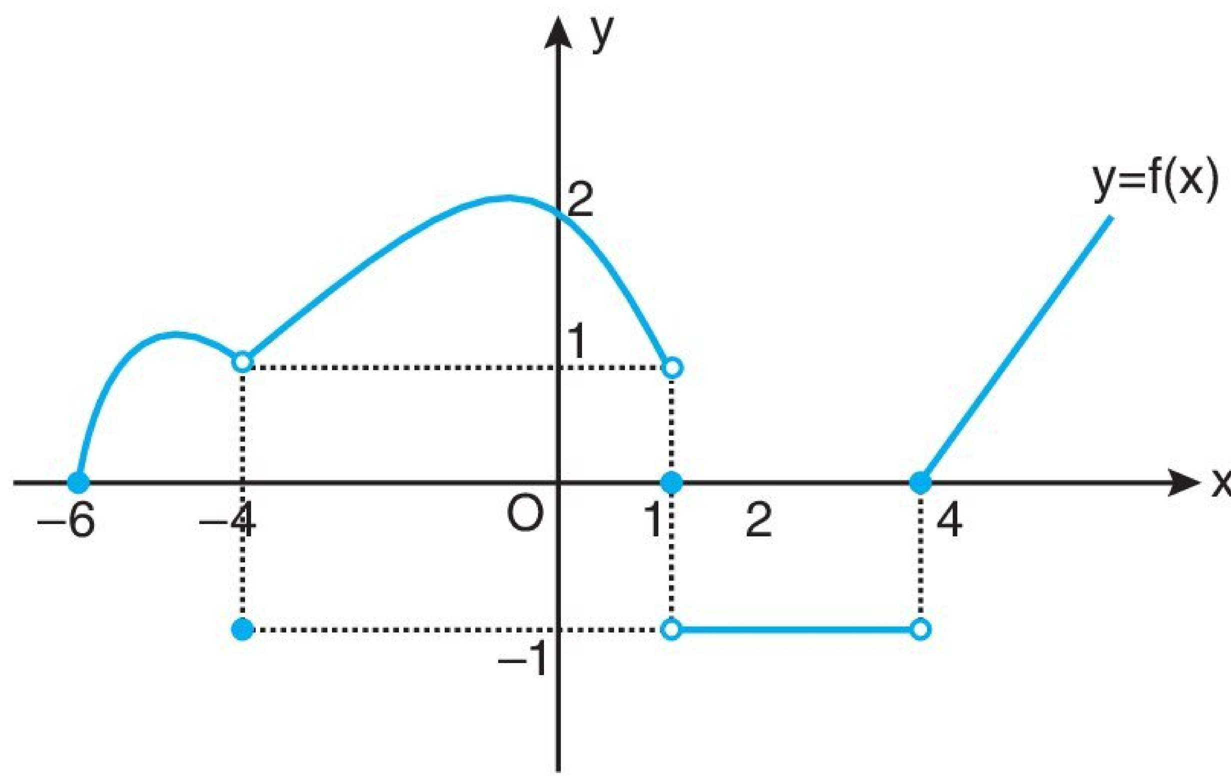
C) $\lim\limits_{x\to -1} f(x) = -1$

D) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -1$

E) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ yoktur.

x = –1 de limit değeri sıfıra eşittir. C seçeneği yanlıştır. *Cevap: C*

2.

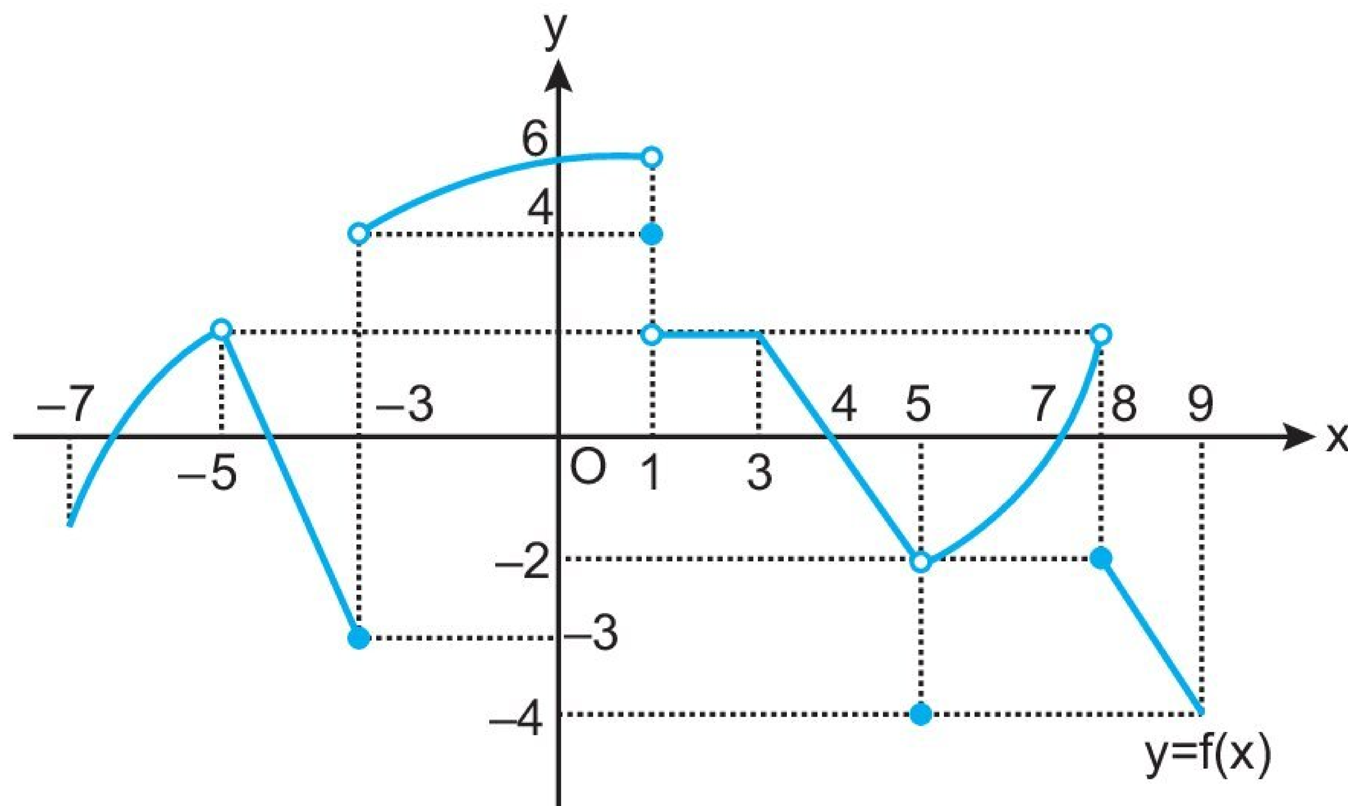


[–6, ∞) → R ye tanımlı olmak üzere, şekilde grafiği verilen f fonksiyonunun {–4, 0, 1, 2, 4} noktalarında var olan limitleri toplamı kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

Sırasıyla : 1 + 2 + Yok + (–1) + Yok
= 2 *Cevap: C*

3.



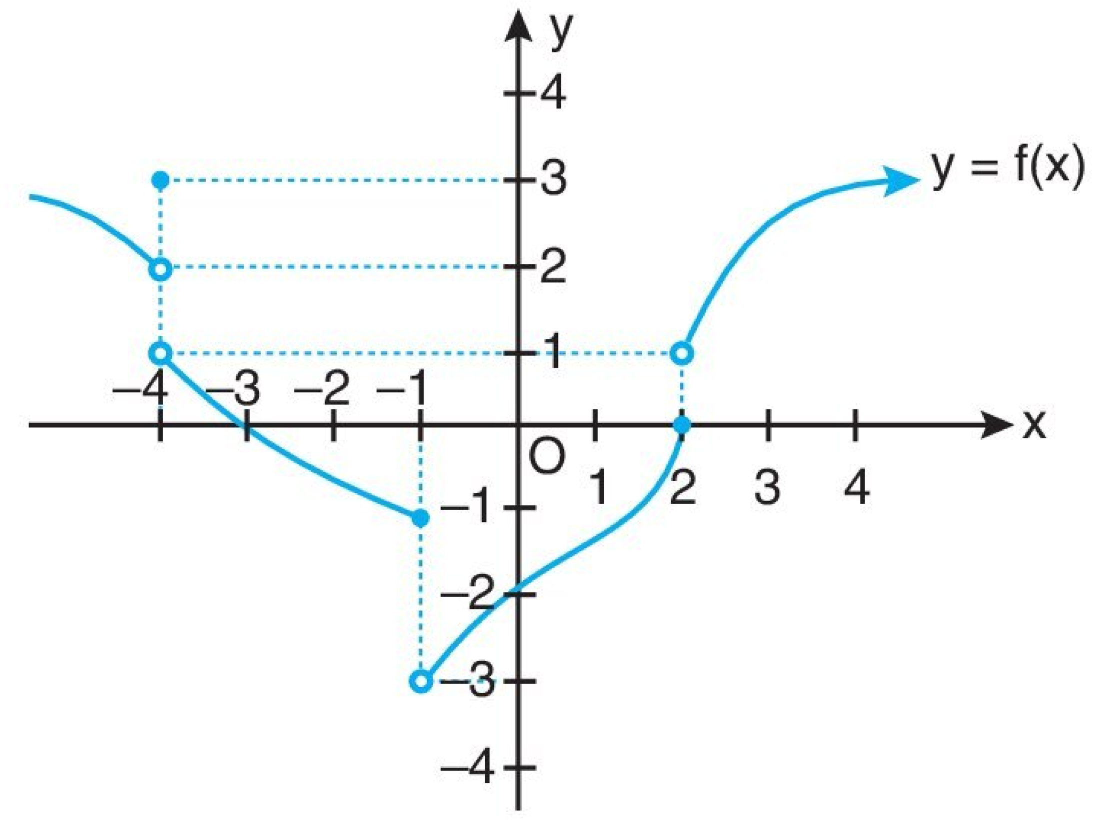
Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, (–7, 9) aralığında x in kaç farklı tam sayı değeri için y = f(x) fonksiyonunun limiti yoktur?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Sağdan soldan limit değerlerinin farklı olduğu noktalarda limit yoktur.
x = –3, 1, 8 olmak üzere 3 noktada limit yoktur. *Cevap: C*

4.



Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

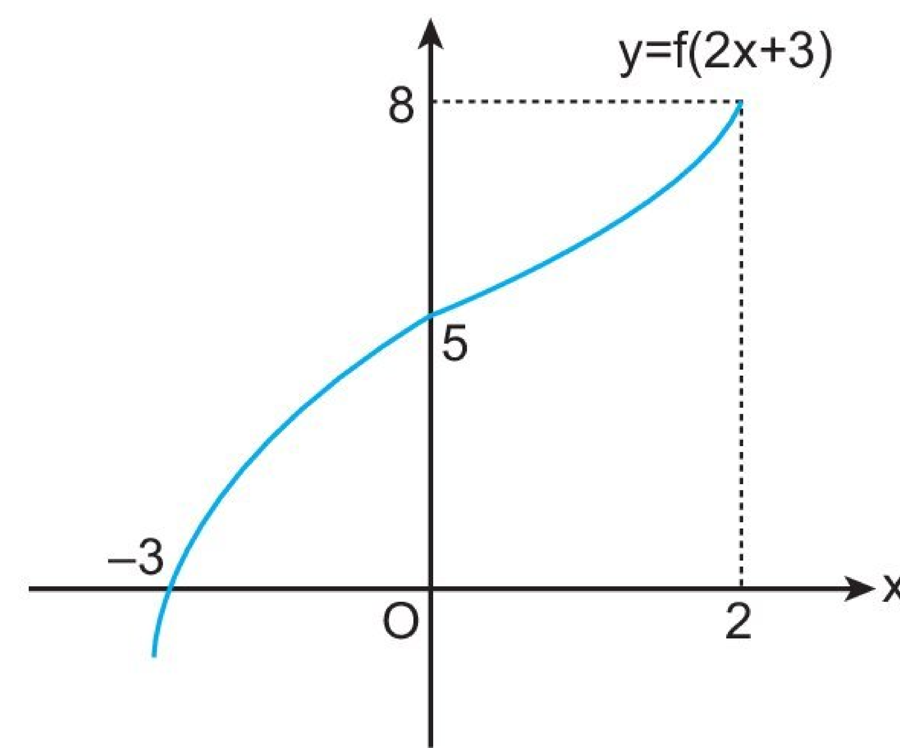
$\lim\limits_{x\to -4^+} f(x) + \lim\limits_{x\to -1^+} f(x) + \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

1 + (–3) + 0 = –2 *Cevap: A*

5.



Şekilde y = f(2x + 3) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{f(x+5)}{f^{-1}(x+3)} - \lim\limits_{x\to 4} \dfrac{f^{-1}(x+4)}{f^{-1}(x-4)}$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

y = f(2x + 3) fonksiyonunda (2, 8), (0, 5), (–3, 0) noktalarını sağlatalım.

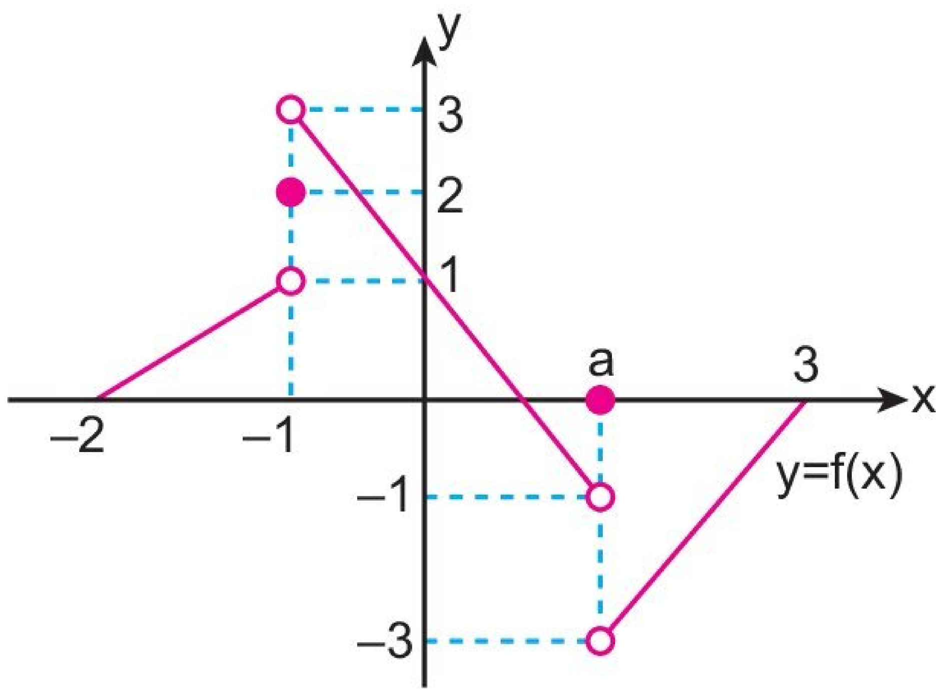
$f(7) = 8$, $f(3) = 5$, $f(-3) = 0$

$f^{-1}(8) = 7$, $f^{-1}(5) = 3$, $f^{-1}(0) = -3$ olur.

$$\frac{\lim\limits_{x\to 7} f(x)}{\lim\limits_{x\to 5} f^{-1}(x)} - \frac{\lim\limits_{x\to 8} f^{-1}(x)}{\lim\limits_{x\to 0} f^{-1}(x)} = \frac{8}{3} - \frac{7}{-3} = \frac{15}{3} = 5$$

Cevap: E

6.



Şekilde f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Grafikler doğrusaldır.

I. $\lim\limits_{x \to (-1)^+} f(x) - \lim\limits_{x \to (-1)^-} f(x) = f(-1)$

II. $\lim\limits_{x \to a} f(-x) = 0$

III. $\lim\limits_{x \to a} \left(|f(x)| + f(x)\right) = f(1)$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) I ve III

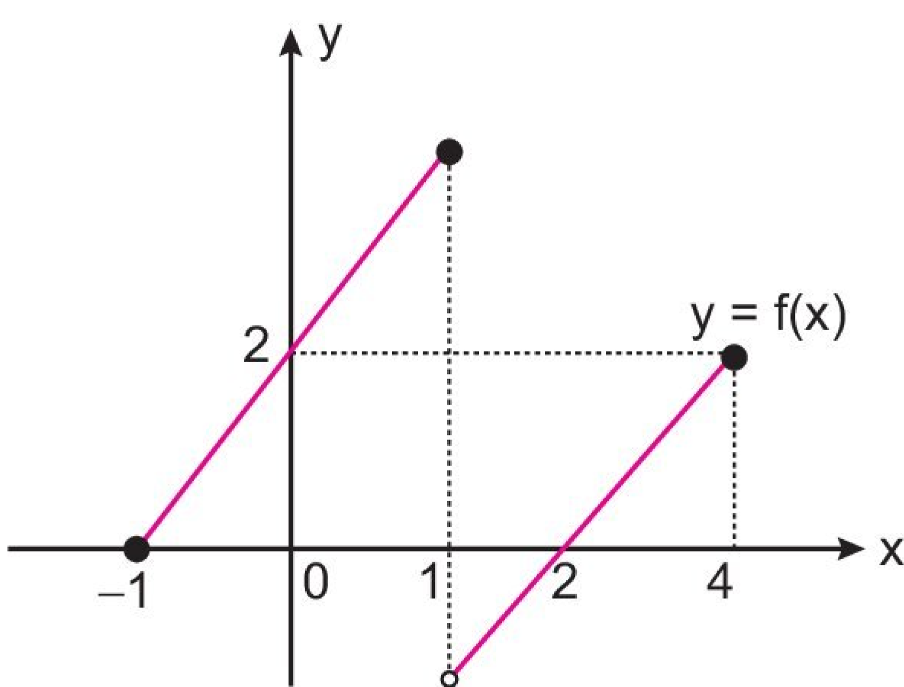
I. $3 - 1 = 2$ doğru

II. a = 1 dir. $\lim\limits_{x \to 1} f(-x) = \lim\limits_{x \to -1} f(x)$ = yoktur ⇒ II yanlıştır.

III. x = 1 de : sağ limit = 3 + (–3) = 0, sol limit = 1 + (–1) = 0, f(1) = 0 doğrudur.

Cevap: E

7.



Şekilde [–1, 4] → ℝ tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Grafikler doğrusaldır.

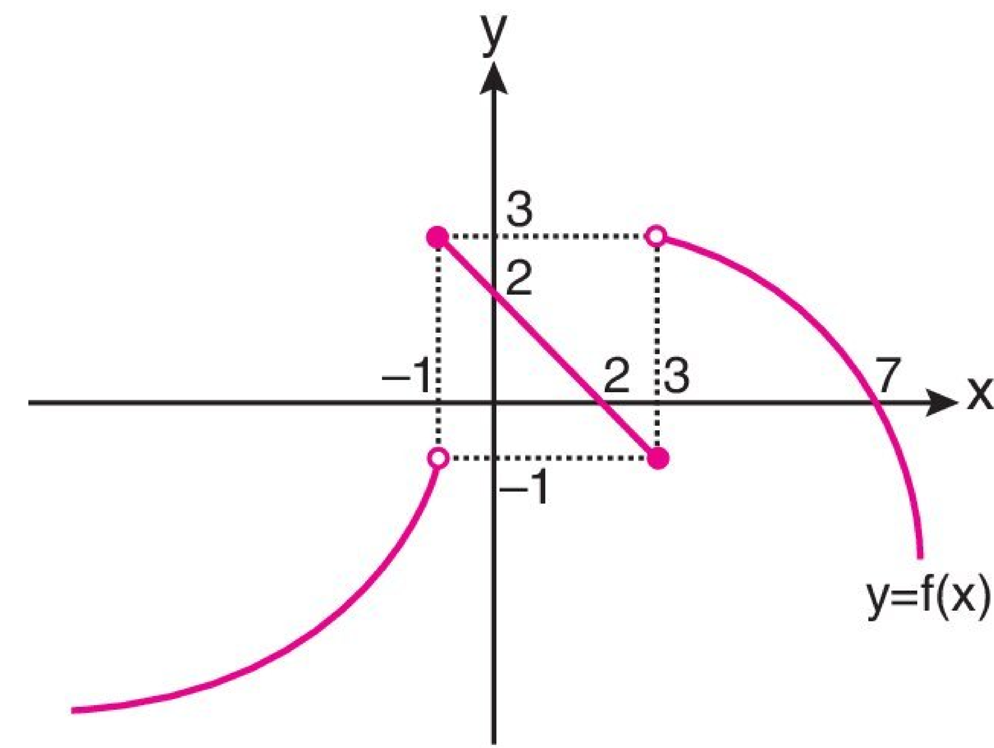
Buna göre, $\lim\limits_{x \to 1^+} f\left(\frac{1}{x}\right) - \lim\limits_{x \to 1^-} f\left(\frac{1}{x}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) –5 B) –3 C) –1 D) 3 E) 5

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) - \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = 4 - (-1) = 5$

Cevap: E

8.



Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = 3$ B) $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = -1$

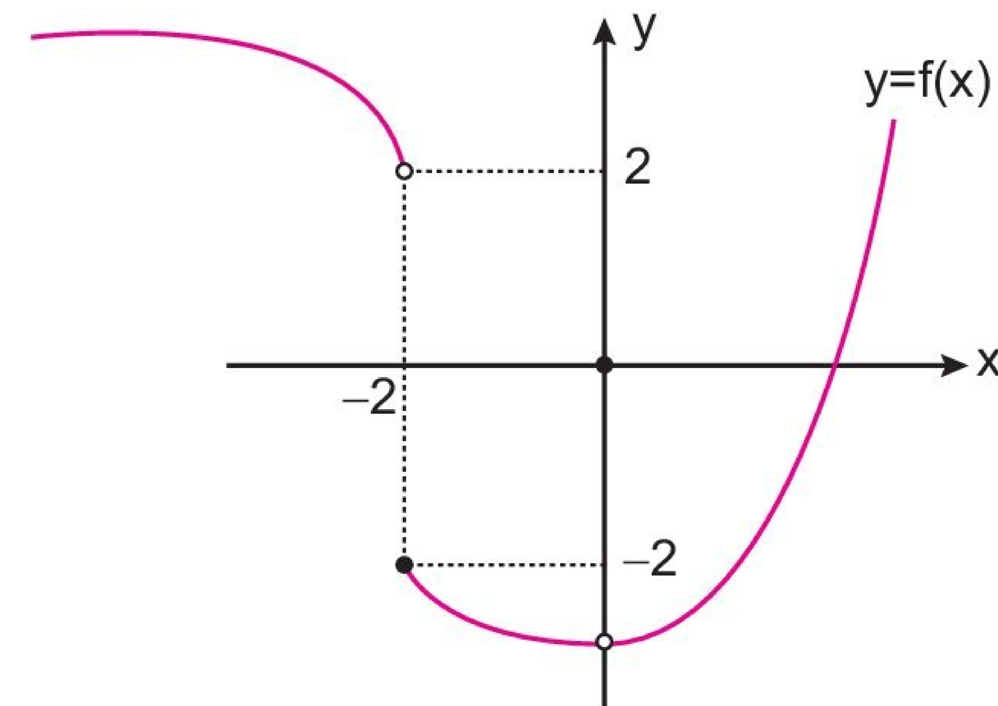
C) $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = -1$ D) $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = 3$

E) $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = 0$

C) $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = -1$, $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = 3$ } $-1 \neq 3$ olduğu için, $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$ yoktur.

Cevap C

9. Şekilde ℝ de tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



I. f(x) fonksiyonunun 2 farklı noktada limiti yoktur.

II. f(x) = 2 olacak biçimde x∈[–2, ∞) yoktur.

III. y = |f(x)| fonksiyonunun x = –2 apsisli noktasında limiti vardır.

Buna göre, yukarıda verilen bilgilerden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve III

D) II ve III E) I, II ve III

- *f(x) in sadece x = –2 de limiti yoktur I. yanlış*
- *f(x) = 2 vardır II yanlış*
- *$\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = -2$, $\lim\limits_{x \to -2} f(x) = 2$ ⇒ |–2| = |2| III doğru*

Cevap:B

1.C 2.C 3.C 4.A 5.E 6.E 7.E 8.C 9.B

LİMİT

I. Limit Özellikleri

1. a, c ∈ $\mathbb{R}$

   f(x) = c ise $\lim\limits_{x \to a} f(x) = c$ dir.

2. f(x) polinom fonksiyonu için

   $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$ dır.

> $\lim\limits_{x \to a} f(x) = m$ ve $\lim\limits_{x \to a} g(x) = n$ olmak üzere,

3. $\lim\limits_{x \to a} (f(x) \mp g(x)) = m \mp n$ dir.

4. $\lim\limits_{x \to a} (f(x) \cdot g(x)) = m \cdot n$ dir.

5. $\lim\limits_{x \to a} (k \cdot f(x)) = k \cdot m$ ve $(k \in \mathbb{R})$ dir.

6. $\lim\limits_{x \to a} \left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right) = \dfrac{m}{n}$ $(n \neq 0)$

7. $\lim\limits_{x \to a} (f(x))^k = m^k$

8. $\lim\limits_{x \to a} \sqrt[k]{f(x)} = \sqrt[k]{m}$ (k tek ise)

   $\lim\limits_{x \to a} \sqrt[k]{f(x)} = \sqrt[k]{m}$ (k çift, $m \geq 0$)

Örnek 1

Gerçek sayılarda tanımlı ve limiti olan f(x) ve g(x) fonksiyonları için

$\lim\limits_{x \to a} [f(x) + g(x)] = 6$

$\lim\limits_{x \to a} [f(x) - g(x)] = 2$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre,

$\lim\limits_{x \to a} \dfrac{2f(x) + g(x)}{f(x) \cdot g(x)}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\dfrac{3}{4}$ B) 1 C) $\dfrac{5}{4}$ D) $\dfrac{3}{2}$ E) 2

$\lim\limits_{x \to a} f(a) + \lim\limits_{c \to a} g(a) = 6$, $\lim\limits_{x \to a} f(a) - \lim\limits_{x \to a} g(a) = 2$ $\Rightarrow$ $\lim\limits_{x \to a} f(a) = 4$, $\lim\limits_{x \to a} g(a) = 2$

$\lim\limits_{x \to a} \dfrac{2f(x) + g(x)}{f(x) \cdot g(x)} = \dfrac{2 \cdot 4 + 2}{4 \cdot 2} = \dfrac{10}{8} = \dfrac{5}{4}$

Cevap: C

Örnek 2

Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve her noktada limiti olan f(x) ve g(x) fonksiyonları için,

$\lim\limits_{x \to a} f(x) = L_1$ ve $\lim\limits_{x \to a} g(x) = L_2$

olduğu bilinmektedir.

Buna göre,

I. $\lim\limits_{x \to a} (f(x) + g(x)) = L_1 + L_2$

II. $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{L_1}{L_2}$

III. $\lim\limits_{x \to a} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L_1}$

eşitliklerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) II ve III E) I ve III

I. Doğru

II. $\lim\limits_{x \to a} g(x) = 0 = L_2$ olabilir. Yanlış

III. Yanlış $L_1 < 0$ olabilir.

Cevap: A

Örnek 3

$\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{3x + m}{x + 2} = 4$

olduğuna göre, m değeri kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

$\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{3x + m}{x + 2} = \dfrac{3 \cdot 2 + m}{2 + 2} = 4$

$6 + m = 16 \Rightarrow m = 10$

Cevap: C

Örnek 4

Gerçek sayılarda tanımlı f(x) = c fonksiyonu için

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) + \lim\limits_{x \to -2} f(2x) = 12$

olduğuna göre, $\lim\limits_{x \to 0} 3 \cdot f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

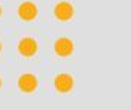
$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) + \lim\limits_{x \to -2} f(2x) = 12$

c + c = 12

2c = 12 c = 6

$f(x) = 6 \Rightarrow \lim\limits_{x \to 0} 3 \cdot f(x) = 3 \cdot 6 = 18$

Cevap: C



Örnek 5

f : ℝ → ℝ

$f(x) = x^2 + ax + b$ fonksiyonu için $\lim_{x\to 1} f(x) + \lim_{x\to -1} f(x) = 8$ olduğuna göre, b kaçtır?

A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) 5

$\lim_{x\to 1} f(x) = 1 + a + b$, $\lim_{x\to -1} f(x) = 1 - a + b$

$1 + \cancel{a} + b + 1 - \cancel{a} + b = 2b + 2 = 8 \Rightarrow 2b = 6$

$b = 3$

Cevap: A

Örnek 6

$\lim_{x\to 13}\left((x+1)^3 - 3x^2 - 3x - x^3\right)$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 56 E) 126

$(x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

$(x+1)^3 - 3x - 3x - x^3 = 1$

$\lim_{x\to 13} 1 = 1$

Cevap: B

Örnek 7

$\lim_{x\to 5}\left(\log_3(x^3 - 44)\right)$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 2 C) e D) 3 E) 4

$= \log_3(5^3 - 44) = \log_3 81 = 4$

Cevap: E

Örnek 8

$\lim_{x\to \frac{\pi}{8}} \frac{\tan 2x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) -1 C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

$\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$

$= \frac{\tan\left(2\cdot\frac{\pi}{8}\right)}{\cos\left(2\cdot\frac{\pi}{8}\right)} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

Cevap: D

Çıkmış Soru 1

L bir gerçel sayı olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları için

$\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2} g(x) = L$

eşitliği sağlanıyor.

Buna göre,

I. $f(2) = g(2)$

II. $\lim_{x\to 2}(f(x) - g(x)) = 0$

III. $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{g(x)} = 1$

ifadelerinden hangileri <u>her zaman</u> doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III

D) II ve III E) I, II ve III

2018 AYT

I. Yanlış olabilir. Limitlerin eşit olması fonksiyonların x = 2 deki kendi değerlerinin eşit olmasını gerektirmez.

III. Yanlış olabilir. L = 0 için

$\lim_{x\to 2} g(x) = 0$ ise payda sıfıra eşit ve tanımsız olur.

Yalnız II doğrudur.

Cevap: B

Çıkmış Soru 2

Gerçek sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonu her x için,

$1 \leq f(x) \leq 2$

eşitsizliklerini sağlıyor.

Buna göre,

I. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1}{f(x)}$ vardır.

II. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x)}{x}$ vardır.

III. $\lim\limits_{x\to 1} (|f(x)| - f(x))$ vardır.

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

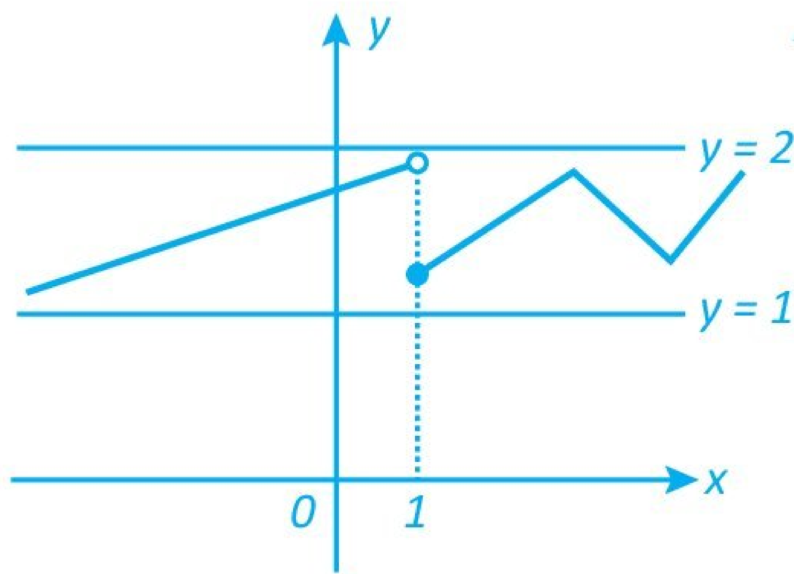
A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) II ve III

2017 LYS

I ve II. Limitli olmaktan bahsedilmemiş. Grafik aşağıdaki gibi olabilir.

x = 1 de limitsiz olabilir.



Bu durumda x = 1 için I ve II yanlış olabilir.

III. f(x) daima pozitif $|f(x)| = f(x)$

$\forall x$ için $|f(x)| - f(x) = 0$

$x \to 1$ için Limit $(|f(x)| - f(x)) = 0$ dır. III daima doğrudur. *Cevap: C*

II. Parçalı Tanımlı Fonksiyonların Limiti

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & x < a \\ h(x) & a \leq x \end{cases}$$

biçiminde tanımlanan fonksiyonlarda kritik noktalarda limite bakılırken sağdan ve soldan limite bakılır.

x = a noktası dışındaki noktalarda ise noktanın bulunduğu aralıkta tanımlı olan fonksiyonun limitine bakılır.

Örnek 9

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x < 3 \\ 4x & 3 \leq x \end{cases}$$

fonksiyonu için

I. $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 1$

II. $\lim\limits_{x\to 4} f(x) = 16$

III. $\lim\limits_{x\to 3} f(x) = 5$

eşitliklerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) II ve III E) I, II ve III

I. $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \lim\limits_{x\to 1}(2x - 1) = 1$ *Doğru*

II. $\lim\limits_{x\to 4} f(x) = \lim\limits_{x\to 4} (4x) = 16$ *Doğru*

III. $\lim\limits_{x\to 3^-} (2x - 1) = 5$, $\lim\limits_{x\to 3^+} (4x) = 12$

$5 \neq 12 \ldots \lim\limits_{x\to 3} f(x)$ yoktur. *Cevap: C*

Örnek 10

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & x < -2 \\ x - 5 & -2 \leq x \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \sin x & x < \dfrac{\pi}{2} \\ \cos x - 1 & \dfrac{\pi}{2} \leq x \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} e^x + 1 & x < 0 \\ \log(x + 100) & 0 \leq x \end{cases}$$

fonksiyonlarından hangilerinin tüm gerçek x değerleri için limiti vardır?

A) Yalnız f B) Yalnız g C) f ve h

D) g ve h E) f, g ve h

f(x) in x = –2 dahil tüm gerçek x değerleri için limiti vardır.

g(x) in $x = \frac{\pi}{2}$ de limiti yoktur.

h(x) in, x = 0 dahil tüm gerçek x değerleri için imiti vardır. *Cevap: C*

Örnek 11

$$f(x) = \begin{cases} ax + 5 & x < 2 \\ 7 & x = 2 \\ x^2 + b & 2 < x \end{cases}$$

biçiminde tanımlanan f(x) fonksiyonunun her x gerçek sayısı için limiti vardır.

Buna göre, 2a – b değeri kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

x = 2 ve $2 \le x$ için limit var. Kritik noktada da limit olmalı

$\lim\limits_{x \to 2^-} (ax + 5) = \lim\limits_{x \to 2^+} (x^2 + b)$

$2a + 5 = 4 + b$

$2a - b = -1$

(Dikkat limitin fonksiyonun x = 2 deki değeri ile ilgisi yoktur!) *Cevap: E*

Örnek 12

$\lim\limits_{x \to 2^+} x \cdot |x - 4|$

limitinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 8 B) 4 C) –2 D) –4 E) –8

$\lim\limits_{x \to 2^+} x|x - 4| = 2^+|2^+ - 4| = 4$ *Cevap: B*

Örnek 13

$$f(x) = \begin{cases} a\sqrt{x} & x < 1 \\ \sqrt{6x + a} & 1 \le x \end{cases}$$

fonksiyonunun x = 1 de limiti olduğuna göre, a nın pozitif değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

$\lim\limits_{x \to 1^-} a\sqrt{x} = \lim\limits_{x \to 1^+} \sqrt{6x + a}$

$a = \sqrt{a + 6} \Rightarrow a^2 - a - 6 = 0$

$(a - 3)(a + 2) = 0$

$a = 3 \vee a = -2$

Cevap: D

Örnek Cevapları

1.C	2.A	3.C	4.C	5.A	6.B	7.E	8.D	9.C	10.C
11.E	12.B	13.D	14.A	15.E	16.D				

Çıkmış Soru Cevapları

1.B	2.C

Örnek 14

$$f(x) = \begin{cases} 3x - m & x < 2 \\ nx + 2 & 2 \le x \end{cases}$$

fonksiyonunun x = 2 de limiti vardır

$\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \lim\limits_{x \to 3} f(x)$

olduğuna göre, $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$ kaçtır?

A) –4 B) –1 C) 0 D) 2 E) 5

x=2 için

$\lim\limits_{x \to 2^-} (3x - m) = \lim\limits_{x \to 2^+} (nx + 2)$

$6 - m = 2n + 2 \Rightarrow 2n + m = 4$

$\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \lim\limits_{x \to 3} f(x) \Rightarrow \lim\limits_{x \to 1} (3x - m) = \lim\limits_{x \to 3} (nx + 2)$

$3 - m = 3n + 2$

$3n + m = 1$

$-/2n + m = 4$

$3n + m = 1$

$n = -3,\ m = 10$

$\lim\limits_{x \to 2} f(x) = \lim\limits_{x \to 2} (-3x + 2) = -4$ *Cevap: A*

Örnek 15

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 2 & x < -2 \\ a + 1 & x = -2 \\ 5x - a & -2 < x \end{cases}$$

y = f(x) in x = –2 de limiti olduğuna göre, f(–2) değeri kaçtır?

A) –2 B) 5 C) 7 D) 10 E) 13

$\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = \lim\limits_{x \to -2^+} f(x)$ *olmalıdır.*

$4 - 2a - 2 = -10 - a$

$12 = a$ $f(-2) = 12 + 1 = 13$ *Cevap: E*

Örnek 16

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx + 4 & x < -1 \\ a + x & -1 \le x < 1 \\ bx^2 - 2a & 1 \le x \end{cases}$$

biçiminde tanımlanan f(x) fonksiyonunun her x gerçel sayısı için limiti olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{3}{2}$

$x = -1$ *de* $\lim\limits_{x \to -1^-} (ax^3 + bx + 4) = \lim\limits_{x \to -1^+} (a + x)$

$-a - b + 4 = a - 1$

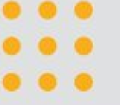
$2a + b = 5 \ldots (1)$

$x = 1$ *de* $\lim\limits_{x \to 1^-} (a + x) = \lim\limits_{x \to 1^+} (bx^2 - 2a)$

$a + 1 = b - 2a$

$3a - b = -1 \ldots (2)$

(1) ve (2) ortak çözülürse $a = \frac{4}{5}$ *Cevap: D*



1. $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \sqrt{\dfrac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2}}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

$\sqrt{\dfrac{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}}} = 0$

Cevap C

2. $\lim\limits_{x \to \sqrt{e}} \dfrac{e^{2\ln x} + e}{x^2 + e}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 2e B) e C) 2 D) 1 E) 0

$\dfrac{e^{\ln e} + e}{e + e} = \dfrac{2e}{2e} = 1$

Cevap D

3. $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{\log(x-3)}{\ln x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) –1

$\dfrac{0}{\ln 4} = 0$

Cevap D

4. $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{\ln x}{\log_2 x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 5 ln 2 B) 4 ln 2 C) 3 ln 2 D) 2 ln 2 E) ln 2

$\dfrac{2\ln 2}{2} = \ln 2$

Cevap E

5. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{e^{2x} - 1}{e^x + 1}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) $\dfrac{1-e}{e}$ D) e E) e – 1

$\dfrac{e^{-2} - 1}{e^{-1} + 1} = e^{-1} - 1 = \dfrac{1}{e} - \dfrac{1}{1} = \dfrac{1-e}{e}$

Cevap C

6. $f(x) = \begin{cases} 2x &, \ x < 1 \\ x^2 + 1 &, \ x > 1 \end{cases}$

fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = 5$

B) $a \neq b$ için $\lim\limits_{x \to a} f(x) \neq \lim\limits_{x \to b} f(x)$

C) $a < 0$ için $\lim\limits_{x \to a} f(x) < 0$

D) $a > 0$ için $\lim\limits_{x \to a} f(x) > 0$

E) x = 1 apsisli noktada f fonksiyonunun limiti yoktur

SOL LİMİT = SAĞ LİMİT

2 = 2

x = 1 de limit vardır. E seçeneği yanlıştır.

Cevap E

7. $\lim\limits_{x \to \frac{2}{3}} \dfrac{3x^2 - 5x + 2}{\ln(x^2 + 4)}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$\lim\limits_{x \to \frac{2}{3}} \dfrac{3x^2 - 5x + 2}{\ln(x^2 + 4)} = \dfrac{3\frac{4}{9} - 5\frac{2}{3} + 2}{1n\frac{40}{9}} = 0$

Cevap A

8. $f(x) = \begin{cases} x + 1 & x < 2 \\ x^2 & 2 \le x \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre,

$\lim\limits_{x \to 1} f(x) + \lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$

limitinin değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

(1 + 1) + (2 + 1) = 5

Cevap C

9. $\lim\limits_{x \to 4} \left[\sin\left(\dfrac{\pi x}{16}\right) + \dfrac{\sqrt{2}x}{8} \right]$

limitinin değeri kaçtır?

A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) 1 D) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

$\sin\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

Cevap B

10. $f(x)=\begin{cases}3x^2+k & x\le 4\\ x^3-4 & x>4\end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

f(x) fonksiyonunun x = 4 apsisli noktasındaki limiti p reel sayısına eşittir.

Buna göre, k + p toplamı kaçtır?

A) 48 B) 60 C) 72 D) 84 E) 96

$48+k=64-4$

$k=12$

$p=60$

$k+p=72$

Cevap C

11. $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x+1}{x^2+5x+4}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{5}$

$\frac{2}{1+5+4}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

Cevap E

12. $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{2x^2-2x\sqrt{2x}}{e^2+e^{x-2}-1}\right)$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

$\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{2x^2-2x\sqrt{2x}}{e^2+e^{x-2}-1}\right)=\dfrac{8-4\sqrt{4}}{e^2+1-1}=0$

Cevap A

13. $f(x)=\begin{cases}2^x & , x<1\\ x^2+1 & , 1<x<2\\ 2x+1 & , x>2\end{cases}$

fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=2$

B) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=5$

C) f fonksiyonu tanım kümesindeki her noktada bir limit değerine sahiptir.

D) $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=7$

E) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0} 2^x=2^0=1$ dir.

E seçeneği yanlıştır.

Cevap E

14. $\lim\limits_{x\to -2019}\dfrac{x^3-1}{x^2+x+1}$

limitinin değeri kaçtır?

A) –2020 B) –2018 C) 1 D) 2 E) 2018

$\lim\limits_{x\to -2019}(x-1)=-2020$

Cevap A

15. $\lim\limits_{y\to 0}\left[\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x+\tan y}{\sin x+\sin y}\right]$

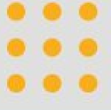
limitinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

$\lim\limits_{y\to 0}\left[\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x+\tan y}{\sin x+\sin y}\right]=\lim\limits_{y\to 0}\left[\dfrac{0+\tan y}{0+\sin y}\right]=\lim\limits_{y\to 0}\left[\dfrac{1}{\cos y}\right]=1$

Cevap D

1.C 2.D 3.D 4.E 5.C 6.E 7.A 8.C 9.B 10.C 11.E 12.A 13.E 14.A 15.D



1. $f(x) = 2x^2 + 1$ ve $g(x) = x^3 - 3x$ fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$\lim_{x \to 2} \left(3 \cdot f(x) - g^2(x)\right)$$

limitinin değeri kaçtır?

A) 12 B) 17 C) 20 D) 23 E) 28

$\lim_{x \to 2} f(x) = 9$, $\lim_{x \to 2} g(x) = 2$

$\lim_{x \to 2} \left(3 \cdot f(x) - g^2(x)\right) = 27 - 4 = 23$

Cevap D

2. $$\lim_{x \to 2} \frac{e^{2x-3}}{\log_8 x}$$

ifadesinin eşiti kaçtır?

A) e B) 2e C) 3e D) 4e E) 5e

$\frac{e}{\frac{1}{3}} = 3e$

Cevap C

3. $$\lim_{x \to 2} \left((x^2 + 2) \cdot \log_4 x\right)$$

ifadesinin eşiti kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$6 \cdot \frac{1}{2} = 3$

Cevap C

4. $$f(x) = \begin{cases} mx + n & , \ x < 2 \\ x - m + n & , \ x > 2 \end{cases}$$

fonksiyonunun x = 2 noktasında limiti olduğuna göre, m değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

$\lim_{x \to 2^-} (mx + n) = 2m + n$

$\lim_{x \to 2^+} (x - m + n) = 2 - m + n$

$\Rightarrow 2m + n = 2 - m + n$

$\Rightarrow 3m = 2$

$\Rightarrow m = \frac{2}{3}$

Cevap C

5. $$\lim_{x \to \frac{\pi}{3}} (\tan x)$$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ B) $-\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $-2\sqrt{3}$ E) -5

$\lim_{x \to \frac{\pi}{3}} \tan x = \tan\left[\lim_{x \to \frac{\pi}{3}} x\right] = \tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$

Cevap A

6. $$\lim_{x \to -y} \left(\frac{x \sin y + y \cos x}{x \cos y - y \sin x}\right)$$

limitinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

$\frac{-y\sin y + y\cos(-y)}{-y\cos y - y\sin(-y)} = \frac{-y\sin y + y\cos y}{-y\cos y + y\sin y} = \boxed{-1}$

Cevap B

7. Her m sayısı $[0, 2\pi]$ aralığında tanımlıdır.

$$\lim_{x \to m} \left(\frac{|2 + \cos x - \sin x|}{2 + \cos x - \sin x}\right)$$ **limitinin sonucu kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

$\frac{2 + \cos x - \sin x}{2 + \cos x - \sin x} = \boxed{1}$

Cevap D

8. $$\lim_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \left(2^{\sin x} + 3^{\cos x}\right)$$ **limitinin sonucu kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$2 + 3^{\circ} = 2 + 1 = \boxed{3}$

Cevap D

9. $$f(x) = \begin{cases} -8 - x & -4 > x \\ 2x + 6 & -4 \le x \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

$$\lim_{x \to -4^-} (f \circ f)(x)$$

değeri kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 6 E) 14

$\lim_{x \to -4^-} f(x) = -8 + 6 = -2$

Cevap: B

10. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

f ve g fonksiyonları her x için

$2 < f(x) < 6$

$-8 < g(x) < -2$

eşitsizliklerini sağlamaktadır.

Buna göre,

I. $\lim_{x \to 5} (f(x) - |f(x)|)$ limiti vardır.

II. $\lim_{x \to 10} (g(x) + |g(x)|)$ limiti vardır.

III. $\lim_{x \to 15} (f(x) + g(x))$ limiti vardır.

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) I ve III E) II ve III

I. Doğru, $\lim_{x\to 5}[f(x) - f(x)] = 0$ (daima)

II. Doğru, $\lim_{x+10}[g(x) - g(x)] = 0$ (daima)

III. Yanlış olabilir. f(x) sürekli olmayabilir.

Sağ limiti = 5 ve sol limiti 4 olabilir.

Bu durumda f(x) + g(x) in limiti olmayabilir.

Cevap C

11. $\lim_{x \to 3} 9^{(\log_x \sqrt{5})}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 3 B) 5 C) 9 D) 25 E) 27

$\lim_{x\to 3} 9^{(\log_3 \sqrt{5})} = \lim_{x\to 3} \sqrt{5}^{\log_3 9} = (\sqrt{5})^2 = 5$ bulunur.

Cevap B

12. $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 2k, & x < 2 \\ -\dfrac{kx^2}{2} + 4, & x \geq 2 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 4^-} f(x)$ olduğuna göre, k değeri kaçtır?

A) $-\frac{3}{8}$ B) $-\frac{2}{7}$ C) $-\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

$4 + 2 + 2k = -8k + 4$

$10k = -2$

$k = -\frac{1}{5}$

Cevap C

13. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & , \quad x < 1 \\ 2x & , \quad 1 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 1 & , \quad x > 2 \end{cases}$

fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\lim_{x \to 1} f(x) = 2$ B) $\lim_{x \to 2^+} f(x) = 3$

C) $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 4$ D) $\lim_{x \to 0} f(x) = 0$

E) $\lim_{x \to -2} f(x) = 5$

D) $\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} (x^2 + 1) = 1$

Cevap D

14. $\lim_{x \to 4} \dfrac{2.f(x) + 3x + 3}{[f(x)]^2} = 1$

olduğuna göre, $\lim_{x \to 2} f(5x - 6)$ limitinin değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 0

$\dfrac{2.\lim_{x\to 4} f(x) + 15}{\left[\lim_{x\to 4} f(x)\right]^2} = 1 \Rightarrow \underbrace{\left[\lim_{x\to 4} f(x)\right]^2}_{a^2} = 2.\underbrace{\left(\lim_{x\to 4} f(x)\right)}_{a} + 15$

$\Rightarrow a^2 - 2a - 15 = 0 \Rightarrow (a - 5)(a + 3) = 0$

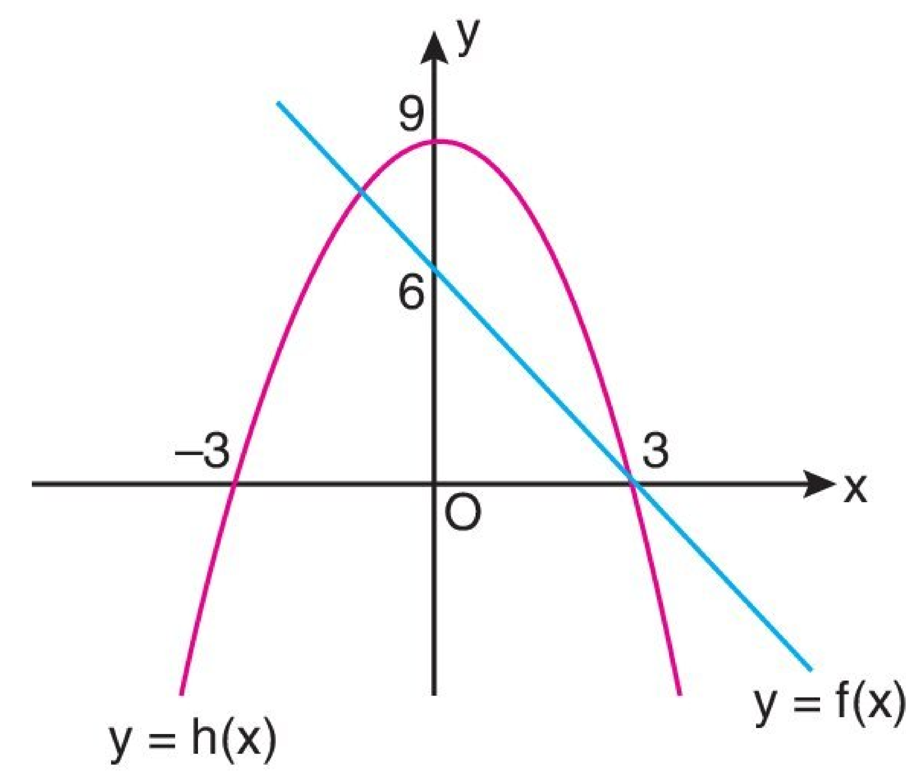
$a = 5, \; a = -3$

$\lim_{x\to 4} f(x) = 5, \; \lim_{x\to 4} f(x) = -3$

Sorulan : $\lim_{x\to 2} f(5x - 6) = \lim_{x\to 4} f(x) = -3$

Cevap A

15.



Şekilde y = h(x) parabolü ile y = f(x) doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\lim_{x \to 1} \dfrac{f(x)}{h(x)}$ limitinin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

$\lim_{x\to 1} \dfrac{-2x + 6}{9 - x^2} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$

Cevap B

1.D 2.C 3.C 4.C 5.A 6.B 7.D 8.D 9.B 10.C 11.B 12.C 13.D 14.A 15.B



$\frac{0}{0}$ BELİRSİZLİĞİ

Limitte Belirsizlik Durumu

Gerçek sayılarda tanımlı ve sadeleşebilen f(x) ve g(x) polinom fonksiyonları için

$\lim_{x \to a} f(x) = 0$ ve $\lim_{x \to a} g(x) = 0$

olduğunda

$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$ limitinde $\frac{0}{0}$

belirsizliği ortaya çıkar.

Bu durumda, f(x) ve g(x) fonksiyonlarında belirsizliğe neden olan çarpanlar sadeleştirilerek belirsizlik giderilir ve x = a noktasında iken limite tekrar bakılır.

Örnek 1

$$\lim_{x \to -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

$\lim_{x \to -2} \frac{x^2-4}{x^2+2x} = \frac{0}{0}$ belirsizliği

$= \lim_{x \to -2} \frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)} = \lim_{x \to -2} \frac{x-2}{x} = \frac{-4}{-2} = 2$ olur.

Cevap: C

Örnek 2

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + x - 2}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{8}{3}$

$\frac{0}{0}$ belirsizliği

$= \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+2)} = \lim_{x \to 1} \frac{x^2+x+1}{x+2} = \frac{3}{3} = 1$

Cevap: B

Örnek 3

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 2x + 1}{x - 1}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

$\frac{0}{0}$ $x^3 - 2x + 1$ $x - 1$ ile tam bölünür.

$x^3 - 2x + 1 \mid x - 1$

$- (x^3 - x^2) \quad \mid x^2 + x - 1$

$x^2 - 2x + 1$

$- (x^2 - x)$

$-x + 1$

$- (-x + 1)$

0

$= \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x^2+x-1)}{x-1} = 1$

Cevap: A

Örnek 4

$$\lim_{x \to 0} \frac{2 \cdot \sin 2x}{\sin x}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

$\frac{0}{0}$ var $\lim_{x \to 0} \frac{2 \cdot 2 \cdot \sin x \cdot \cos x}{\sin x}$

$= 4$

Cevap: E

Örnek 5

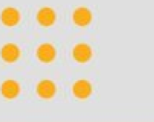
$$\lim_{a \to b} \frac{a^2 + ab - 2b^2}{a^2 - b^2}$$

limitinin değeri kaçtır?

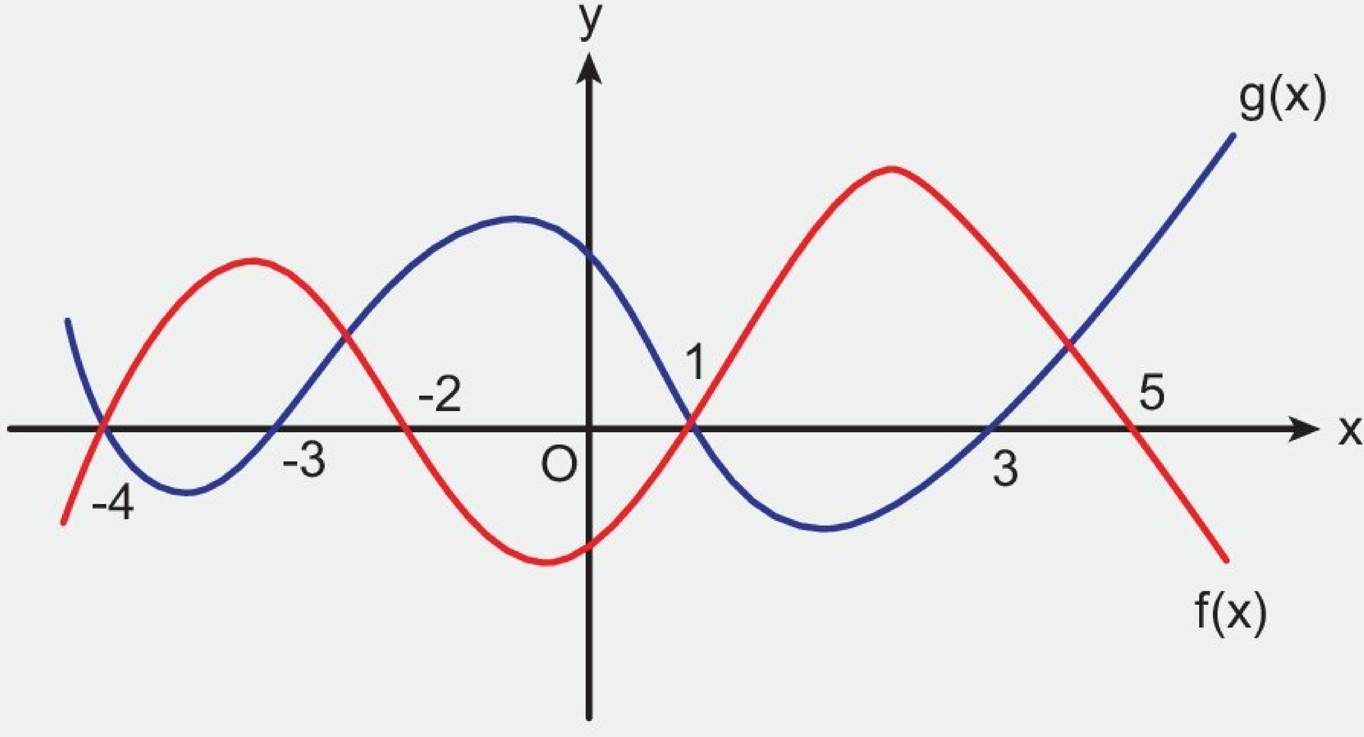
A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

$\frac{0}{0}$ $\lim_{x \to b} \frac{(a-b)(a+2b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{3b}{2b} = \frac{3}{2}$

Cevap: C



Örnek 6



Yukarıda verilen y = f(x) ve y = g(x) polinom fonksiyonlarının grafiklerine göre,

I. $\lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{g(x)}$

II. $\lim_{x \to 3} \frac{f(x)}{g(x)}$

III. $\lim_{x \to -2} \frac{f(x)}{g(x)}$

limitlerinden hangilerinin sonucu gerçek sayı <u>olamaz</u>?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

I. $\frac{0}{0}$ II. $\frac{sayı}{0}$ III. 0

Cevap: B

Örnek 7

a bir gerçek sayı olmak üzere,

$$\lim_{x \to a} \frac{x^2+3x+2}{x^2-4}$$

limitinin sonucu gerçek sayı olmadığına göre, a aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

$\lim_{x \to a} \frac{(x+1)(x+2)}{(x-2)(x+2)}$

x = 2 için limit gerçek sayı olamaz.

Cevap: D

x = –2 için $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluşur.

Örnek 8

Üçüncü dereceden P(x) polinomu, P(x)=(x – 2).(x + 1).Q(x)

İkinci dereceden R(x) polinomu, R(x)=(x – 2).T(x) biçiminde tanımlıdır.

P(x) ve R(x) polinomlarının başkatsayıları 1 dir.

$\lim_{x \to 3} \frac{P(x)}{R(x)}$ limitinde $\frac{0}{0}$ belirsizliği oluştuğuna göre,

$\lim_{x \to 2} \frac{P(x)}{R(x)}$ limitinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 3 D) 6 E) 9

$\lim_{x \to 3} \frac{P(x)}{R(x)} = \frac{0}{0} \Rightarrow Q(x) = T(x) = x-3$

$\lim_{x \to 2} \frac{P(x)}{R(x)} = \lim_{x \to 2} \frac{(x-2)(x+1)\cdot(x-3)}{(x-2)(x-3)}$

$= 3$

Cevap: C

Örnek 9

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3-3x+2}{x^2+4x-5}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{3}{2}$ B) –1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{5}$

$\frac{0}{0}$ belirsizliği var. Payın ve paydanın mutlaka x – 1 çarpanı vardır.

$= \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)\cdot(x^2+x-2)}{(x-1)(x+5)} = \lim_{x \to 1} \frac{x^2+x-2}{x+5}$

$= \frac{0}{6} = 0$

Cevap: C

Örnek 10

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) 4

$= \lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x}$

$= \lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\cos x - \sin x}$

$= \cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

Cevap: B

Örnek 11

$A \subset \mathbb{R}$ olmak üzere A da tanımlı

$$f(x) = \frac{x^2-4}{x-2} + \frac{x^2-x-2}{x+1}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $\lim_{x \to 2} f(x) + \lim_{x \to -1} f(x)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

$\lim_{x \to 2} f(x) = \lim_{x \to 2} \left(\frac{(x-2)(x+2)}{x-2} + \frac{(x-2)(x+1)}{x+1} \right) = 4 + 0$

$= 4$

$\lim_{x \to -1} f(x) = \lim_{x \to -1} \left(\frac{x^2-4}{x-2} + \frac{(x-2)(x+1)}{x+1} \right) = 1 + (-3) = -2$

$4 + (-2) = 2$

Cevap: E

Örnek 12

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2+ax+18}{x-3}=b$$

eşitliğinde a ve b birer gerçek sayı olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 7 B) 4 C) –1 D) –6 E) –12

$x\to 3$ iken $x-3\to 0$

a ve b $\in\mathbb{R}$ olduğundan pay sıfır olmalı $9+3a+18=0 \Rightarrow a=-9$

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9x+18}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x-6)}{x-3}=-3$$

$a=-9$ ve $b=-3$ $a+b=-12$ dir.

Cevap: E

Örnek 13

Gerçek sayılarda tanımlı f(x) ve g(x) fonksiyonları için,

- $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-4}{x-2}=3$ ve
- $\lim_{x\to 4}\frac{g(x)+1}{x-4}=-2$

Buna göre, $\lim_{x\to 2}\frac{(gof)(x)-f(x)}{x+2}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{5}{4}$ B) –1 C) $-\frac{3}{4}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{2}{3}$

$\lim_{x\to 2}f(x)=4$ $\quad \lim_{x\to 4}g(4)\to -1$ $\quad (gof)(x)\to -1$

$$\lim_{x\to 2}\frac{-1-4}{4}=-\frac{5}{4}$$

Cevap: A

Örnek 14

k sıfırdan farklı bir gerçel sayı olmak üzere,

$$\lim_{x\to k}\frac{x^2-k^2}{|x-k|}$$

limitinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) k B) 2k C) 0 D) Yoktur E) –2k

$$\lim_{x\to k^+}\frac{(x-k)(x+k)}{(x-k)}=2k$$

$$\lim_{x\to k^-}\frac{(x-k)(x+k)}{-(x-k)}=-2k$$

Sağ limit $\neq$ sol limit
limit yoktur.

Cevap D

Örnek 15

$$\lim_{h\to 0}\frac{(x-h)^2-x^2}{h^2-h}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) x B) 2x C) 0 D) 2 E) 1

$$=\lim_{h\to 0}\frac{h^2-2hx}{h^2-h}=\lim_{h\to 0}\frac{h(h-2x)}{h(h-1)}$$

$$=\frac{-2x}{-1}=2x$$

Cevap: B

Örnek 16

P(x) başkatsayısı 1 olan 3. dereceden bir polinom fonksiyon olmak üzere,

- $\lim_{x\to 1}\frac{P(x)}{x-1}\in\mathbb{R}$
- $\lim_{x\to 0}\frac{P(x)}{x}\in\mathbb{R}$
- $\lim_{x\to -1}\frac{P(x)}{x+2}=6$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\lim_{x\to -2}\frac{P(x)}{x+1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) –12 B) –6 C) 6 D) 8 E) 12

$P(x)=x(x-1)(x-a)$ biçimindedir.

$$\lim_{x\to -1}\frac{x(x-1)(x-a)}{x+2}=\frac{(-1)(-2)(-1-a)}{1}=6$$

$$a=-4$$

$$\lim_{x\to -2}\frac{P(x)}{x+1}=\lim_{x\to -2}\frac{x(x-1)(x+4)}{x+1}=\frac{(-2)(-3)(2)}{-1}$$

$$=-12$$

Cevap: A

Örnek 17

$$\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{|2x|}{x}-\frac{x}{|-x|}\right)$$

limitinin değeri kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 3

$$=\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{-2x}{x}-\frac{x}{x}\right)=-2+1=-1$$

Cevap: C

Örnek 18

$$\lim_{x\to 5^+}\frac{x^4-625}{|x-5|}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) 225 B) 250 C) 425 D) 500 E) 630

$x\to 5^+$ iken $|x-5|=x-5$

$$\lim_{x\to 5^+}\frac{(x-5)(x+5)(x^2+25)}{x-5}=10\cdot(25+25)$$

$$=500$$

Cevap: D

Örnek 19

$$\lim_{x\to 3^+}\left(\frac{|x-3|}{3-x}+\frac{x-3}{|6-2x|}\right)$$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) –1 D) $-\frac{3}{2}$ E) –2

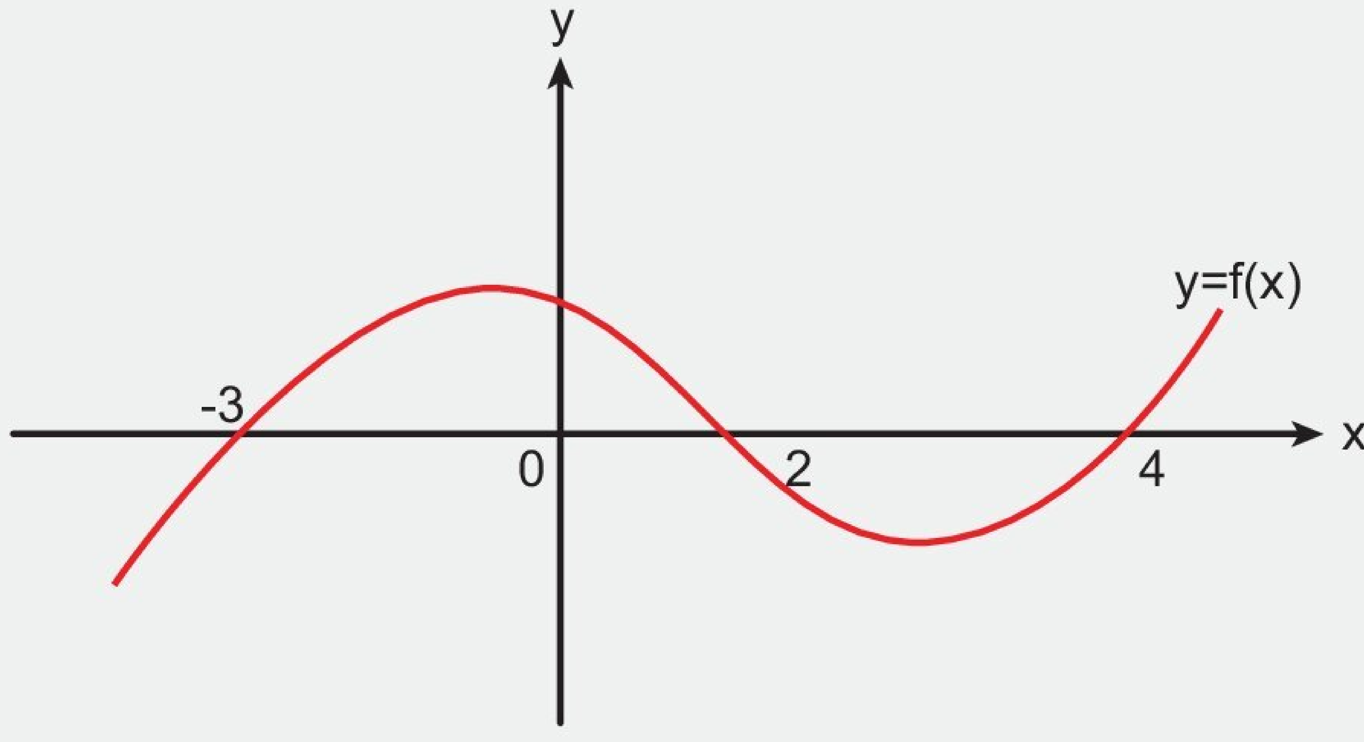
$x\to 3^+$ iken $|x-3|=x-3$

$|6-2x|=-(6-2x)=2(x-3)$

$$=\lim_{x\to 3^+}\left(\frac{(x-3)}{3-x}+\frac{x-3}{2(x-3)}\right)=-1+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$$

Cevap: B

Örnek 20



Yukarıda $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ polinom fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{f(x)}{x-2} = -5$ olduğuna göre, $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{f(x)}{x-4}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{9}{2}$ B) 5 C) $\frac{11}{2}$ D) 6 E) 7

$f(x) = a(x+3)(x-2)(x-4)$

$\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{a(x+3)(x-2)(x-4)}{x-2} = a \cdot 5 \cdot (-2) = -5 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

$\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\frac{1}{2}(x+3)(x-2)(x-4)}{x-4} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 2 = 7$

Cevap: E

Örnek 21

$$\lim_{x\to 1} \frac{1 - x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{3}} - 1}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$ B) $-\frac{2}{5}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

$p = x^{\frac{1}{6}}$ seçelim $\Rightarrow x \to 1$ için $p \to 1$

$\lim\limits_{p\to 1} \dfrac{-(p^3-1)}{p^2-1} = \lim\limits_{p\to 1} \dfrac{-(p-1)(p^2+p+1)}{(p-1).(p+1)} = \dfrac{-3}{2}$

Cevap C

Çıkmış Soru 1

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{1-x^2}{|1-x|}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

2018 AYT

$\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{(1-x)(1+x)}{-(1-x)} = -2$

Cevap: A

Çıkmış Soru 2

a, b ve c gerçel sayılar olmak üzere, gerçel sayılar kümesinin birer alt kümesi üzerinde

$$f(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{x - a}$$

$$g(x) = 3^x$$

fonksiyonları tanımlanıyor.

$$\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to b} g(x) = c$$

olduğuna gör kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

2022 AYT

Payda sıfır olduğu için
$a^2 - 7a + 10 = 0$ olmak zorunda
$(a-2)(a-5) = 0$

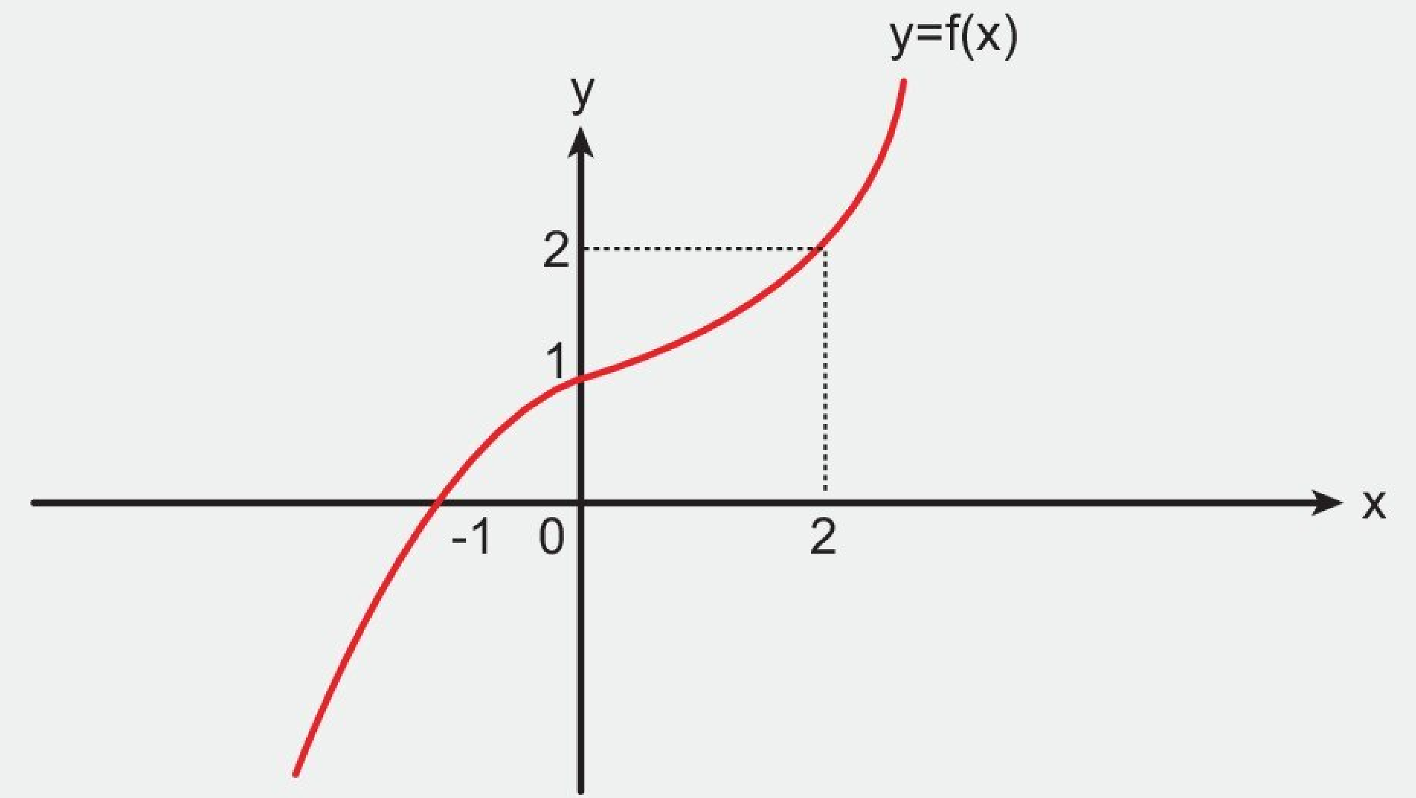
$a = 2$: $\lim\limits_{x\to 2}(x-5) = -3$ imkansız

$a = 5$: $\lim\limits_{x\to 5}(x-2) = 3$

$\lim\limits_{x\to b} 3^x = 3^b = 3$
$b = 1$
$c = 3$
$a + b + c = 5 + 1 + 3 = 9$

Cevap: D

Örnek 22



Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğine göre,

$$\lim_{x\to 2} \frac{f(x)[f(x) - 7] + 10}{f(x) - 2}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) 2 E) 6

$\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{f^2(x) - 7f(x) + 10}{f(x) - 2} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{(f(x)-5)(f(x)-2)}{f(x)-2}$
$= f(2) - 5 = -3$

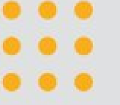
Cevap: C

Örnek Cevapları

1.C	2.B	3.A	4.E	5.C	6.B	7.D	8.C	9.C	10.B	11.E
12.E	13.A	14.D	15.B	16.A	17.C	18.D	19.B	20.E	21.C	22.C

Çıkmış Soru Cevapları

1.A	2.D



1. $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{x^2-16}{x^2-4x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

$\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{(x-4)(x+4)}{x(x-4)} = \dfrac{8}{4} = 2$

Cevap B

2. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2-x-6}{x^2-4x+3}$

limitinin sonucu kaçtır?

A) 2 B) $\dfrac{5}{2}$ C) 3 D) $\dfrac{7}{2}$ E) 4

$\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2-x-6}{x^2-4x+3} = \lim\limits_{x \to 3} \dfrac{(x-3).(x+2)}{(x-3).(x-1)}$

$\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x+2}{x-1} = \dfrac{3+2}{3-1} = \dfrac{5}{2}$ bulunur.

Cevap B

3. $\lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{|x-3|}{x-3} + \lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{|x|}{x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) – 2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

$\lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{x-3}{x-3} = 1, \ \lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{-x}{x} = -1$

Cevap C

4. $\lim\limits_{a \to x} \dfrac{a^3-x^3}{a^4-x^4}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\dfrac{3}{4x}$ B) $\dfrac{1}{x}$ C) $\dfrac{3}{2x}$ D) $\dfrac{3}{x}$ E) $\dfrac{1}{2x}$

$\lim\limits_{a \to x} \dfrac{(a-x)(a^2+ax+x^2)}{(a-x)(a+x)(a^2+x^2)} = \dfrac{3x^2}{2x \cdot 2x^2} = \dfrac{3}{4x}$

Cevap A

5. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2^{3x+3}-8}{2^{x+1}-2}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{8(2^{3x}-1)}{2(2^x-1)} = 4(4^x + 2^x + 1) = 12$

Cevap E

6. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3+x+2}{x^2-x-2}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $-\dfrac{4}{3}$ B) –1 C) $-\dfrac{2}{3}$ D) $\dfrac{4}{3}$ E) 2

$\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{(x+1)(x^2-x+2)}{(x+1)(x-2)} = \dfrac{4}{-3}$

Cevap A

7. $\lim\limits_{x \to 9} \dfrac{\sqrt{x}-3}{x-9}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{9}$

$\lim\limits_{x \to 9} \dfrac{1}{\sqrt{x}+3} = \dfrac{1}{6}$ *Cevap D*

8. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$

limitinin değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x}\,(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)} = 3$ *Cevap E*

9. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\sqrt{x^2-4}-\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-2}}$

limitinin değeri kaçtır?

A) –1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\sqrt{x-2}\,[\sqrt{x+2}-1]}{\sqrt{x-2}} = 1$ *Cevap B*

10. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4}$

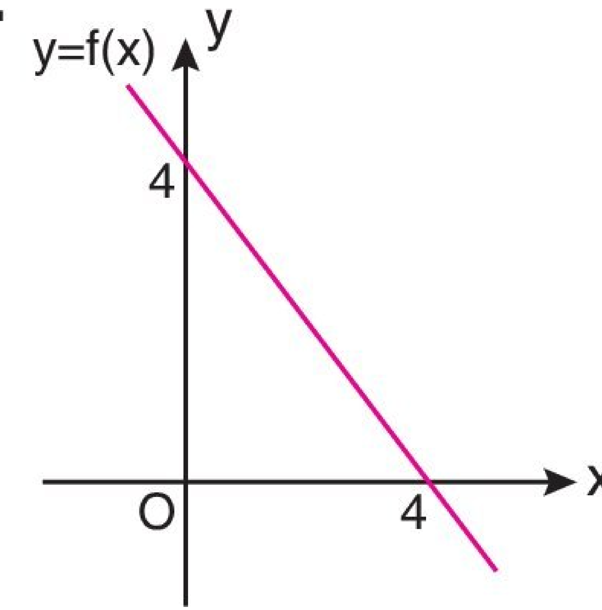
limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{18}$ E) $\frac{1}{24}$

$\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{(x+7-9)}{(x-2)\,(x+2)(\sqrt{x+7}+3)}$

$\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{1}{4 \cdot 6} = \dfrac{1}{24}$ *Cevap E*

11.



Şekilde y = f(x) doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{f^{-1}(x)}{f(x)}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

$f(x) = -x+4 = f^{-1}(x)$

$\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{-x+4}{-x+4} = 1$ *Cevap D*

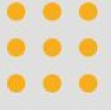
12. $\lim\limits_{x \to 27} \dfrac{3-\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}-3\sqrt{3}}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{4\sqrt{3}}{9}$ B) $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{9}$ D) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ E) $\frac{3\sqrt{3}}{7}$

$\lim\limits_{x \to 27} \dfrac{(27-x)(\sqrt{x}+3\sqrt{3})}{(x-27)(9+3\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})} = \dfrac{6\sqrt{3}}{-27} = -\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$ *Cevap B*

1.B 2.B 3.C 4.A 5.E 6.A 7.D 8.E 9.B 10.E 11.D 12.B



1. $$\lim_{x \to p} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{p}}{x\sqrt{x} - p\sqrt{p}}$$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2p B) $\frac{1}{3p}$ C) $\frac{1}{p}$ D) $\frac{-1}{3p}$ E) 3p

$\lim_{x \to p} \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{p})}{(\sqrt{x} - \sqrt{p})(x + \sqrt{x} \cdot \sqrt{p} + p)} = \frac{1}{p + p + p} = \frac{1}{3p}$

Cevap B

2. Bir kenar uzunluğu a birim olan bir küpte

f(a) : "Küpün hacmi ile bir ayrıtının farkı"

g(a) : "Küpün bir yüz alanı ile bir ayrıtının farkı"

Buna göre, $\lim_{a \to 1} \frac{f(a)}{g(a)}$ **limitinin değeri kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 8

$\lim_{a \to 1} \frac{a^3 - a}{a^2 - a} = \lim_{a \to 1} \frac{a(a-1)(a+1)}{a(a-1)} = 2$

Cevap: D

3. $$\lim_{x \to 5} \frac{2 - \sqrt{x - 1}}{x - 5}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) $\frac{2}{3}$

$\frac{4 - (x-1)}{(x-5)\,[2 + \sqrt{x-1}\,]} = \frac{-(x-5)}{(x-5)\,[2+2]} = -\frac{1}{4}$

Cevap D

4. $$\lim_{x \to 0^-} \frac{2x - |3x|}{|2x| + 4x}$$

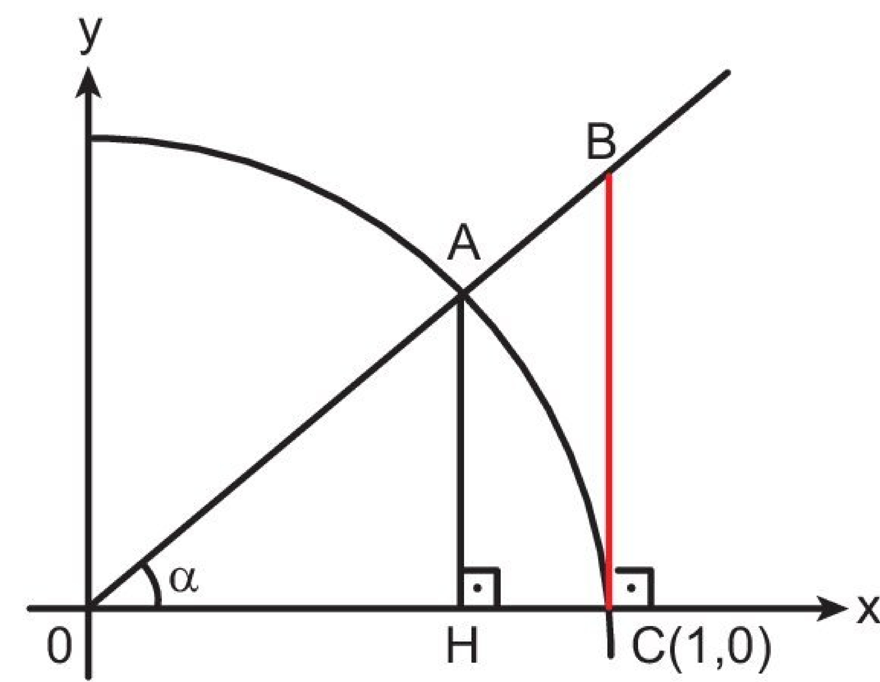
limitinin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{5}{6}$

$\lim_{x \to 0^-} \frac{2x + 3x}{-2x + 4x} = \lim_{x \to 0} \frac{5x}{2x} = \frac{5}{2}$

Cevap D

5.



$m(\widehat{BOC}) = \alpha$

$[AH] \perp OX$

$[BC] \perp OX$

Şekildeki birim çemberde verilenlere göre,

$\lim_{x \to 0} \frac{|HC|}{|AH| \cdot |BC|}$ **limitinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) 2 E) π

$\lim_{\alpha \to 0} \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha \cdot \tan\alpha} = \lim_{\alpha \to 0} \frac{1 - \cos\alpha}{\sin^2\alpha} \cdot \cos\alpha$

$= \lim_{\alpha \to 0} \frac{1 - \cos\alpha}{(1 - \cos\alpha)(1 + \cos\alpha)} = \frac{1}{2}$

Cevap: A

6. $$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{\sqrt{3} - \sqrt{x}}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) $8\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $-4\sqrt{3}$ D) $-6\sqrt{3}$ E) $-8\sqrt{3}$

$\lim_{x \to 3} \frac{(x-1)(x-3)(\sqrt{3} + \sqrt{x})}{3 - x} = 2 \cdot (-1) \cdot 2\sqrt{3} = -4\sqrt{3}$

Cevap C

7. $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{2x}{|x|}$

limitinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 2

$\lim\limits_{x\to 0^-} = \dfrac{2x}{-x} = -2$

Cevap A

8. $\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{|x^2+2x-15|}{x^2-9}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{7}{6}$ B) $\frac{6}{5}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

$\lim\limits_{x\to 3^+} = \dfrac{(x+5)(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \dfrac{8}{6} = \dfrac{4}{3}$

Cevap D

9. $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{|x-2|\,.\,(2x+1)}{2x-4}$

limitinin değeri kaçtır?

A) –3 B) $-\frac{5}{2}$ C) –2 D) $-\frac{3}{2}$ E) –1

$\lim\limits_{x\to 2^-} = \dfrac{\cancel{(2-x)}\cdot(2x+1)}{-2\cancel{(2-x)}} = -\dfrac{5}{2}$

Cevap B

10. $f : R - [2] \to R,$

$f(x) = \dfrac{x^2-4}{|x-2|}$

fonksiyonu veriliyor.

$\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 2 D) 4 E) Yoktur.

$\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{(x-2)(x+2)}{(x-2)} = 4$

$\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{(x-2)(x+2)}{(x-2)} = -4$

$\lim\limits_{x\to 2} f(x) =$ Yoktur.

Cevap E

11. L bir gerçek sayı olmak üzere gerçek sayılar kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonları için $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} g(x) = L$ olduğu biliniyor.

Buna göre,

I. $f(1) = g(1)$

II. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 1$

III. $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} g(x)$

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve III E) II ve III

I. Doğru olmayabilir.
II. Doğru olmayabilir. L = 0 olabilir.
III. Doğru

Yalnız III

Cevap: C

12. $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3+3x^2-2}{7x^2-4x-11}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{10}$

$x^3+3x^2-2 \div (x+1) = x^2+2x-2$
$-(x^3+x^2)$ → $2x^2-2$
$-(2x^2+2x)$ → $-2x-2$
$-(-2x-2)$ → 0

$\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{(x+1)(x^2+2x-2)}{(x+1)(7x-11)} = \dfrac{-3}{-18} = \dfrac{1}{6}$

Cevap C

1.B 2.D 3.D 4.D 5.A 6.C 7.A 8.D 9.B 10.E 11.C 12.C



SÜREKLİLİK

$A \subseteq \mathbb{R}$ ve $f : A \to \mathbb{R}$, f(x) fonksiyonu için, $a \in A$ olmak üzere,

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)$$

eşitliği sağlanıyorsa f fonksiyonu x = a apsisli noktasında süreklidir denir.

> Yani f(x) fonksiyonunun x = a noktasındaki görüntüsü ile x = a noktasındaki limiti birbirine eşit oluyorsa, f(x) fonksiyonu x = a noktasında süreklidir. Aksi durumlarda f(x) fonksiyonu x = a noktasında sürekli değildir. (Süreksizdir.)

Not

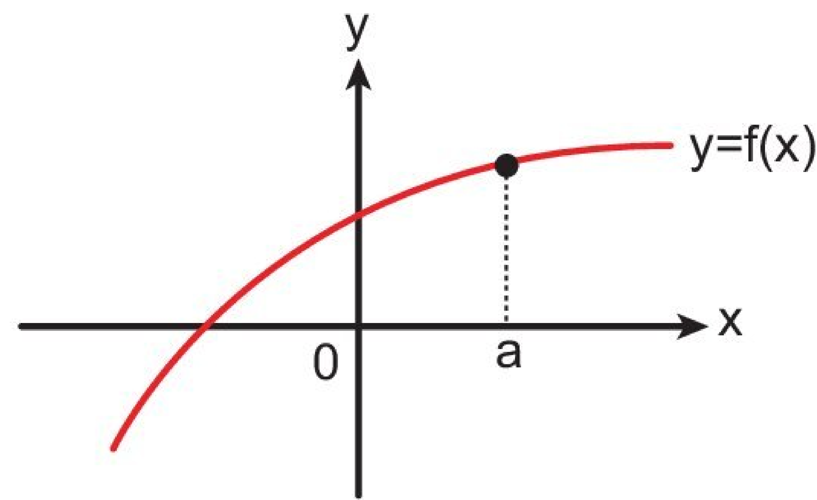
Sürekliliği araştırılan noktanın fonksiyonun tanım kümesinde olması gereklidir.

$f: \mathbb{R} - \{1\} \to \mathbb{R} - \{0\}$

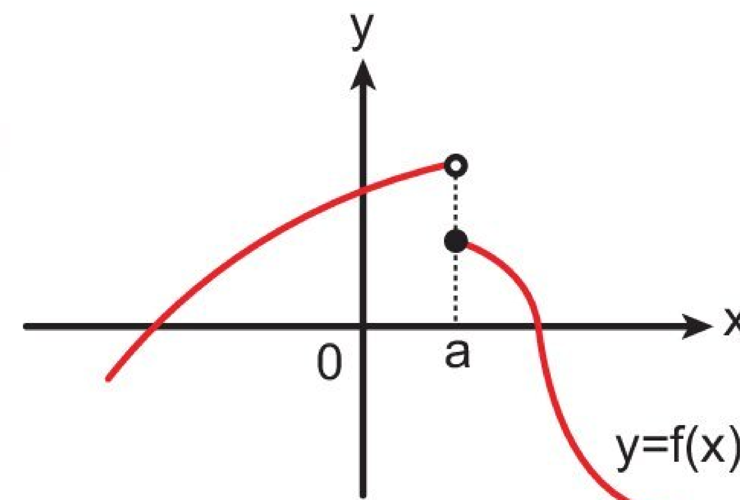
Örneğin,

$f(x) = \dfrac{3}{x-1}$

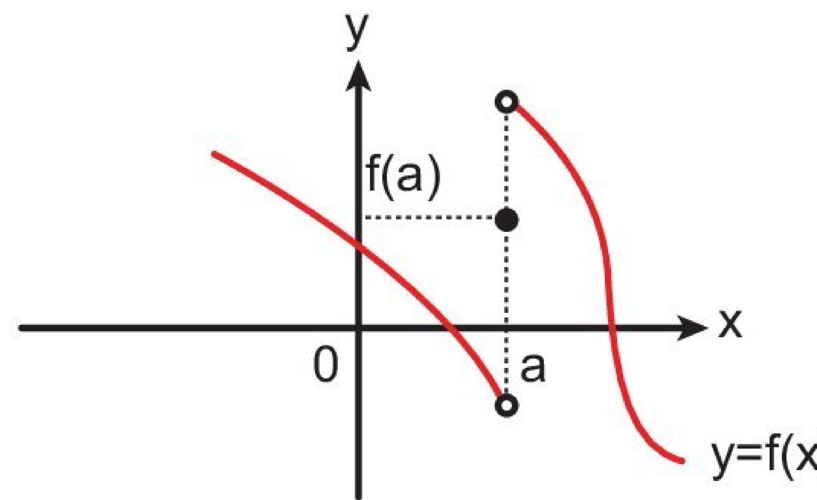
fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R} - \{1\}$ dir.



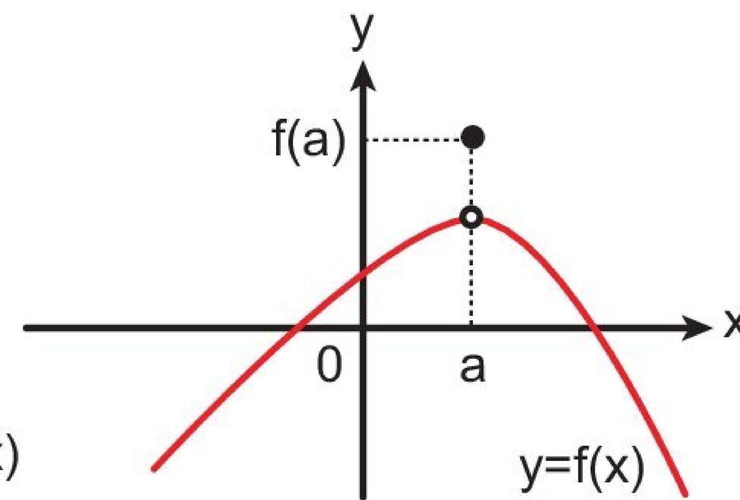
f fonksiyonu x = a da sürekli
$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$



f fonksiyonu x = a da süreksiz
$\lim_{x \to a^-} f(x) \neq \lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)$

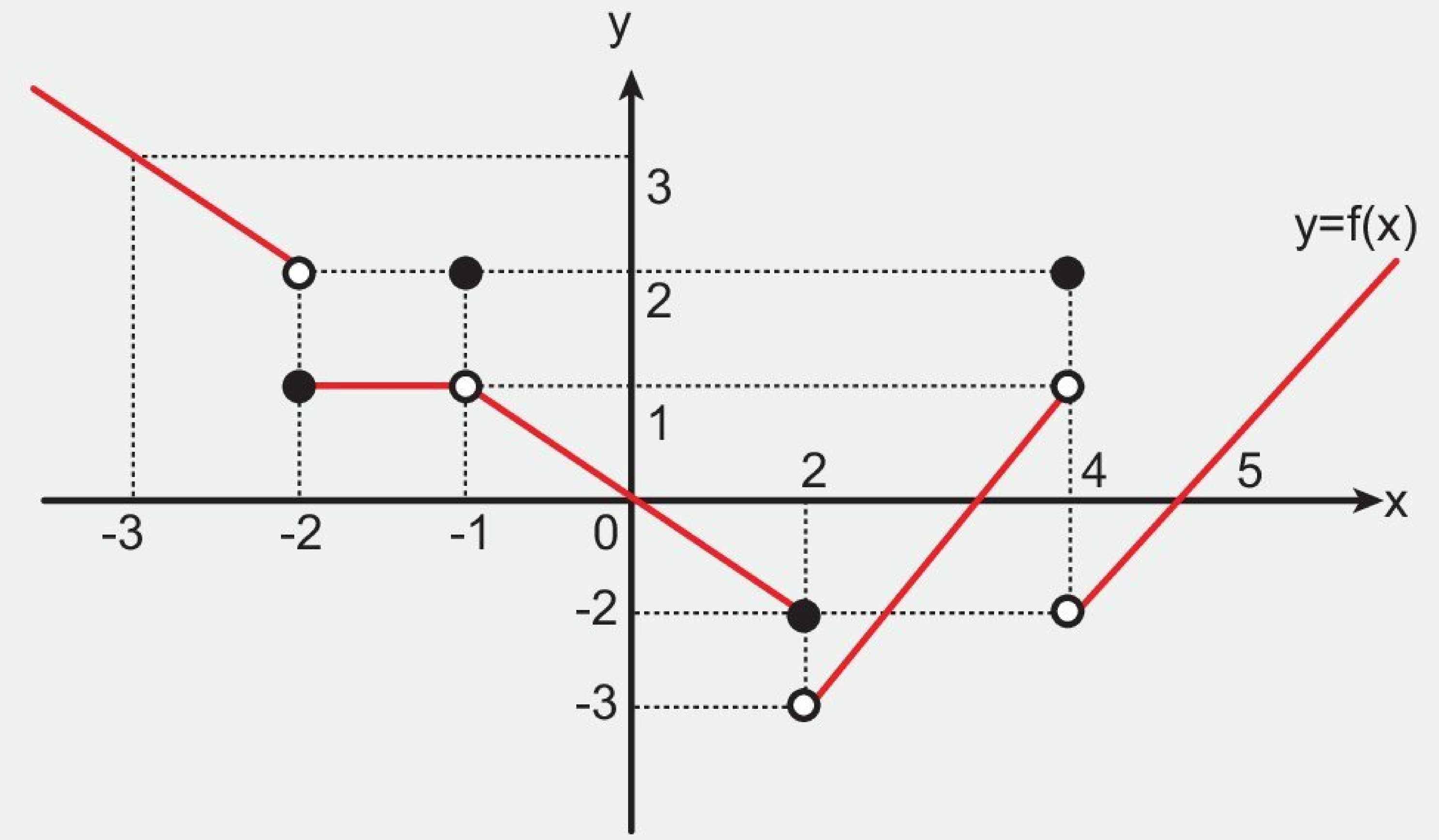


f fonksiyonu x = a da süreksiz
$\lim_{x \to a^-} f(x) \neq \lim_{x \to a^+} f(x) \neq f(a)$



f fonksiyonu x = a da süreksiz
$\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) \neq f(a)$

Örnek 1



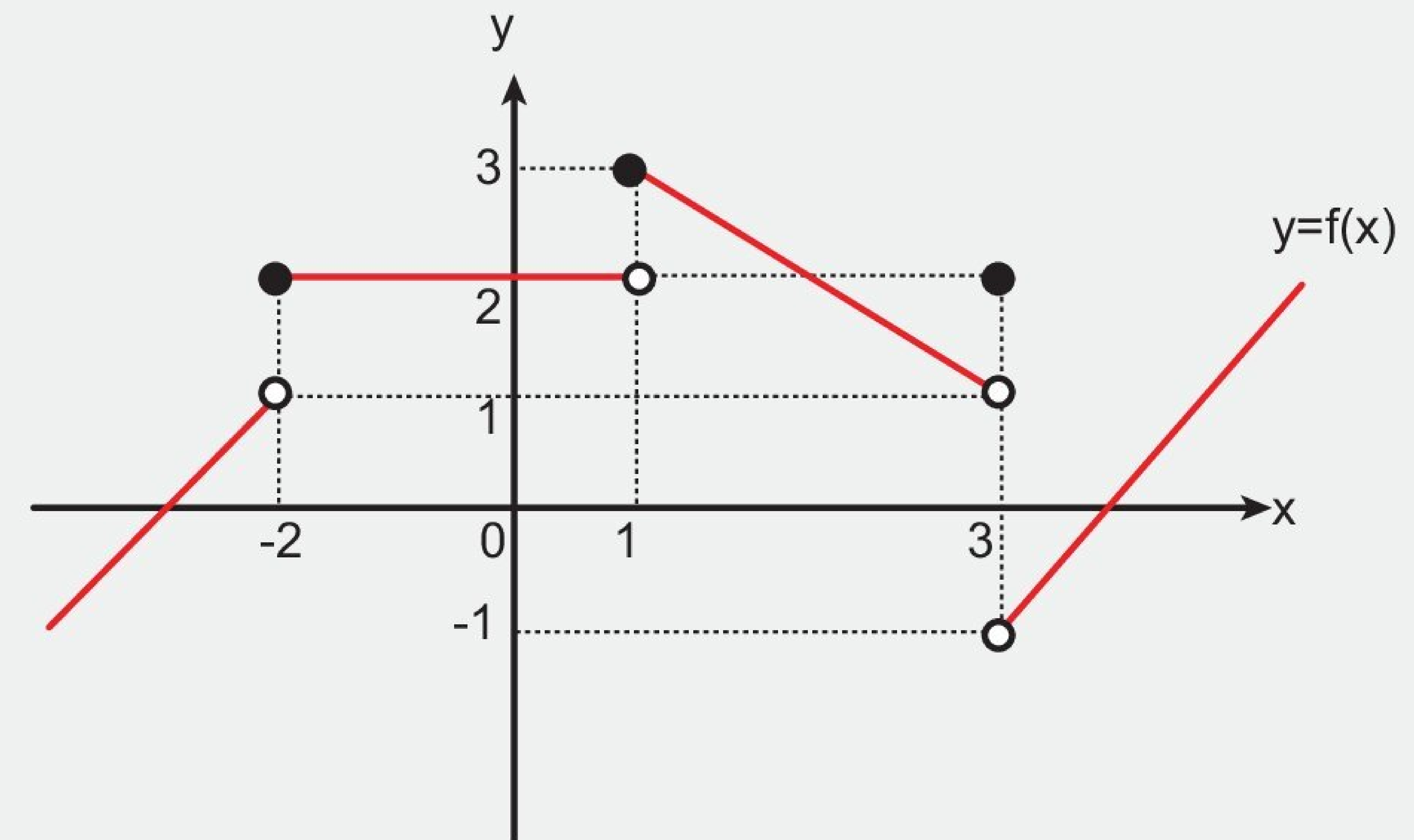
Gerçek sayılarda tanımlı, yukarıda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu için, (–3, 5) aralığında apsisi tam sayı olan kaç farklı nokta için fonksiyon süreksizdir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

x = –2, x = –1, x = 2 ve x = 4 te 4 farklı nokta

Cevap: C

Örnek 2



Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun süreksiz olduğu noktalarda, fonksiyon değerlerinin toplamı kaçtır?

A) –4 B) –3 C) 5 D) 6 E) 7

x = –2 de süreksiz f(–2) = 2
x = 1 de süreksiz f(1) = 3
x = 3 te süreksiz f(3) = 2
Toplam 2 + 3 + 2 = 7 olur.

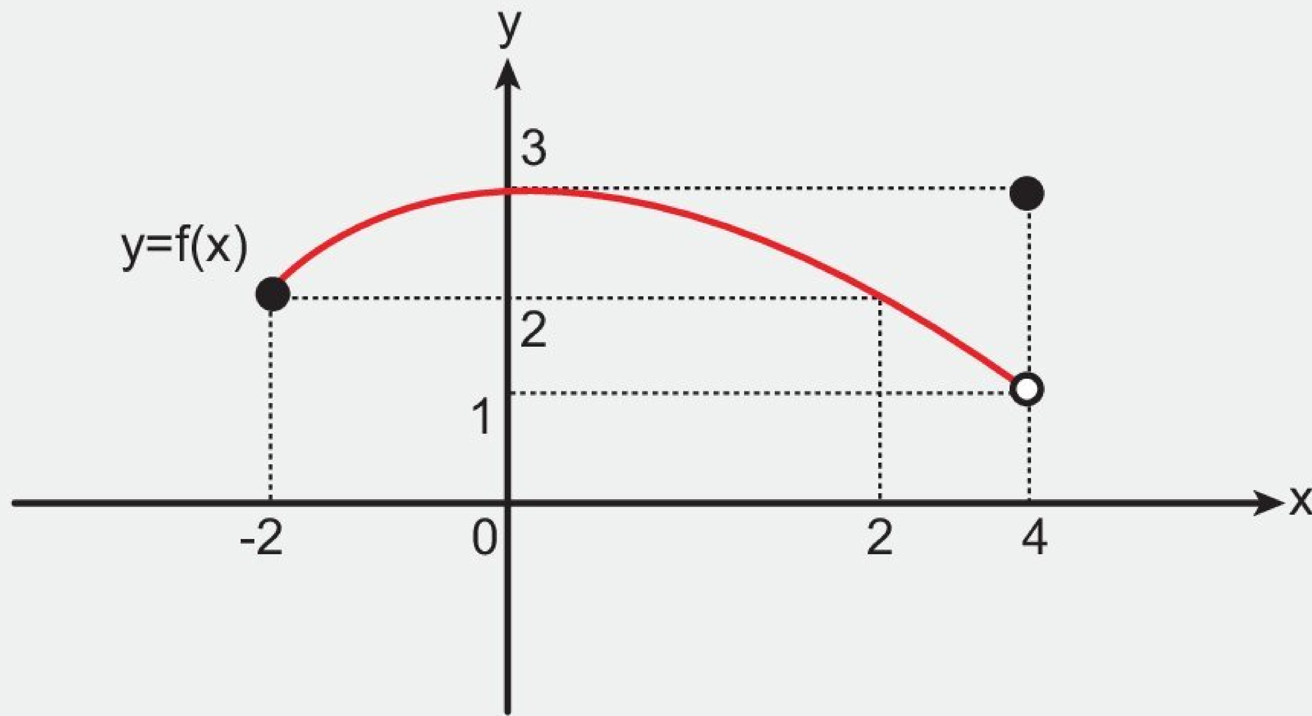
Cevap: E

$A \subseteq \mathbb{R}$ ve $f : A \to \mathbb{R}$ ile tanımlı y = f(x) fonksiyonu için,

$a \in A$ iken

- $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = f(a)$ oluyorsa, y = f(x) fonksiyonu sağdan süreklidir.
- $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = f(a)$ oluyorsa, y = f(x) fonksiyonu soldan süreklidir.
- Bir fonksiyonun [a, b] aralığında sürekli olması için x = a da sağdan sürekli ve x = b de soldan sürekli olması gerekir.

Örnek 3



f : [–2, 4] → $\mathbb{R}$ tanımlı yukarıda grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu için,

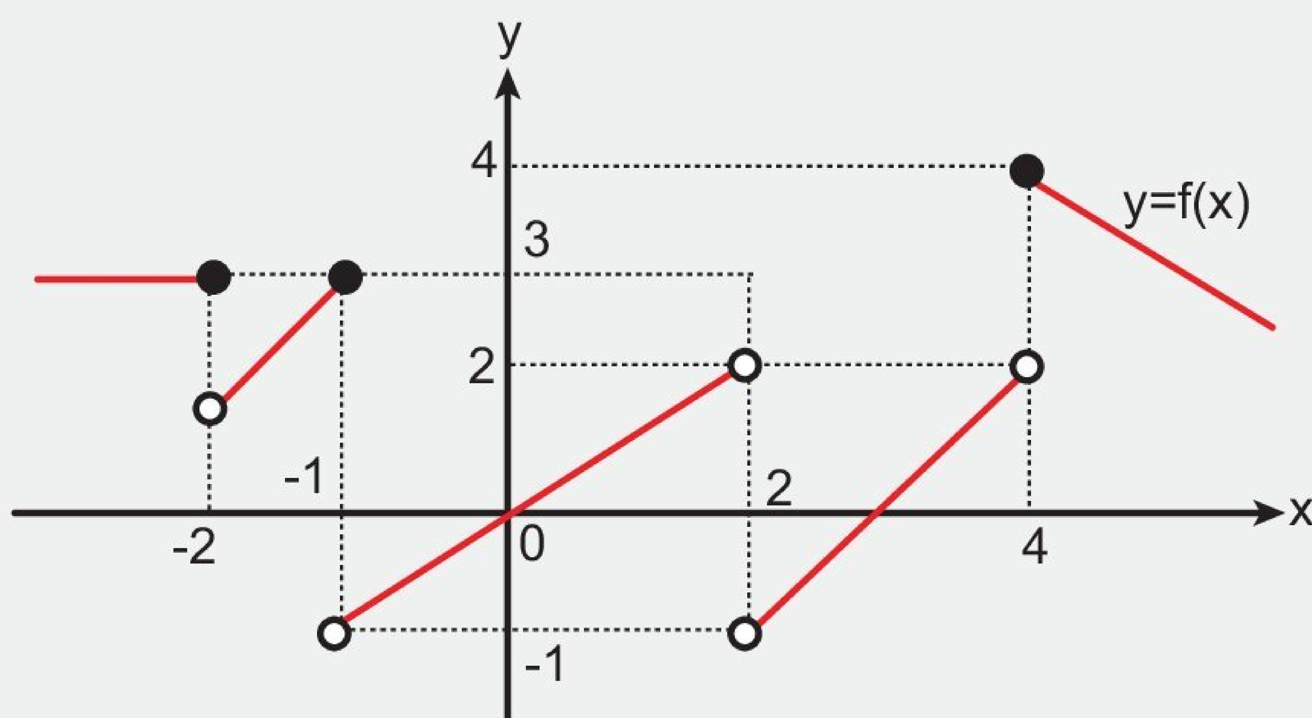
I. f fonksiyonu x = –2 de sağdan süreklidir.
II. f fonksiyonu x = 4 te soldan süreklidir.
III. f fonksiyonu [0, 2] aralığında süreklidir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

I. doğru, II. yanlış $\lim\limits_{x \to 4^-} f(x) = 1$ $f(4) = 3$ III. doğru *Cevap: C*

Örnek 4



Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R}$ – A dır.

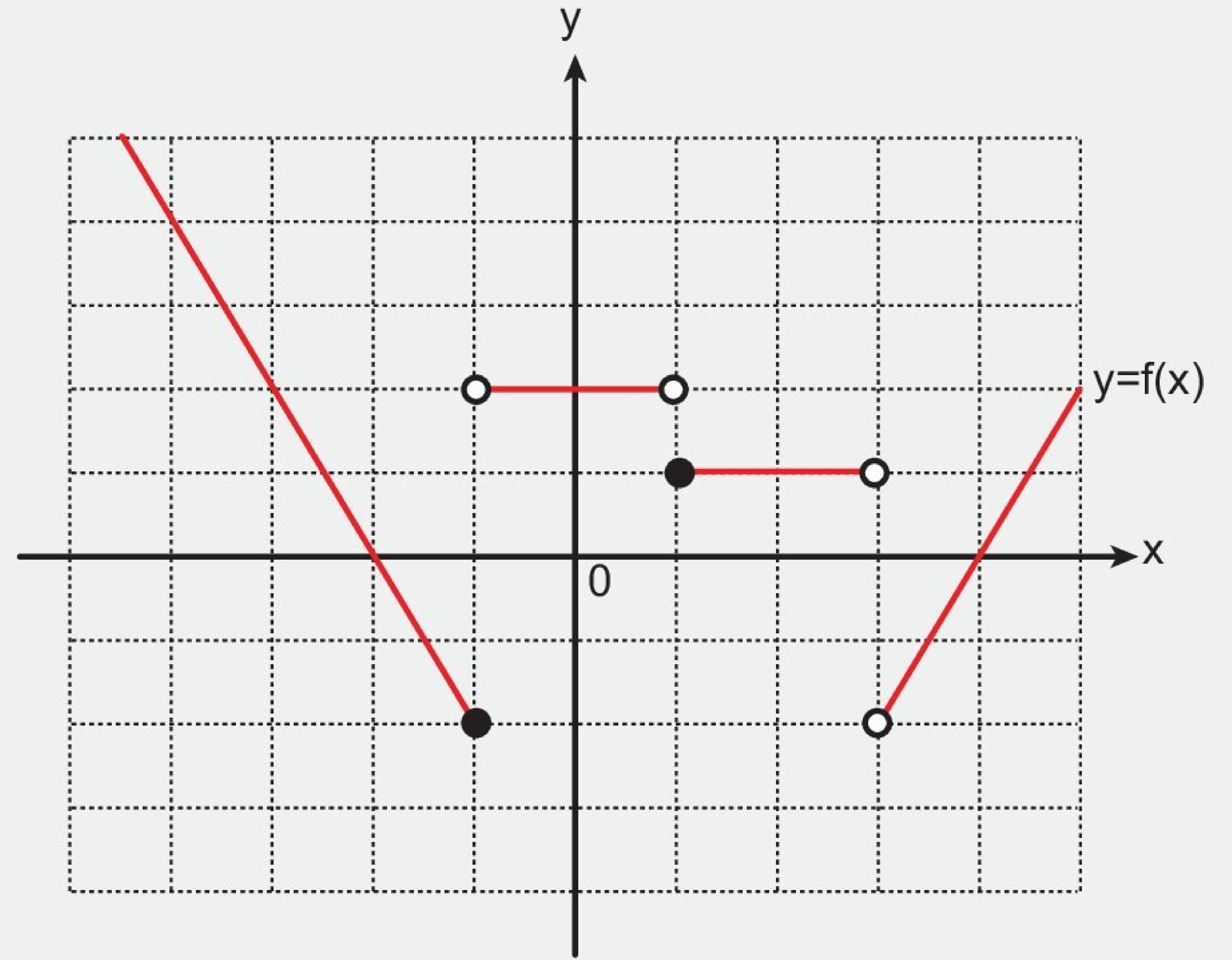
Buna göre, A kümesinin elemanları toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

A = {–2, –1, 2, 4}

(–2) + (–1) + (2) + (4) = 3 *Cevap: C*

Örnek 5



Yukarıda birim kareli zeminde grafiği verilen y = f(x) fonksiyonu için g(x) fonksiyonu sadece iki farklı noktada sürekli değildir.

Buna göre,

I. g(x) = f(–x)
II. g(x) = |f(x)|
III. g(x) = f(|x|)

eşitliklerinden hangileri doğru olabilir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

II.de x=-1 deki süreksizlik ortadan kalkar.

Cevap:B

Örnek 6

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x+3}{x-3} & x < 1 \\ x+4 & 1 \le x \end{cases}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R}$ – {3} C) $\mathbb{R}$ – {1, 3} D) $\mathbb{R}$ – {1} E) $\mathbb{R}$ – [1, 3]

x = 1'i kontrol edelim

$$\lim_{x \to 1^-} \left(\frac{2x+1}{x-3}\right) \overset{?}{=} \lim_{x \to 1^+} (x+4) \overset{?}{=} f(1)$$

$$\frac{3}{-2} \neq 5 = 5$$

Dolayısıyla, $\mathbb{R}$ – {1} *Cevap: D*

Örnek 7

$$f(x) = \frac{x+4}{x^2+6x-a}$$

fonksiyonu gerçek sayılar kümesinde sürekli olduğuna göre, a nın en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (0, 1) B) (0, ∞) C) (–∞, 5)
D) (–9, 4) E) (–∞, –9)

$x^2 + 6x - a = 0$ denkleminin diskiminantı negatif olmalı

$\Delta = 36 - 4 \cdot 1 \cdot (-a) < 0 \Rightarrow 36 + 4a < 0$

$4a < -36$

$a < -9$ $(-\infty, -9)$

Cevap: E

Örnek 8

Gerçek sayılar kümesinde tanımlı f(x) fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2} & x \neq 2 \\ a & x = 2 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

f fonksiyonu gerçel sayılar kümesinde sürekli olduğuna göre, a kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 4 D) 6 E) 8

$\lim_{x\to 2^-} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-4}{x-2} = f(2)$ olmalı.

$\lim_{x\to 2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x\to 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = a$

$4 = 4 = a$

Cevap: C

Örnek 9

Gerçel sayılar kümesinde tanımlı ve sürekli f ve g fonksiyonları veriliyor.

- $\lim_{x\to 2^-} f(x) = 4$
- $\lim_{x\to -1^+} f(x) = 2$
- $\lim_{x\to 3^+} g(x) = -1$
- $\lim_{x\to -2^-} g(x) = -6$

Buna göre, $g(3) \cdot \lim_{x\to 2^+} f(x) + f(-1) \cdot \lim_{x\to -2^+} g(x)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) –16 B) –2 C) 8 D) 10 E) 12

$(-1) \cdot 4 + 2 \cdot (-6) = -4 - 12 = -16$

Cevap: A

Örnek 10

$$f(x) = \frac{1}{x^2+ax+b}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme ℝ – {2, 3} olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

2 ve 3 paydanın kökleridir.

$2 + 3 = -a$ ve $2 \cdot 3 = b$

$a = -5$ $b = 6$

$a + b = 1$

Cevap: A

Örnek 11

$$f(x) = \begin{cases} ax - b & x < 0 \\ a\sqrt{x} & 0 \le x < 4 \\ \log_2(x+4) & 4 \le x \end{cases}$$

fonksiyonu gerçek sayılarda sürekli olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{7}{3}$

Parçalı tanımlı fonksiyon. Kollar ayrı ayrı sürekli dolayısıyla kritik noktalarda bakılır.

$\lim_{x\to 0^-}(ax-b) = \lim_{x\to 0^+} a\sqrt{x} = f(0) \Rightarrow -b = 0 \Rightarrow b = 0$

$\lim_{x\to 4^-} a\sqrt{x} = \lim_{x\to 4^+} \log_2(x+4) = f(4) \Rightarrow 2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$

$a + b = \frac{3}{2}$

Cevap: C

Örnek 12

$$f(x) = \begin{cases} 3x - a, & x < -2 \\ ax + b, & -2 \le x < 1 \\ b - 6x, & 1 \le x \end{cases}$$

fonksiyonu her x gerçek sayısı için sürekli olduğuna göre, b kaçtır?

A) –12 B) –8 C) –6 D) 3 E) 9

$x = -2$ de

$\lim_{x\to -2^-}(3x-a) = \lim_{x\to -2^+}(ax+b) = f(-2)$

$-6 - a = -2a + b = -2a + b$

$-a + b = -6$ .... (1)

$x = 1$ de

$\lim_{x\to 1^-}(ax+b) = \lim_{x\to 1^+}(b-6x) = f(1)$

$a + b = b - 6 = b - 6$

$a = -6$........ (2)

(1) ve (2)

$6 + b = -6$ ... $b = -12$ dir.

Cevap: A

Örnek 13

Gerçek sayılarda tanımlı f(x) için

$$\boxed{\begin{matrix} f(x) \\ \hline a \end{matrix}} = \lim_{x \to a^-} f(x) + \lim_{x \to a^+} f(x)$$

işlemi tanımlanıyor.

f(x) sürekli bir fonksiyon olmak üzere, f(3) = 6 olduğuna göre $\boxed{\begin{matrix} f(x) \\ \hline 3 \end{matrix}}$ değeri kaçtır?

A) –6 B) –3 C) 0 D) 12 E) 18

f(x) sürekli $\Rightarrow \lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{x \to 3^+} f(x) = f(3) = 6$

$\boxed{\begin{matrix} f(x) \\ \hline 3 \end{matrix}} = 6 + 6 = 12$

Cevap: D

Çıkmış Soru 1

a bir gerçel sayı olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde bir f fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} a - x & x < 1 \\ 5x - 4 & 1 \le x \le 5 \\ (x - a)^2 + 12 & 5 < x \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

f fonksiyonunun sürekli olmadığı yalnızca bir nokta olduğuna göre, f(7) – f(0) ifadesinin değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2018 AYT

x = 1 de sürekli olsun

$\lim_{x \to 1^-} (a - x) = \lim_{x \to 1^+} (5x - 4) = f(1)$

$a - 1 = 1 = 1 \quad a = 2$

x = 5 te sürekli olmaması gerekli

$\lim_{x \to 5^-} (5x - 4) = \lim_{x \to 5^+} ((x - 2)^2 + 12) = f(5)$

21 = 21 =21 ancak sürekli o zaman x = 5 te sürekliliğe bakalım

$21 = (5 - a)^2 + 12 \quad a = 8$ *olur.* $f(7) = 12 \quad f(0) = 8 \quad f(7) - f(0) = 5$

Cevap: C

Örnek 14

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 6}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\mathbb{R}^+ - \{3\}$ B) $\mathbb{R}^+$ C) $\mathbb{R}$ D) $\mathbb{R} - \{0\}$ E) $\mathbb{R} - \{0, 3\}$

$x^2 - 3x + 6 \ge 0$

$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 16 < 0$

$9 - 64 < 0$

olduğundan $\mathbb{R}$ *de sürekli*

Cevap: C

Örnek 15

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & x < 0 \\ mx + n & 0 \le x \le 2 \\ (3 - x)^2 & 2 < x \end{cases}$$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde süreklidir.

Buna göre, m . n çarpımı kaçtır?

A) –6 B) –4 C) 0 D) 12 E) 15

$\lim_{x \to 0^-} (4 - x^2) = \lim_{x \to 0^+} (mx + n) = f(0)$

$4 = n = n \ldots (1)$

$\lim_{x \to 2^-} (mx + n) = \lim_{x \to 2^+} (3 - x)^2 = f(2)$

$2m + n = 1 = 2m + n \ldots (2)$

(1) *ve* $(2) \Rightarrow m = -\frac{3}{2} \qquad m \cdot n = \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot 4 = -6$

Cevap: A

Örnek 16

y = f(x), her x gerçek sayısı için sürekli bir fonksiyondur.

Buna göre,

- $g(x) = \frac{f(x)}{x}$
- h(x) = f(|x|)
- k(x) = xf(x)

fonksiyonlarından hangileri yine her x gerçek sayısı için sürekli olur?

A) Yalnız h(x) B) Yalnız k(x) C) g(x) ve h(x) D) h(x) ve k(x) E) g(x), h(x) ve k(x)

g(x) x = 0 da tanımsız

$\mathbb{R} - \{0\}$ *da sürekli*

h(x) = $\mathbb{R}$ *de sürekli*

k(x) $\mathbb{R}$ *de sürekli*

Cevap: D

Çıkmış Soru 2

a ve b birer gerçel sayı olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde sürekli olan f ve g fonksiyonları

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 2 & , \quad x \le a \\ x - 1 & , \quad x > a \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & , \quad x \le 1 \\ 3x + b & , \quad x > 1 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, a . b çarpımı kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 16

2022 AYT

$2a + 2 = a - 1$

$\boxed{a = -3}$

$a + 1 = 3 + b$

$-3 + 1 = 3 + b$

$\boxed{-5 = b}$

$a \cdot b = 15$

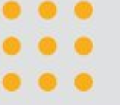
Cevap: D

Örnek Cevapları

1.C	2.E	3.C	4.C	5.B	6.D	7.E	8.C	9.A	10.A
11.C	12.A	13.D	14.C	15.A	16.D				

Çıkmış Soru Cevapları

1.C	2.D



1. $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-kx+9}$

fonksiyonunun tüm gerçek sayılarda sürekli olması için k nın alacağı kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 13

$x^2-kx+9=0$ denklemi için,

$\Delta<0 \Rightarrow k^2-36<0$

$k^2<36$

$-6<k<6$, $k=-5,-4,\ldots-1,0,1,\ldots 5$ olmak üzere 11 tanedir.

Cevap D

2. **f: [1, ∞) → R olmak üzere,**

$$f(x)=\begin{cases}3-x &, 1\le x<2\\ x^2-1 &, 2\le x<3\\ 2x+2 &, 3\le x<4\\ 6 &, x\ge 4\end{cases}$$

fonksiyonu kaç farklı noktada süreksizdir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

x = 2 ve x = 4 değerleri için sağdan soldan limit değerleri birbirinden farklı olduğundan fonksiyon süreksizdir.

Cevap C

3. $$f(x)=\begin{cases}5-x &, x<-1\\ mx+2 &, -1\le x\le 2\\ x^2-mx+n &, x>2\end{cases}$$

fonksiyonu gerçek sayılar kümesinde sürekli olduğuna göre, n değeri kaçtır?

A) –24 B) –18 C) –12 D) –6 E) –4

$\lim\limits_{x\to -1^-}(5-x)=\lim\limits_{x\to -1^+}(mx+2)$

$6=-m+2$

$m=-4$

$\lim\limits_{x\to 2^-}(mx+2)=\lim\limits_{x\to 2^+}(x^2-mx+n) \Rightarrow 2m+2=4-2m+n$

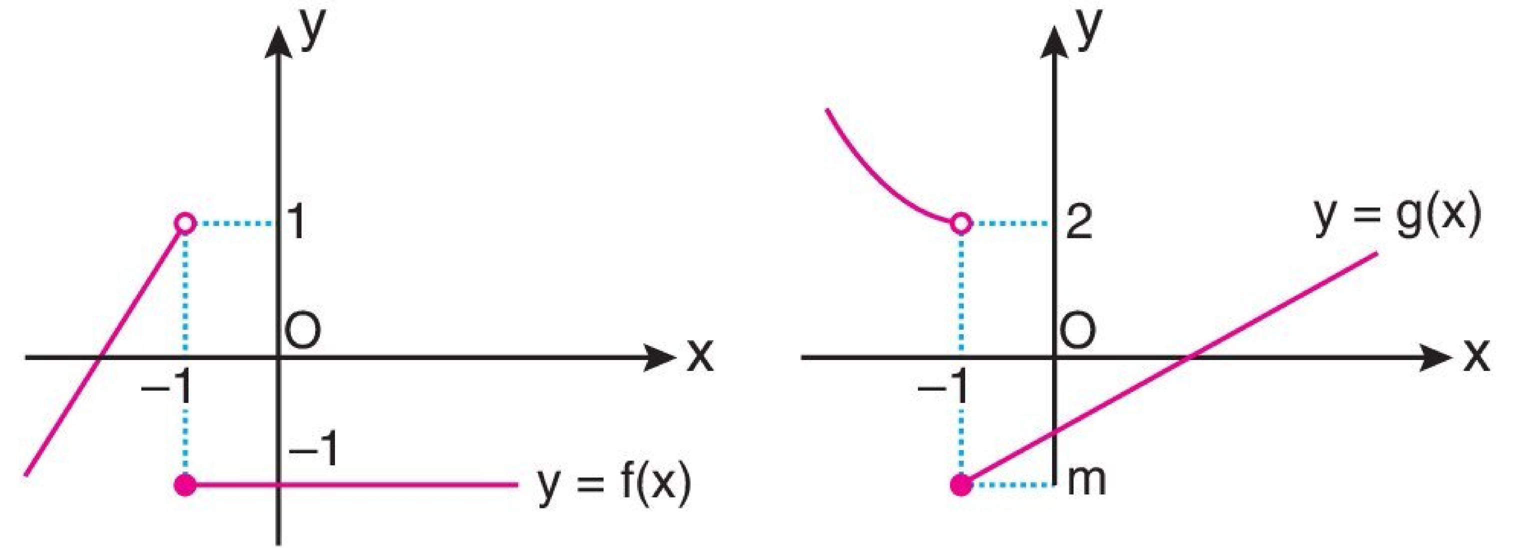
$4m=2+n$

$-16=2+n$

$-18=n$ *bulunur.*

Cevap B

4.



Şekilde f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

y = (4f – 3g)(x) fonksiyonu x = –1 apsisli noktada sürekli olduğuna göre, m gerçek sayısının değeri kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{2}{3}$ D) $-\frac{3}{4}$ E) $-\frac{5}{4}$

	SOL LİMİT	SAĞ LİMİT	KENDİ
y = f(x)	1	–1	–1
y = g(x)	2	m	m
y = 4f(x) – 3g(x)	–2	–4 – 3m	–4 – 3m

$-2=-4-3m$

$2=-3m$

$-\frac{2}{3}=m$

Cevap C

5. Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x)=\dfrac{x^4+3x^2+7}{4x^2+mx+9}$

fonksiyonu kaç farklı m tam sayısı için gerçel sayılar kümesinde süreklidir?

A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

$\Delta = m^2-4.4.9<0$

$(m-12)(m+12)<0$

	–12		12	
+		–		+

$m\in(-12, 12) \Rightarrow$ 23 farklı x tam sayısı vardır.

Cevap B

6. $$f(x)=\begin{cases}e^x &, x<0\\ 3x+p-2 &, x\ge 0\end{cases}$$

fonksiyonu reel sayılarda sürekli olduğuna göre, p değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$1=0+p-2 \Rightarrow \boxed{p=3}$

Cevap A

7. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonları x = 1 noktasında sürekli olduğuna göre,

I. (f + g)(x)

II. (fog)(x)

III. (gof)(x)

fonksiyonlarından hangileri x = 1 noktasında kesinlikle süreklidir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III

D) I ve II E) I, II ve III

I. sürekli

II. $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = x - 1$ *için değil*

III. $g(x) = \frac{1}{x}$, $f(x) = x - 1$ *için değil*

Cevap: A

8. a sıfırdan farklı gerçel sayı olmak üzere

Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x} & x < -2 \\ ax + a^2 & -2 \le x \end{cases}$$

fonksiyonu x = –2 de süreklidir.

Buna göre, (fof)(–2) değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) $\frac{9}{8}$ E) $\frac{9}{4}$

$\lim\limits_{x \to -2^-} \frac{a}{x} \overset{?}{=} \lim\limits_{x \to -2^+} (ax + a) = f(-2)$

$-\frac{a}{2} = -2a + a^2 = -2a + a^2$

$-\frac{a}{2} = +a^2 - 2a$

$-\frac{1}{2} = a - 2 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$

$f(f(-2))$

$f\left(-3 + \frac{9}{4}\right) = f\left(-\frac{3}{4}\right)$

$f\left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{9}{4} = \frac{9}{8}$

Cevap: D

9. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı f(x) ve g(x) fonksiyonları

$$f(x) = \begin{cases} ax - 1 & x < -1 \\ 2x + b & -1 \le x \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} x^2 - b & x < 0 \\ x + 2a & 0 \le x \end{cases}$$

biçiminde veriliyorlar.

(f + g)(x) fonksiyonu tüm gerçek sayılar kümesinde sürekli olduğuna göre, a . b kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 2 E) 6

$$f(x) + g(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 1 - b & x < -1 \\ x^2 + 2x & -1 \le x < 0 \\ 3x + 2a + b & 0 \le x \end{cases}$$

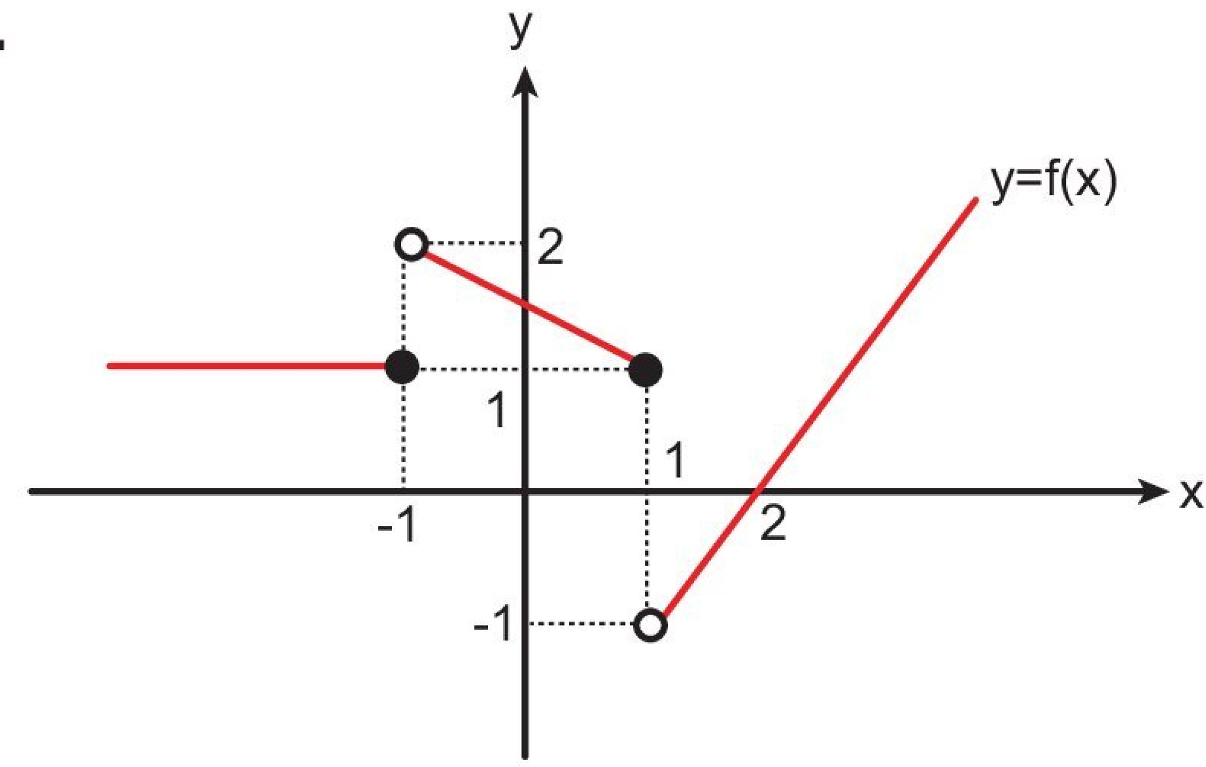
$x = -1$ *de* $1 - a - 1 - b = -1 \Rightarrow a + b = 1$ ⎫ $a = -1$

$x = 0$ *da* $0 + 2a + b = 0 \Rightarrow 2a + b = 0$ ⎭ $b = 2$

$a \,.\, b = -2$

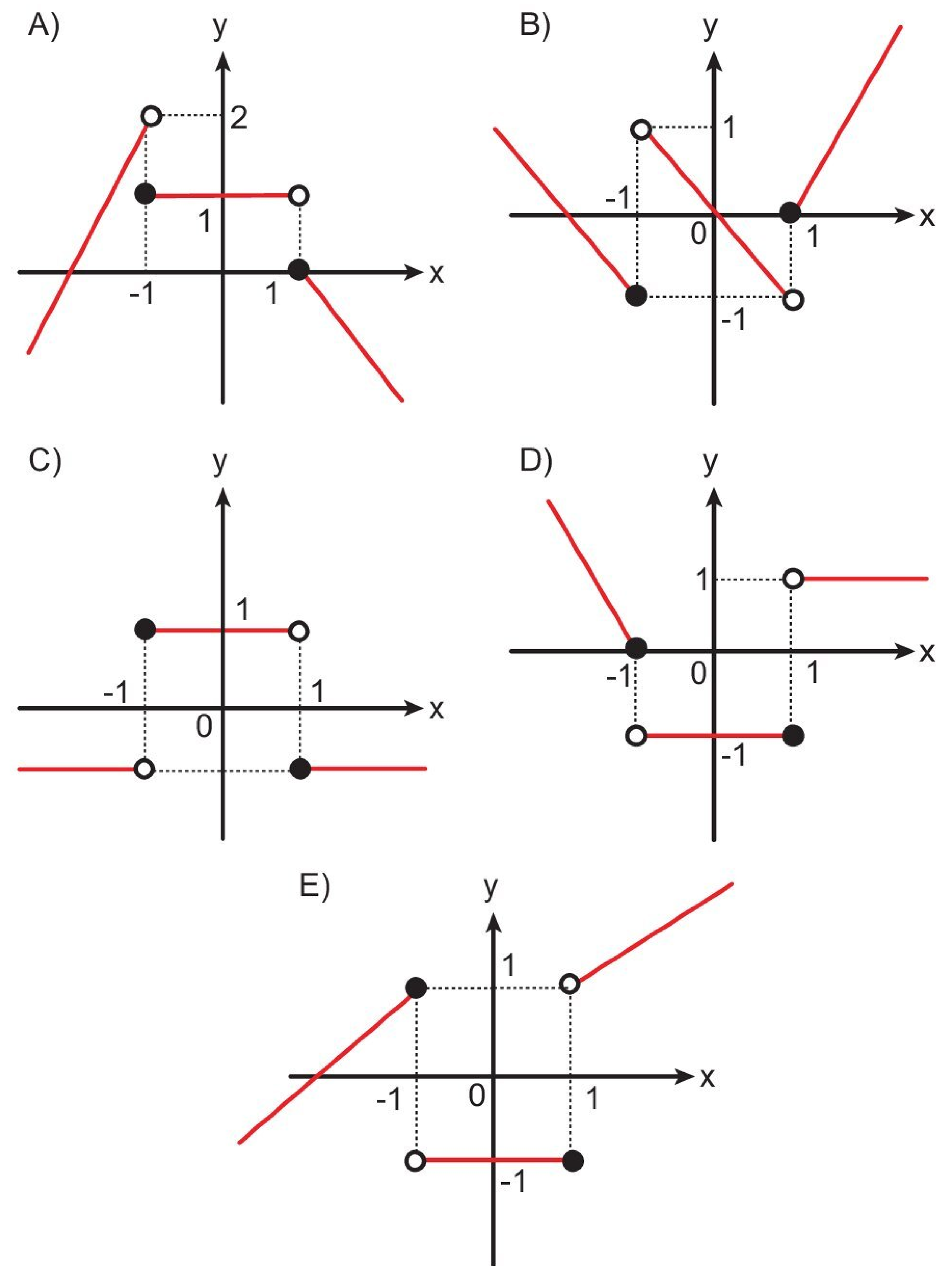
Cevap: A

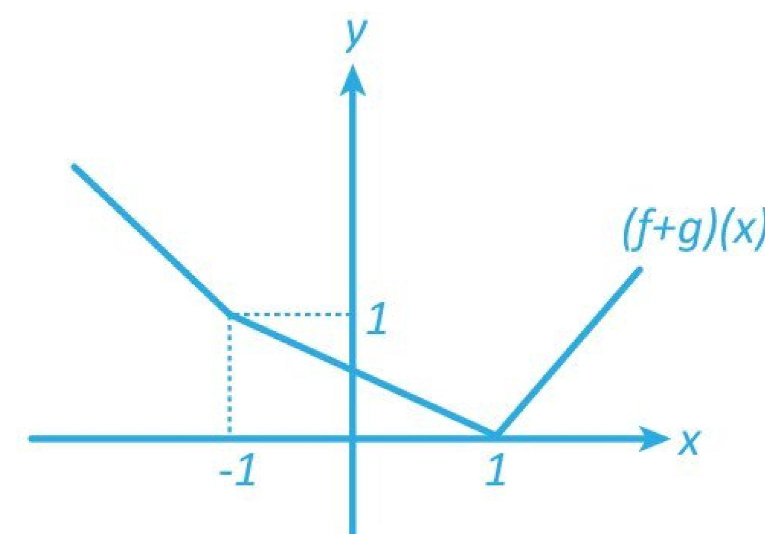
10.



Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonu için (f + g)(x) fonksiyonu her x gerçel sayısı için süreklidir.

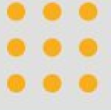
Buna göre, g(x) fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



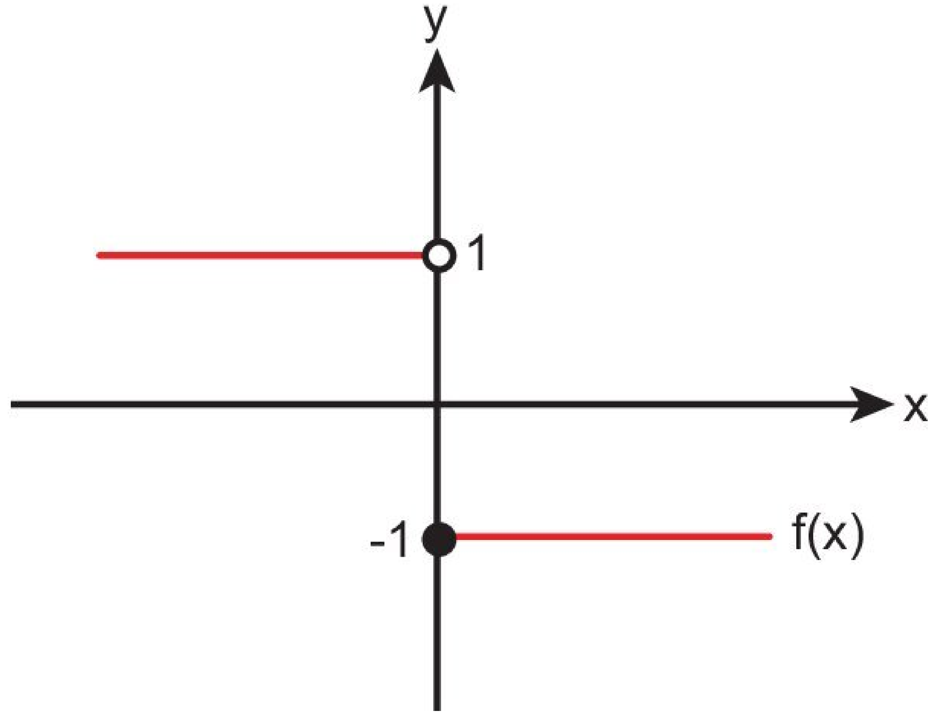


Cevap: D

1.D 2.C 3.B 4.C 5.B 6.A 7.A 8.D 9.A 10.D



1. Aşağıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Gerçek sayılarda tanımlı f(x) fonksiyonu için

I. f(|x|)

II. |f(x)|

III. $f^2(x)$

fonksiyonlarından hangileri gerçek sayılarda süreklidir?

A) Yalnız I B) I ve II C) II ve II

D) Yalnız III E) I, II ve III

I. Doğru

II. Doğru

III. Doğru

Cevap: E

2. **Gerçel sayılar kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonları veriliyor.**

I. f(x) artan iken süreklidir.

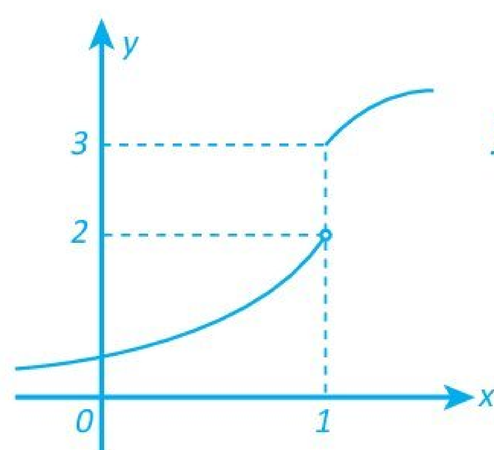
II. f + g nin sürekli olduğu her noktada f ve g de süreklidir.

III. f(x) ve g(x) in sürekli olduğu her noktada f – g süreklidir.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız III B) Yalnız I C) I ve II

D) II ve III E) I, II ve III



1 Yanlış olabilir.

f artandır fakat sürekli değildir.

2. Yanlış olabilir.

	Sağ limit		Sol limit
f	3		2
g	7		8
f+g	10	=	10

III. Doğru

Cevap A

3.
$$f(x)=\begin{cases} mx+2 , & x<-1 \\ x^2+nx , & -1\le x<3 \\ 2mx-n , & 3\le x \end{cases}$$

biçiminde tanımlı y = f(x) fonksiyonu her x gerçel sayısı için sürekli olduğuna göre,

$$\lim_{x\to -1} f(x)$$

limitinin değeri kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 1 E) 2

$x=-1;\ -m+2=1-n \Rightarrow \boxed{m-n=1}$

$x=3;\ 9+3n=6m-n \Rightarrow \boxed{6m-4n=9}$

$\Big\}\ m=\frac{5}{2}$ ve $n=\frac{3}{2}$

$\lim_{x\to -1^-}\left(\frac{5}{2}x+2\right)=-\frac{5}{2}+2=-\frac{1}{2}$

$\lim_{x\to -1^+}\left(x^2+\frac{3}{2}x\right)=1-\frac{3}{2}=-\frac{1}{2}$

$\lim_{x\to -1} f(x)=-\frac{1}{2}$

Cevap B

4. **$m \neq 0$ ve $a^2 < 4b$ olmak üzere**

$$f(x)=\frac{x^2+ax+b}{mx^2-4x+12}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R}-\{x_0\}$ olduğuna göre x_0 gerçel sayısı kaçtır?

A) –3 B) –2 C) 3 D) 4 E) 6

$mx^2-4x+12$ ifadesinin diskriminantı sıfıra eşit olmalıdır.

$\Delta=16-4.m.12=0 \Rightarrow m=\frac{1}{3}$

Payda $=\frac{1}{3}x^2-4x+12=\frac{1}{3}(x-6)^2$

$\Rightarrow x_0=6$

Cevap E

5. **Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi her x gerçel sayısı için süreklidir?**

A) $y=|x^2-1|$

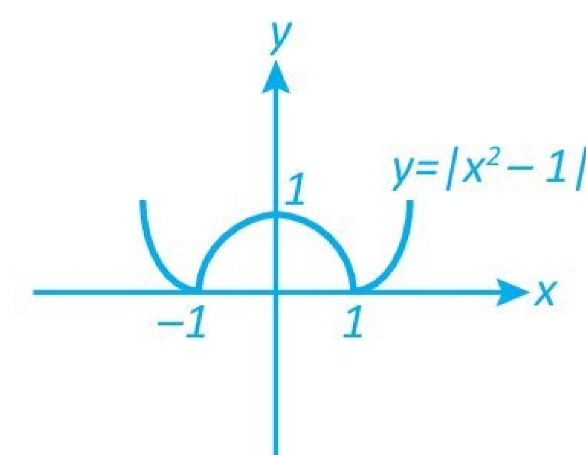
B) $y=\tan x$

C) $y=\begin{cases} x+1 , & x>2 \\ x^2+1 , & x\le 2 \end{cases}$

D) $y=\frac{x}{|x|}$

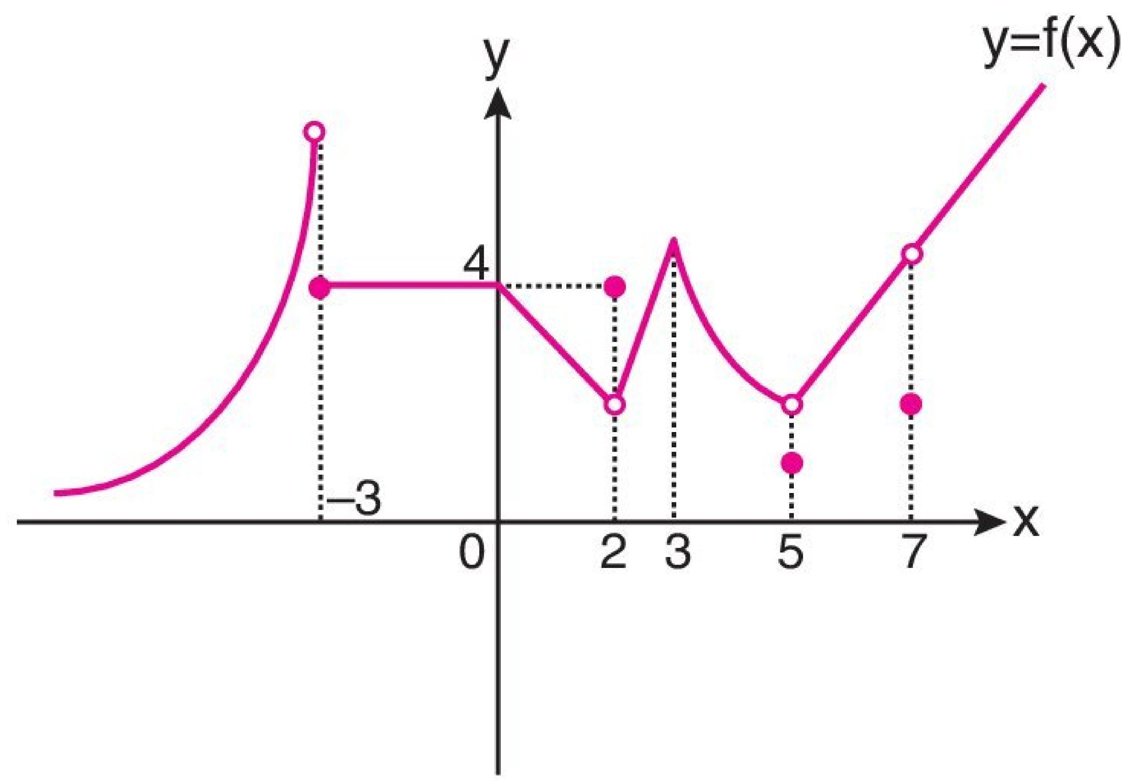
E) $y=\frac{x+1}{x-1}$

$y=|x^2-1|$ fonksiyonunda $x=-1$ ve $x=1$ değerlerinde kırılma vardır. Ancak fonksiyon süreklidir.



Cevap A

6.



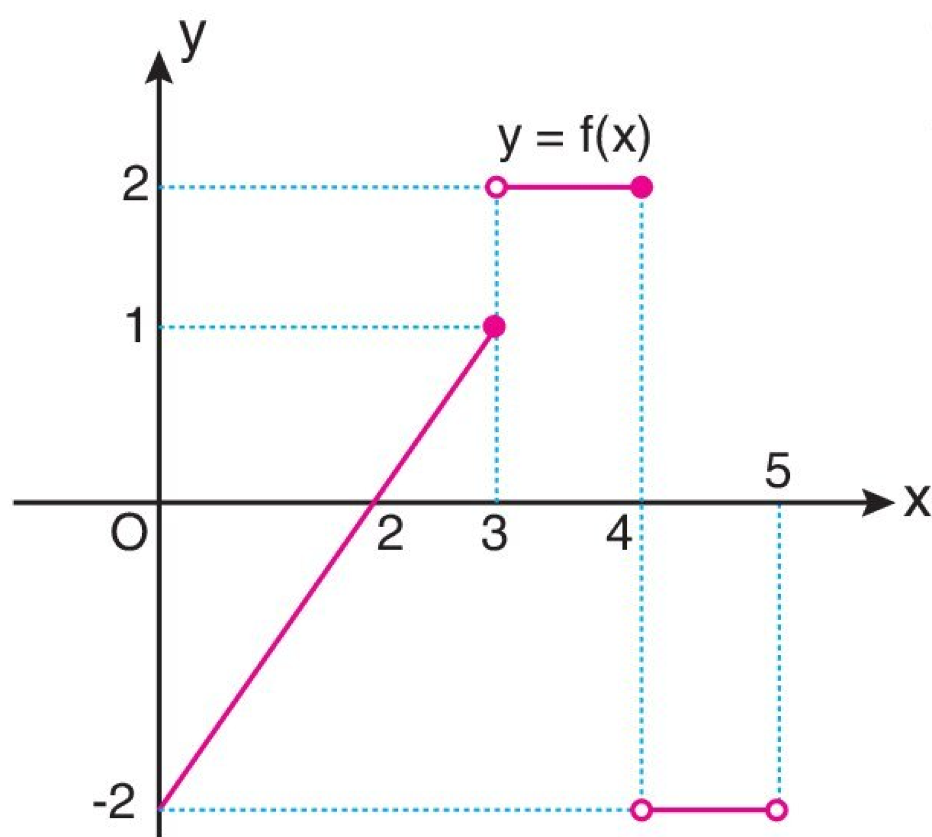
Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, f fonksiyonunun süreksiz olduğu kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

x = –3, 2, 5, 7 olmak üzere 4 noktada süreksizdir. *Cevap C*

7.



- f: (–5, 5) → $\mathbb{R}$
- f(x) çift fonksiyon

Şekilde grafiğinin bir bölümü verilmiş olan y = f(x) fonksiyonu için

I. x = –4 apsisli noktada y = |f(x)| süreklidir.

II. $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x) - \lim\limits_{x \to -4^-} f(x) = 3$

III. $\lim\limits_{x \to 3^+} (fof)(x) = 1$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

I ve II doğrudur.

III. yanlıştır. $\lim\limits_{x \to 3^+} (fof)(x) = \lim\limits_{x \to 2} f(x) = 0$ *Cevap D*

8. $f(x) = \begin{cases} 2px - 3 & , \quad x < 2 \\ 3x^2 + 1 & , \quad x = 2 \\ \dfrac{ax - 2x^2}{3} & , \quad x > 2 \end{cases}$

biçiminde tanımlı f(x) fonksiyonu x = 2 apsisli noktada sürekli olduğuna göre, 2a + p toplamı kaçtır?

A) 49 B) 51 C) 53 D) 55 E) 57

$4p - 3 = 13 = \dfrac{2a - 8}{3}$

$\boxed{p = 4}$ $39 + 8 = 2a$

$\boxed{47 = 2a}$

$2a + p = 47 + 4 = 51$ *Cevap B*

9. $f(x) = \begin{cases} 4x + 3 & , \quad x > 2 \\ k & , \quad x = 2 \\ 3x - m & , \quad x < 2 \end{cases}$

biçiminde tanımlı f fonksiyonu x = 2 noktasında süreklidir.

Buna göre, m + k toplamı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$11 = \textcircled{k} = 6 - m \Rightarrow k + m = 6$

Cevap C

10. $f(x) = \begin{cases} 4x + 3 & x \leq 0 \\ ax^3 + p & 0 < x < 4 \\ 20x + 51 & x \geq 4 \end{cases}$

biçiminde tanımlı f fonksiyonu veriliyor.

f fonksiyonu gerçel sayılarda sürekli olduğuna göre,

$\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{f^3(x) - 8}{f(x) - 2}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 288 B) 312 C) 387 D) 403 E) 447

$3 = p$ ve $80 + 51 = a \cdot 64 + 3$

$\boxed{2 = a}$

$f(x) = 2x^3 + 3$

$\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{(f(x) - 2)(f^2(x) + 2f(x) + 4)}{f(x) - 2} = 19^2 + 2 \cdot 19 + 4$

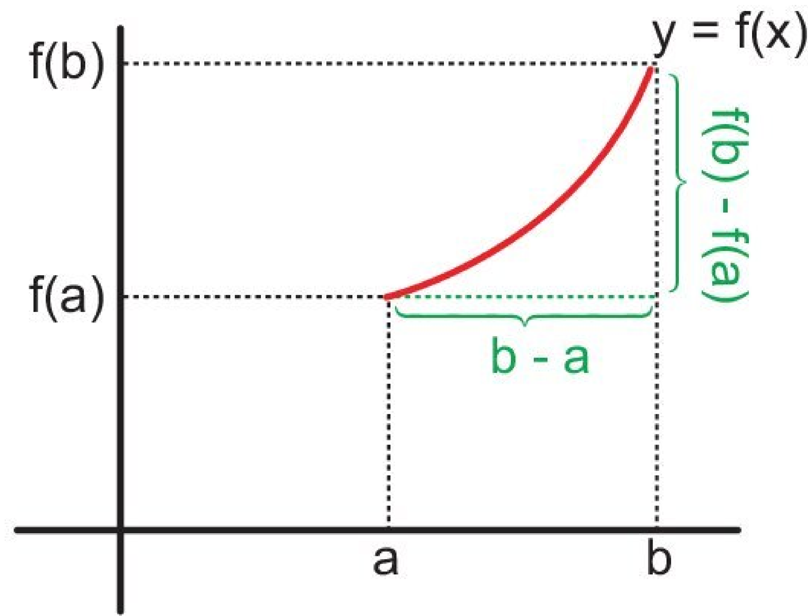
$= 361 + 38 + 4 = 403$

Cevap D

1.E 2.A 3.B 4.E 5.A 6.C 7.D 8.B 9.C 10.D

ANLIK DEĞİŞİM ORANI VE TÜREV

I. Ortalama Değişim Oranı (Hızı):



y = f(x) fonksiyonunun x = a ve x = b apsisli noktalar arasındaki

Ortalama Değişim Oranı = $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

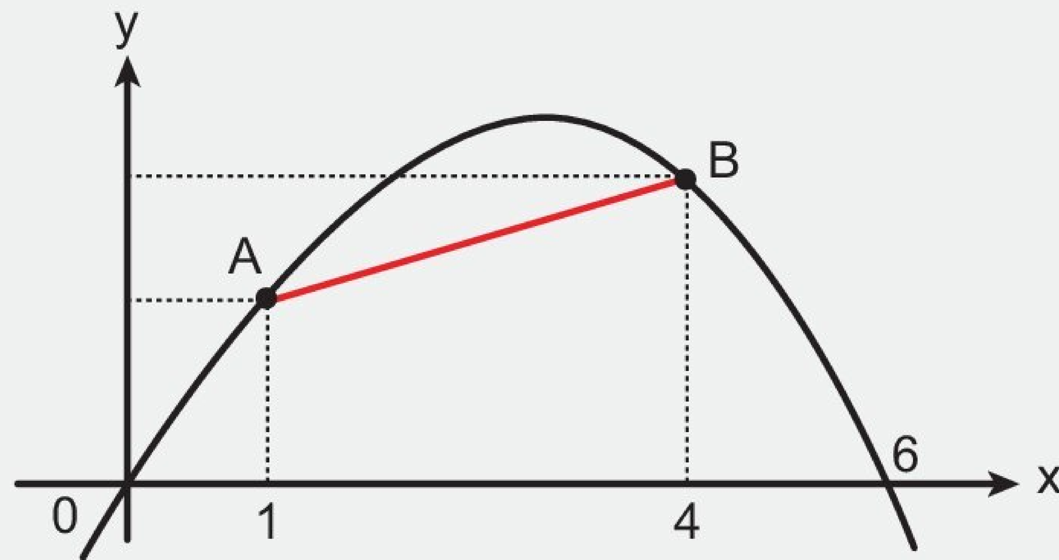
> Ortalama Değişim Oranı (Hız) : Grafik üzerinde iki noktayı birleştiren doğru parçasının eğimine eşittir.

Not

Analitik düzlemde K(a, b) ve L(c, d) noktalarından geçen doğrunun eğimi m olmak üzere, $\boxed{m=\dfrac{d-b}{c-a}}$ dır.

Örnek 1

Analitik düzlemde $f(x) = -x^2 + 6x$ fonksiyonu veriliyor.



Buna göre, [AB] doğru parçasının eğimi kaçtır?

A) $\dfrac{1}{2}$ B) 1 C) $\dfrac{3}{2}$ D) 2 E) $\dfrac{5}{2}$

$f(1) = -1 + 6 = 5$, $f(4) = -16 + 24 = 8$

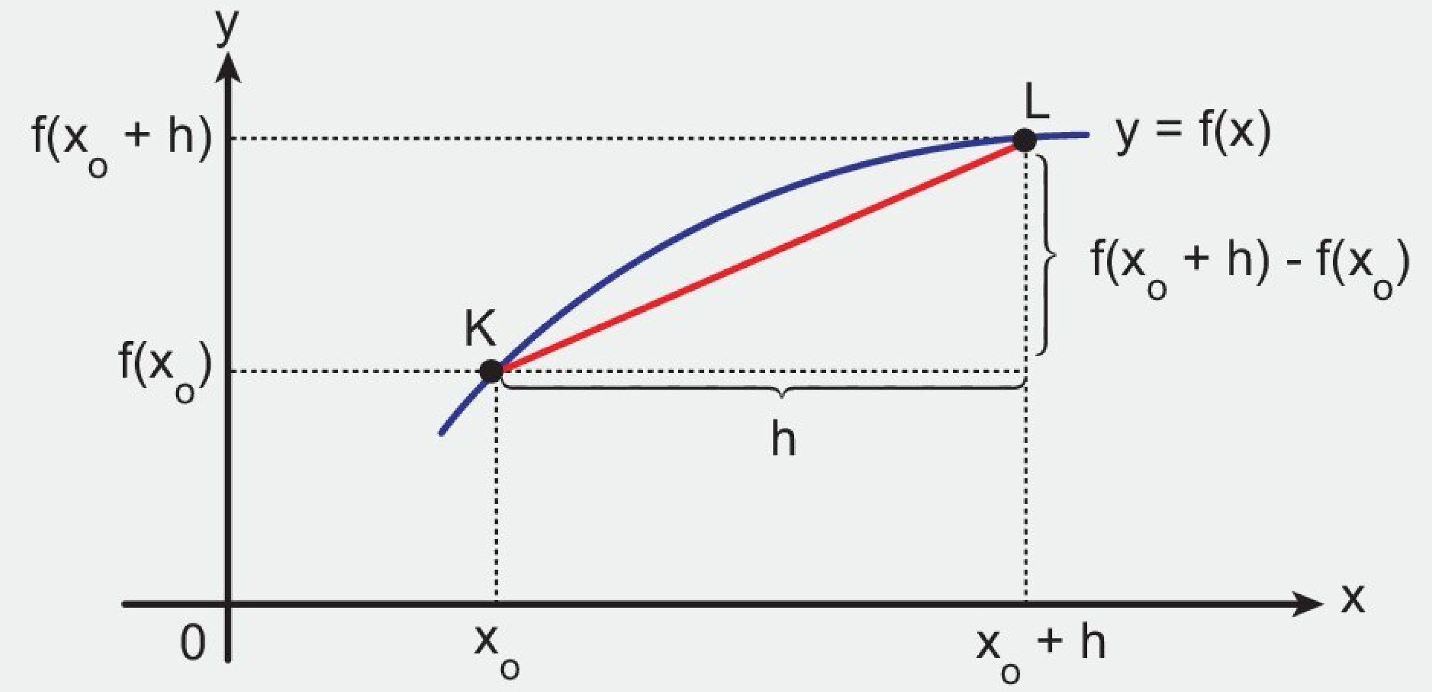
A(1, 5), B(4, 8)

$m_{AB} = \dfrac{8-5}{4-1} = \dfrac{3}{3} = 1$

Cevap: B

Örnek 2

Aşağıda gerçel sayılarda tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiğinin bir bölümü verilmiştir.



[KL] doğru parçasının eğimi $\dfrac{4}{3}$ tür.

Buna göre,

I. $\dfrac{f(x_o+h)-f(x_o)}{h}$ ifadesinin değeri $\dfrac{4}{3}$ tür.

II. $\dfrac{f(x_o)-f(x_o+h)}{h}$ ifadesinin değeri $-\dfrac{4}{3}$ tür.

III. $\dfrac{f(x_o+h)-f(x_o)}{2h}$ ifadesinin değeri $\dfrac{2}{3}$ tür.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) I, II ve III

Hepsi doğrudur.

Cevap: E

Örnek 3

a ve h pozitif gerçel sayılar olmak üzere,

$f(x) = x^2$

fonksiyonunun [a, a + h] aralığındaki ortalama değişim hızı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) a – h B) a + h C) 2a – h

D) 2a + h E) 4a + h

O.D.H = $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{a+h-a} = \dfrac{a^2+2ah+h^2-a^2}{h} = \dfrac{h(2a+h)}{h} = 2a+h$

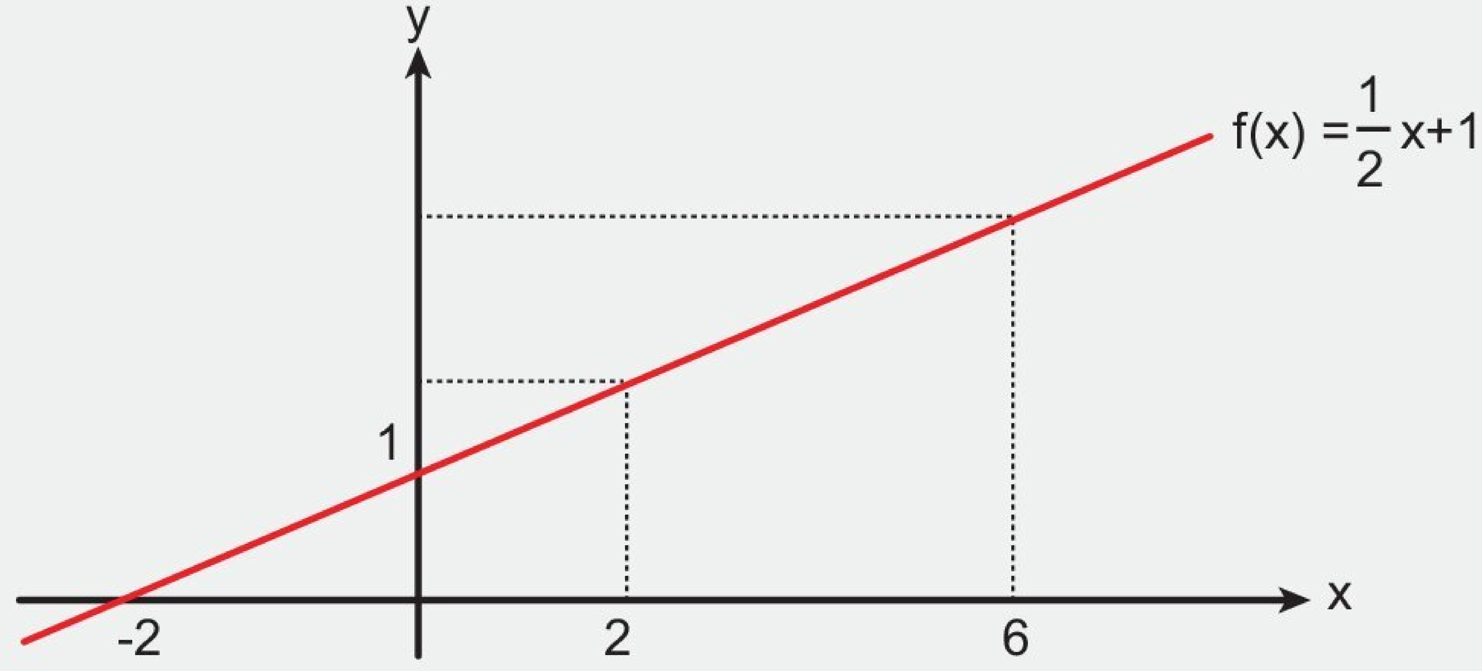
Cevap: D



Örnek 4

y = mx + n doğrusunun eğimi "m" dir.

Aşağıda $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

I. y = f(x) doğrusunun eğimi 1 dir.

II. f fonksiyonunun [2, 6] aralığındaki ortalama değişim oranı (hızı) $\frac{1}{2}$ dir.

III. a ve b herhangi iki gerçel sayı ve a < b olmak üzere, fonksiyonunun [a, b] aralığındaki ortalama değişim hızı daima $\frac{1}{2}$ dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

Doğrusal fonksiyonun değişim hızı her aralık için birbirine ve doğrunun eğimine eşittir. Yani $\frac{1}{2}$ dir. I yanlıştır. *Cevap: D*

Örnek 5

Doğrusal olarak hareket eden bir hareketlinin saniye türünden zamana (t) bağlı metre türünden konumu

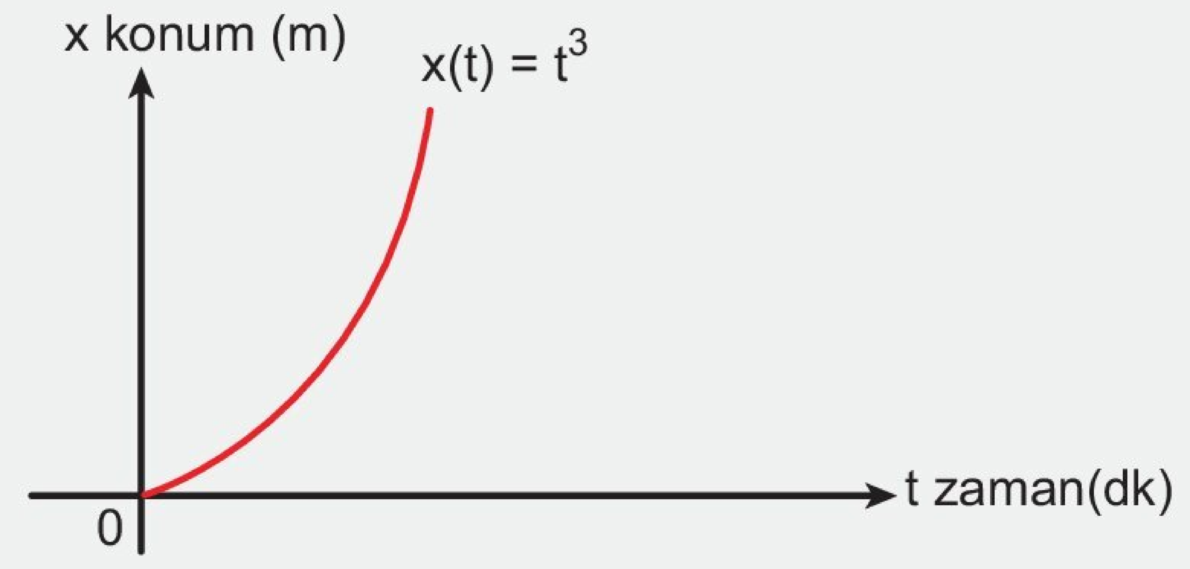
$x(t) = t^2 + t + 2$

fonksiyonu ile tanımlandığına göre, bu hareketlinin t = 1 ve t = 3 saniyeleri arasındaki ortalama (değişim) hızı kaç m/sn dir?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

O.D.Hızı $= \frac{x(3) - x(1)}{3 - 1} = \frac{(9 + 3 + 2) - (1 + 1 + 2)}{2} = 5$ *m/sn* *Cevap: A*

Örnek 6



Yukarıda doğrusal olarak hareket eden bir hareketliye ait konum – zaman grafiği verilmiştir.

Bu hareketlinin dakika türünden zamana (t) bağlı metre türünden konumu $x(t) = t^3$ fonksiyonu ile tanımlanmıştır. Bu hareketlinin,

- İlk üç dakikadaki ortalama hızı k m/dk
- İkinci ve dördüncü dakikalar arasındaki ortalama hızı r m/dk

olduğuna göre, k + r toplamı kaçtır?

A) 34 B) 37 C) 40 D) 43 E) 46

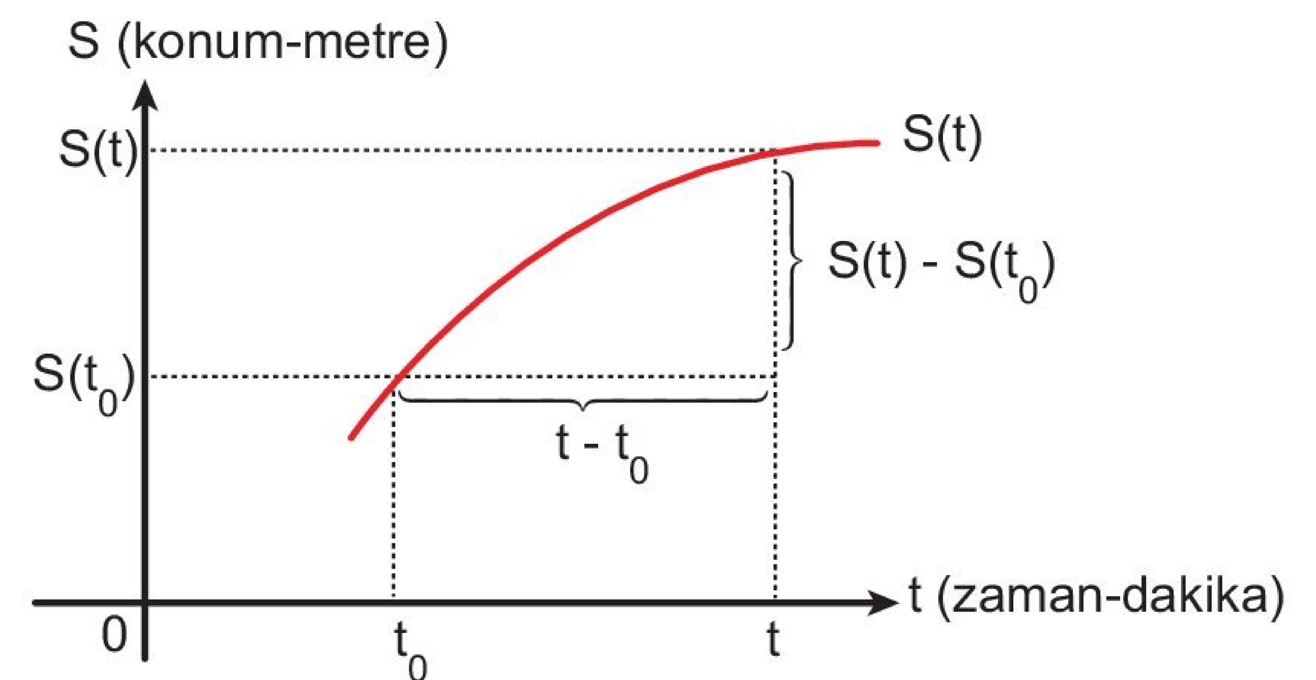
$k = \frac{x(3) - x(0)}{3 - 0} = \frac{27 - 0}{3} = 9$ *m/dk*

$r = \frac{x(4) - x(2)}{4 - 2} = \frac{64 - 8}{2} = 28$ *m/dk* *Cevap: B*

$k + r = 9 + 28 = 37$

II. Anlık Değişim Oranı ve Türev

Doğrusal olarak hareket eden bir hareketliye ait konum S(t) ile verilmiş olsun.



Bu hareketlinin t_0 ve t dakikaları arasındaki

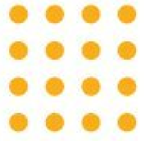
Ortalama Değişim Hızı $= \frac{S(t) - S(t_0)}{t - t_0}$ olmaktadır.

Bu ifadede t ve t_0 noktalarını çakıştırmak için "lim" ifadesi kullanılır.

$$\lim_{t \to t_0} \frac{S(t) - S(t_0)}{t - t_0}$$

limitinin gerçel değerine bu hareketlinin t_0 anındaki anlık hızı, S(t) fonksiyonunun t_0 anındaki ANLIK DEĞİŞİM HIZI veya TÜREVİ denir. $S'(t_0)$ ile gösterilir.

> $S'(t_0)$ ifadesi S(t) fonksiyonuna t_0 apsisli noktada sadece bir teğet çizilebiliyorsa, bu teğetin eğimine eşittir.



Örnek 7

Doğrusal olarak hareket eden bir hareketlinin saniye türünden (t) zamana bağlı konumu x(t) olmak üzere,

$$x(t) = t^2 + 3t$$

fonksiyonu ile tanımlandığına göre, bu hareketlinin 5. saniyedeki anlık hızı kaç m/sn dir?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

$f'(5) = \lim_{t\to 5}\frac{f(t)-f(5)}{t-5} = \lim_{t\to 5}\frac{t^2+3t-40}{t-5} = \lim_{t\to 5}\frac{(t-5)(t+8)}{t-5}$

$f'(5) = \lim_{t\to 5}(t+8) = 5+8 = 13$

Cevap: A

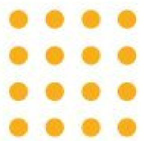
> Analitik düzlemde bir doğrunun eğimi, doğrunun x ekseninin pozitif tarafı ile yaptığı açının tanjant değerine eşittir.

tan0 = 0, tan(90°) = tanımsız

$\tan(30°) = \frac{1}{\sqrt{3}} \longrightarrow \tan(150°) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

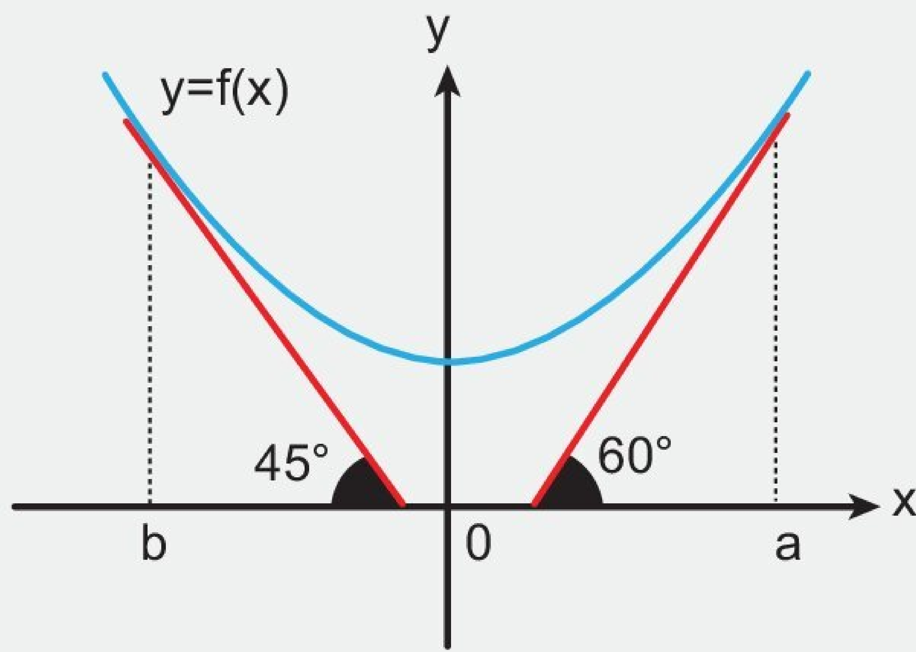
$\tan(45°) = 1 \longrightarrow \tan(135°) = -1$

$\tan(60°) = \sqrt{3} \longrightarrow \tan(120°) = -\sqrt{3}$



Örnek 8

Aşağıda y = f(x) fonksiyonuna x = a ve x = b apsisli noktalarda teğetler çizilmiştir.



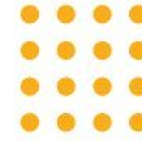
Buna göre, f'(a) + f'(b) ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{\sqrt{3}} + 1$ B) $\frac{1}{\sqrt{3}} - 1$ C) $\sqrt{3} + 1$

D) $\sqrt{3} - 1$ E) $\sqrt{3} + \frac{1}{3}$

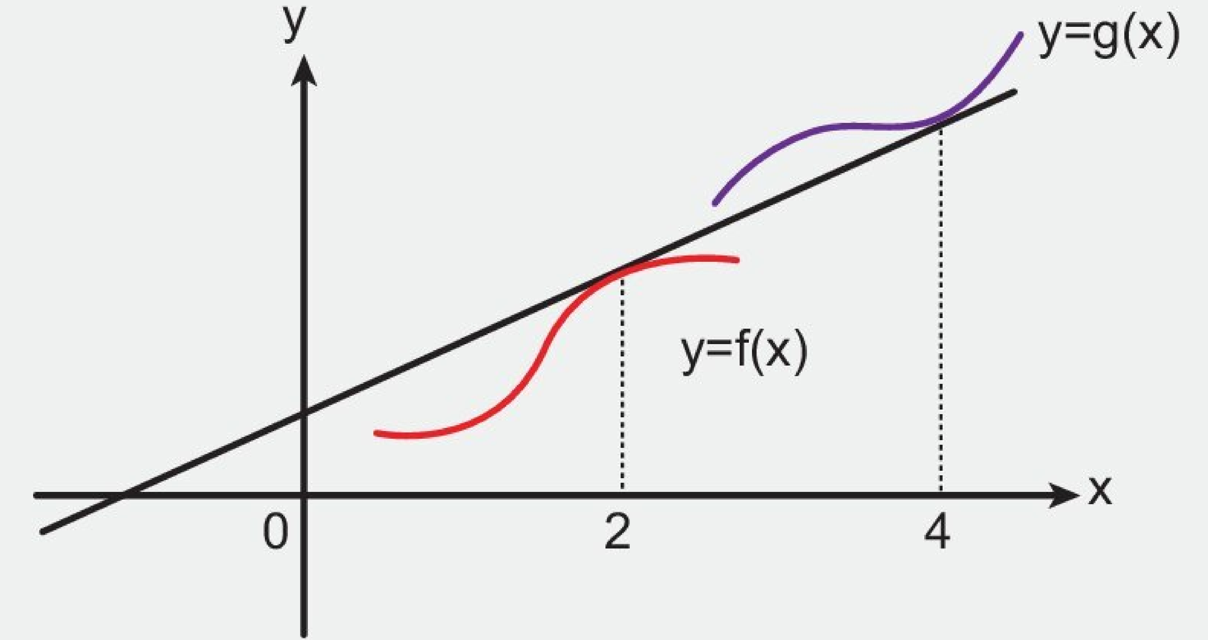
$f'(a) = \tan 60° = \sqrt{3}$
$f'(b) = \tan 135° = -1$ } Sonuç $= \sqrt{3} - 1$

Cevap: D



Örnek 9

Aşağıda y = f(x) fonksiyonuna x = 2 apsisli noktada ve y = g(x) fonksiyonuna x = 4 apsisli noktada teğet olan $y = \frac{1}{2}x + 1$ doğrusu verilmiştir.



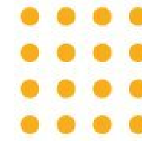
Buna göre, $\frac{f(2)+g(4)}{f'(2)+g'(4)}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 2

$f(2) = 2, f(4) = 3, f'(2) = g'(4) = \frac{1}{2}$

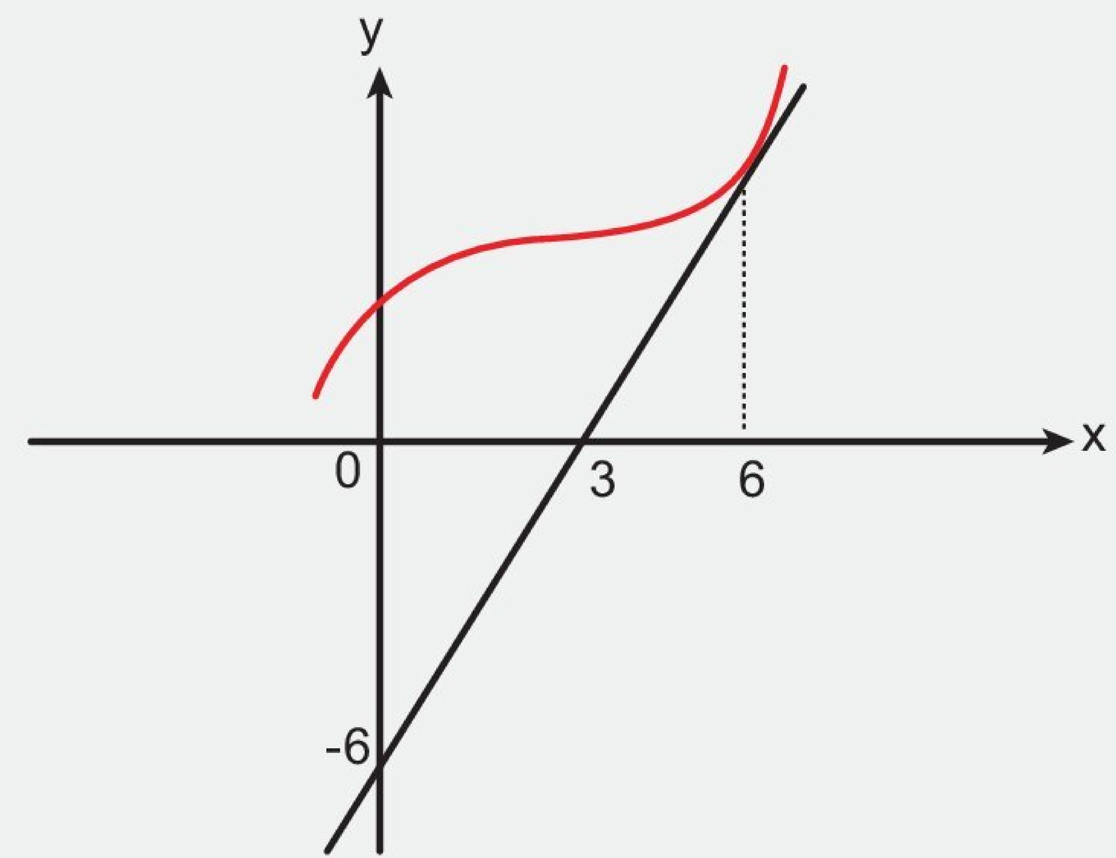
Sonuç $= \frac{2+3}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = 5$

Cevap: C



Örnek 10

Aşağıda y = f(x) fonksiyonunun x = 6 apsisli noktadaki teğet doğrusu çizilmiştir.



Buna göre, f(6) · f'(6) çarpımının sonucu kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

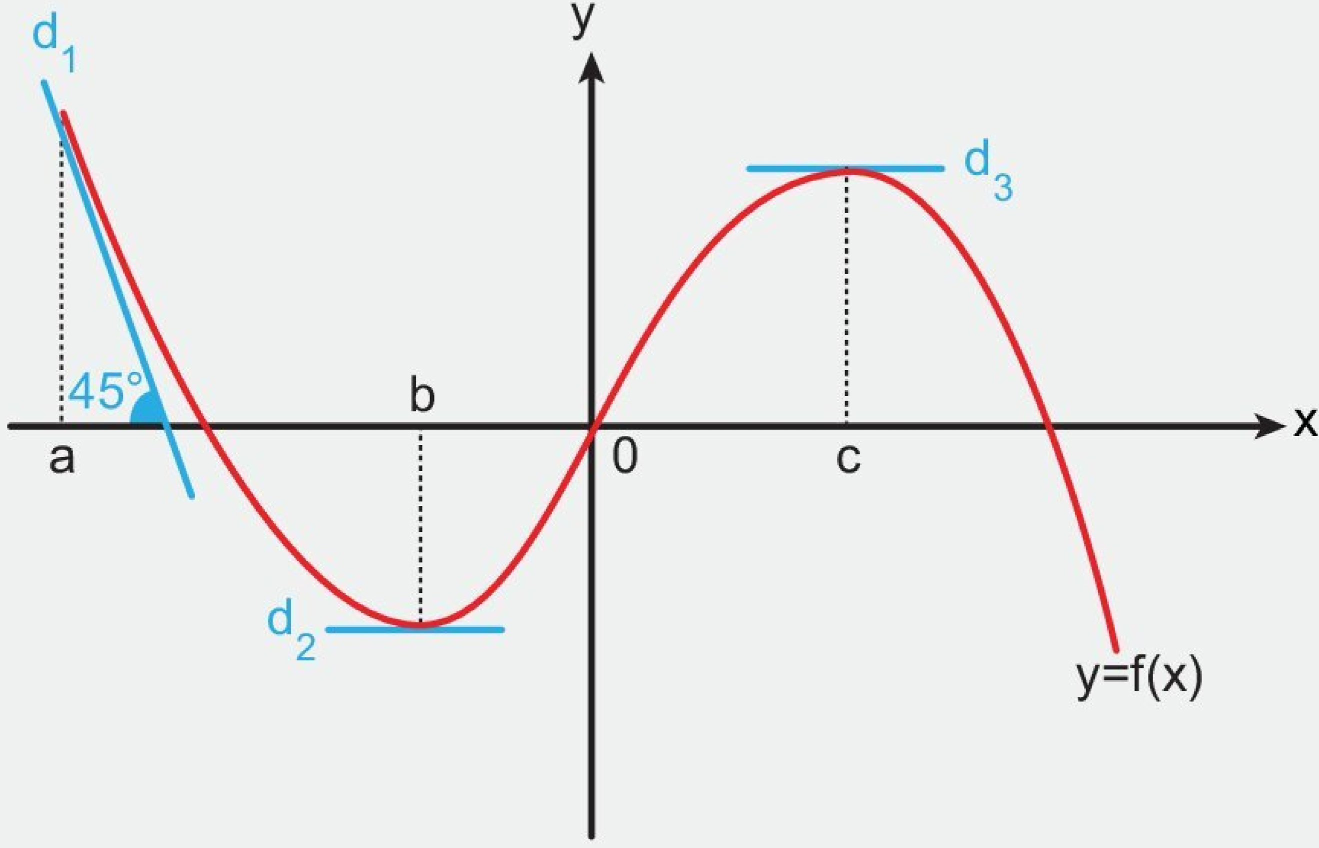
eğim $= \frac{-6-0}{0-3} = 2$,, $y = 2x - 6$ doğrusu

$f(6) = 6, f'(6) \Rightarrow 6 \cdot 2 = 12$

Cevap: D

Örnek 11

Ox eksenine paralel olan doğruların eğimi sıfıra eşittir.



Şekilde Ox ekseninin negatif tarafı ile 45°lik açı yapan d_1 doğrusu y = f(x) fonksiyonuna x = a apsisli noktada teğettir.

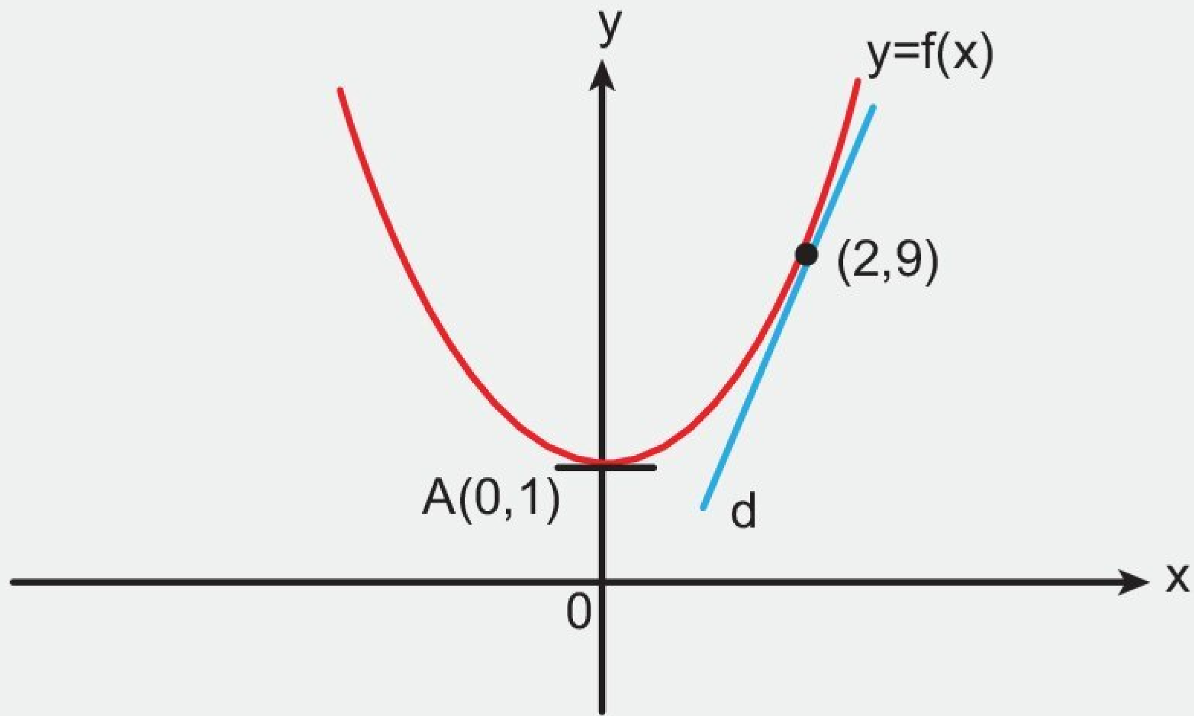
y = f(x) fonksiyonunun x = b ve x = c apsisli noktalardaki teğetleri olan d_2 ve d_3 doğruları Ox eksenine paraleldir.

Buna göre, f'(a) + f'(b) + f'(c) işleminin sonucu kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

$f'(a) + f'(b) + f'(c) = -1 + 0 + 0 = -1$ Cevap: B

Örnek 12



Şekilde tepe noktası A(0, 1) olan y = f(x) parabolü ve parabole B(2, 9) noktasından teğet olan d doğrusu verilmiştir.

Buna göre, d doğrusunun eğimi kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

$f(x) = ax^2 + 1 \Rightarrow (2, 9)$ için $9 = 4a + 1 \Rightarrow a = 2$

$f(x) = 2x^2 + 1 \Rightarrow f$

$f'(2) = 2 \lim\limits_{x \to 2} \frac{2x^2 + 1 - 9}{x - 2} = \lim\limits_{x \to 2} \frac{2(x-2)(x+2)}{(x-2)} = 8$ Cevap: B

> Türevlenebilir bir f fonksiyonunun herhangi bir x noktasındaki türevi $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ ile ifade edilir.

Örnek 13

Gerçel sayılarda tanımlı f(x) = $3x^2$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ limitinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) x B) 2x C) 3x D) 4x E) 6x

$\lim\limits_{h \to 0} \frac{3(x+h)^2 - 3x^2}{h} = \lim\limits_{h \to 0} \frac{3x^2 + 6xh + 3h^2 - 3x^2}{h} = \lim\limits_{h \to 0} \frac{h(6x + 3h)}{h} = 6x$

Cevap: E

> $f'(m) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(m+h) - f(m)}{h}$

ifadesi f fonksiyonunun x = m apsisli noktasındaki türevini ifade eder.

Örnek 14

Gerçel sayılarda tanımlı f(x) = $4x^2$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 30

$\lim\limits_{h \to 0} \frac{4(3+h)^2 - f(3)}{h} = \lim\limits_{h \to 0} \frac{36 + 24h + 4h^2 - 36}{h}$

$\lim\limits_{h \to 0} \frac{h(24 + 4h)}{h} = 24$

Cevap: D

Örnek 15

y = f(x) fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde türevli bir fonksiyondur.

$f(x + h) - f(x) = f(h) + 3xh$

$\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(h)}{h} = 5$

olduğuna göre, f'(x) ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) x + 5 B) 2x + 5 C) 2x – 5 D) 3x + 5 E) 3x – 5

$\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(h) + 3xh}{h}$

$f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(h)}{h} + \lim\limits_{h \to 0} \frac{h(3x)}{h}$

$f'(x) = 5 + 3x$

Cevap: D

Örnek Cevapları

1.B	2.E	3.D	4.D	5.A	6.B	7.A	8.D	9.C	10.D
11.B	12.B	13.E	14.D	15.D					

1. $f(x) = x^3$

fonksiyonunun [1, 3] aralığındaki ortalama değişim oranı kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

O.D.O $= \dfrac{f(3)-f(1)}{3-1} = \dfrac{27-1}{2} = 13$ *Cevap: D*

2. a bir gerçel sayı olmak üzere,

$f(x) = ax^2$

fonksiyonunun [2, 4] aralığındaki ortalama değişim hızı 18 olduğuna göre a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

O.D.H $\dfrac{f(4)-f(2)}{4-2} = \dfrac{16a-4a}{2} = 6a = 18 \Rightarrow a = 3$ *Cevap: C*

3. $f(x) = 4x^2$ olduğuna göre,

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(-3+h)-f(-3)}{h}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) –24 B) –20 C) –16 D) –12 E) –8

$\lim_{h\to 0}\dfrac{4(-3+h)^2-36}{h} = \lim_{h\to 0}\dfrac{36-24h+4h^2-36}{h} = \lim_{h\to 0}\dfrac{h(4h-24)}{h} = -24$

Cevap: A

4. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = x^2 - 3$

fonksiyonunun x = 4 apsisli noktada anlık değişim hızı kaçtır?

A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

A.D.H $= \lim_{x\to 4}\dfrac{f(x)-f(4)}{x-4} = \lim_{x\to 4}\dfrac{x^2-3-13}{x-4} = \lim_{x\to 4}\dfrac{(x+4)(x-4)}{(x-4)} = 8$

Cevap: B

5. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = x^3$

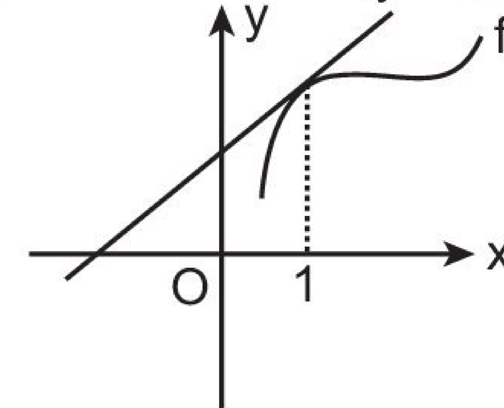
fonksiyonunun x = 2 apsisli noktadaki anlık değişim hızı kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

$\lim_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x-2} = \lim_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x-2} = 12$ *Cevap: C*

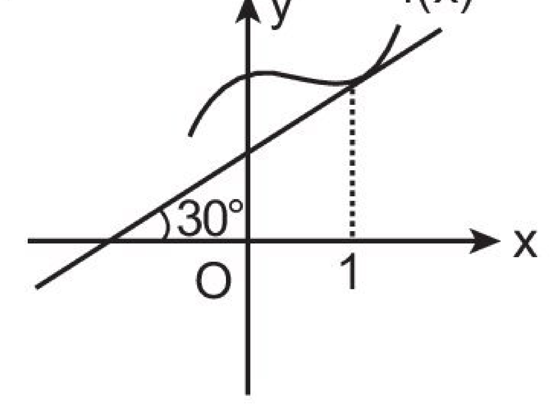
6. Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı y = f(x) fonksiyonlarının x = 1 apsisli noktadaki teğetleri çizilmiştir.

I.



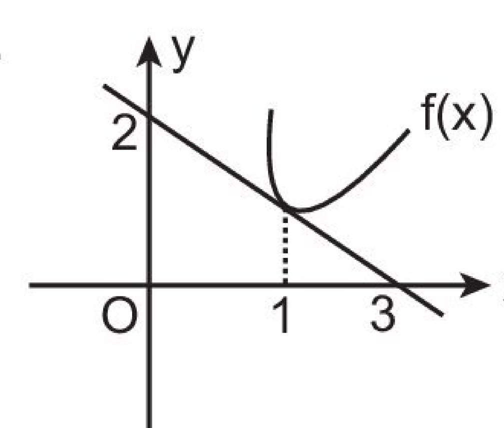
$f'(1) = \dfrac{2}{3}$

II.



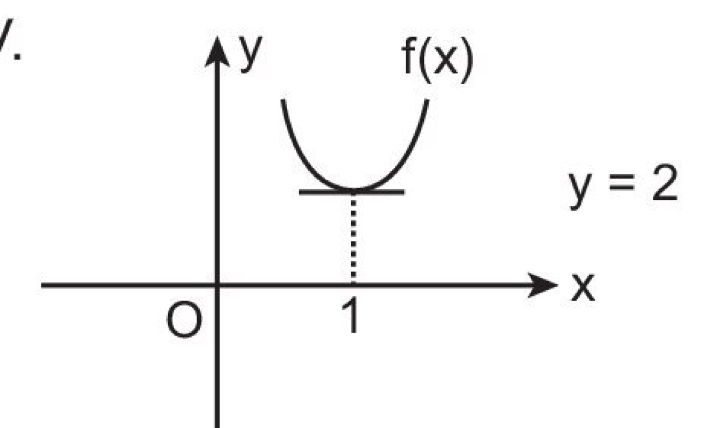
$f'(1) = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

III.



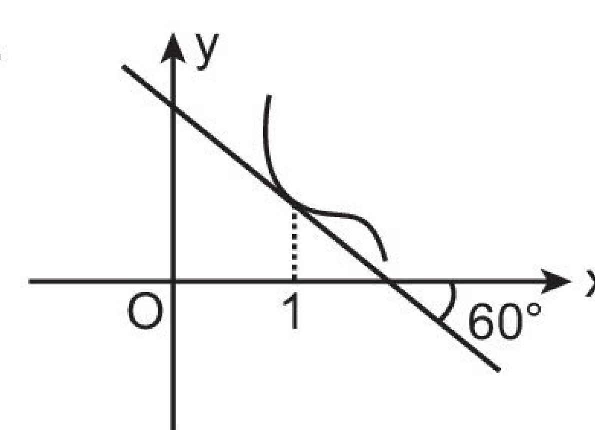
$f'(1) = -\dfrac{2}{3}$

IV.



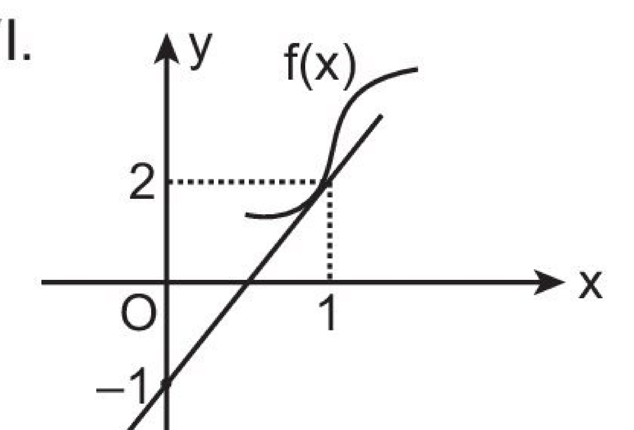
$f'(1) = 0$

V.



$f'(1) = -\sqrt{3}$

VI.



$f'(1) = 3$

Buna göre, verilen ifadelerden kaç tanesi doğrudur?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Hepsi de doğrudur. *Cevap: A*

7. $f(x) = x^2 + 5x$ olduğuna göre,

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) x B) x + 5 C) 2x

D) 2x + 5 E) x^2

$$\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2+5(x+h)-x^2-5x}{h}$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{x^2+2xh+h^2+5x+5h-x^2-5x}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h(2x+h+5)}{h}=2x+5$$

Cevap: D

8. $f(x) = 2x^2 + x$ olduğuna göre,

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

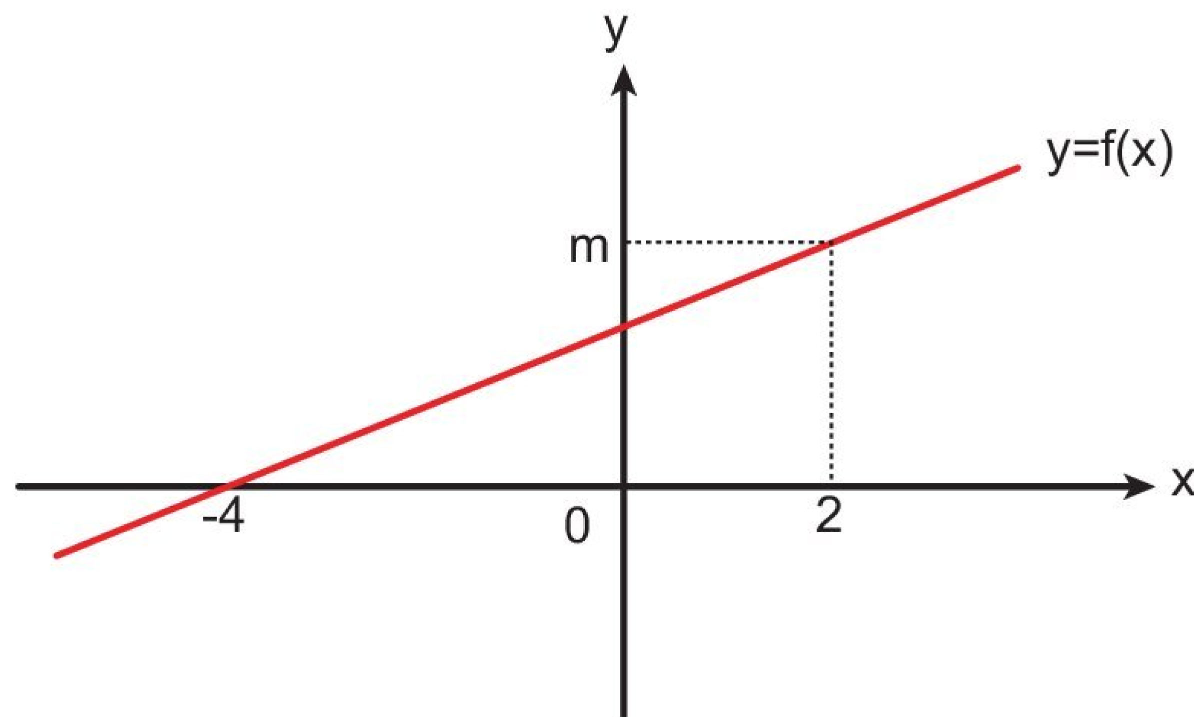
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$\lim_{h\to 0}\frac{2(1+h)^2+(1+h)-3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{2+4h+2h^2+1+h-3}{h}$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{h(4+2h+1)}{h}=5$$

Cevap: D

9. Aşağıda y = f(x) doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



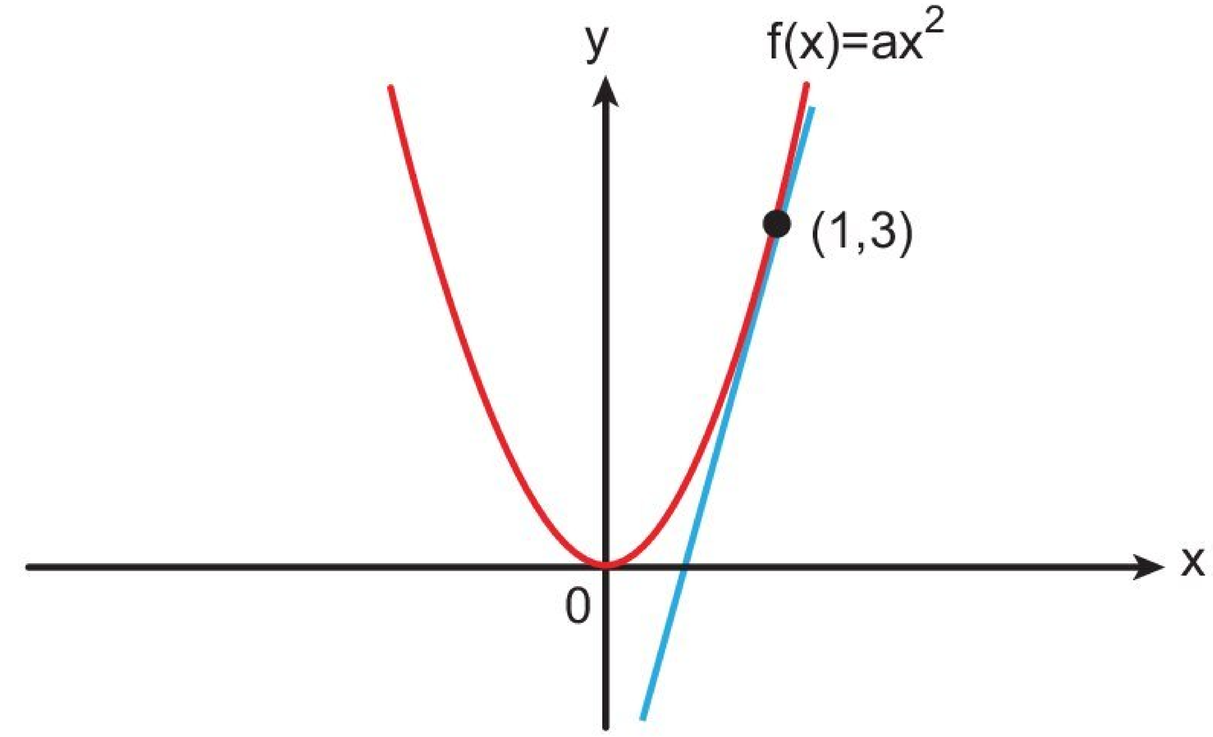
$f'(2) = \frac{1}{2}$ olduğuna göre, m kaçtır?

A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

$$\frac{m-0}{2+4}=\frac{1}{2}\Rightarrow 2m=6,\ m=3$$

Cevap: C

10. Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı, $f(x) = ax^2$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



f(1) = 3 olduğuna göre, bu fonksiyona x = 1 apsisli noktada çizilen teğetin eğimi kaçtır?

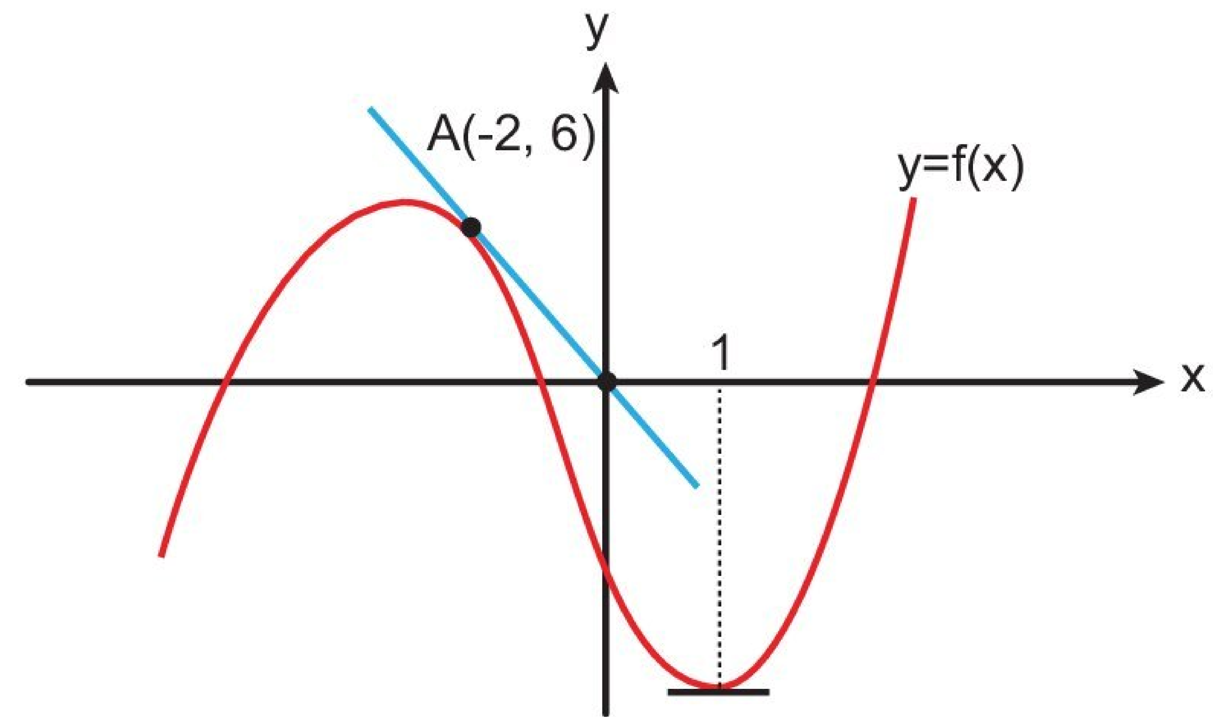
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$f(x) = 3x^2$

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\frac{3x^2-3}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{3(x+1)(x-1)}{x-1}=6$$

Cevap: E

11. Aşağıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



- f fonksiyonuna A(–2, 6) noktasında çizilen teğeti orijinden geçmektedir.
- f fonksiyonuna x = 1 apsisli noktada çizilen teğet Ox eksenine paraleldir.

Buna göre, $f'(-2) + f'(1)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 2 E) 3

$f'(-2)=\frac{6-0}{-2-0}=-3,\ f'(1)=0,$ Sonuç = –3

Cevap: A

1.D 2.C 3.A 4.B 5.C 6.A 7.D 8.D 9.C 10.E 11.A

1. y = f(x) gerçel sayılar kümesi üzerinde türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere,

I. $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{f(x) - f(5)}{x - 5} = f^{I}(5)$ dir.

II. $\lim\limits_{x \to -4} \dfrac{f(x) - f(-4)}{x + 4} = f^{I}(-4)$tür.

III. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{f(3) - f(x)}{x - 3} = -f^{I}(3)$tür.

IV. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{f(x) - f(2)}{3x - 6} = \dfrac{1}{3} \cdot f^{I}(2)$dir.

V. $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x + h) - f(x)}{4h} = \dfrac{1}{4} \cdot f^{I}(x)$

VI. $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(-2 + h) - f(-2)}{5h} = \dfrac{1}{5} \cdot f^{I}(-2)$

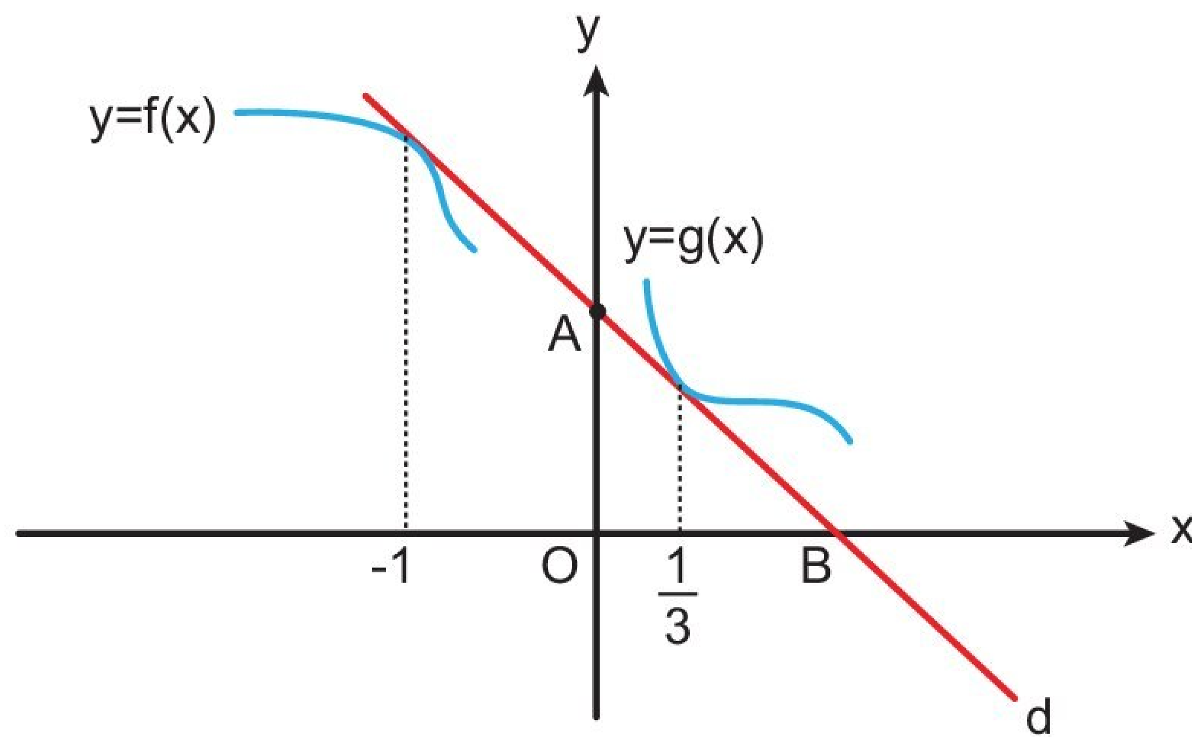
ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Hepsi doğrudur.

Cevap: A

2.



Şekildeki d doğrusu y = f(x) fonksiyonuna x = –1 apsisli noktada ve y = g(x) fonksiyonuna $x = \dfrac{1}{3}$ apsisli noktada teğettir.

2|AO| = 3|OB|

olduğuna göre, $f^{I}(-1) + g^{I}\left(\dfrac{1}{3}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –2 D) 3 E) 4

$eğim = -\dfrac{|AO|}{|OB|} = -\dfrac{3}{2} = f^{I}(-1) = g^{I}\left(\dfrac{1}{3}\right)$

$f^{I}(-1) + g^{I}\left(\dfrac{1}{3}\right) = -\dfrac{3}{2} + \left(-\dfrac{3}{2}\right) = -3$

Cevap: B

3. Doğrusal bir yolda hareket eden oyuncak bir arabanın zamana (t : saniye) bağlı konumu (f(t) : metre) $f(t) = 2t^2 + t$ fonksiyonu ile tanımlanmıştır.

Buna göre, bu oyuncak arabanın 1. ve 3. saniyeler arasındaki ortalama hızı, 2. saniyedeki anlık hızının kaç katıdır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) $\dfrac{1}{2}$ E) $\dfrac{1}{3}$

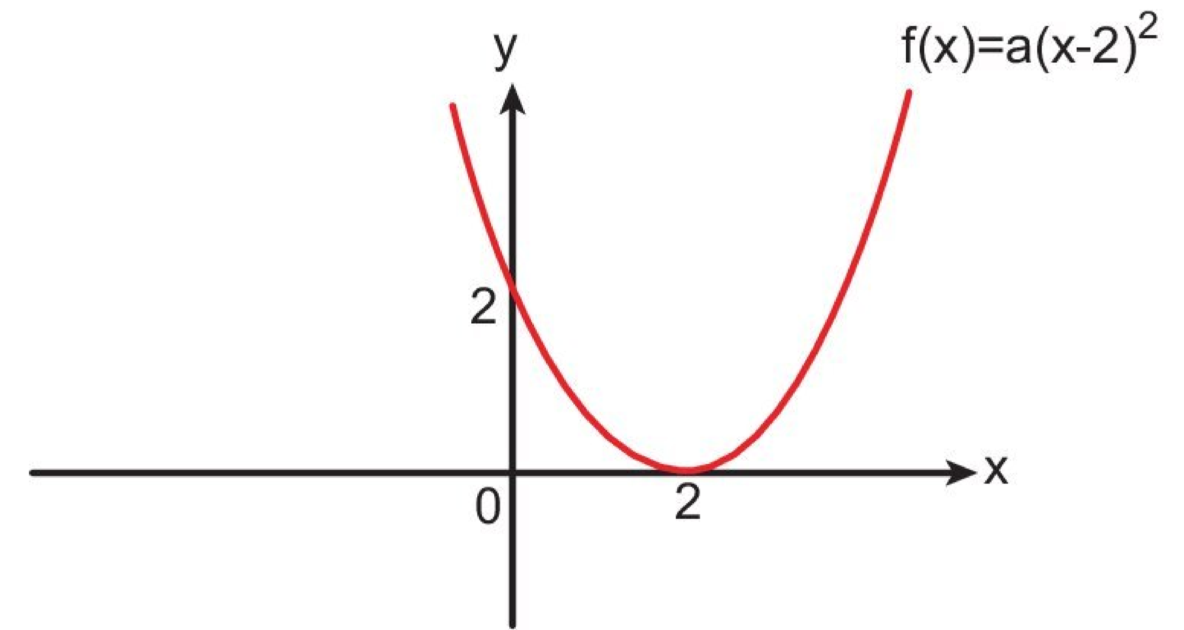
$V_{ORT} = \dfrac{21 - 3}{3 - 1} = 9$ m/sn

$V_{ANL} = \lim\limits_{t \to 2} \dfrac{f(t) - f(2)}{t - 2} = \lim\limits_{t \to 2} \dfrac{2t^2 + t - 10}{t - 2} = \lim\limits_{t \to 2} \dfrac{(t-2)(2t+5)}{(t-2)} = 9$

$Oran = \dfrac{9}{9} = 1$

Cevap: C

4. Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı $f(x) = a(x-2)^2$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, y = f(x) fonksiyonunun [2, 3] aralığındaki ortalama değişim hızı kaçtır?

A) 0 B) $\dfrac{1}{4}$ C) $\dfrac{1}{3}$ D) $\dfrac{1}{2}$ E) 1

$2 = a(0-2)^2 \Rightarrow a = \dfrac{1}{2}, \ f(x) = \dfrac{1}{2}(x-2)^2$

$O.D.H = \dfrac{f(3) - f(2)}{3 - 2} = \dfrac{\frac{1}{2} - 0}{1} = \dfrac{1}{2}$

Cevap: D

5. y = f(x) fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde türevli bir fonksiyondur.

$f(x + h) = f(x) + f(h) + 7xh$

$\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(h)}{h} = 4$

olduğuna göre, $f^{I}(2)$ değeri kaçtır?

A) 20 B) 18 C) 16 D) 14 E) 12

$\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(h)}{h} + \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{7xh}{h}$

$f^{I}(x) = 4 + 7x$

$f^{I}(2) = 18$

Cevap: B

6. Doğrusal bir yolda ilerleyen bir hareketlinin zamana (t: dakika) bağlı konumu (f(t): metre) $f(t) = 3t^2 + 1$ fonksiyonu ile tanımlanmıştır.

Bu aracın 2. ve 4. dakikalar arasındaki ortalama hızı c m/dk, 4. dakikadaki anlık hızı d m/dk olduğuna göre, c + d toplamı kaçtır?

A) 40 B) 42 C) 44 D) 46 E) 48

$c = \frac{f(4)-f(2)}{4-2} = \frac{49-13}{2} = 18$ m/dk

$d = \lim_{h \to 0} \frac{f(4+h)-f(4)}{h} = \frac{3(4+h)^2+1-[3(4)^2+1]}{h}$

$d = \lim_{h \to 0} \frac{3h^2+24h}{h} = \lim_{h \to 0} (3h+24) = 24$ m/dk

$c + d = 18 + 24 = 42$ Cevap: B

7. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve türevlenebilir bir fonksiyon için,

$f(x+h) - f(x) = f(h) + 5xh$

$\lim_{h \to 0} \frac{f(h)}{h} = 4$

olduğuna göre, f'(6) değeri kaçtır?

A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38

$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{f(h)}{h} + \lim_{h \to 0} \frac{5xh}{h}$

$f'(x) = 4 + 5x$

$f'(6) = 34$ Cevap C

8. Doğrusal bir yolda hareket eden bir cismin zamana (saniye) bağlı yer değişimi metre olarak $f(t) = t^2 + 4$ fonksiyonu ile tanımlanmıştır.

I. Cismin ilk 6 saniyedeki ortalama değişim oranı 6 m/sn dir.

II. Cismin 5. saniyedeki anlık değişim hızı 10 m/sn dir.

III. $f(t) = t^2 + 4$ fonksiyonunun grafiğine t = 5 noktasından çizilen teğetin eğimi 5 tir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) I ve III

I. $\frac{f(6)-f(0)}{6-0} = \frac{40-4}{6} = 6$ m/sn DOĞRU

II. $\lim_{h \to 0} \frac{f(5+h)-f(5)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{(5+h)^2+4-[5^2+4]}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{h^2+10h}{h} = \lim_{h \to 0} (10+h) = 10$ m/sn DOĞRU

III. 5 değil 10 dur. YANLIŞ Cevap: D

9. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve türevlenebilir bir f fonksiyonu için,

$f(x+y) = f(x) + f(y) + 7xy$

$\lim_{h \to 0} \frac{f(h)}{h} = 5$

olduğuna göre, **f'(2) değeri kaçtır?**

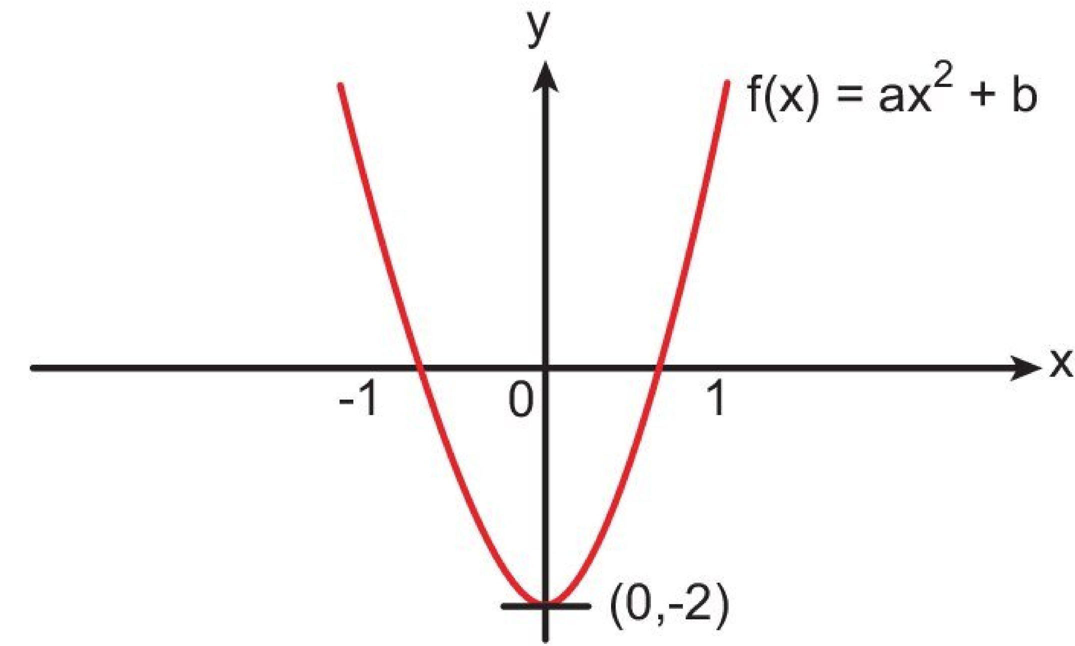
A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

$\lim_{y \to 0} \frac{f(x+y)-f(x)}{y} = \lim_{y \to 0} \frac{f(y)}{y} + \lim_{y \to 0} \frac{7xy}{y}$

$f'(x) = 5 + 7x$

$f'(2) = 19$ Cevap E

10. Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı y = f(x) parabolü verilmiştir.



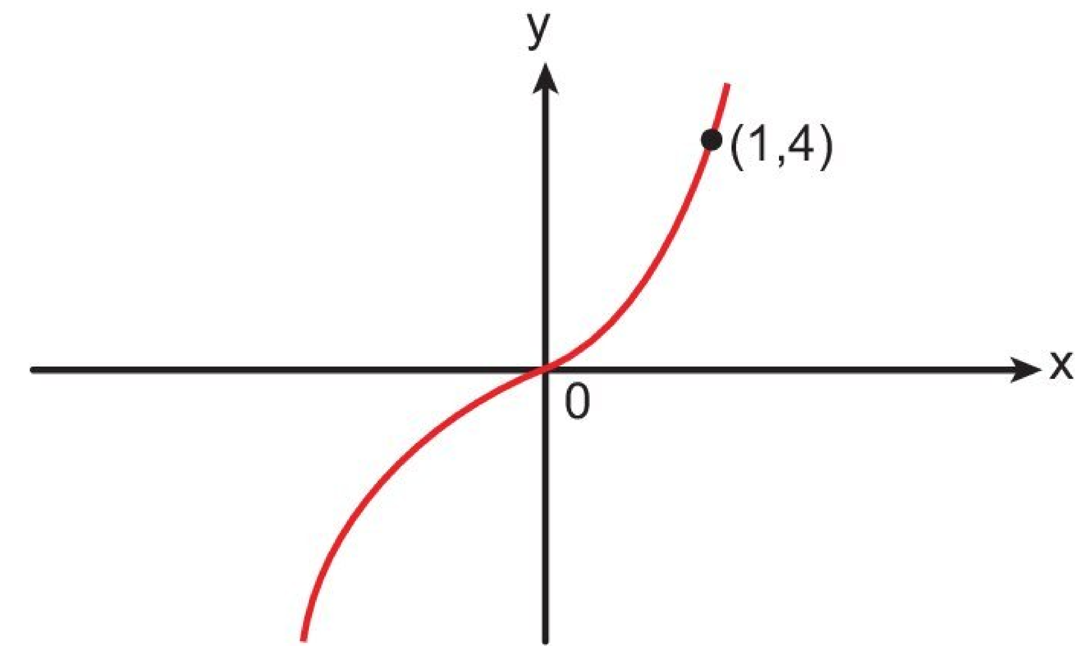
Parabolün tepe noktası (0, –2) olduğuna göre, f fonksiyonuna x = 2 apsisli noktada çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

$f(x) = 2x^2 - 2$

$\lim_{x \to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x \to 2} \frac{2x^2-2-6}{x-2} = \lim_{x \to 2} \frac{2(x-2)(x+2)}{x-2} = 8$ Cevap: B

11. Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı $f(x) = ax^3$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, f(x) fonksiyonuna x = 1 apsisli noktada çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12

$f(x) = 4x^3$

$\lim_{x \to 1} \frac{4x^3-4}{x-1} = \frac{4(x-1)(x^2+x+1)}{x-1} = 12$ Cevap: E

1.A 2.B 3.C 4.D 5.B 6.B 7.C 8.D 9.E 10.B 11.E



TÜREV ALMA KURALLARI

y = f(x) fonksiyonunun x bağımsız değişkenine göre türevi

$f^{\text{I}}(x),\ y^{\text{I}},\ \dfrac{dy}{dx},\ \dfrac{df}{dx}$

ifadelerinden herhangi biri ile gösterilebilir.

> Sabit sayının türevi sıfıra eşittir.

> $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere, f(x) = c ise $f^{\text{I}}(x) = 0$

Örnek 1

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = 3^6$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre, $f^{\text{I}}(x)$ değeri kaçtır?

A) $6 . 3^5$ B) $5 . 3^4$ C) $4 . 3^3$ D) 1 E) 0

Sayının türevi sıfırdır. *Cevap: E*

Örnek 2

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = mx^3 - 5x^3 + (k - 4)x + 7$

fonksiyonunun her x noktasındaki türevi sıfırdır.

Buna göre, m – k işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

f(x) sabit fonksiyondur.
m = 5, k = 4, m – k = 1 *Cevap: B*

> x değişkeninin n. kuvvetinin türevi "üst başa üssü bir azalt" biçiminde alınır.

$\boxed{f(x) = x^n \text{ olmak üzere } f^{\text{I}}(x) = n \cdot x^{n-1}}$ olur.

Örnek 3

$f(x) = x^3$

olduğu göre $\dfrac{df}{dx}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x^3$ B) $3x^2$ C) 3x D) $\dfrac{3}{x}$ E) $\dfrac{3}{x^3}$

$x^3 = 3x^2$ *Cevap: B*

> Bir f fonksiyonunun bir gerçel sayı ile çarpımının türevi alınırken, fonksiyonun türevi alınır ardından gerçel sayı ile çarpılır.

$\boxed{h(x) = c \cdot f(x) \text{ olmak üzere } h^{\text{I}}(x) = c \cdot f^{\text{I}}(x)}$

Örnek 4

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = 8x^3$

$g(x) = 7x^2$

$h(x) = 4x$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $f^{\text{I}}(x) + g^{\text{I}}(x) + \dfrac{dh(x)}{dx}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $24x^2 + 14x + 4$ B) $24x^2 + 7x + 1$
C) $8x^2 + 7x + 4$ D) $8x^2 + 2x + 7$
E) 42

$f^{\text{I}}(x) = 24x^2$, $g^{\text{I}}(x) = 14x$, $h^{\text{I}}(x) = 4$ *Cevap: A*

> İki fonksiyonun toplamının (farkının) türevi türevlerinin toplamına (farkına) eşittir.

$h(x) = f(x) \mp g(x) \Rightarrow h^{\text{I}}(x) = f^{\text{I}}(x) \mp g^{\text{I}}(x)$

Örnek 5

Reel sayılarda tanımlı olan y = f(x) fonksiyonları ile ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $y = 4x^3$ olduğuna göre, $y^{\text{I}} = 12x^2$ dir.
B) $f(x) = 5x^2$ olduğuna göre, $f^{\text{I}}(x) = 10x$ dir.
C) $f(x) = 3x^2 + 5$ olduğuna göre, $\dfrac{df}{dx} = 6x$ dir.
D) $f(x) = x^3 + 2x$ olduğuna göre, $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h} = 3x^2 + 2$ dir.
E) $f(x) = x^2 - x$ olduğuna göre, $\dfrac{df}{dx} = 2x - 2$ dir.

E) Yanlıştır. $f^{\text{I}}(x) = 2x - 1$ olur. *Cevap: E*



> Rasyonel veya köklü biçimde verilen fonksiyonlar üslü ifadeye dönüştürüldükten sonra türev alınır.

Örnek 6

Aşağıda f(x) fonksiyonları ile sürekli oldukları aralıktaki türevleri verilmiştir. Buna göre, hangi fonksiyonun türevi yanlış verilmiştir?

	$f(x)$	$\frac{df}{dx}$
A)	$\frac{1}{x^5} = x^{-5}$	$-5x^{-6}$
B)	$\frac{2}{x^3} = 2x^{-3}$	$-6x^{-4}$
C)	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
D)	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
E)	$\sqrt[3]{x}$	$x^{-\frac{2}{3}}$

E) Yanlış, $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ için $\frac{df}{dx} = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{2}}$ tür. *Cevap: E*

> $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = a$ apsisli noktasındaki türevi $f'(a)$, $\frac{df}{dx}\Big|_{x=a}$ ifadelerinden herhangi biri ile ifade edilebilir.

> $f'(a)$ değeri bulunurken önce f(x) fonksiyonunun türevi alınır ardından x yerine a yazılır.

Örnek 7

Gerçek sayılar kümesi üzerinde

$f(x) = 3x^2 + x$

$g(x) = 2x^3$

$h(x) = x^4 - 5$

fonksiyonları veriliyor. Buna göre,

$$f'(0) + \frac{d}{dx}g(x)\Big|_{x=1} + h'(2)$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 37 B) 38 C) 39 D) 40 E) 41

$f'(x) = 6x + 1 \Rightarrow f'(0) = 1$
$g'(x) = 6x^2 \Rightarrow g'(1) = 6$
$h'(x) = 4x^3 \Rightarrow + h'(2) = 32$
Sonuç = 39

Cevap: C

Örnek 8

$f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $f'(-1)$ değeri kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –2 D) 3 E) 4

$f'(x) = 0 + 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4 + 6x^5$
$f'(-1) = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 = -3$

Cevap: B

Örnek 9

Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = x^2\sqrt{x}$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre, $\lim_{x\to 4}\frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

$f(x) = x^{\frac{5}{2}}$, $f'(x) = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$, $f'(4) = \frac{5}{2}\cdot 8 = 20$ *Cevap: C*

Örnek 10

$$f(x) = \frac{\sqrt[4]{x}\cdot\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}$$

fonksiyonunun x = 1 noktasındaki türevi kaçtır?

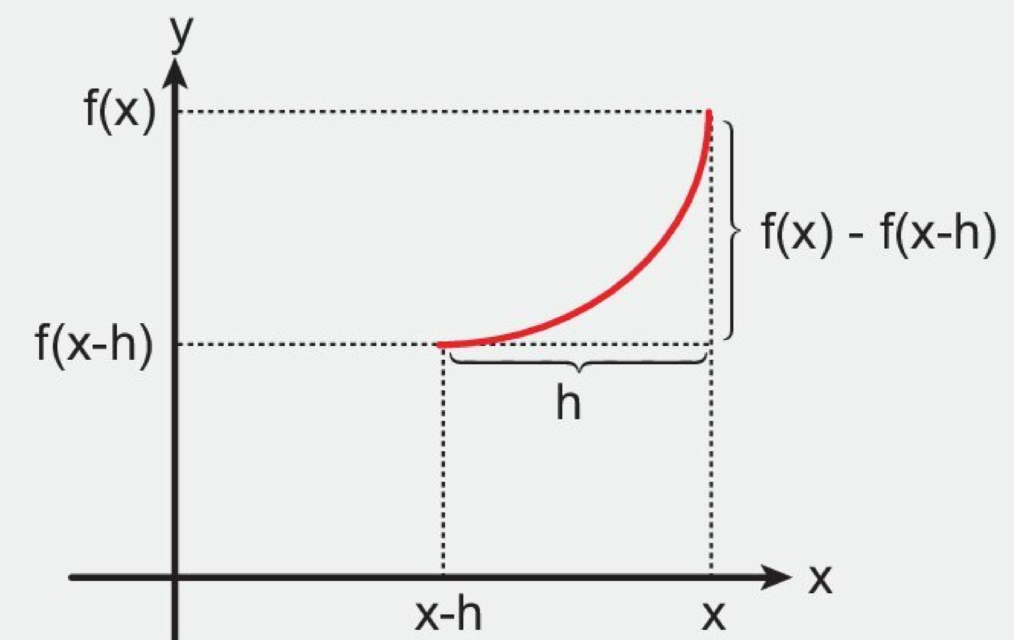
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{12}$

$f(x) = \frac{x^{\frac{1}{4}}\cdot x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{12}}$

$f'(x) = \frac{1}{12}x^{-\frac{11}{12}}$, $f'(1) = \frac{1}{12}$

Cevap: E

Örnek 11



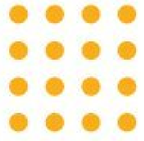
$\lim_{h\to 0}\frac{f(x) - f(x-h)}{h} = f'(x)$ dir.

$f(x) = x^2 + 4x$ olduğuna göre, $\lim_{h\to 0}\frac{f(2-h) - f(2)}{h}$ limitinin eşiti kaçtır?

A) 6 B) 4 C) 2 D) –4 E) –8

$f'(x) = 2x + 4$
$f'(2) = 8$
$-f'(2) = -8$

Cevap: E



Örnek 12

$$f(x) = 2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}$$

olduğuna göre, f'(1) değeri kaçtır?

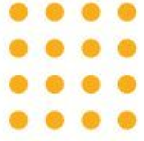
A) –10 B) –5 C) 0 D) 5 E) 10

$f(x) = 2 + x^{-1} + x^{-2} + x^{-3} + x^{-4}$

$f'(x) = 0 - x^{-2} - 2x^{-3} - 3x^{-4} - 4x^{-5}$

$f'(1) = -1 - 2 - 3 - 4 = -10$

Cevap: A



Örnek 13

P(x) bir polinom olmak üzere,

$P(2x) + 3P'(x) = 6x + 8$

olduğuna göre,

$P(3x) + 2P'(x)$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

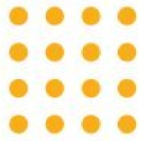
A) 6x – 5 B) 6x + 7 C) 9x + 5 D) 9x + 8 E) 12x – 4

$P(x) = ax + b$, $P(2x) = 2ax + b$, $P(3x) = 3ax + b$, $P'(x) = a$

$2ax + b + 3a = 6x + 8 \Rightarrow a = 3,\ b = -1,\ P(x) = 3x - 1$

$P(3x) + 2P'(x) = 9x - 1 + 6 = 9x + 5$

Cevap: C



Çıkmış Soru 1

a ve b gerçel sayılar olmak üzere, pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde bir f fonksiyonu

$f(x) = ax^a + bx^b$

biçiminde tanımlanıyor.

$f(1) = 6$

$f'(1) = 20$

olduğuna göre, f''(1) kaçtır?

A) 44 B) 46 C) 48 D) 50 E) 52

2021 AYT

$f(1) = \boxed{a + b = 6}$

$f'(x) = a^2x^{a-1} + b^2x^{b-1}$

$f'(1) = \boxed{a^2 + b^2 = 20} \Rightarrow a = 2, b = 4$ olsun

$f'(x) = 4x + 16x^3 \Rightarrow f''(x) = 4 + 48x^2$

$f''(1) = 4 + 48 = 52$

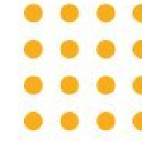
Cevap: E

> $\frac{d}{dx}$ ifadesi x'e göre türev aldırır.

İçinde x bulunmayan ifadelerin türevi sıfırdır.

$\frac{d}{dm}$ ifadesi m'ye göre türev aldırır.

İçinde m bulunmayan ifadelerin türevi sıfırdır.



Örnek 14

y, k ve x türevlenebilir fonksiyonlardır.

I. $y = 3p + 4z$ olmak üzere, $\frac{dy}{dp} = 3$ tür.

II. $k = 3m + 5z$ olmak üzere, $\frac{dk}{dz} = 5$ tir.

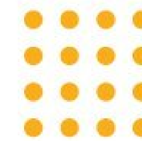
III. $2x = 3a + 4b + 5c^2$ olmak üzere, $\frac{dx}{dc} = 5c$ dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) I, II ve III

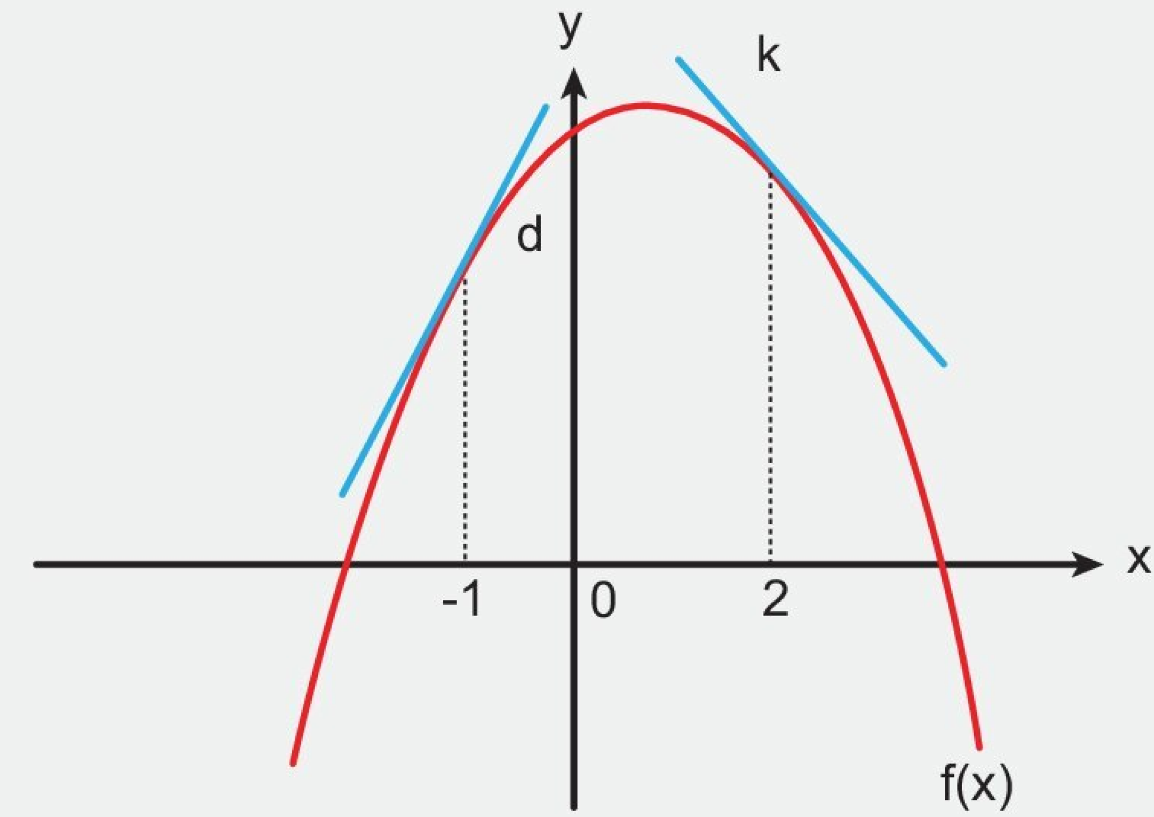
hepsi doğrudur.

Cevap: E



Örnek 15

Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı $f(x) = -2x^2 + 4x + 16$ eğrisine sırasıyla x = –1 ve x = 2 apsisli noktalarda teğet olan d ve k doğruları verilmiştir.



Buna göre, d ve k doğrularının eğimleri çarpımı kaçtır?

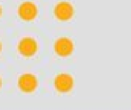
A) –32 B) –24 C) –20 D) –18 E) –16

$f'(x) = -4x + 4;\quad f'(-1) = 8$

$\times\quad f'(2) = -4$

$f'(-1) \cdot f'(2) = -32$

Cevap: A



Örnek 16

P(x), ikinci dereceden bir polinom olmak üzere

$$\lim_{h \to 0} \frac{P(1+h) - P(1)}{h} = 5$$

$$\lim_{x \to 2} \frac{P(x) - P(2)}{x - 2} = 8$$

olduğuna göre, $\frac{d}{dx}(P(x)) \Big|_{x=-1}$ değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

$P'(x) = ax + b$, $\left.\begin{matrix} P'(1) = a + b = 5 \\ P'(2) = 2a + b = 8 \end{matrix}\right\} a = 3, b = 2$

$P'(x) = 3x + 2$, $P'(-1) = -1$

Cevap: B

Örnek 17

f(x) ve g(x) gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı fonksiyonlar olmak üzere,

$f(x) + g(x) = 4x^2 + x$

$f(x) - g(x) = 2x^2 + 3x$

olduğuna göre, f'(1) + g'(2) işleminin sonucu kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

$2f(x) = 6x^2 + 4x$

$f(x) = 3x^2 + 2x$, $g(x) = x^2 - x$

$f'(x) = 6x + 2$, $g'(x) = 2x - 1$

$f'(1) = 8$, $g'(2) = 3$

$f'(1) + g'(2) = 8 + 3 = 11$

Cevap: E

> y = f(x) tek polinom fonksiyon olmak üzere,

f'(x) fonksiyonu "Çift Fonksiyon" dur.

Her x gerçel sayısı için f'(–x) = f'(x) dir.

Örneğin: $f(x) = 4x^3 + 2x$ tek fonksiyondur.

$f'(x) = 12x^2 + 2$ çift fonksiyondur.

Örnek 18

Gerçel sayılar kümesi üzerinde türevlenebilir bir f(x) fonksiyonunun grafiği orijine göre simetriktir.

f'(5) = 2

f'(3) = 4

olduğuna göre, f'(–5) – f'(–3) işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) 1 E) –2

f(x) tek fonksiyon ⇒ f'(x) çift fonksiyon

f'(5) = f'(–5) = 2

f'(3) = f'(–3) = 4

f'(–5) – f'(–3) = 2 – 4 = –2

Cevap: E

Örnek 19

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2}{x}$$

olduğuna göre,

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(3+h) - f(3-h)}{h}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

$\lim_{h \to 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} + \lim_{h \to 0} \frac{f(3) - f(3-h)}{h} = 2f'(3)$

$f(x) = x^2 + 3x$, $f'(x) = 2x + 3$, $f'(3) = 9$, $2f'(3) = 18$

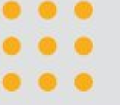
Cevap: D

Örnek Cevapları

1.E	2.B	3.B	4.A	5.E	6.E	7.C	8.B	9.C	10.E
11.E	12.A	13.C	14.E	15.A	16.B	17.E	18.E	19.D	

Çıkmış Soru Cevapları

1.E



1. m ve k birer gerçel sayı olmak üzere,

$f(x) = 3^7m + 4^5k + 8!$

olduğuna göre, f'(1) kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

f'(x) = 0 + 0 + 0 = 0 *Cevap C*

2. $f(x) = \frac{x \cdot \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}$

olduğuna göre, f'(64) kaçtır?

A) 7 B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{7}{3}$ D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{7}{5}$

$\frac{x^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{3}}} = x^{\frac{7}{6}}$ *tür.*

$f'(x) = \frac{7}{6}x^{\frac{1}{6}} \Rightarrow f'(64) = \frac{7}{6} \cdot 2 = \frac{7}{3}$ *Cevap C*

3. n gerçel sayı f : ℝ → ℝ olmak üzere,

$f(x) = x^2 + nx$

fonksiyonunun x = 3 noktasındaki türevi 15 olduğuna göre, n kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

f'(x) = 2x + n

f'(3) = 2 . 3 + n = 15

n = 9 *Cevap E*

4. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f, g ve h fonksiyonları,

$f(x) = x^3 – x$

$g(x) = x^2 + 4x + 1$

$h(x) = 5x + 2$

biçiminde tanımlandığına göre, (f + g + h)' (1) değeri kaçtır?

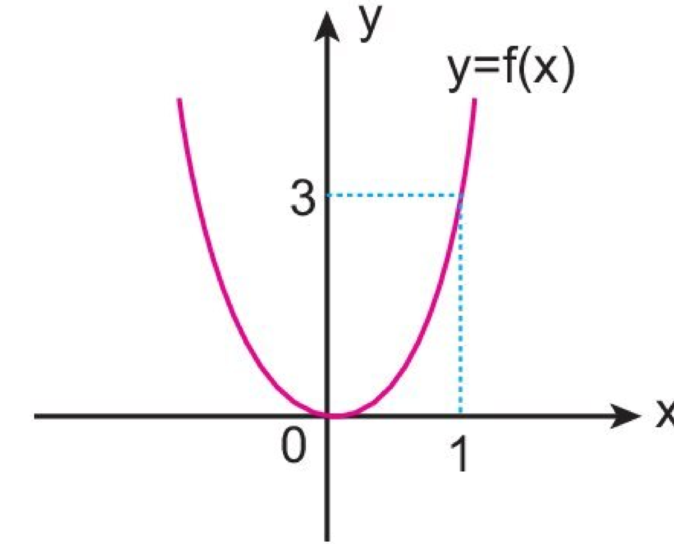
A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

$(f + g + h)(x) = x^3 + x^2 + 8x + 3$

$(f + g + h)'(x) = 3x^2 + 2x + 8$

$(f + g + h)'(1) = 13$ *Cevap B*

5.



Yukarıda verilen f(x) parabolü için f'(2) kaçtır?

A) 14 B) 12 C) 10 D) 9 E) 8

$y = ax^2$

(1,3) noktası sağlatalım.

$3 = a \cdot 1^2 \Rightarrow a = 3$

f'(x) = 6x

f'(2) = 12 *Cevap B*

6. P(x) polinomunun türevi P'(x) olmak üzere,

$P(x) + P'(x) = 2x^2 + 7x + 10$

olduğuna göre, P(x) in katsayıları toplamı kaçtır?

A) 20 B) 18 C) 16 D) 14 E) 12

$P(x) = 2x^2 + mx + n$

$+ \quad P'(x) = 4x + m$

$2x^2 + 7x + 10 = 2x^2 + \underbrace{(m + 4)}_{7}x + \underbrace{(m + n)}_{10} \Rightarrow m = 3, n = 7$

$P(x) = 2x^2 + 3x + 7$ nin katsayıları toplamı 12 dir.

Cevap E

7. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = ax^2 + bx + 1$

fonksiyonu veriliyor.

$f'(1) = 8$ ve $f'(2) = 14$

olduğuna göre, f(3) kaçtır?

A) 45 B) 38 C) 34 D) 30 E) 25

$f'(x) = 2ax + b$

$f'(1) = 2a + b = 8$

$-\ f'(2) = 4a + b = 14$

$a = 3,\ b = 2$

$f(x) = 3x^2 + 2x + 1$

$f(3) = 34$

Cevap C

8. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^2 + 3x$ olduğuna göre,

$$\lim_{x \to -3} \frac{f(-3) - f(x)}{x + 3}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 21 B) 18 C) 15 D) –18 E) –21

$f(x) = 8x + 3$

$f'(-3) = -24 + 3 = -21$

$-f'(-3) = 21$

Cevap: A

9. f fonksiyonu gerçel sayılar kümesinde tanımlıdır. m ve n birer gerçel sayı olmak üzere,

$f(x) = -2x^2 + mx + n$

parabolü y eksenini ordinatı 12 olan noktada kesmektedir.

Her k gerçel sayı için f(k) = f(–k) olduğuna göre,

f(1) + f'(1) işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

f(x) çift fonksiyondur.

$f(x) = -2x^2 + 12 \Rightarrow f'(x) = -4x$

$f(1) + f'(1) = 10 + (-4) = 6$

Cevap C

10. Derecesi 2 başkatsayısı 4 olan P(x) polinomu veriliyor.

$P'(5) = 30$

olduğuna göre,

$$\lim_{h \to 0} \frac{P(4 + h) - P(4)}{h}$$

değeri kaçtır?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

$P(x) = 4x^2 + bx + c$

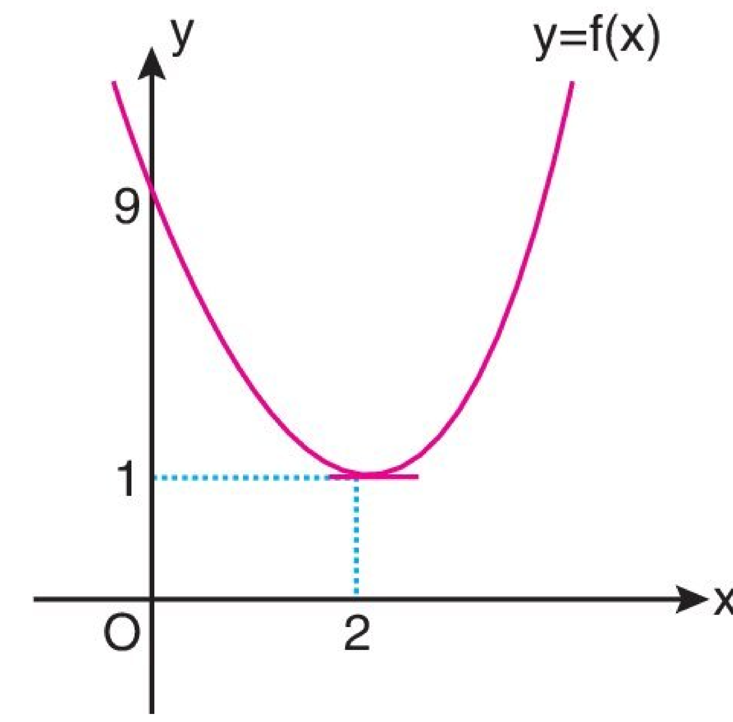
$P'(x) = 8x + b$

$P'(5) = 40 + b = 30 \Rightarrow b = -10$

$P'(4) = 32 - 10 = 22$

Cevap D

11.



Şekilde tepe noktası (2, 1) olan y = f(x) parabolü y eksenini (0, 9) noktasında kesmektedir.

Buna göre, f'(3) değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$f(x) = 2(x - 2)^2 + 1$

$f'(x) = 4(x - 2)$

$f'(3) = 4$

Cevap B

12. f(x) polinom biçiminde tanımlı bir çift fonksiyondur.

$f'(4) = -2$

$f'(-1) = 3$

olduğuna göre, 2f'(–4) + f'(1) işleminin sonucu kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

f'(x) tek fonksiyon olur.

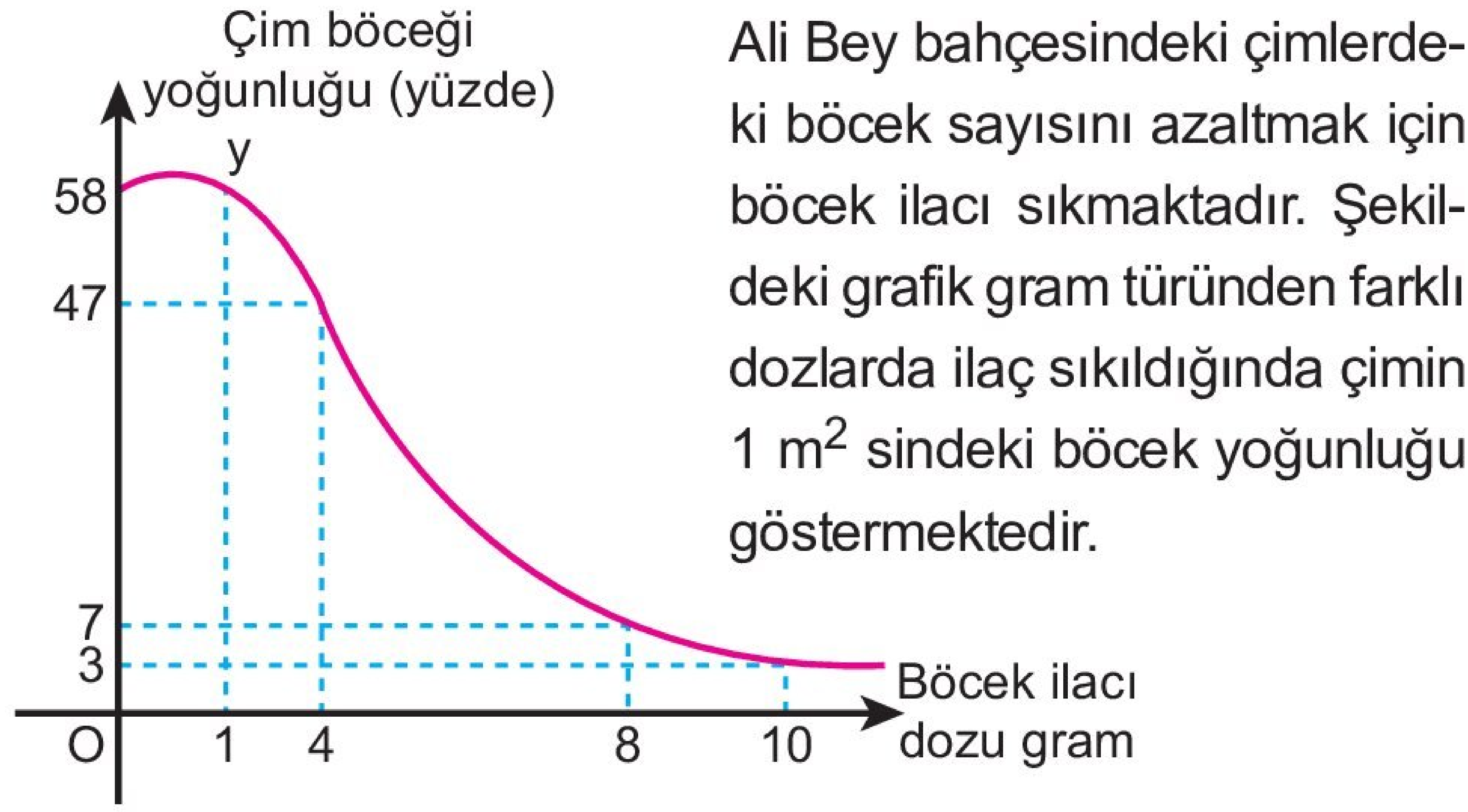
$f'(-4) = 2$ ve $f'(1) = -3$

$2 \cdot f'(-4) + f'(1) = 4 + (-3) = 1$

Cevap D

1.C 2.C 3.E 4.B 5.B 6.E 7.C 8.A 9.C 10.D 11.B 12.D

1.



Ali Bey bahçesindeki çimlerdeki böcek sayısını azaltmak için böcek ilacı sıkmaktadır. Şekildeki grafik gram türünden farklı dozlarda ilaç sıkıldığında çimin 1 m^2 sindeki böcek yoğunluğu göstermektedir.

Böcek yoğunluğundaki ortalama değişim oranı böcek ilacının dozu 4 gr. dan 8 gr. a çıkarıldığında x,

Böcek yoğunluğundaki ortalama değişim oranı böcek ilacının dozu 0 gr. dan 10 grama çıkarıldığında y olmaktadır.

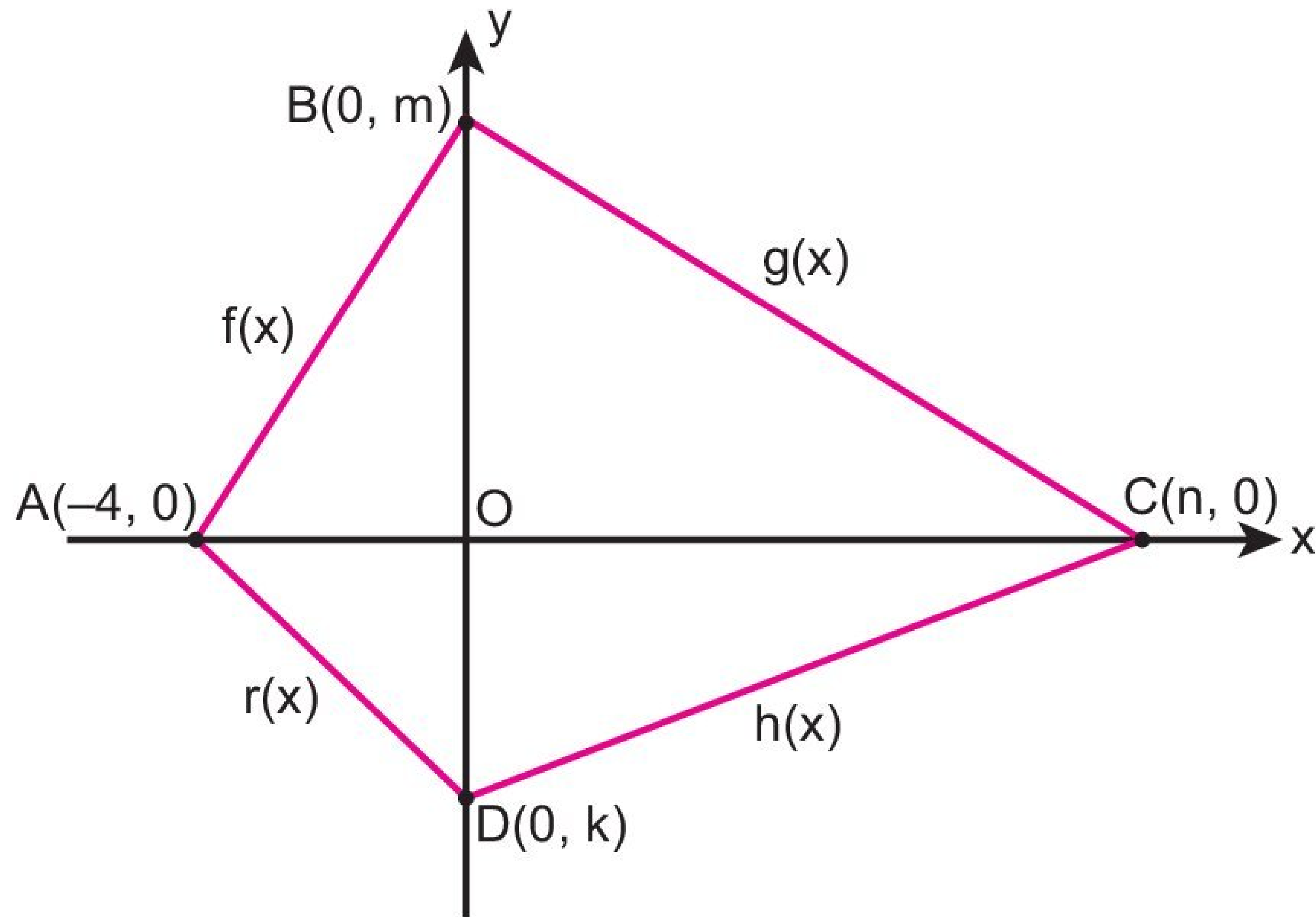
Buna göre, y – x kaçtır?

A) 3,5 B) 4 C) 4,5 D) 5 E) 5,5

$x = \frac{47-7}{4-8} = -10, \quad y = \frac{58-3}{0-10} = -5,5 \ , \ y - x = 4,5$

Cevap C

2.



Dik koordinat düzleminde köşelerinin koordinatları A(–4, 0), B(0, m), C(n, 0), D(0, k) olan ABCD dörtgeni veriliyor.

x e göre ortalama değişim hızları sırasıyla 3, $-\frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ olan f(x), g(x), h(x) fonksiyonları ve r(x) fonksiyonu veriliyor.

$s(x) = f(x) \cdot r(x)$ fonksiyonu tanımlanıyor.

I. –s(x) fonksiyonunun görüntü kümesinin en küçük elemanı 0 dır.

II. $\lim_{x \to 0} s(x) = -72$ dir.

III. s(x) fonksiyonunun x = 4 apsisli noktadaki anlık değişim hızı –72 dir.

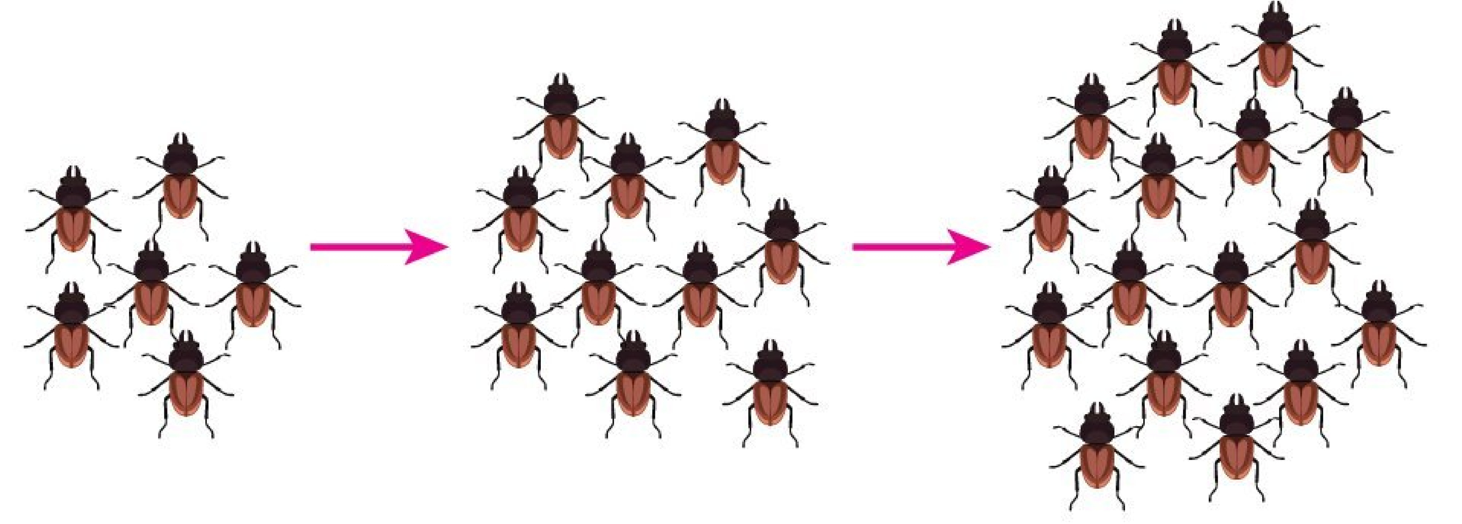
ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) I, II ve III B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) Yalnız II

$r(x) = -\frac{3}{2}x - 6 \ , \ s(x) = -\frac{9}{2}x^2 - 36x - 72$

Cevap A

3.



Bir çiçek bahçesinde t. günde var olan böcek sayısı yaklaşık olarak

$N(t) = 1000 \cdot \sqrt{t}$

biçiminde modellenmiştir.

Bu bahçede

- 9. günde böcek sayısının artış hızı m,
- 25. günde böcek sayısının artış hızı n

olduğuna göre, m – n farkına en yakın tam sayı kaçtır?

A) 53 B) 57 C) 61 D) 64 E) 67

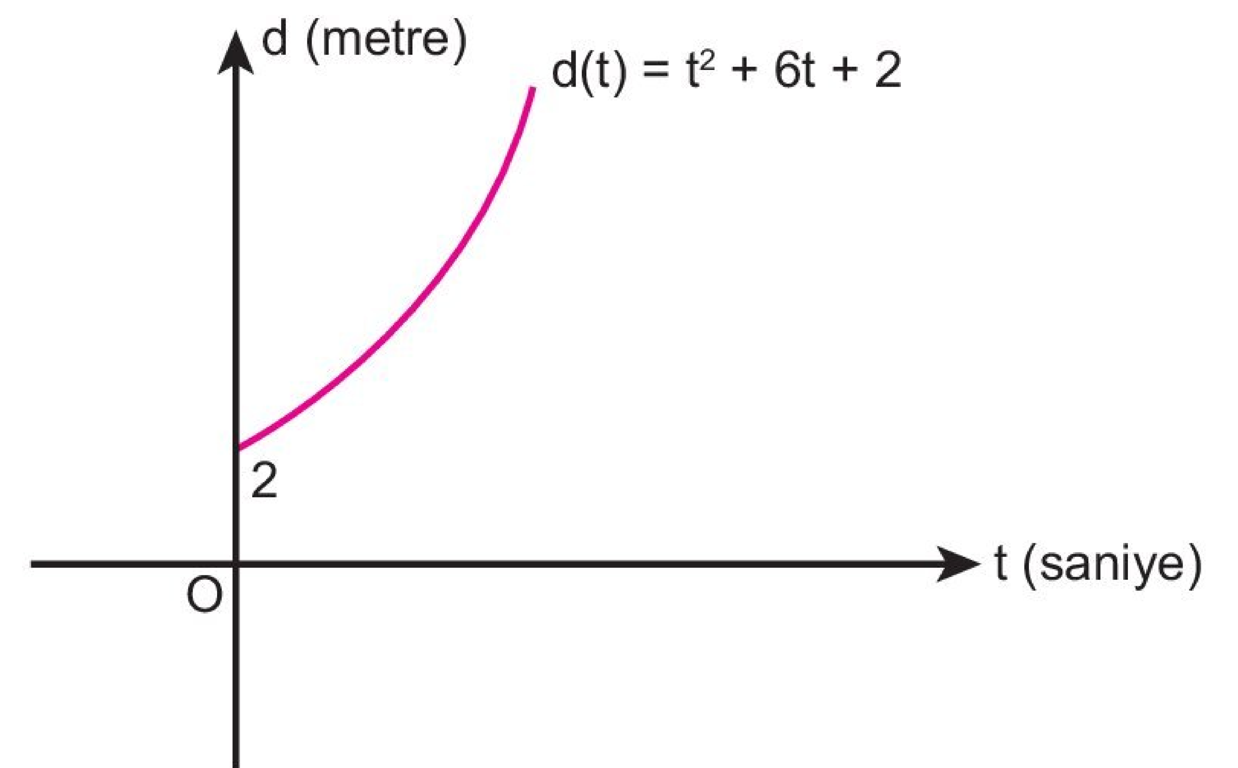
$N'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}}.1000$

$m = N'(9) = \frac{1}{6}.1000, \quad n = N'(25) = \frac{1}{10}.1000$

$m - n = 1000\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{10}\right) = \frac{1000}{15} = 66,\overline{6} \Rightarrow 67$

Cevap E

4.



Yukarıdaki koordinat düzleminde doğrusal olarak hareket eden bir hareketlinin konum–zaman grafiği görülmektedir.

- OV : hareketlinin ilk 4 saniyedeki ortalama hızı
- AV : hareketlinin 4. saniyedeki anlık hızı

olduğuna göre $\frac{OV}{AV}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{7}{12}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{8}{3}$

$OV(4) = \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{16 + 24 + 2 - 2}{4} = 10$

$d'(t) = 2t + 6 \Rightarrow AV(4) = 14 \Rightarrow \frac{OV}{AV} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$

Cevap D

5.



İnsan elinin derisinde esnekliği sağlayan kimyasal madde miktarı M(t) zamanla değişmektedir.

t yıl türünden olmak üzere

$M(t) = 100 - 10\sqrt{t}$

birim biçiminde modellenmiştir.

$\sqrt{2} \cong 1{,}41$ ve $\frac{1}{\sqrt{2}} \cong 0{,}7$ $\sqrt{3} \cong 1{,}73$

olduğuna göre,

I. 25 yaşındaki bir insanın elinde bulunan kimyasal madde miktarı 50 yaşındaki bir insanın elinde bulunan madde miktarından 20,5 birim daha fazladır.

II. İnsan elindeki belirtilen kimyasal madde miktarındaki değişim hızı X(t) olmak üzere X(50) – X(25) = 0,3 tür.

III. 50 ve 75 yaşındaki iki insanın birer elindeki kimyasal madde miktarı 25 yaşındaki bir insanın bir elindeki kimyasal madde miktarından daha çoktur.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II D) I ve III E) II ve III

I ve II doğru, III yanlıştır.

I) $M(25) = 100 - 50 = 50$

$M(50) = 100 - 50\sqrt{2} = 29{,}5$

$M(25) - M(50) = 50 - 29{,}5 = 20{,}5$

II) $X(t) = M'(t) = \frac{-10}{2\sqrt{t}} = \frac{-5}{\sqrt{t}}$

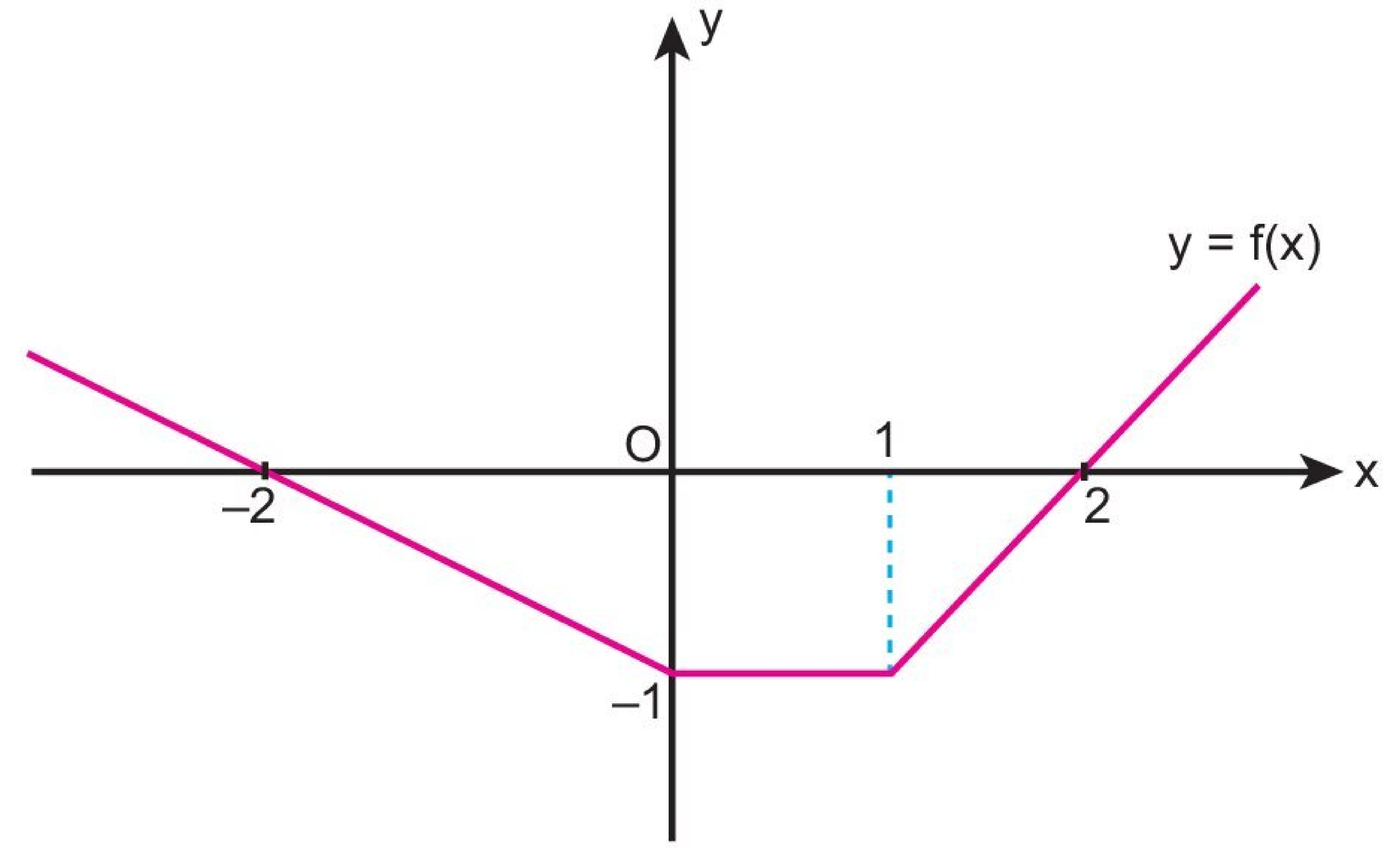
$X(50) - X(25) = (-0{,}7) - (-1) = 0{,}3$

III) $M(50) + M(75) = 29{,}5 + 13{,}5 = 43$ tür.

$43 < M(25) = 50$

Cevap C

6.



Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$f(x) - f'(x) = 1$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) –40 B) –20 C) –12 D) 20 E) 30

$f(x) = \begin{cases} x-2 & , x > 1 \\ -1 & , 0 \le x \le 1 \\ -\frac{1}{2}x - 1 & , x < 0 \end{cases} \quad f'(x) = \begin{cases} 1 & , x > 1 \\ 0 & , 0 < x < 1 \\ -\frac{1}{2} & , x < 0 \end{cases}$

$x - 2 - 1 = 1$, $-\frac{1}{2}x - 1 + \frac{1}{2} = 1$

$x_1 = 4$ $-3 = x_2$

$x_1 x_2 = -12$

Cevap C

7. $f(x) = \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt[4]{x^3}}}$

olduğuna göre, f'(1) kaçtır?

A) $\frac{25}{23}$ B) $\frac{23}{24}$ C) $\frac{13}{12}$ D) $\frac{12}{13}$ E) $\frac{9}{7}$

$f(x) = \sqrt[2.3.4]{x^{3.4} \cdot (x^2)^4 \cdot x^3} \Rightarrow f(x) = \sqrt[24]{x^{23}}$

$f(x) = x^{\frac{23}{24}} \Rightarrow f'(x) = \frac{23}{24} \cdot x^{-\frac{1}{24}} \Rightarrow f'(1) = \frac{23}{24}$ bulunur.

Cevap B

8. **P(x) polinomunun türevi P'(x) tir.**

$P(x) + P'(x) = x^2 + 4x + 5$

olduğuna göre $\lim\limits_{x \to 0} \frac{P(x+2) - P(2)}{x}$ **kaçtır?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

$P(x) = ax^2 + bx + c$ olsun

$P(x) + P'(x) = ax^2 + bx + c + 2ax + b = x^2 + 4x + 5$

$a = 1, b + 2 = 4 \Rightarrow b = 2, c + b = 5 \Rightarrow c + 2 = 5 \Rightarrow c = 3$ olur.

$P(x) = x^2 + 2x + 3$ olur. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{P(x+2) - P(2)}{x} = P'(2)$ olur.

$P'(x) = 2x + 2 \Rightarrow P'(2) = 6$ bulunur.

Cevap C

1.C 2.A 3.E 4.D 5.C 6.C 7.B 8.C



BİR FONKSİYONUN İKİNCİ TÜREVİ

Gerçel sayılar kümesi üzerinde birinci ve ikinci türevi tanımlı olan y = f(x) fonksiyonunun ikinci mertebeden türevi;

$$\boxed{\frac{d}{dx}(f^{I}(x))} = \frac{d^2}{dx^2}(f(x)) = f^{II}(x) = y^{II} = \frac{d^2y}{dx^2}$$

ifadelerinden herhangi biri ile gösterilebilir.

Bir fonksiyonun birinci türevinin bir kez daha türevi alınarak fonksiyonun ikinci türevi elde edilir.

Örnek 1

Aşağıda verilen f(x) ve $f^{II}(x)$ ikililerinden hangisi yanlıştır?

	f(x)	$f^{II}(x)$
A)	x^3 için	$6x$
B)	$x^2 + 3x$ için	2
C)	$3x^4$ için	$36x^2$
D)	$\frac{1}{x}$ için	$\frac{2}{x^3}$
E)	$1 + 2x + 3x^2$ için	8

E) $f^{I}(x) = 2 + 6x \Rightarrow f^{II}(x) = 6$

Cevap: E

Örnek 2

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(x^3 + x^2 + \frac{d}{dx}\left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3}\right)\right)$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6x + 8 B) 6x + 12 C) 12x + 4 D) 12x + 8 E) 18x + 6

$\frac{d^2}{dx^2}(x^3 + x^2 + x^3 + x^2) = \frac{d^2}{dx^2}(2x^3 + 2x^2)$

$\frac{d}{dx}(6x^2 + 4x) = 12x + 4$

Cevap: C

Örnek 3

$f(x) = ax^4 + bx^3 + ax + b$

$g(x) = 24x^2 - 18x$

$g(x) = \frac{d^2}{dx^2}(f(x))$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

$f^{I}(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + a$

$f^{II}(x) = 12ax^2 + 6bx = 24x^2 - 18x$

$a = 2,\ b = -3,\ a + b = -1$

Cevap: B

> İki kez türevlenebilen bir y = f(x) fonksiyonunun x = a noktasındaki ikinci türevinin değerini bulmak için,
>
> f(x)'in ikinci türevi bulunur ve x yerine a yazılır.
>
> $y^{II}(a),\ f^{II}(a),\ \frac{d^2}{dx^2}(f(x))\Big|_{x=a}$
>
> ifadelerinden herhangi biri ile gösterilebilir.

Örnek 4

Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = \sqrt{x}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{II}(4)$ kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{1}{8}$ D) $-\frac{1}{16}$ E) $-\frac{1}{32}$

$f(x) = x^{\frac{1}{2}},\ f^{I}(x) = \frac{1}{2}\cdot x^{-\frac{1}{2}},\ f^{II}(x) = -\frac{1}{4}\cdot x^{-\frac{3}{2}}$

$f^{II}(4) = -\frac{1}{4}(2^2)^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{8} = -\frac{1}{32}$

Cevap: E



Örnek 5

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = ax^3 + bx^2$

fonksiyonu veriliyor.

$f^{I}(1) = 5$

$f^{II}(0) = 2$

olduğuna göre, f(2) değeri kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

$f^{I}(x) = 3ax^2 + 2bx$

$f^{II}(x) = 6ax + 2b \Rightarrow f^{II}(0) = 2b = 2 \Rightarrow b = 1$

$f^{I}(1) = 3a + 2b = 3a + 2 = 5 \Rightarrow a = 1$

$f(x) = x^3 + x^2$

$f(2) = 8 + 4 = 12$

Cevap: E

> f fonksiyonu iki kez türevlenebilen bir fonksiyon olmak üzere,

$\lim_{x \to a} \frac{f^{I}(x) - f^{I}(a)}{x - a} = f^{II}(a)$ dır.

Örnek 6

Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = 1 + 4\sqrt{x}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\lim_{x \to 9} \frac{f^{I}(x) - f^{I}(9)}{x - 9}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{27}$ B) $-\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 9 E) 27

$f(x) = 1 + 4x^{\frac{1}{2}}$

$f^{I}(x) = 2x^{-\frac{1}{2}}, f^{II}(x) = -x^{-\frac{3}{2}}$

$f^{II}(9) = -(3^2)^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{27}$

Cevap: A

Örnek 7

P(x) bir polinom olmak üzere

$P(x) + P^{I}(x) + P^{II}(x) = x^2 + 5x + 5$

olduğuna göre, P(x) polinomunun katsayıları toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$P(x) = x^2 + mx + n$

$P^{I}(x) = \quad 2x + m$

$+ \; P^{II}(x) = \quad 2$

$x^2 + (m+2)x + (n + m + 2) = x^2 + 5x + 5$

$m = 3, n = 0, P(x) = x^2 + 3x, P(1) = 4$

Cevap: D

Örnek 8

m ve n sıfırdan farklı gerçel sayılar olmak üzere,

$P(x) = mx^3 + nx^2$

polinomu veriliyor.

$P^{II}(x)$ polinomunun bir çarpanı (2x + 1) olduğuna göre, m'nin n türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{n}{2}$ B) $\frac{2n}{3}$ C) n D) $\frac{3n}{2}$ E) 3n

$P^{I}(x) = 3mx^2 + 2nx, P^{II}(x) = 6mx + 2n$

$P^{II}\left(-\frac{1}{2}\right) = -3m + 2n = 0 \Rightarrow 3m = 2n, m = \frac{2n}{3}$

Cevap: B

ÇARPIMIN TÜREVİ

> f ve g türevlenebilir fonksiyonlar olmak üzere

$\frac{d}{dx}(f(x) \cdot g(x)) = g(x) \cdot \frac{d}{dx}(f(x)) + f(x) \cdot \frac{d}{dx}(g(x))$

Örnek 9

$\frac{d}{dx}\left((x^3 - 1) \cdot (x^2 + 2)\right)$

ifadesinin x = 2 için değeri kaçtır?

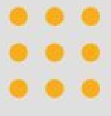
A) 84 B) 96 C) 100 D) 112 E) 126

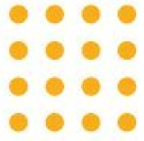
$\left[3x^2(x^2+2) + (x^3-1)(2x)\right]\Big|_{x=2} = 12 \cdot 6 + 7 \cdot 4$

$= 72 + 28$

$= 100$

Cevap: C





Örnek 10

P(x) bir polinomdur.

P(x)	$2x^2 - 3x$
$-$	$x^2 + x$
$2x - 1$	

Yukarıda verilen bölme işlemine göre $P^{I}(-1)$ değeri kaçtır?

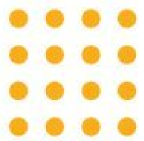
A) 3 B) 1 C) –1 D) –3 E) –5

$P(x) = (2x^2 - 3x)(x^2 + x) + (2x - 1)$

$P^{I}(x) = (4x - 3)(x^2 + x) + (2x^2 - 3x)(2x + 1) + 2$

$P^{I}(-1) = (-7)(0) + 5(-1) + 2 = -3$

Cevap: D



Örnek 11

$Q(x) = (x^3 + 1)(ax^2 + 3) + 5x + 1$

$$P(x) = \frac{d}{dx}(Q(x))$$

polinomları veriliyor.

P(x) polinomunun katsayıları toplamı 35 olduğuna göre, a değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$Q(x) = (x^3 + 1)(ax^2 + 3) + 5x + 1$

$P(x) = 3x^2(ax^2 + 3) + (x^3 + 1)(2ax) + 5$

$P(1) = 3(a + 3) + 2 . (2a) + 5$

$P(1) = 7a + 14 = 35$

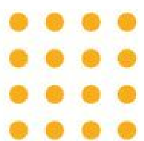
$a = 3$

Cevap: C

I. Çarpım

> f ve g türevlenebilir fonksiyonlar ve $m \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\frac{d}{dx}(f \cdot g) \Big|_{x = m} = f^{I}(m) \cdot g(m) + f(m) \cdot g^{I}(m) \text{ dir.}$$



Örnek 12

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = 1 + x + x^2 + x^3$

$g(x) = 1 + 2x + 3x^2$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f . g)^{I}(1)$ değeri kaçtır?

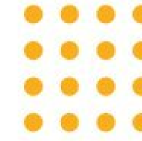
A) 60 B) 62 C) 64 D) 66 E) 68

$f(1) = 4, f^{I}(x) = 1 + 2x + 3x^2, f^{I}(1) = 6$

$g(1) = 6, g^{I}(x) = 2 + 6x, g^{I}(1) = 8$

$f^{I}(1) g(1) + f(1) . g^{I}(1) = 6 . 6 + 4 . 8 = 68$

Cevap: E



Örnek 13

Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f fonksiyonu

$$f(x) = (1 + \sqrt[3]{x}) \cdot \left(\frac{d}{dx}\sqrt[4]{x}\right)$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, f fonksiyonunun x = 1 apsisli noktasındaki anlık değişim hızı kaçtır?

A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{7}{24}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $-\frac{5}{24}$ E) $-\frac{1}{6}$

$f(x) = \left(1 + x^{\frac{1}{3}}\right)\left(\frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}}\right)$

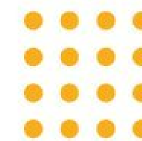
$f^{I}(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}} + \left(1 + x^{\frac{1}{3}}\right)\left(-\frac{3}{16}x^{-\frac{7}{4}}\right)$

$f^{I}(1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \left(-\frac{3}{16}\right) = \frac{1}{12} - \frac{3}{8} = -\frac{7}{24}$

Cevap: B

f, g ve h türevlenebilir fonksiyonlar olmak üzere

$$\frac{d}{dx}(f \cdot g \cdot h) = f^{I} \cdot g \cdot h + f \cdot g^{I} \cdot h + f \cdot g \cdot h^{I} \text{ olur.}$$



Örnek 14

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = (x + 1)(2x + 1)(3x + 1)$

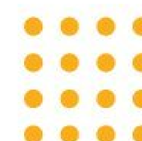
fonksiyonu veriliyor. Buna göre, $f^{I}(0)$ kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$f^{I}(x) = (2x + 1)(3x + 1) + 2(x + 1)(3x + 1) + 3(x + 1)(2x + 1)$

$f^{I}(0) = 1 . 1 + 2 . 1 . 1 + 3 . 1 . 1 = 6$

Cevap: D



Örnek 15

Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$$f(x) = (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)(x + 1)(x^2 + 1)$$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre,

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(3 + h) - f(3)}{h}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) 128 B) 120 C) 116 D) 108 E) 100

$f(x) = x^4 - 1$

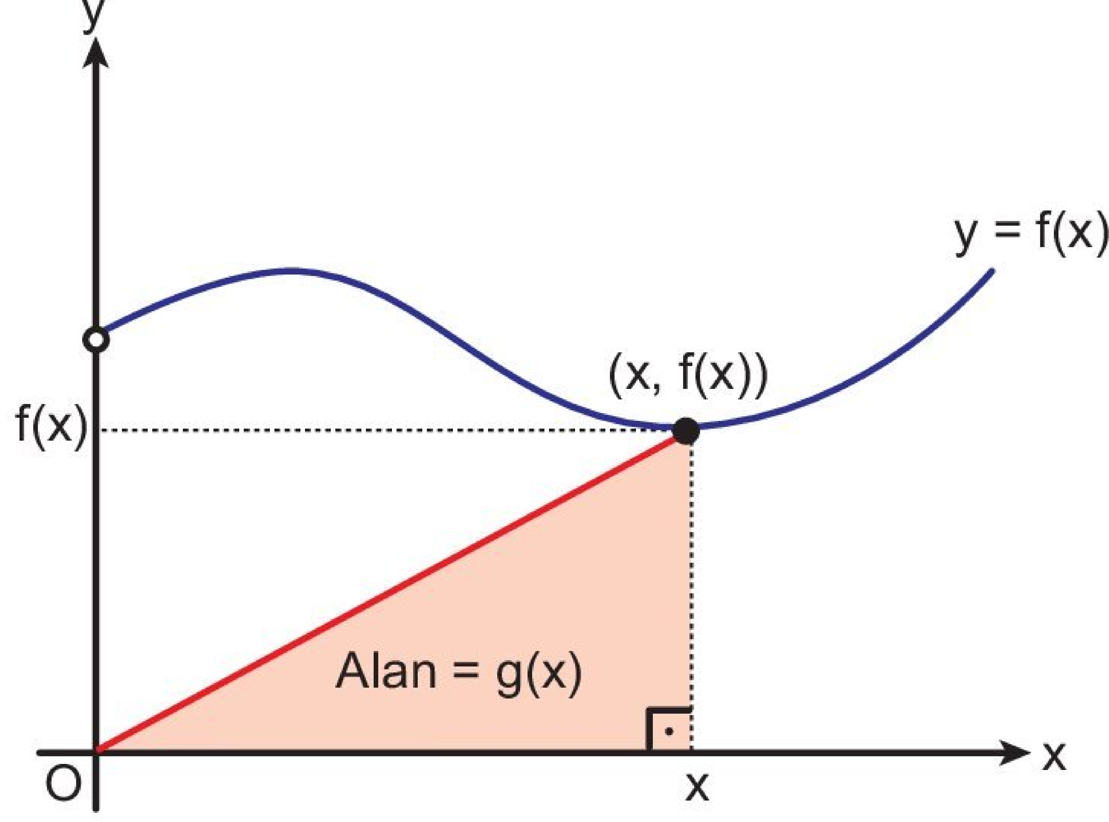
$f^{I}(x) = 4x^3, f^{I}(3) = 108$

Cevap: D

Çıkmış Soru 1

Dik koordinat düzleminde, pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve pozitif değerler alan türevlenebilir bir f fonksiyonunun grafiği şekilde gösterilmiştir.

Bir g fonksiyonu; her x pozitif gerçel sayısındaki değeri, köşeleri (0, 0), (x, 0) ve (x, f(x)) noktaları olan dik üçgenin alanına eşit olacak biçimde tanımlanmaktadır.



$f(3) = 1$

$f'(3) = 7$

olduğuna göre, $g'(3)$ değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 11

2022 AYT

$g(x) = \frac{x \cdot f(x)}{2}$

$g'(x) = \frac{1}{2}[f(x) + x \cdot f'(x)]$

$g'(3) = \frac{1}{2}[f(3) + 3 \cdot f'(3)]$

$= \frac{1}{2}[1 + 3 \cdot 7]$

$= 11$

Cevap: E

POLİNOMLAR VE TÜREV

m bir gerçel sayı olmak üzere,

P(x) polinomu $(x – m)^2$ ile kalansız bölünebiliyorsa,

$P(m) = 0$ ve $P'(m) = 0$ dır.

Örnek 16

$P(x) = ax^3 + 2x^2 + bx + 1$

polinomu $(x – 1)^2$ ile kalansız bölünebilmektedir. Buna göre, P(2) değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

$P(1) = P'(1) = 0$

$P'(x) = 3ax^2 + 4x + b$

$P'(1) = 3a + 4 + b = 0$

$-\quad P(1) = a + 2 + b + 1 = 0$

$2a + 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2},\ b = -\frac{5}{2}$

$P(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - \frac{5}{2}x + 1$

$P(2) = -4 + 8 - 5 + 1 = 0$

Cevap: C

> m bir gerçel sayı olmak üzere P(x) polinomu $(x – m)^3$ ile kalansız bölünebiliyorsa $P(m) = 0$, $P'(m) = 0$ ve $P''(m) = 0$ dır.

Örnek 17

$P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

polinomu $(x – 2)^3$ ile kalansız bölünebilmektedir.

Buna göre, b – a – c işleminin sonucu kaçtır?

A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

$P(2) = P'(2) = P''(2) = 0$ dır.

$P'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$P''(x) = 6x + 2a$

$P''(2) = 12 + 2a = 0 \Rightarrow a = –6,\ P'(2) = 12 – 24 + b = 0 \Rightarrow b = 12,$

$P(2) = 8 – 24 + 24 + c = 0 \Rightarrow c = –8$

$b – a – c = 12 + 6 + 8 = 26$

Cevap: D

Örnek 18

$P(x) = (x + 1)(x + 3)(x + 5)(x + 7)$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $P'(–7)$ kaçtır?

(Not: $Q(x) = (x + 1) . (x + 3) . (x + 5)$ biçiminde tanımlarsak, $P(x) = Q(x) . (x + 7)$ olur.)

A) –96 B) –72 C) –48 D) 48 E) 72

$K(x) = (x + 1)(x + 3)(x + 5)$ olsun

$P(x) = K(x) . (x + 7)$

$P'(x) = K'(x)(x + 7) + K(x) . 1$

$P'(–7) = 0 + K(–7) = (–6)(–4)(–2) = –48$

Cevap: C

Örnek 19

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ olmak üzere,

$f(x) = (x + a)(x^2 – 2)$

fonksiyonu veriliyor.

$f'(1) = 7$ olduğuna göre, $f''(2)$ kaçtır?

A) 18 B) 17 C) 16 D) 15 E) 14

$f'(x) = x^2 – 2 + (x + a) . 2x$

$f'(1) = – 1 + 2 + 2a = 7 \Rightarrow a = 3$

$f'(x) = x^2 – 2 + (x + 3) . 2x$

$f''(x) = 2x + 2x + (x + 3) . 2$

$f''(2) = 4 + 4 + 10 = 18$

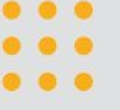
Cevap: A

Örnek Cevapları

1.E	2.C	3.B	4.E	5.E	6.A	7.D	8.B	9.C	10.D
11.C	12.E	13.B	14.D	15.D	16.C	17.D	18.C	19.A	

Çıkmış Soru Cevapları

1.E



1. f fonksiyonu gerçel sayılarda tanımlıdır.

$f(x) = (x + 2) . (3x^2 – 1)$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $9x^2 + 16x – 1$ B) $9x^2 + 12x – 1$ C) $6x^2 + 12x –1$

D) $6x^2 + 8x + 1$ E) $4x^2 + 8x + 1$

$f'(x) = 1 . (3x^2 – 1) + (x + 2)(6x)$

$f'(x) = 3x^2 – 1 + 6x^2 + 12x$

$f'(x) = 9x^2 + 12x –1$

Cevap B

2. f fonksiyonu gerçel sayılarda tanımlıdır.

$f(x) = (4x + 1) . (x^2 – 10x)$

olduğuna göre, $\frac{d}{dx}$ **f(x) ifadesinin,**

x = 3 için değeri kaçtır?

A) –156 B) –146 C) –136 D) –126 E) –116

$f'(x) = 4(x^2 – 10x) + (4x + 1)(2x – 10)$

$f'(3) = 4.(–21) + 13.(–4) = –136$

Cevap C

3. f ve g pozitif gerçel sayılarda tanımlı fonksiyonlardır.

$f(x) = \sqrt{x}$

$g(x) = x^2 – x$

olduğuna göre, (f · g)'(4) ifadesinin değeri kaçtır?

A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

$(f \cdot g)'(4) = f'(4) \cdot g(4) + f(4) \cdot g'(4)$

$= \frac{1}{2\sqrt{4}} \cdot 12 + 2 \cdot 7 = 17$

Cevap D

4. $\frac{d}{dx}\left(3x^2 + 6x - \frac{d}{dx}(x^3 - 2x^2)\right)$

ifadesinin eşiti kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$\frac{d}{dx}(3x^2 + 6x - 3x^2 + 4x) = 10$

Cevap: E

5. Tanımlı ve türevli oldukları aralıklar için aşağıda, f, g ve h fonksiyonları ve bu fonksiyonların ikinci türevleri verilmiştir.

I. $f(x) = 2x^3 – 5x^2$, $f''(x) = 12x – 10$

II. $g(x) = -\frac{4}{x}$, $\frac{d^2}{dx^2}(g(x)) = -\frac{8}{x^3}$

III. $h(x) = 2x - x^4 + \sqrt{x}$, $f''(x) = -12x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Buna göre, verilen ifadelerden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III

D) II ve III E) I, II ve III

I) $f'(x) = 6x^2 – 10x$ $f''(x) = 12x – 10$ doğru

II) $g'(x) = 4x^{-2}$, $f''(x) = -8x^{-3} = -\frac{8}{x^3}$ doğru

III) $h'(x) = 2 - 4x^3 + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$, $h''(x) = -12x^2 - \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{2}}$

Cevap: B

6. a, b ve c birer gerçel sayıdır. f fonksiyonu gerçel sayılarda tanımlıdır.

$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonu veriliyor.

$f(0) = 7$, $f'(1) = 1$, $f''(1) = 6$

olduğuna göre, f(–1) değeri kaçtır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

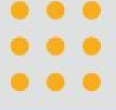
$\boxed{c = 7}$, $f'(x) = 2ax + b$, $f''(x) = 2a$

$f''(1) = 2a = 6 \Rightarrow \boxed{a = 3}$, $f'(x) = 6x + b$

$f'(1) = 6 + b = 1 \Rightarrow \boxed{b = -5}$

$f(x) = 3x^2 – 5x + 7 \Rightarrow f(–1) = 15$

Cevap E



7. $f(x) = (x^2 + 2x + 2) \cdot (x + a)$

$$\lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 17$$

olduğuna göre, a değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$\lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 17 \Rightarrow f'(1) = 17$ olur.

$f'(x) = (2x + 2) . (x + a) + (x^2 + 2x + 2) . 1$

$f'(1) = 4 . (1 + a) + 5 = 17$

$4 . (1 + a) = 12 \Rightarrow 1 + a = 3 \Rightarrow a = 2$ bulunur. Cevap B

8. Yarıçapı r birim ve yüksekliği h birim olan dik dairesel silindirin hacmi (V) olmak üzere

$V = \pi r^2 h$ birim küptür.

Yarıçapı r birim olan kürenin hacmi (H) olmak üzere,

$H = \frac{4}{3}\pi r^3$ birimküptür.

Yarıçapı r birim ve yüksekliği yarıçap uzunluğunun iki katına eşit olan bir dik dönel silindir ile yarıçapı r olan bir küre veriliyor.

Silindir ve kürenin hacimleri sırasıyla y = V(r) ve y = H(r) biçiminde tanımlıdır.

Buna göre, $\frac{d^2}{dr^2}(V(r) + H(r)) \Big|_{r=1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 5π B) 10π C) 15π D) 20π E) 25π

$V(r) = \pi r^2 . 2r = 2\pi r^3$

$+ \; H(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$

$V(r) + H(r) = \frac{10}{3}\pi r^3$

$\frac{d}{dr}(H(r) + V(r)) = 10\pi r^2$

$\frac{d^2}{dr^2}(H(r) + V(r)) = 20\pi r$

Cevap: D

9. $f(x) = (x – 1000) . (x - 900) . (x + 100)$

olduğuna göre, f′(1000) kaçtır?

A) 1100 B) 10.000 C) 11.000 D) 10.0000 E) 110.000

$f'(x) = 1.[(x – 900).(x + 100)] + (x – 1000).[(x – 900).(x + 100)]'$

$f'(1000) = 100.1100 + 0$

$= 110.000$ bulunur. Cevap E

10. $f(x) = ax^3 – 3x^2 + 2x + 1$

fonksiyonu için,

$f''(1) = 0$

$f(1) = b$

olduğuna göre, b kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$f'(x) = 3ax^2 – 6x + 2$

$f''(x) = 6ax – 6 = 0$

$f''(x) = 6a – 6 = 0 \Rightarrow \boxed{a = 1}$

$f(1) = 1 – 3 + 2 + 1 = 1 = b$ Cevap B

11. $f(x) = x(x – 1)(x – 2)(x –3)(x –4)(x – 5)(x – 6)$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f′(3) kaçtır?

A) –6! B) –3!.3! C) –3! D) 3!.3! E) 6!

(x – 3) dışındakileri T ile gösterelim.

$f'(x) = 1 . T + (x – 3) . T' \Rightarrow f'(3) = 3 . 2 . 1 . (–1)(–2)(–3) + 0$

$= –3! . 3!$ Cevap B

12. Üçüncü dereceden bir P(x) polinomu

(x – 1)(x – 2)(x – 3) çarpımı ile kalansız bölünebilmektedir.

P(4) = 12

olduğuna göre,

P′(x) polinomunun sabit terimi kaçtır?

A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

$P(x) = a(x – 1)(x – 2)(x – 3)$

$P(4) = a . 3 . 2 . 1 = 12 \Rightarrow a = 2$

$P'(x) = 2[(x – 2)(x – 3) + (x – 1)(x – 3) + (x – 1)(x – 2)]$

$P'(0) = 2[6 + 3 + 2] = 22$ Cevap: E

1.B 2.C 3.D 4.E 5.B 6.E 7.B 8.D 9.E 10.B 11.B 12.E

1. $f(x)=\frac{x^3}{3}-4x^2+12x+\frac{2}{3}$

fonksiyonu için,

$f''(k) = 0$ ve $f(k) = m$ dir.

Buna göre, (k, m) sıralı ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(0, \frac{2}{3}\right)$ B) (1, 9) C) $\left(2, \frac{34}{3}\right)$

D) $\left(3, \frac{29}{3}\right)$ E) (4, 6)

$f'(x) = x^2 - 8x + 12$

$f''(x) = 2x - 8 = 0 \Rightarrow k = 4, m = f(4) = 6$

Cevap E

2. $f(x)=\frac{x^4}{12}-\frac{2x^3}{3}-6x^2+9x-3$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki aralıklardan hangisinde f''(x) < 0 dır?

A) (–2, 3) B) (–2, 6) C) (3, 16) D) (2, 8) E) (7, 11)

		–2	6	
$f''(x)$	+	–		+

$f'(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 12x + 9$

$f''(x) = x^2 - 4x - 12 \Rightarrow f''(x) = 0 \Rightarrow (x-6).(x+2) = 0$

x = 6 ve x = –2 köklerdir.

(–2, 6) aralığında $f''(x) < 0$

Cevap B

3. $y = (x-1)^2 . (x + a)$

fonksiyonu veriliyor.

$f''(3) = 0$ ve $f(3) = k$ olduğuna göre, a + k toplamı kaçtır?

A) –7 B) –9 C) –16 D) –17 E) –23

$y' = 2.(x-1).(x+a) + (x-1)^2$

$= (x-1).(2x + 2a + x - 1)$

$= (x-1).(3x + 2a - 1)$

$y'' = 1.(3x + 2a - 1) + (x-1).3$

$y'' = 6x + 2a - 4$ olur.

$f''(3) = 0 \Rightarrow 6.3 + 2a - 4 = 0 \Rightarrow a = -7$

$f(3) = k \Rightarrow (3-1)^2.(3+(-7)) = k$

$k = 4.(-4) \Rightarrow k = -16, a + k = -7 - 16 = -23$ olur.

Cevap E

4. $f(x) = (6x + 2)(5x + 3)(3x + 5)(2x + 6)$

olduğuna göre, f'(1) kaçtır?

A) 2^{16} B) 2^{15} C) 2^{14} D) 2^{13} E) 2^{12}

$f'(1) = 6 \cdot 8^3 + 5 \cdot 8^3 + 3 \cdot 8^3 + 2 \cdot 8^3$

$= 16 \cdot 8^3$

$= 2^4 \cdot 2^9$

$= 2^{13}$

Cevap D

5. Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = \sqrt[4]{x\sqrt{x}}$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre,

$$\lim_{x \to 1} \frac{f'(x) - f'(1)}{x - 1}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{15}{64}$ B) $-\frac{13}{64}$ C) $-\frac{11}{64}$ D) $\frac{13}{64}$ E) $\frac{15}{64}$

$f(x) = x^{\frac{3}{8}}$, $f'(x) = \frac{3}{8}x^{-\frac{5}{8}}$, $f''(x) = -\frac{15}{64}x^{-\frac{13}{8}}$

$f''(1) = -\frac{15}{64}$

Cevap: A

6. n pozitif tam sayı olmak üzere

$f(x) = ax^n$

fonksiyonu veriliyor.

$72 \cdot f(x) = f'(x) \cdot f''(x)$

olduğuna göre, $\frac{d^2}{dx^2}(f(x)) \Big|_{x=1}$ **değeri kaçtır?**

A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 30

$72 \cdot ax^n = a \cdot n \cdot x^{n-1} \cdot a \cdot n \cdot (n-1) \cdot x^{n-2}$

$72 \cdot a \cdot x^n = a^2 \cdot n^2 \cdot (n-1 \cdot x^{2n-3}$

$n = 2n - 3 \Rightarrow \boxed{n = 3}$

$72 \cdot a = a^2 \cdot 9 \cdot 2$

$72 = a \cdot 18 \Rightarrow a = 4$

$f(x) = 4 \cdot x^3 \Rightarrow$

$f'(x) = 12x^2$, $f''(x) = 24x$, $f''(1) = 24$

Cevap: D

7. Başkatsayısı 1 olan P(x) polinomu ile ilgili olarak

$$P(-1) = P\left(-\frac{1}{2}\right) = P\left(-\frac{2}{3}\right) = 0$$

eşitlikleri sağlanmaktadır.

Buna göre, $\lim_{x \to 1} \frac{P(x) - P(1)}{x - 1}$ **limitinin değeri kaçtır?**

A) 55 B) 53 C) 50 D) 44 E) 41

$P(x) = (x + 1)(2x + 1)(3x + 2)$

$P'(x) = (2x + 1) \cdot (3x + 2) + 2 \cdot (x + 1) \cdot (3x + 2) + 3 \cdot (x + 1) \cdot (2x + 1)$

$P'(1) = 3 \cdot 5 + 2 \cdot 2 \cdot 5 + 3 \cdot 2 \cdot 3 = 53$

Cevap: B

8. $f(x) = x^3 + 3x^2$ fonksiyonu veriliyor.

$$\lim_{x \to 1} \frac{[f'(x)]^2 - [f'(1)]^2}{x^2 - 5x + 4}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 72 B) 60 C) 48 D) –36 E) –72

$f'(x) = 3x^2 + 6x \Rightarrow f'(1) = 9$

$f''(x) = 6x + 6$

$f''(1) = 12$

$\lim_{x \to 1} \frac{f'(x) - f'(1)}{x - 1} \cdot \lim_{x \to 1} \frac{f'(x) + f'(1)}{x - 4}$

$f''(1) \cdot \lim_{x \to 1} \frac{3x^2 + 6x + 9}{x - 4} = 12 \cdot \frac{18}{-3} = -72$

Cevap: E

1.E 2.B 3.E 4.D 5.A 6.D 7.B 8.E



BÖLÜMÜN TÜREVİ

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]=\frac{f^{I}(x)\,.\,g(x)-f(x)\,.\,g^{I}(x)}{[g(x)]^2}$$ dir.

$\frac{f(x)}{g(x)}$ in türevi f(x) ve $\frac{1}{g(x)}$ fonksiyonlarının çarpımının türevi biçiminde de düşünülebilir.

Örnek 1

Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$$f(x)=\frac{x^3+1}{2x+4}$$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre, f(x) fonksiyonuna x = 1 noktasında çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{5}{18}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{7}{18}$

$f^{I}(x)=\frac{3x^2(2x+4)-(x^3+1)\cdot 2}{(2x+4)^2}$

$f^{I}(1)=\frac{3\cdot 6-2\cdot 2}{36}=\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$

Cevap: E

Örnek 2

f ve h pozitif gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlıdır.

$f(x)=\sqrt{x}$

$h(x)=x^3+1$

$g(x)=\frac{f(x)}{h(x)}$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $g^{I}(1)$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) 5

$g^{I}(x)=\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot(x^3+1)-\sqrt{x}\cdot(3x^2)}{(x^3+1)^2}$ $g^{I}(1)=\frac{\frac{1}{2}\cdot 2-1\cdot 3}{4}=-\frac{1}{2}$

Cevap A

Örnek 3

Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı,

$$f(x)=\frac{x+a}{x+2}$$

fonksiyonu veriliyor.

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(h+1)-f(1)}{h}=1$$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) –11 B) –10 C) –9 D) –8 E) –7

$\lim_{h\to 0}\frac{f(h+1)-f(1)}{h}=f'(1)=1$ *olur.*

$f'(x)=\frac{1.(x+2)-(x+a).1}{(x+2)^2}$

$f'(1)=\frac{3-1-a}{9}=1\Rightarrow 2-a=9$

$\Rightarrow a=-7$ *olur.*

Cevap E

Örnek 4

Tanımlı olduğu her x gerçel sayısı için,

$$f(x)=\frac{x-m}{2x-k}=f^{-1}(x)$$

eşitliğini sağlanmaktadır. $f^{I}(1)=7$ olduğuna göre, m kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$k=1$ *ve* $f(x)=\frac{x-m}{2x-1}$ *olur.*

$f^{I}(x)=\frac{1(2x-1)-(x-m)\cdot 2}{(2x-1)^2}$

$f^{I}(1)=\frac{1-2+2m}{1}=2m-1=7\rightarrow m=4$

Cevap: D

Örnek 5

y = f(x) olmak üzere,

$$\frac{1}{x}-\frac{3}{y}=2$$

olduğuna göre, $f^{I}(0)$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$\frac{3}{y}=\frac{1}{x}-\frac{2}{1}=\frac{1-2x}{x}$

$y=\frac{3x}{-2x+1}$

$y^{I}=\frac{3(-2x+1)-3x(-2)}{(-2x+1)^2}$

$y^{I}(0)=\frac{-3+6}{1}=3$

Cevap: C



SAĞDAN TÜREV – SOLDAN TÜREV

$A \subseteq \mathbb{R}$, $f: A \to \mathbb{R}$ ve $m \in A$ için

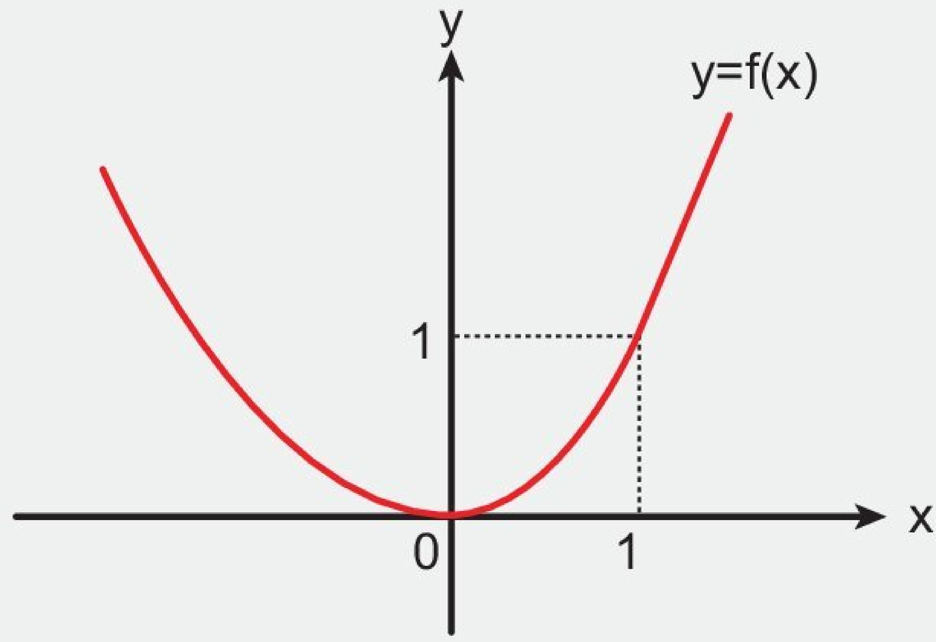
- $\lim\limits_{x \to m^+} \dfrac{f(x) - f(m)}{x - m}$

  limiti varsa bu limit değerine f fonksiyonunun x = m noktasındaki sağdan türevi denir ve $f'(m^+)$ ile gösterilir.

- $\lim\limits_{x \to m^-} \dfrac{f(x) - f(m)}{x - m}$

  limiti varsa bu limit değerine f fonksiyonunun x = m noktasındaki soldan türevi denir ve $f'(m^-)$ ile gösterilir.

Örnek 6



Şekilde gerçel sayılarda sürekli olan

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ 2x - 1 & x > 1 \end{cases}$$

biçiminde tanımlı f(x) fonksiyonu verilmiştir.

Bu fonksiyonun x = 1 noktasındaki

$f'(1^-)$ = Sol türevi = $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}$

$f'(1^+)$ = Sağ türevi = $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{2x - 2}{x - 1}$

olduğuna göre, $f'(1^-) + f'(1^+)$ toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Sol türev = $\lim\limits_{x \to 1^-} (x + 1) = 2$

Sağ türev = $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{2x - 2}{x - 1} = 2$

Sonuç = 2 + 2 = 4

Cevap: C

BİR FONKSİYONUN TÜREVLENEBİLİRLİĞİ

I. Bir Fonksiyonun Bir Noktada Türevlenebilirliği

$A \subseteq \mathbb{R}$, $f: A \to \mathbb{R}$ ve $m \in A$ için f sürekli bir fonksiyon olsun.

$f'(m^+) = f'(m^-) = r$ gerçek sayısına eşit oluyorsa fonksiyon x = m noktasında türevlenebilir ve $f'(m) = r$ olur.

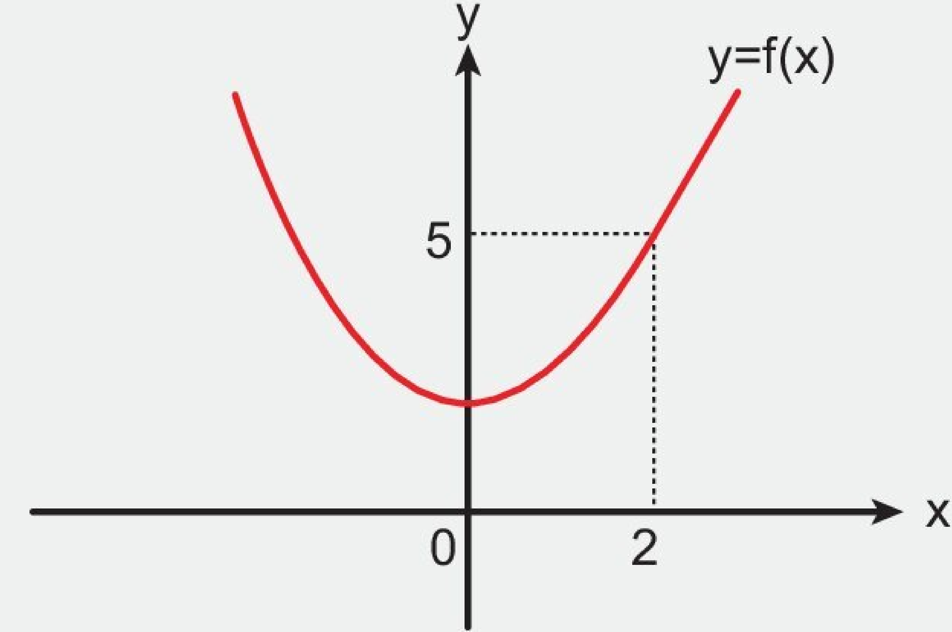
Not

Bir fonksiyonun bir noktada türevli olabilmesi için öncelikle o noktada tanımlı ve sürekli olması gerekir.
Fonksiyon sürekli olduktan sonra sağ türevinin sol türevine eşit olduğu görülürse fonksiyon verilen noktada türevlidir.

II. Bir Fonksiyonun Bir Aralıkta Türevlenebilirliği

Bir f fonksiyonu (a, b) aralığındaki her noktada türevlenebiliyor ise bu fonksiyon (a, b) aralığında türevlenebilir.

Örnek 7



Şekilde gerçel sayılarda sürekli olan

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \leq 2 \\ 3x - 1 & x > 2 \end{cases}$$

biçiminde tanımlı f(x) fonksiyonu verilmiştir.

Buna göre, $f'(2^-)$, $f'(2^+)$ ve $f'(2)$ ifadelerinin değerleri sırasıyla aşağıdakilerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?

	$f'(2^-)$	$f'(2^+)$	$f'(2)$
A)	4	3	yoktur
B)	3	4	yoktur
C)	3	4	3
D)	4	3	4
E)	4	4	4

Sol türev = $\lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{x^2 + 1 - 5}{x - 2} = \lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim\limits_{x \to 2^-} (x + 2) = 4$

Sağ türev = $\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{3x - 1 - 5}{x - 2} = \lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{3x - 6}{x - 2} = \lim\limits_{x \to 2^+} 3 = 3$

Sol türev ≠ Sol türev olduğu için $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ yoktur.

Cevap: A

III. Türev ve Süreklilik İlişkisi

- f fonksiyonunun bir noktada türevi var ise o noktada süreklidir ve limiti vardır.
- f fonksiyonu bir noktada sürekli değilse türevinden bahsedilemez.
- f fonksiyonu bir noktada tanımlı değilse türevinden bahsedilemez.
- f fonksiyonu bir noktada sürekli olduğu halde türevi olmayabilir.

> Türev → Süreklilik → Limit
> sağa doğru kesinlik söz konusudur.

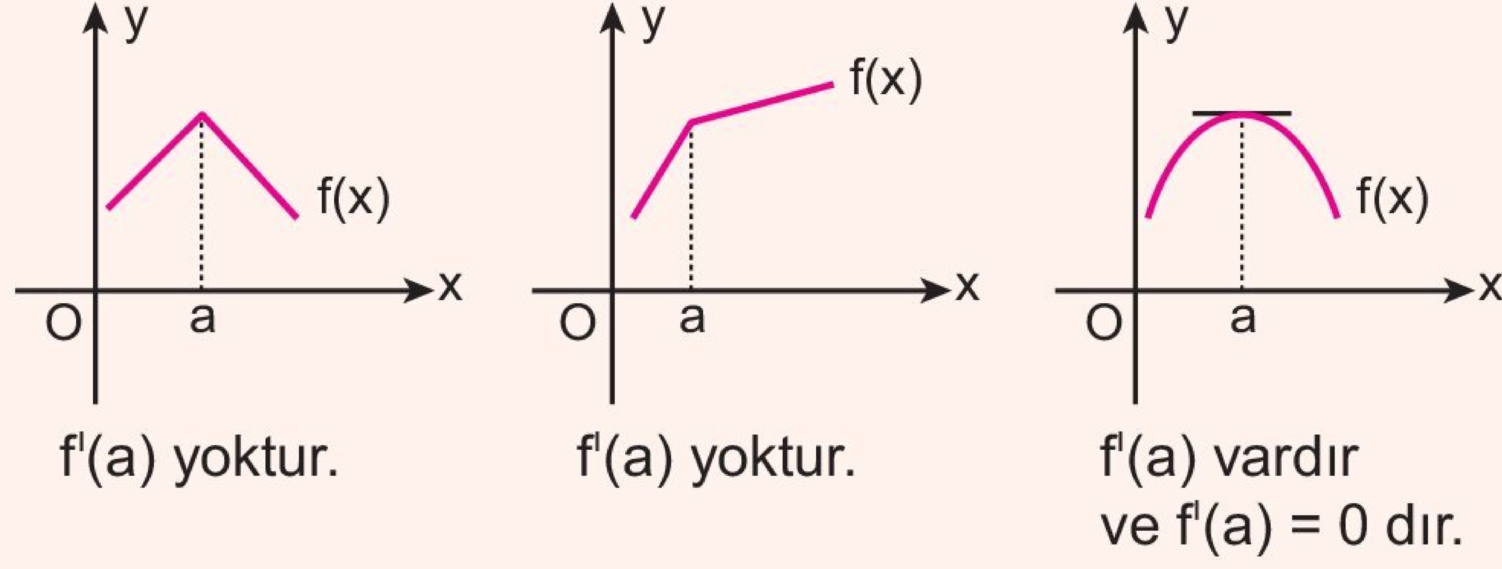
- f fonksiyonu bir noktada türevli ise süreklidir ve limiti vardır.

> Limit → Süreklilik → Türev
> sağa doğru kesinlik söz konusu değildir.

- f fonksiyonu bir noktada limiti varsa o noktada sürekli olmayabilir, sürekli iken türevli olmayabilir.

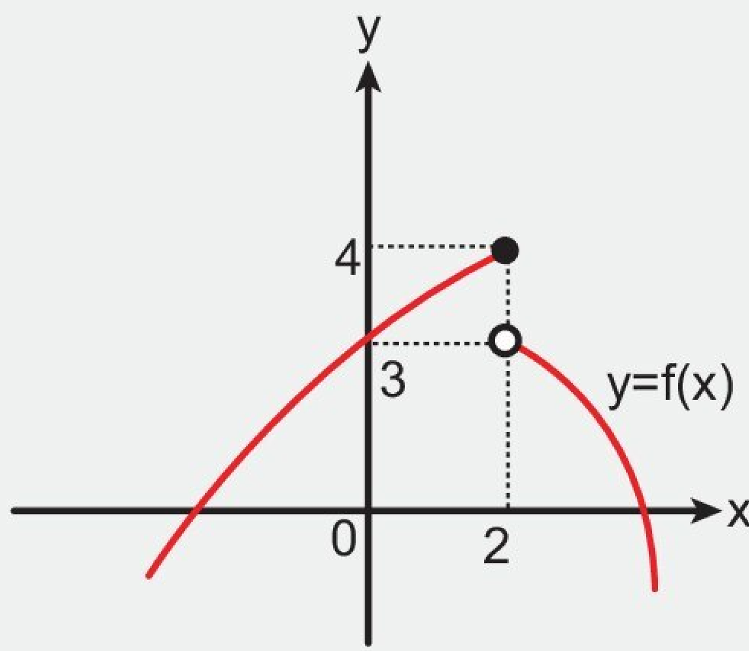
UYARI

Fonksiyon grafiklerindeki ani kırılma noktalarında türev olmayabilir. Bu noktalarda sağdan ve soldan türevler kontrol edilmelidir.



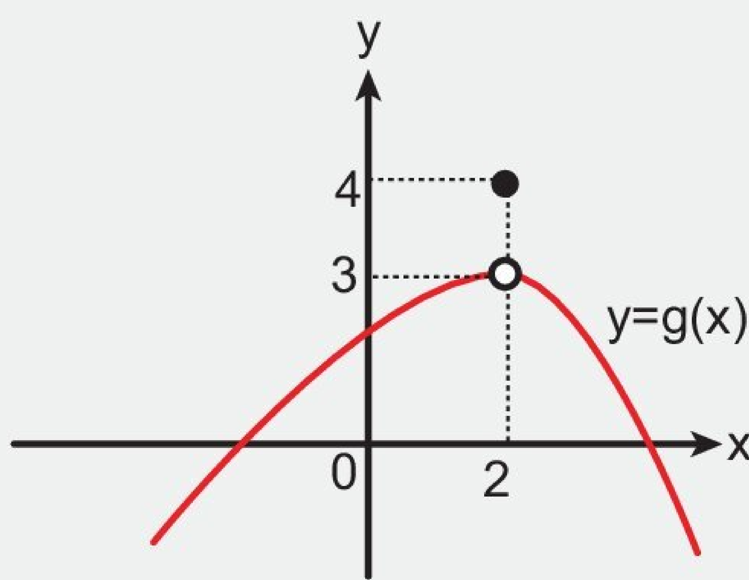
Örnek 8

I.



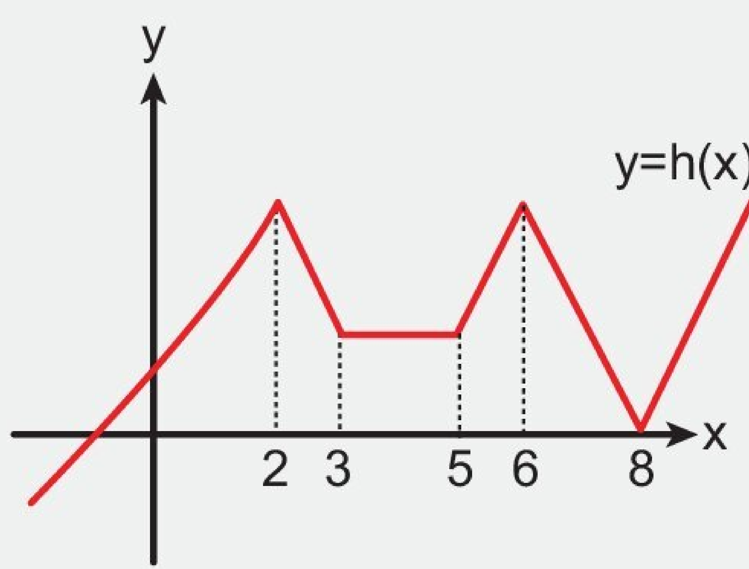
y = f(x) fonksiyonunun x = 2 apsisli noktada limiti yoktur, sürekli değildir, sürekli olmayan bir fonksiyon türevli de olamaz.

II.



y = g(x) fonksiyonunun x = 2 apsisli noktadaki limiti 3 tür fakat fonksiyon bu noktada sürekli değildir, dolayısıyla türevi yoktur.

III.



y = h(x) fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde süreklidir.

x = {2, 3, 5, 6, 8} apsisli noktalar bu fonksiyonun kırılma noktalarıdır. Bu noktalarda fonksiyonun türevi yoktur.

Bu noktalarda türevin olmaması;

a) sağ ve sol türevlerin (çizilen teğetlerin eğiminin) birbirinden farklı olması ile açıklanabilir.

b) sonsuz teğet çizilebildiği için sonsuz türev var. Sonsuz türev olması türevinin olmaması anlamına gelir.

biçiminde açıklanabilir.

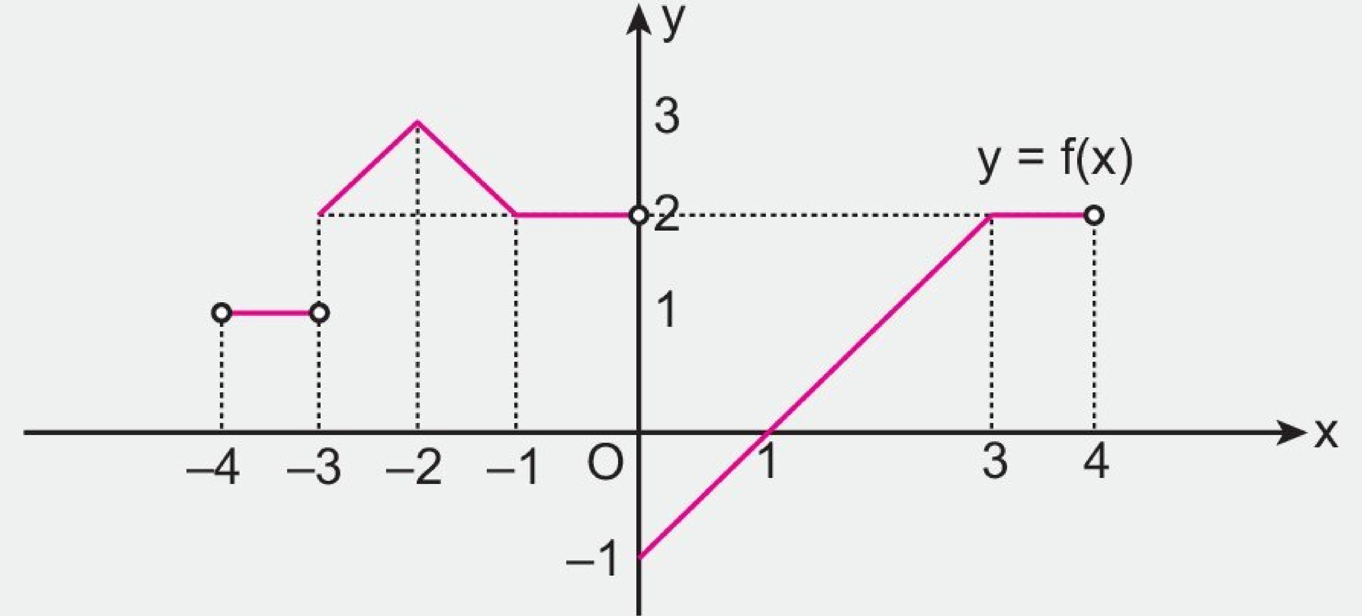
ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) I, II ve III B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) Yalnız I

Hepsi doğrudur. *Cevap: A*

Örnek 9

Aşağıda tanım kümesi (–4, 4) olan y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



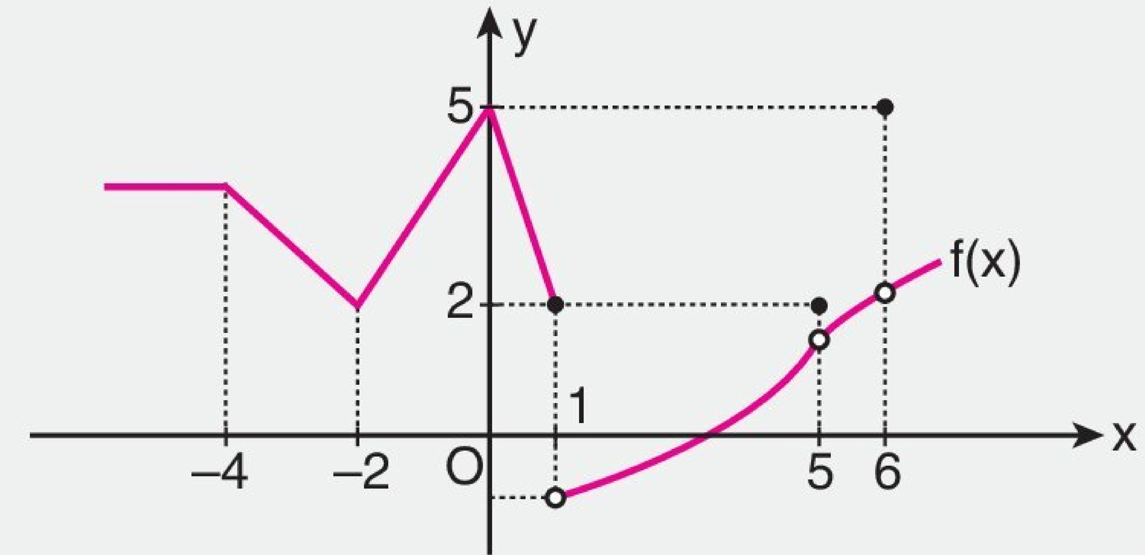
Buna göre, y = f(x) fonksiyonunun kaç farklı noktada türevi yoktur?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

{–3, –2, –1, 0, 3} olmak üzere 5 farklı noktada türevi yoktur. *Cevap C*

Örnek 10

Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



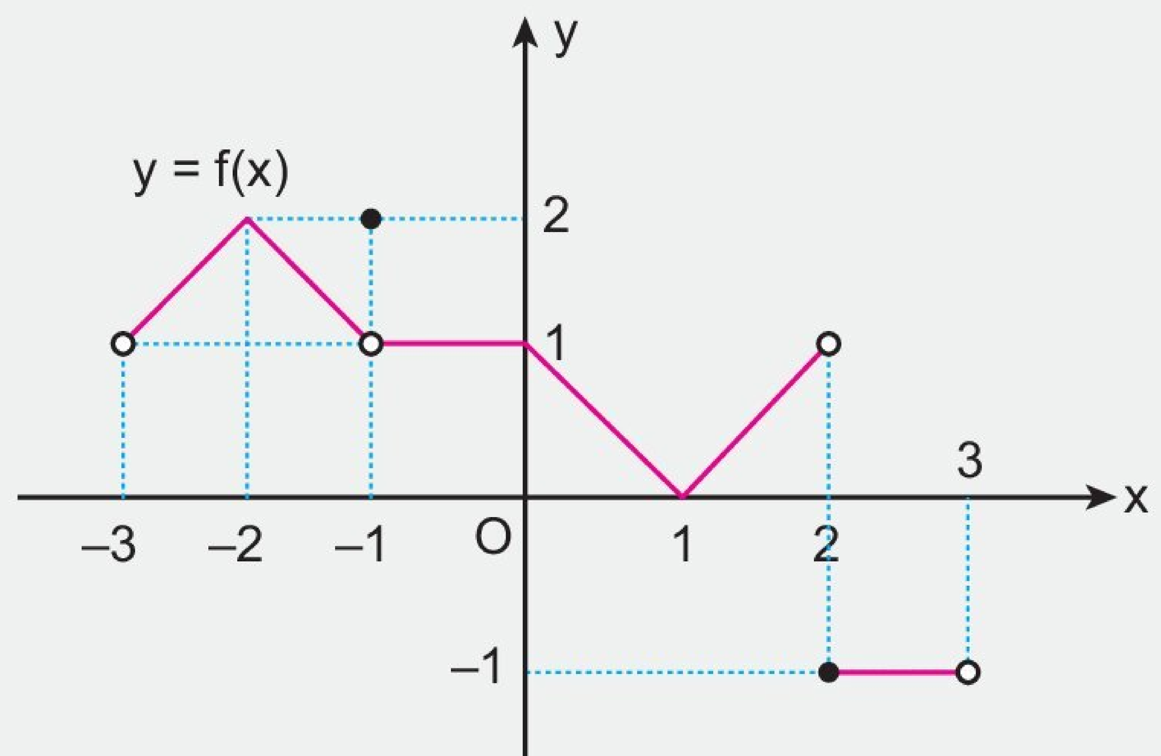
Buna göre, y = f(x) fonksiyonu kaç farklı noktada sürekli olduğu halde türevsizdir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Fonksiyonun sürekli olduğu halde türevsiz olduğu noktalar kırılma noktalarıdır. x = –4, –2, 0 apsisli 3 noktada sürekli olduğu halde türevsizdir. *Cevap C*

Örnek 11

Aşağıda tanım kümesi (–3, 3) olan y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, y = f(x) fonksiyonunun kaç farklı noktada türevi yoktur?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

{–2, –1, 0, 1, 2} olmak üzere 5 farklı noktada türevi yoktur. *Cevap A*



IV. Parçalı Tanımlı Fonksiyonların Türevi

I. Türevi alınan nokta kritik nokta değilse o noktada tanımlı olan fonksiyonun türevi alınarak nokta yerine yazılır.

II. Parçalı fonksiyon biçiminde verilen bir fonksiyonun kritik noktada türevi olması için öncelikle kritik noktada sürekli olması gerekir. Sürekli değilse fonksiyon kritik noktada türevsizdir.

III. Fonksiyon sürekli olduktan sonra kritik noktadaki sol türevi sağ türevine eşit ise fonksiyon verilen noktada türevlidir.

Örnek 12

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x \leq 4 \\ 8x + 3, & x > 4 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(2) + f'(4^+)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

$f'(x) = 2x + 1 \Rightarrow f'(2) = 2 \cdot 2 + 1$

$f'(x) = 8 \Rightarrow f'(4^+) = 8$

$5 + 8 = 13$

Cevap D

Örnek 13

$$f(x) = \begin{cases} x + 2\sqrt{x}, & x > 3 \\ 1 + \sqrt[3]{x}, & x \leq 3 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor. Buna göre,

$f'(4) + f'(-8)$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{19}{12}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{11}{6}$

$f'(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$ | $f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$

$f'(4) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ | $f'(-8) = \frac{1}{3}(-2)^{-2} = \frac{1}{12}$

Sonuç $= \frac{3}{2} + \frac{1}{12} = \frac{19}{12}$

Cevap: B

Örnek 14

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 4, & x < 2 \\ k, & x = 2 \\ 12x + m, & x > 2 \end{cases}$$

fonksiyonunun x = 2 noktasında türevi vardır.

Buna göre, m + k toplamı kaçtır?

A) 8 B) 16 C) 24 D) 32 E) 40

$3 \cdot 2^2 + 4 = k = 12 \cdot 2 + m$

$m = -8$, $k = 16$ $\Rightarrow k + m = 16 - 8 = 8$

Cevap A

Örnek 15

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 34, & x < 4 \\ kx + m, & x \geq 4 \end{cases}$$

fonksiyonu x = 4 apsisli noktada türevli olduğuna göre, k + m toplamı kaçtır?

A) 26 B) 27 C) 28 D) 29 E) 30

$2x = k$ | $50 = 4k + m$

$8 = k$ | $50 = 32 + m$

$18 = m$

$k + m = 18 + 8 = 26$

Cevap A

Örnek 16

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + mx + k, & x \leq 2 \\ x^3 - mx, & x > 2 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

f fonksiyonu her x gerçel sayısı için türevli olduğuna göre, k kaçtır?

A) 0 B) –2 C) –4 D) –6 E) –8

x = 2 noktasında türevli

$8 + 2m + k = 8 - 2m \rightarrow k = -4m$

$4x + m = 3x^2 - m$

$8 + m = 12 - m$

$m = 2$

$k = -4m = -8$

Cevap E

Örnek 17

$$f(x) = \begin{cases} mx + m - 8, & x < 1 \\ kx^2 - mx, & x \geq 1 \end{cases}$$

biçiminde tanımlı f(x) fonksiyonu x = 1 apsisli noktada sürekli olduğu halde türevli değildir.

Buna göre, k'nin alamayacağı değer kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

Sürekli olmak

$m + m - 8 = k - m$

$3m - 8 = k$

Türevli olmamak

$m \neq 2kx - m$

$m \neq 2k - m$

$2m \neq 2k$

$m \neq k$

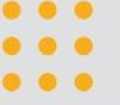
$m = k$ olsaydı $3k - 8 = k \Rightarrow k = 4$ olurdu

$m \neq k$ olduğu için $k \neq 4$ tür.

Cevap: C

Örnek Cevapları

1.E	2.A	3.E	4.D	5.C	6.C	7.A	8.A	9.C	10.C
11.A	12.D	13.B	14.A	15.A	16.E	17.C			



1. $f: \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x}{2x + 1}$$

olduğuna göre, f'(2) kaçtır?

A) $\frac{8}{25}$ B) $\frac{4}{25}$ C) $\frac{2}{25}$ D) $-\frac{4}{25}$ E) $-\frac{8}{25}$

$f'(x) = \frac{(2x-4)(2x+1)-(x^2-4x)\cdot 2}{(2x+1)^2}$

$f'(2) = \frac{0+8}{25} = \frac{8}{25}$

Cevap: A

2. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{x^3 - 8}{x^2 + 2x + 4}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(3 + h) - f(3)}{h}$$

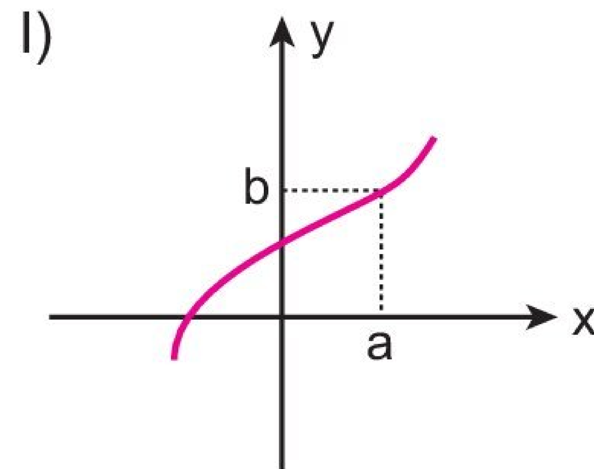
değeri kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

$f(x) = x - 2$ $f'(x) = 1$ $f'(3) = 1$ *Cevap D*

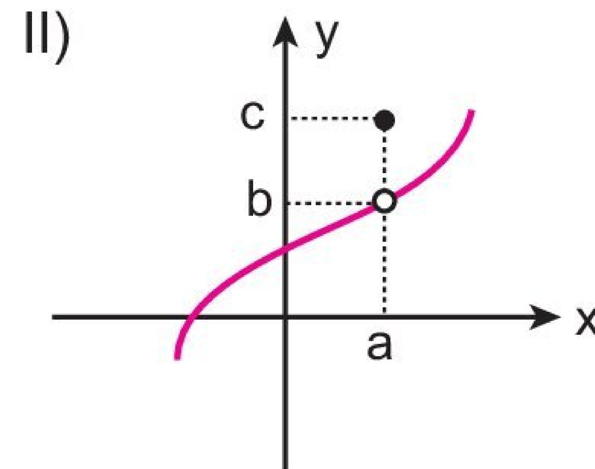
3. Aşağıda grafikleri çizilen y = f(x) fonksiyonlarının x = a apsisli noktasındaki limit, süreklilik ve türev durumları ile ilgili bilgiler verilmiştir.

I)



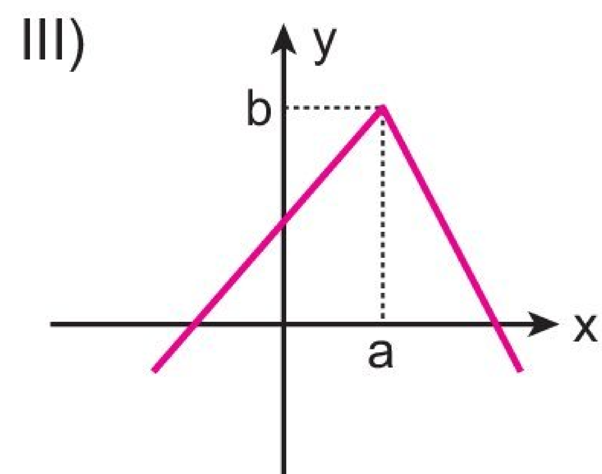
Limiti vardır.
Süreklidir.
Türevlidir.

II)



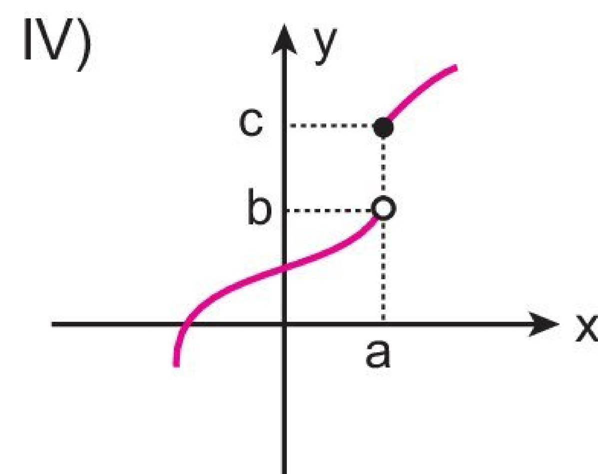
Limiti vardır.
Süreksizdir.
Türevsizdir.

III)



Limiti vardır.
Süreklidir.
Türevsizdir.

IV)



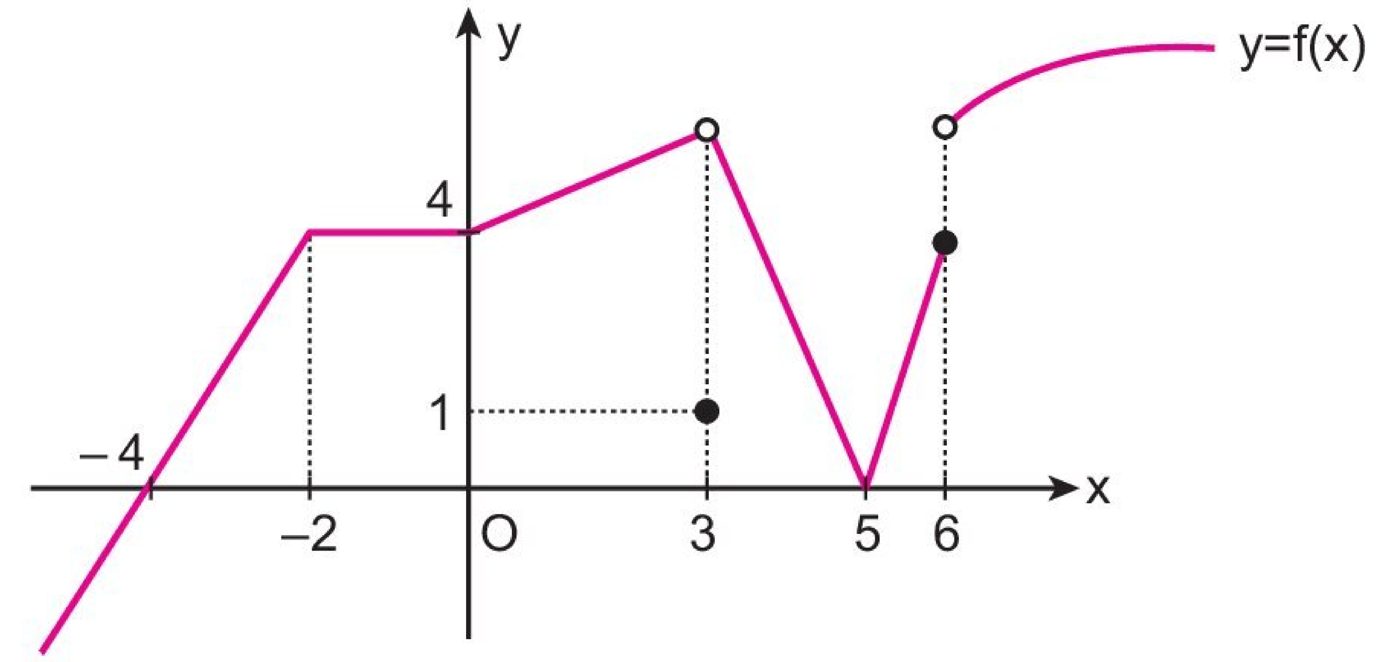
Limiti yoktur.
Süreksizdir.
Türevsizdir.

İfadelerinden kaç tanesi doğrudur?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

Hepsi doğrudur. *Cevap: A*

4.



Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

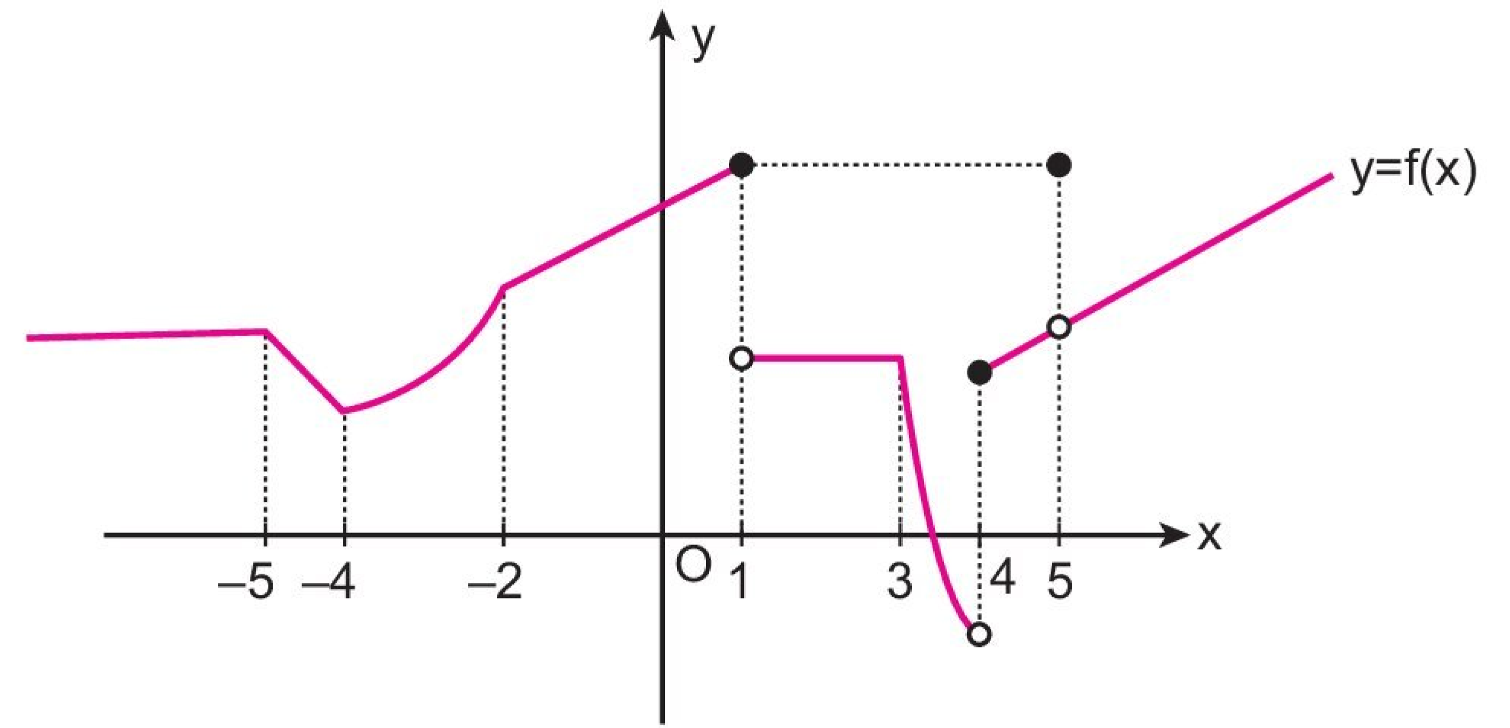
Buna göre f fonksiyonu x in kaç farklı tam sayı değeri için türevsizdir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

f fonksiyonu süreksiz olduğu noktalarda ve kırılma noktalarında türevsizdir. x = –2, 0, 3, 5 ve 6 apsisli noktalarda fonksiyon türevsizdir. (5 nokta)

Cevap: C

5.



Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, f fonksiyonu kaç noktada,

limiti olduğu halde türevsizdir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Limiti olduğu halde türevsiz olduğu noktalar x = –5, –4, –2, 3, 5 apsisli noktalar (5 nokta) *Cevap: E*

6.

$$f(x) = \begin{cases} 8x - 5, & x \leq 2 \\ x^2 + ax + k, & x > 2 \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu x = 2 apsisli noktada türevlidir.

Buna göre, a + k + f'(2) değeri kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

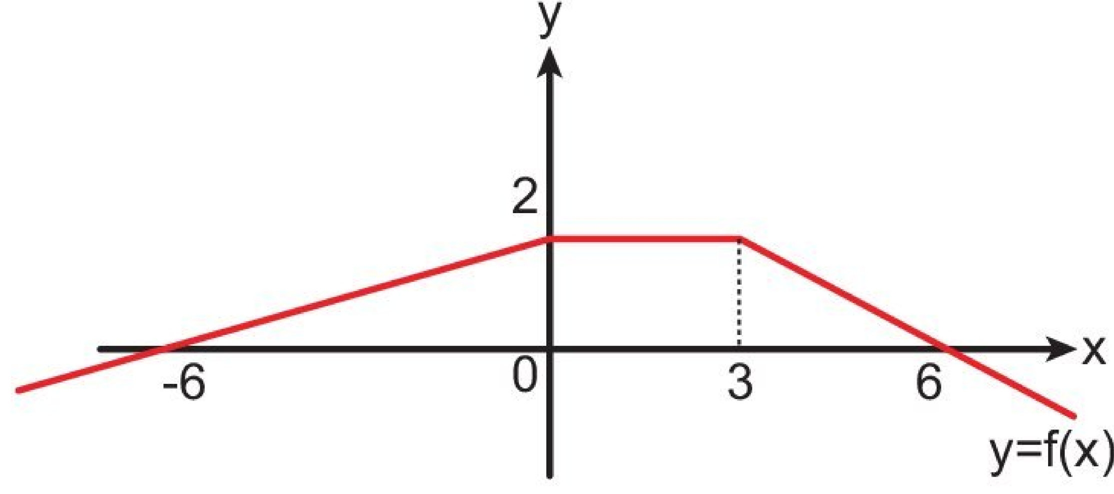
Limit $\begin{cases} 16 - 5 = 4 + 2a + k \\ 2a + k = 7 \end{cases}$

Türev $\begin{cases} 8 = 2x + a \\ \quad\downarrow \\ \quad 2 \end{cases}$

$a = 4$, $k = -1$, $f'(2) = 8$ } Toplam = 11

Cevap B

7. Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $f'(-4) = \frac{1}{3}$ B) $f'(0^-) = \frac{1}{3}$ C) $f'(0^+) = 0$

D) $f'(3^+) = -\frac{2}{3}$ E) $f'(3) = -1$

$f'(3^+) = -\frac{2}{3}$, $f'(3^-) = 0$, $f'(3)$ = yoktur. *Cevap: E*

8. $$\frac{2}{y} - \frac{3}{x} = 4$$

biçiminde tanımlı y = f(x) fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 6 B) 4 C) 2 D) –4 E) –6

$2x - 3y - 4xy = 0$

$2x = 3y + 4xy$

$y = \frac{2x}{3+4x}$

$f'(x) = \frac{2 \cdot (3+4x) - 4 \cdot 2x}{(3+4x)^2}$

$f'(-1) = \frac{-2+8}{1} = 6$

Cevap: A

9. f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x < 1 \\ 2x - 2, & x \geq 1 \end{cases}$$

olduğuna göre, f'(0) + f'(1) + f'(2) toplamı kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

f'(0) için $f(x) = x^2 - 1 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f'(0) = 0$ olur.

f'(1) için $f'(1^-) \rightarrow f(x) = x^2 - 1 \Rightarrow f'(x) = 2x$, $f'(1) = 2$

$f'(1^+) \rightarrow f(x) = 2x - 2 \Rightarrow f'(x) = 2 \Rightarrow f'(1) = 2$

olduğundan f'(1) = 2 bulunur.

f'(2) için $f(x) = 2x - 2 \Rightarrow f'(x) = 2$ ve $f'(2) = 2$ olur.

$f'(0) + f'(1) + f'(2) = 0 + 2 + 2 = 4$ bulunur.

Cevap C

10. $$f(x) = \begin{cases} x^3 + ax + k, & x > 1 \\ x^2 + 8x, & x \leq 1 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

f(x) fonksiyonu x = 1 apsisli noktada türevli olduğuna göre, k kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

$1 + a + k = 1 + 8$ *$3x^2 + a = 2x + 8$*

$a + k = 8$ *$3 + a = 2 + 8$*

$a = 7$

$k = 1$

Cevap D

11. f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 3, & x \geq 2 \\ 2x + b, & x < 2 \end{cases}$$

fonksiyonu her x gerçel sayısı için türevlenebilir olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

$\forall x \in R$ türevlenebilir olması için

i. $\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^-} f(x) = f(2)$ olmalıdır.

$2^2 + 2a + 3 = 4 + b \Rightarrow 2a - b = -3$ olur.

ii. $f'(2^+) = f'(2^-)$ olmalıdır.

$f'(2^+) \rightarrow f'(x) = 2x + a \Rightarrow f'(2) = 4 + a$

$f'(2^-) \rightarrow f'(x) = 2 \Rightarrow f'(2) = 2$ olur.

$4 + a = 2 \Rightarrow a = -2$

$2a - b = -3 \Rightarrow b = -1$

$a + b = -2 - 1 = -3$ bulunur.

Cevap C

12. $$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 - 4}, & x < 1 \\ 4x - 3, & 1 \leq x \leq 2 \\ x^2 + 1, & x > 2 \end{cases}$$

fonksiyonunun türevli olduğu en geniş küme R – A olduğuna göre, A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Kritik noktalara bakılır.

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\frac{1}{3}$, $\lim_{x \to 1^+} f(x) = 1$

olduğundan x = 1 de türev yoktur.

$\lim_{x \to 2^-} f(x) = 5$, $\lim_{x \to 2^+} f(x) = 5$,

f(2) = 5

$f'(2^-) = 4$ ve $f'(2^+) = 4 \Rightarrow f'(2)$ vardır.

Tanımsız olduğu noktalara bakılır.

x < 1 için $x^2 - 4 = 0$

x = 2 veya x = –2

x < 1 için x = –2 de türevden bahsedilemez.

x = {–2, 1} olmak üzere 2 noktada yoktur. *Cevap B*

1.A 2.D 3.A 4.C 5.E 6.B 7.E 8.A 9.C 10.D 11.C 12.B

1. y = f(x) gerçel sayılar kümesi üzerinde türevlenebilir bir fonksiyondur.

$$\frac{f'(x)\cdot x - f(x)}{x^2} = 4x^3 + 3x^2$$

olduğuna göre,

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{x}\right)\Big|_{x=1}$$ **kaçtır?**

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{x}\right) = \frac{f'(x)\cdot x - f'(x)}{x^2} = 4x^2 + 3$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{x}\right)\Big|_{x=1} = 4 + 3 = 7$$

Cevap: C

2. y = f(x) ve y = g(x) pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı türevlenebilir fonksiyonlar

$$\frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{f^2(x)} = x^2 + \frac{1}{x}$$

olduğuna göre,

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(\frac{f}{g}\right)\Big|_{x=2}$$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

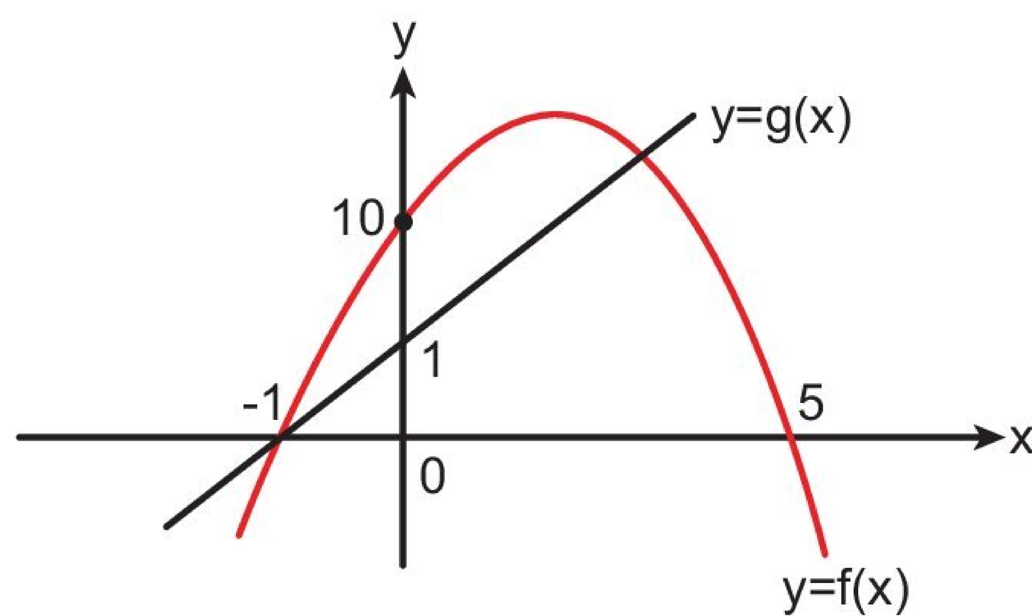
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{15}{4}$ E) 5

$$\frac{d}{dx}\left[\left(\frac{f}{g}\right)(x)\right] = x^2 + \frac{1}{x}$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\left[\left(\frac{f}{g}\right)(x)\right]\Big|_{x=3} = 2x - \frac{1}{x^2}\Big|_{x=2} = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$$

Cevap: D

3. Aşağıda f(x) parabolü ve g(x) doğrusunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)\Big|_{x=3}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

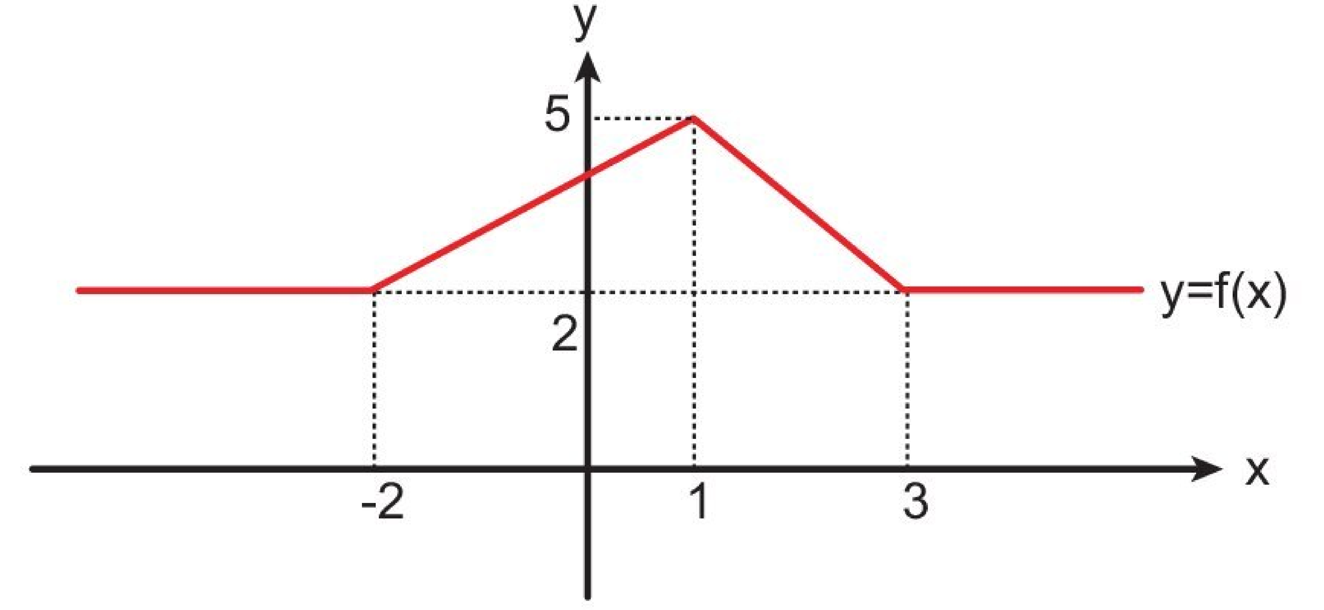
A) 3 B) 2 C) 1 D) –1 E) –2

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{-2(x+1)(x-5)}{(x+1)} = -2x + 10$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = -2$$

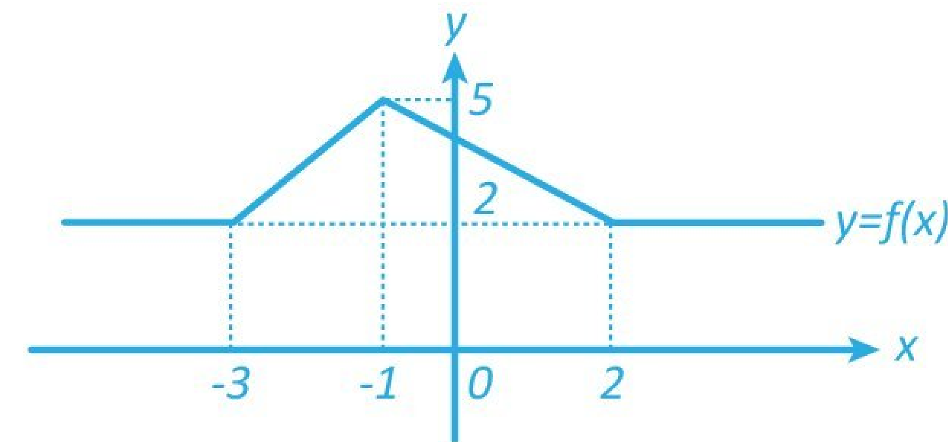
Cevap: E

4. Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, y = f(–x) fonksiyonunun türevsiz olduğu noktaların apsisleri toplamı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

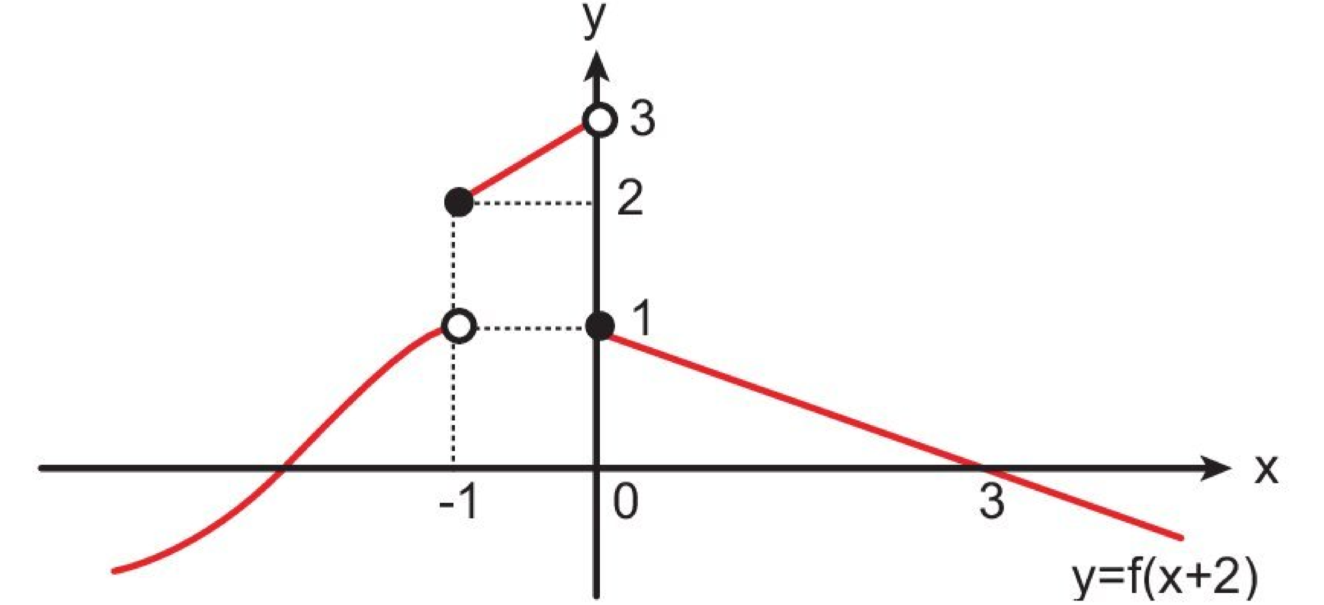


x = –3, x = –1, x = 2 için y = f(x) türevsizdir.

(–3) + (–1) + (2) = –2

Cevap: A

5. Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı y = f(x + 2) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

I. y = f(x) fonksiyonu x = 1 ve x = 2 apsisli noktalarda sürekli değildir.

II. $\lim\limits_{x\to 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = -\frac{1}{3}$

III. $f'(1^+) = 1$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) I, II ve III

y = f(x) fonksiyonuna geçmek için grafik 2 birim sağa kaydırılır.

I. Doğru x = 1 ve x = 2 apsisli noktalarda limitsizdir, süreksizdir.

II. Doğ

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x\to 2^+}\frac{\left(-\frac{1}{3}x+1\right)-\left(-\frac{2}{3}+1\right)}{x-2} = \lim_{x\to 2^{+0}}\frac{-\frac{1}{3}(x-2)}{x-2} = -\frac{1}{3}$$

III. Doğru $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^+}\frac{(x+3)-(4)}{x-1} = 1$ hepsi doğrudur.

Cevap: E

6. $f(x)=\begin{cases} x^3-4x &, x<1 \\ x^4-x^3 &, x\geq 1 \end{cases}$

olduğuna göre, $f''(2)+\frac{d}{dx}(f(2))$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 56 B) 46 C) 36 D) 26 E) 16

$f'(x) = 4x^3 - 3x^2$

$f''(x) = 12x^2 - 6x$

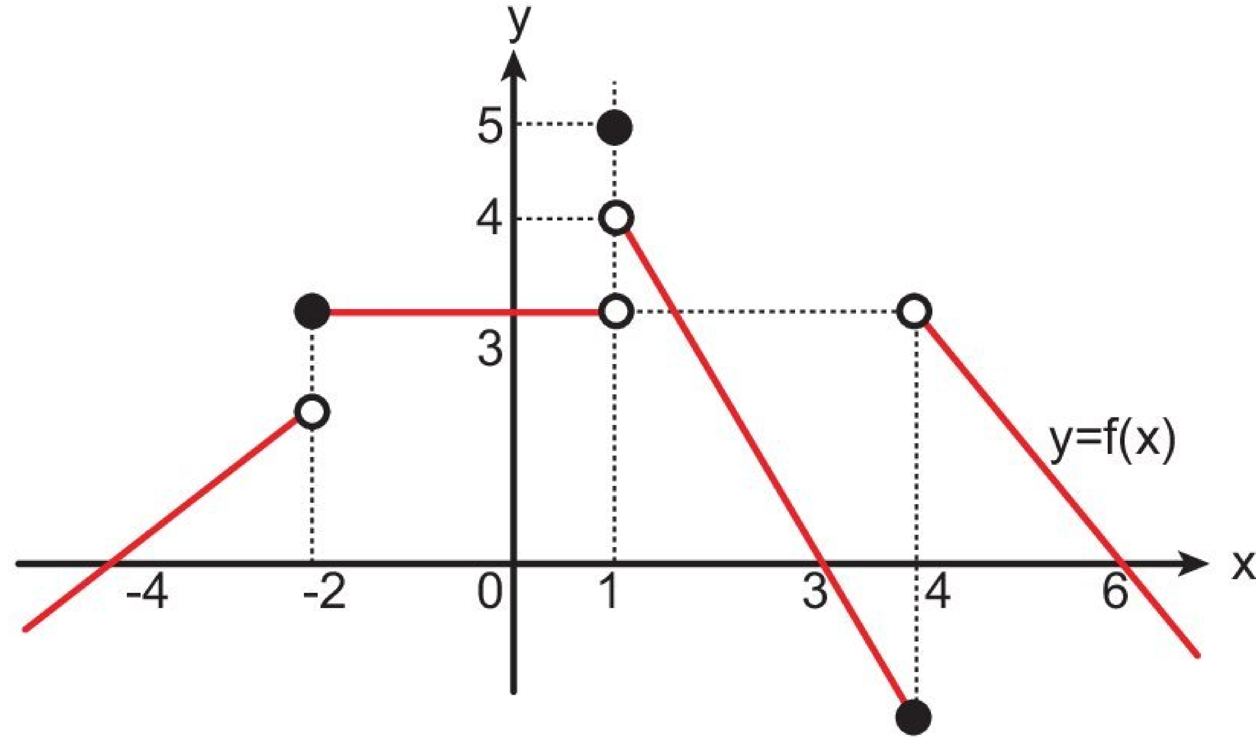
$f''(2) = 48 - 12 = 36$

$\frac{d}{dx}(f(2)) = 0$

Cevap: C

7. Bir fonksiyonun tanımlı olmadığı noktada türevi yoktur.

Aşağıda gerçel sayılar kümesinde tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $f'(-2^-)$ yoktur

B) $f'(-2^+) = 0$

C) $f'(1^+)$ yoktur

D) $f'(4^-) = -2$

E) $f'(4^+) = -\frac{3}{2}$

$f'(4^+) =$ yoktur.

Cevap: E

8. $f(x)=\begin{cases} 2x^3-5x^2+4 &, x<2 \\ ax^3-4x^2+x &, x\geq 2 \end{cases}$

biçiminde tanımlı f(x) fonksiyonu veriliyor.

$f''(1) + f''(3) = 12$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

$f'(x) = 6x^2 - 10x$

$f''(x) = 12x - 10$

$f''(1) = 2$

$f'(x) = 3ax^2 - 8x + 1$

$f''(x) = 6ax - 8$

$f''(3) = 18a - 8$

$2 + 18a - 8 = 12$

$18a = 18$

$\boxed{a = 1}$

Cevap: D

9. $f(x)=\begin{cases} ax-18 &, x<3 \\ nx^2-2ax &, x\geq 3 \end{cases}$

fonksiyonu x = 3 apsisli noktasında sürekli olduğu halde türevli değildir.

Buna göre, n'nin alamayacağı değer kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

SÜREKLİLİK

$3a - 18 = 9n - 6a$

$9a - 18 = 9n$

⇓

TÜREV

$a \neq 2nx - 2a$

$a \neq 6n - 2a$

$3a \neq 6n$

$a \neq 2n$

$a = 2n$ olsa $18n - 18 = 9n$ $n = 2$ olurdu.

$a \neq 2n$ için $n \neq 2$

Cevap: B

10. m, k, r ve p birer tam sayıdır.

$f(x)=\begin{cases} x^3+mx &, x<1 \\ x^2+2x+k &, 1\leq x\leq 2 \\ rx+p &, 2<x \end{cases}$

fonksiyonu her x gerçel sayısı için türevlidir.

Buna göre, f(3) + f(–2) işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$\boxed{x = 1}$

TÜREV	*SÜREKLİLİK*
$3x^2 + m = 2x + 2$ *$3 + m = 4$* *$m = 1$*	*$1 + m = 1 + 2 + k$* *$-1 = k$*

$\boxed{x = 2}$

TÜREV	*SÜREKLİLİK*
$2x + 2 = r$ *$6 = r$*	*$4 + 4 + k = 12 + p$* *$7 = 12 + p$* *$-5 = p$*

$x = 3$, $f(x) = 6x - 5$ için $f(3) = 13$

$x = -2$, $f(x) = x^3 + x$ için $f(-2) = -10$

Sonuç = 13 – 10 = 3

Cevap: C

1.C 2.D 3.E 4.A 5.E 6.C 7.E 8.D 9.B 10.C

BİLEŞKE FONKSİYONUNUN TÜREVİ

f(x) gerçel sayılar kümesi üzerinde türevlenebilir bir fonksiyon ve

$n \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\frac{d}{dx}[f(x)]^n = n \cdot [f(x)]^{n-1} \cdot f'(x) \text{ olur.}$$

Örnek 1

Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x) = (x^2 + 4x)^2$

olduğuna göre, f'(–1) kaçtır?

A) –12 B) –6 C) 6 D) 12 E) 24

$f'(x) = 2(x^2 + 4x) \,.\, (2x + 4)$

$f'(-1) = 2 \,.\, (-3) \,.\, 2 = -12$

Cevap A

Örnek 2

Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x) = (5x - 8)^4$

olduğuna göre, $\frac{d}{dx}$ f(x) ifadesinin x = 1 için değeri kaçtır?

A) –540 B) –500 C) –460 D) 500 E) 540

$f'(x) = 4 \,.\, (5x - 8)^3 \,.\, 5$

$f'(1) = 4 \,.\, (-3)^3 \,.\, 5 = 4 \,.\, (-27) \,.\, 5 = -540$

Cevap A

Örnek 3

$f : \mathbb{R} - \{2, 4\} \to \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{4}{(x-2)^2} - \frac{2}{(x-4)}$$

olduğuna göre, f'(3) kaçtır?

A) –10 B) –8 C) –6 D) 6 E) 8

$f(x) = 4(x - 2)^{-2} - 2(x - 4)^{-1}$

$f'(x) = -8(x - 2)^{-3} + 2\,(x - 4)^{-2}$

$f'(3) = -8 + 2 = -6$

Cevap: C

Örnek 4

Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 13}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\lim\limits_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

$f'(x) = \frac{2x + 2}{2\sqrt{x^2 + 2x + 13}}$

$f'(1) = \frac{4}{2 \cdot 4} = \frac{1}{2}$

Cevap: B

Örnek 5

Pozitif gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x) = \sqrt{x + 3 + \sqrt{x}}$

olduğuna göre,

$\lim\limits_{x \to 4} \frac{f(x) - f(4)}{4 - x}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{5}{48}$ B) $-\frac{5}{24}$ C) $-\frac{5}{12}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{5}{24}$

$f'(x) = \frac{1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}}{2\sqrt{x + 3 + \sqrt{x}}}$

$f'(4) = \frac{1 + \frac{1}{4}}{2 \cdot 3} = \frac{5}{4 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{5}{24}$

$-f'(4) = -\frac{5}{24}$

Cevap: B

Örnek 6

Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x) = \sqrt[3]{3x - 13}$

olduğuna göre, f'(7) değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{20}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{4}$

$f'(x) = \frac{1}{3} \,.\, (3x - 13)^{-\frac{2}{3}} \,.\, 3$

$f'(7) = \frac{1}{3} \,.\, (21 - 13)^{-\frac{2}{3}} \,.\, 3 = \frac{1}{3} \,.\, \frac{1}{4} \,.\, 3 = \frac{1}{4}$

Cevap E



MUTLAK DEĞERLİ FONKSİYONUN TÜREVİ

Mutlak değer içindeki bir fonksiyonun türevi alınırken, türevi alınacak olan noktada;

- fonksiyon pozitif ise fonksiyonun kendisinin
- fonksiyon negatif ise fonksiyonun zıt işaretlisinin türevi alınır.

Örnek 7

Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x) = |x^2 - 5x| + 2x + 3$

olduğuna göre, $f'(1) + f'(6)$ toplamı kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

$f'(1)$ için $f(x) = -x^2 + 5x + 2x + 3$

$f(x) = -x^2 + 7x + 3 \Rightarrow f'(x) = -2x + 7$

$f'(1) = 5$ olur.

$f'(6)$ için $f(x) = x^2 - 5x + 2x + 3$

$f(x) = x^2 - 3x + 3 \Rightarrow f'(x) = 2x - 3$

$f'(6) = 9$ olur.

$f'(1) + f'(6) = 5 + 9 = 14$ bulunur.

Cevap E

Örnek 8

Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x) = 2x^3 \cdot |x^2 - 9|$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(2)$ kaçtır?

A) 208 B) 184 C) 126 D) 94 E) 56

$f(x) = 2x^3 \cdot (9 - x^2) = 18x^3 - 2x^5$

$f'(x) = 54x^2 - 10x^4$

$f'(2) = 216 - 160 = 56$

Cevap E

Örnek 9

Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x) = 2x^2 \cdot |x - 5|$

fonksiyonunun x = 5 apsisli noktasındaki soldan türevi kaçtır?

A) –50 B) –40 C) –30 D) 40 E) 50

$f(x) = 2x^2 \cdot (5 - x) = 10x^2 - 2x^3$

$f'(x) = 20x - 6x^2$

$f'(5^-) = 100 - 150 = -50$

Cevap A

Örnek 10

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = |x^2 - x^3| + x^4$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre, $f''(2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 50 B) 52 C) 54 D) 56 E) 58

x = 2 noktasında $f(x) = x^3 - x^2 + x^4$

$f'(x) = 3x^2 - 2x + 4x^3$, $f''(x) = 6x - 2 + 12x^2$

$f''(2) = 12 - 2 + 48 = 58$

Cevap: E

- f(x) sürekli bir fonksiyon olmak üzere, |f(x)| içeren fonksiyonların f(x) = 0 denklemini sağlayan x değerlerinde türevli olabilmesi için bu noktalarda sağ ve sol türevlerinin birbirine eşit olması gerekir.

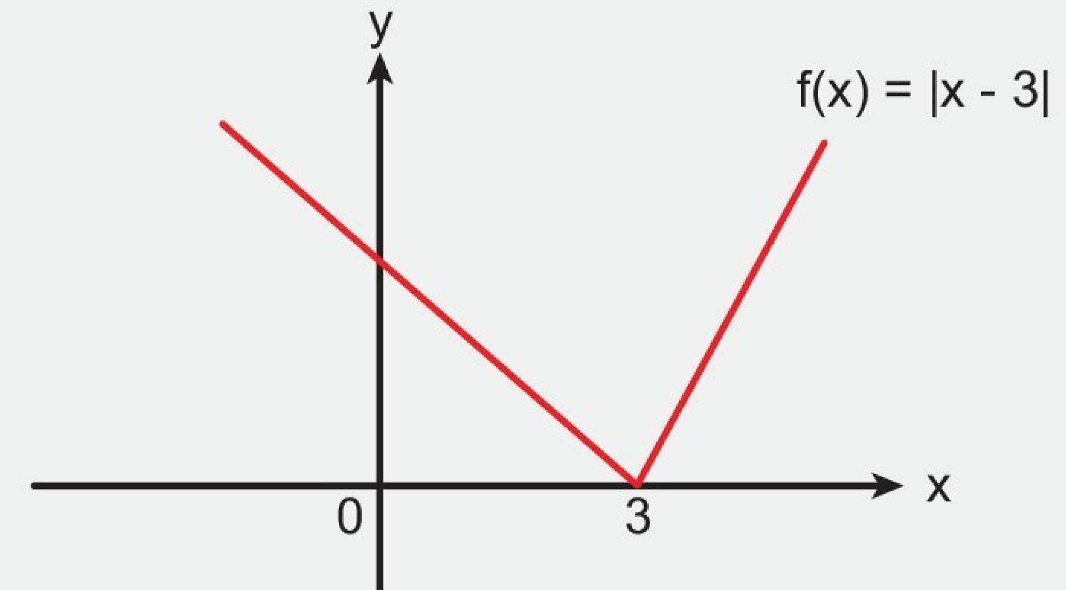
Not

$n \in \mathbb{N}^+$ ve $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $f(x) = |(x - a)^n|$ fonksiyonu x = a apsisli noktada

- Sadece n = 1 için türevsizdir.
- n = 2, 3, 4, ... için $f'(x)$ vardır ve $f'(x) = 0$ dır.

Örnek 11

Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f(x) = |x – 3| fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $f'(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 3 \\ -1, & x < 3 \end{cases}$

B) $f'(x) = \begin{cases} -1, & x \geq 3 \\ 1, & x < 3 \end{cases}$

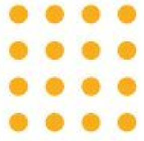
C) $f'(x) = \begin{cases} 1, & x > 3 \\ -1, & x < 3 \end{cases}$

D) $f'(x) = \begin{cases} 1, & x > 3 \\ 0, & x = 3 \\ -1, & x < 3 \end{cases}$

E) $f'(x) = \begin{cases} -1, & x > 3 \\ 1, & x < 3 \end{cases}$

$f(x) = \begin{cases} x - 3, & x \geq 3 \\ 3 - x, & x < 3 \end{cases}$ olmak üzere x = 3 apsisli noktada $f'(x)$ yoktur.

Cevap: C



Örnek 12

Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x) = |x^3 - 5x|$

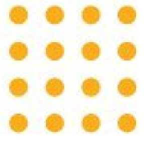
fonksiyonu kaç farklı x değeri için türevsizdir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$f(x) = \left|x(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})\right|$

$\downarrow$ 0, $\downarrow$ $\sqrt{5}$, $\downarrow$ $-\sqrt{5}$ olmak üzere

3 farklı x değeri için türevsizdir. *Cevap C*



Örnek 13

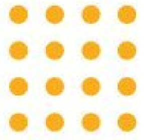
$f(x) = \dfrac{5}{x-7} + |x-8|$

fonksiyonunun türevli olduğu en geniş aralık $\mathbb{R}$ – A olduğuna göre, A kümesinin elemanlarının toplamı kaçtır?

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

x = 7 ve x = 8

8 + 7 = 15 *Cevap B*



Örnek 14

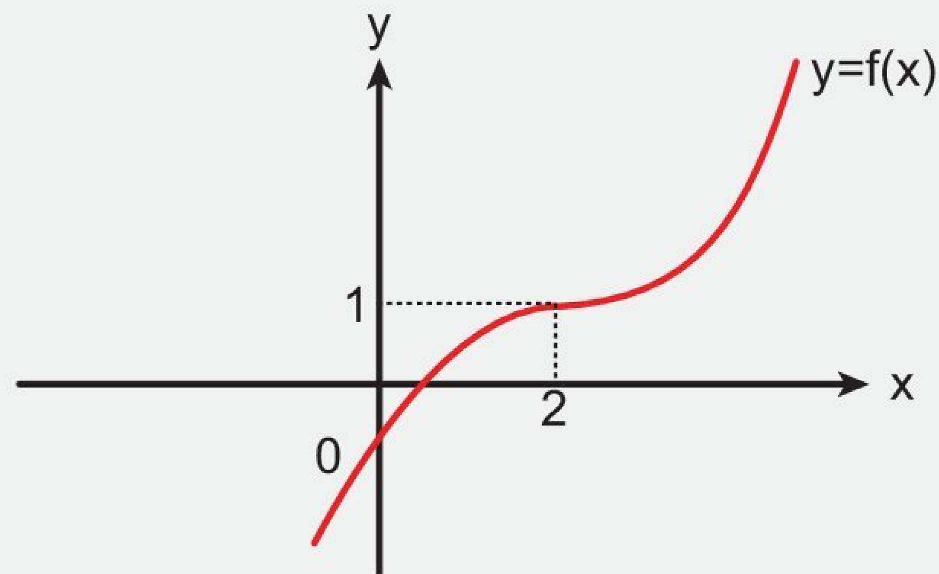
Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x) = (x-2) . |x-2| + 1$

fonksiyonunun türevini ve grafiğini inceleyen Orhan sırasıyla aşağıdaki işlemleri yapmıştır.

I. $f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 + 1 &, x \geq 2 \\ -(x-2)^2 + 1 &, x < 2 \end{cases}$

II.



III. $\lim_{x \to 2} f(x) = f(2) = 1$ olduğu için x = 2 apsisli noktada f(x) süreklidir.

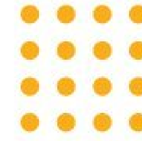
IV. $f'(2^+) = f'(2^-)$ olduğu için x = 2 apsisli noktada f(x) türevlidir.

V. $f'(2) = 1$

Buna göre, Orhan ilk hatasını hangi adımda yapmıştır?

A) I B) II C) III D) IV E) V

Beşinci adımda yapmıştır. $f'(2) = 0$ dır. *Cevap: E*



Örnek 15

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = |x-1| . (x-1)^3$

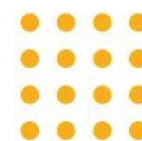
fonksiyonu veriliyor. Buna göre, $f'(1) + f'(0)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

$x \geq 1$ için $f(x) = (x-1)^4 \Rightarrow f'(x) = 4(x-1)^3 \Rightarrow f'(1^+) = 0$

$x < 1$ için $f(x) = -(x-1)^4 \Rightarrow f'(x) = -4(x-1)^3 \Rightarrow f'(1^-) = 0$

$\Rightarrow f'(1) = 0$ ve $f'(0) = 4$, Sonuç = 0 + 4 = 4 *Cevap: A*



Örnek 16

f, gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı olmak üzere,

I. $f(x) = (x-3) \cdot |x-3|$

II. $f(x) = |(x-3)^3|$

III. $f(x) = |x^2 - 6x + 9|$

IV. $f(x) = |x^2 + x + 1|$

V. $f(x) = |x^2 - 10x + 21|$

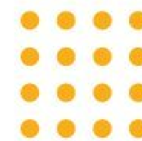
fonksiyonlarından kaç tanesinin x = 3 apsisli noktadaki türevinin değeri 0 dır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

İlk 3 tanesi için $f'(3) = 0$ dır, IV) $f'(3) = 7$ dir.

V) $f'(3)$ = yoktur.

Cevap C



Örnek 17

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = ||2x-4| - 6|$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre, f(x) in türevsiz olduğu noktaların apsislerinin çarpımı kaçtır?

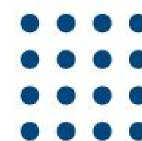
A) 15 B) 10 C) 5 D) –5 E) –10

$|2x-4| \Rightarrow x = 2$ için türevsiz.

$x > 2$; $f(x) = |2x-10| \Rightarrow x = 5$ için türevsiz

$x < 2$; $f(x) = |-2x-2| \Rightarrow x = -1$ için türevsiz

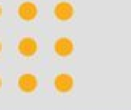
Apsisler çarpımı = 2 . 5 . (–1) = –10 *Cevap: E*



Not

$a \neq 0$, a, b ve c birer gerçel sayı olmak üzere, gerçel sayılar kümesinde tanımlı olan $f(x) = |ax^2 + bx + c|$ fonksiyonu

- $\Delta \leq 0$ için gerçel sayılar kümesinde türevlidir.
- $\Delta > 0$ için iki farklı noktada türevsizdir.



Örnek 18

Gerçel sayılar kümesi üzerinde türevli

$f(x) = |x^2 - mx + 4|$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre, m tam sayısı kaç farklı değer alabilir?

A) 9 B) 7 C) 5 D) 3 E) 1

$\Delta = m^2 - 4 . 1 . 4 \leq 0$

$(m - 4)(m + 4) \leq 0$

m		-4		4	
f(m)	+		-		+

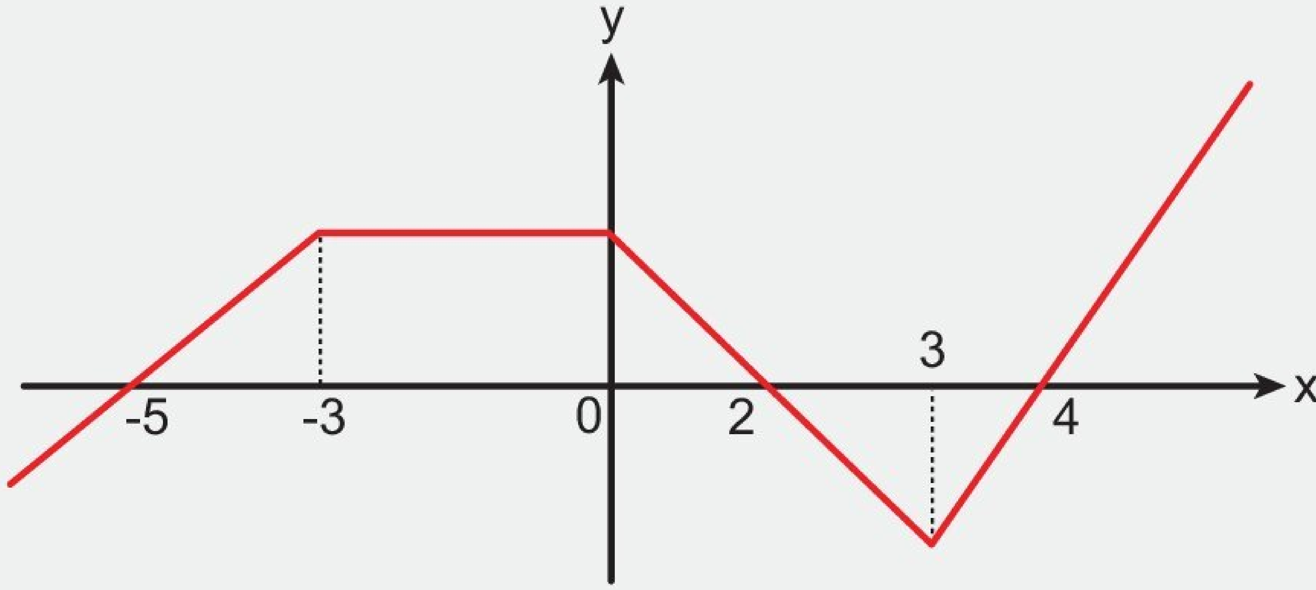
$-4 \leq m \leq 4 \Rightarrow$ m dokuz farklı tam sayı değeri alabilir. *Cevap: A*

Örnek 19

y = f(x) fonksiyonunun grafiğinden y = |f(x)| fonksiyonunun grafiğine geçilirken:

Fonksiyonun Ox ekseninin altında kalan kısmının Ox eksenine göre simetriği yukarı çizildikten sonra fonksiyonun Ox ekseninin altında kalan kısmı silinir. Üstünde kalan kısmı ise aynen kalır.

Aşağıda gerçel sayılarda sürekli y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, y = |f(x)| fonksiyonunun türevsiz olduğu kaç farklı nokta vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

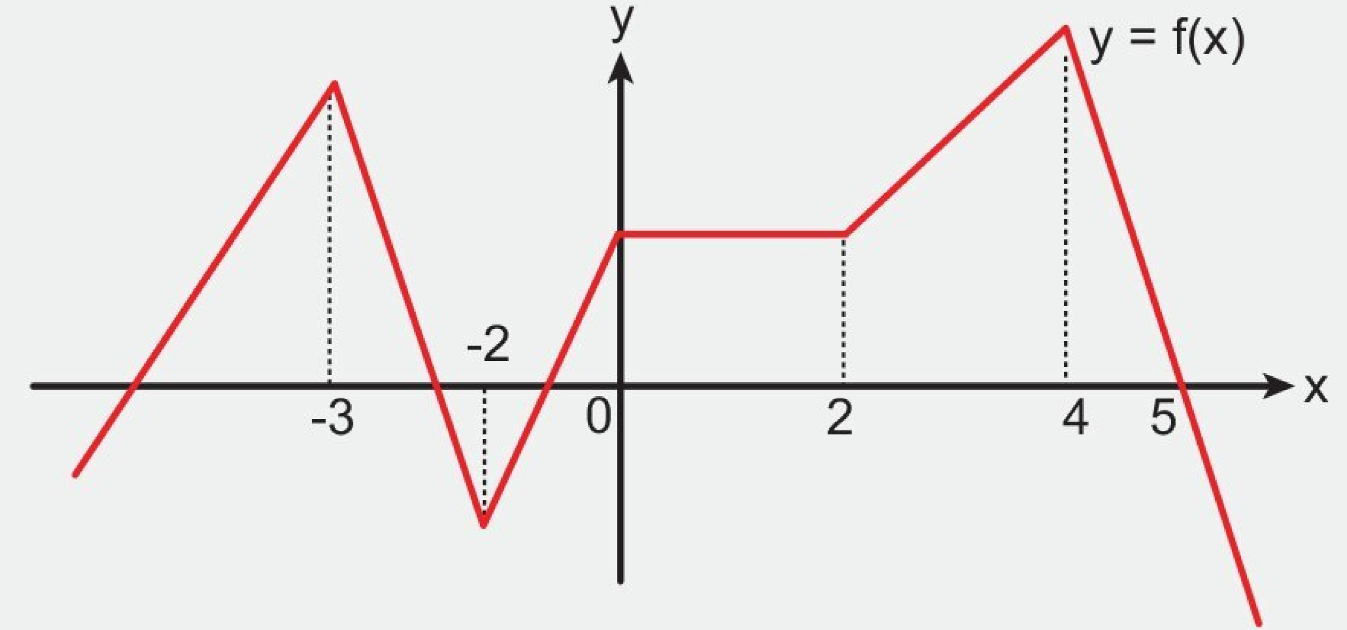
x = {–5, –3, 0, 2, 3, 4} olmak üzere 6 nokta vardır. *Cevap: D*

Örnek 20

y = f(x) fonksiyonunun grafiğinden y = f(|x|) fonksiyonunun grafiğine geçilirken:

Oy ekseninin sol tarafı silinir, sağ tarafı kalır. Sağ tarafın Oy eksenine göre simetriği sola çizilir.

Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde sürekli olan y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, y = f(|x|) fonksiyonunun türevsiz olduğu noktaların apsisleri çarpımı kaçtır?

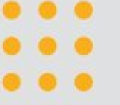
A) 0 B) 16 C) 32 D) 48 E) 64

x = {–4, –2, 2, 4} apsisli noktalarda türevsizdir.

(–4) . (–2) . (–2) . (4) = 64 *Cevap: E*

Örnek Cevapları

1.A	2.A	3.C	4.B	5.B	6.E	7.E	8.E	9.A	10.E
11.C	12.C	13.B	14.E	15.A	16.C	17.E	18.A	19.D	20.E



1. Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x) = (4x^2 - 7x)^3$

olduğuna göre, f'(2) kaçtır?

A) 104 B) 106 C) 108 D) 110 E) 112

$f'(x) = 3 . (4x^2 - 7x)^2 . (8x - 7)$

$f'(2) = 3 . 4 . 9 = 12 . 9 = 108$

Cevap C

2. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 5x + 33)^4}$

olduğuna göre, f'(2) kaçtır?

A) 5 B) 4 C) –4 D) –5 E) –6

$f(x) = (x^2 - 5x + 33)^{\frac{4}{3}}$

$f'(x) = \frac{4}{3}(x^2 - 5x + 33)^{\frac{1}{3}} . (2x - 5)$

$f'(2) = \frac{4}{3} . 3 . (-1) = -4$

Cevap C

3. $f : \mathbb{R} - (-3, 3) \to \mathbb{R}$

$f(x) = \sqrt[4]{x^2 - 9}$

olduğuna göre, f'(5) kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{16}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{5}{16}$ E) $\frac{3}{8}$

$f'(x) = \frac{1}{4} . (x^2 - 9)^{-\frac{3}{4}} . 2x$

$f'(5) = \frac{1}{4} . \frac{1}{8} . 10 = \frac{5}{16}$

Cevap D

4. Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x) = |x - 2| + |x + 3|$

olduğuna göre, f'(1) + f'(3) toplamı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 10 E) 12

f'(1) için $f(x) = -x + 2 + x + 3 \Rightarrow f(x) = 5$ olur.

$f'(x) = 0 \Rightarrow f'(1) = 0$ olur.

f'(3) için $f(x) = x - 2 + x + 3 \Rightarrow f(x) = 2x + 1$ olur.

$f'(x) = 2 \Rightarrow f'(3) = 2$ olur. $f'(1) + f'(3) = 0 + 2 = 2$ bulunur.

Cevap A

5. Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x) = |x^2 - 64|$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(8^+) + f'(-8^+)$ toplamı kaçtır?

A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

$x = 8^+$ için $f(x) = x^2 - 64$ | $x = -8^+$ için $f(x) = -x^2 + 64$

$f'(x) = 2x$ | $f'(x) = -2x$

$f'(8^+) = 16$ | $f'(-8^+) = 16$

Toplam = 16 + 16 = 32

Cevap D

6. Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x) = \frac{2x + 3}{x^2 - 4x + k}$

fonksiyonu $\forall x \in \mathbb{R}$ için türevlidir.

Buna göre, k tam sayısı en az kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

$16 - 4 \cdot k < 0$

$16 < 4k$

$4 < k \Rightarrow \boxed{k = 5}$

Cevap: B

7. $f(x) = |x^2 - 6x + 9| + 2x - 1$

olduğuna göre, f'(3) kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 12

$f(x) = |(x-3)^2| + 2x - 1$

$f(x) = (x-3)^2 + 2x - 1 \Rightarrow f'(x) = 2 \cdot (x-3) + 2$

$f'(3) = 2$ olur. *Cevap B*

8. Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x) = |x^3 - 25x|$

fonksiyonunun x = 5 apsisli noktasındaki soldan türevi kaçtır?

A) 50 B) 40 C) –30 D) –40 E) –50

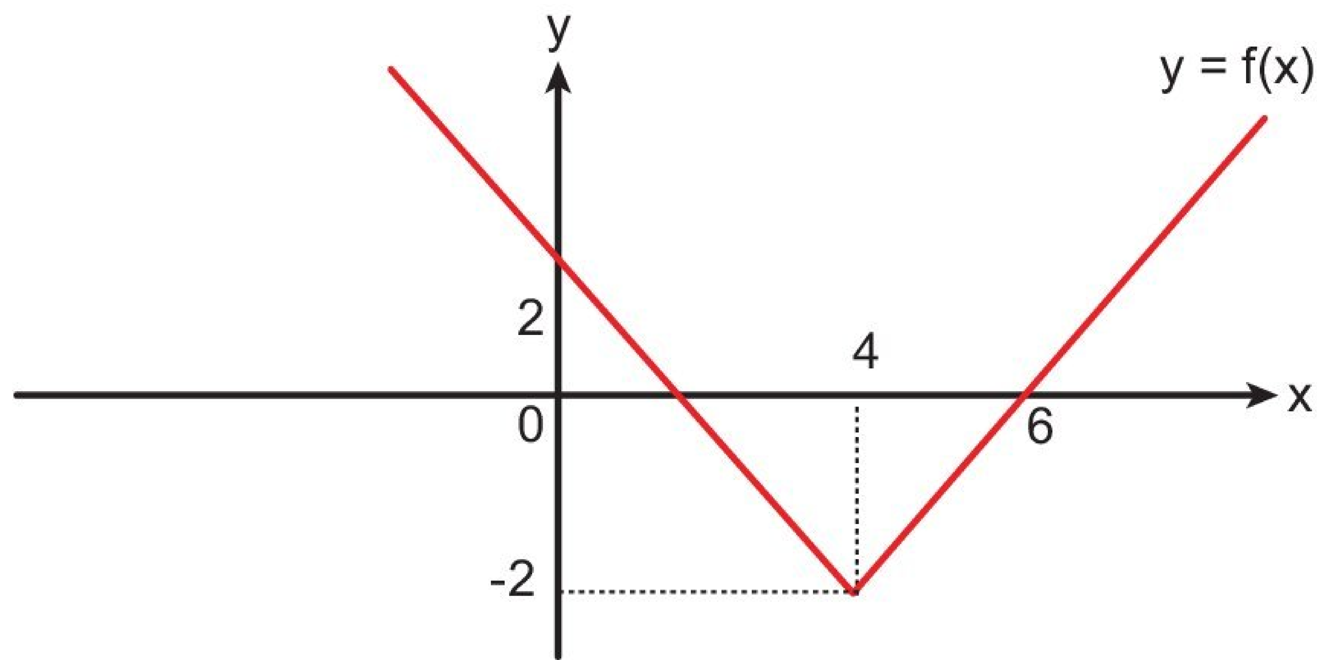
$f(x) = -(x^3 - 25x)$

$f'(x) = -(3x^2 - 25)$

$f'(5^-) = -50$

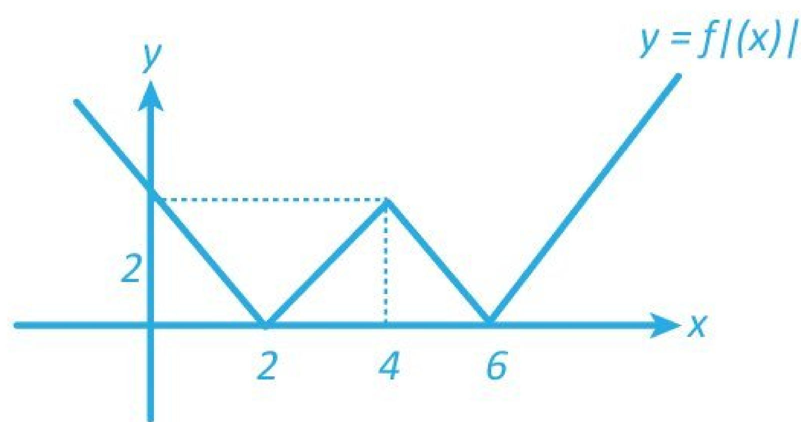
Cevap E

9. Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, y = |f(x)| fonksiyonunun türevsiz olduğu noktaların apsisleri toplamı kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12



x = 2, x = 4 ve x = 6 apsisli noktalarda türevsizdir.

2 + 4 + 6 = 12 *Cevap: E*

10. $f(x) = |x^3 - 10x^2 + 25x|$

fonksiyonu kaç farklı x tam sayı değeri için <u>türevsizdir</u>?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$f(x) = |x \cdot (x-5)^2| = (x-5)^2 \cdot |x|$

↓ 0

Sadece x = 0 için türevsizdir. *Cevap A*

11. f, pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir fonksiyondur.

$f(x) = (x - 6\sqrt{x} + 9)^3$

olduğuna göre,

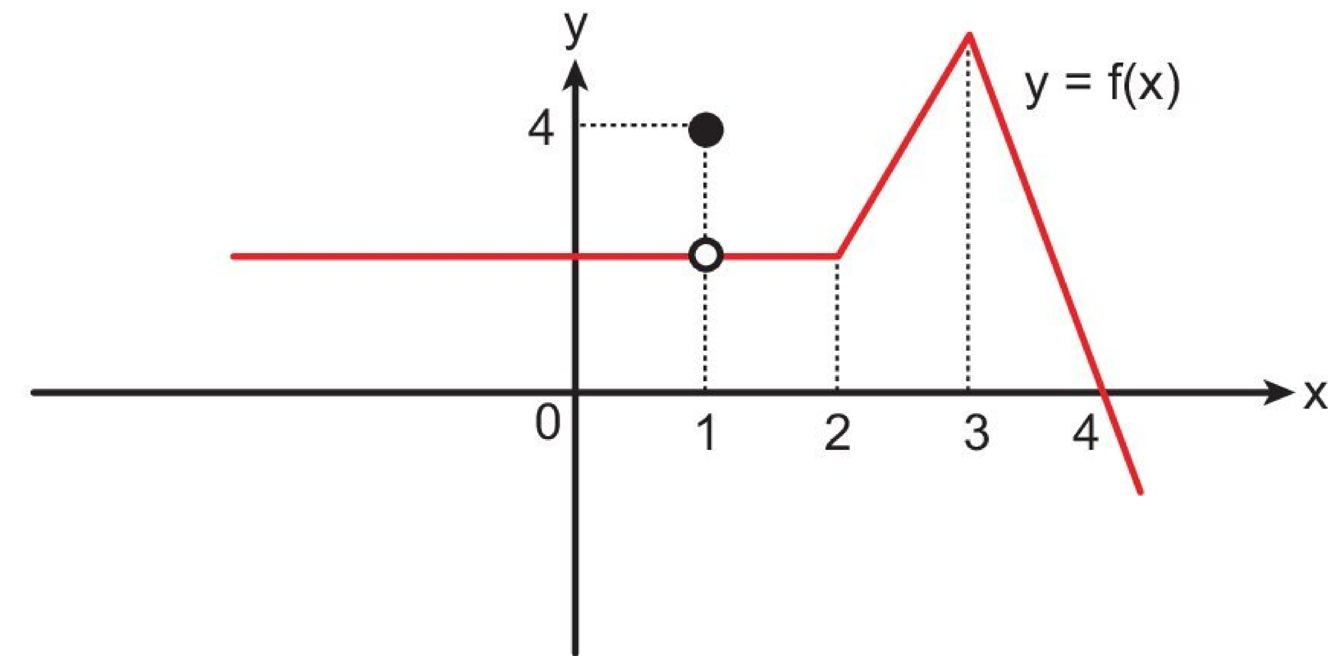
5 . f'(25) kaçtır?

A) 72 B) 78 C) 84 D) 90 E) 96

$f(x) = (\sqrt{x} - 3)^6,\ f'(x) = 6 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (\sqrt{x} - 3)^5,\ f'(25) = \frac{96}{5} \rightarrow 5 \cdot f'(25) = 96$

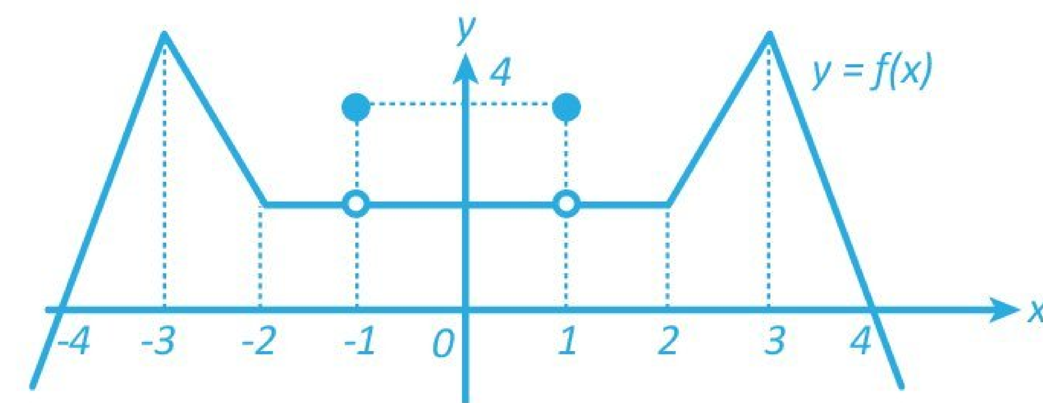
Cevap: E

12. Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, y = f(|x|) fonksiyonunun türevsiz olduğu noktaların apsisleri çarpımı kaçtır?

A) 36 B) 18 C) 6 D) –18 E) –36



x = {3, 2, 1, –1, – 2, –3} apsisli noktalarda türevsizdir.

Çarpımı = 3 . 2 . 1 . (–1)(–2)(–3) = –36 *Cevap: E*

1.C 2.C 3.D 4.A 5.D 6.B 7.B 8.E 9.E 10.A 11.E 12.E

1. f, pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir fonksiyondur.

$$f(x)=\sqrt{2+x+\sqrt{2x+1}}$$

olduğuna göre,

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(4+h)-f(4)}{h}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{5}{9}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{1}{3}$

$f'(x)=\dfrac{1+\dfrac{2}{2\sqrt{2x+1}}}{2\sqrt{2+x+\sqrt{2x+1}}}$

$f'(4)=\dfrac{1+\frac{1}{3}}{2\cdot 3}=\dfrac{4}{3\cdot 2\cdot 3}=\dfrac{2}{9}$

Cevap: D

2. Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x)=|x^2+(a-2)x+9|$

fonksiyonu $\forall x\in R$ için türevlidir.

Buna göre, a'nın içinde bulunduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) [–10, 2] B) [–8, 4] C) (–8, 8) D) [–4, 8] E) (–4, 10)

$(a-2)^2-4\cdot 9\le 0$

$(a-2)^2\le 36$

$-6\le a-2\le 6$

$-4\le a\le 8$

Cevap: D

3. Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$h(x)=|(x-1)(x+m)|$

fonksiyonu veriliyor.

I. $m=-1$ için $h'(1)=0$

II. $m=2$ için $h'(1)=0$

III. $m=3$ için $h'(0)=5$ tir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

I) $h(x)=(x-1)^2 \Rightarrow h'(1)=0 \Rightarrow$ I Doğru

II) $h(x)=|(x-1)(x+2)| \Rightarrow h'(1)=$ yok

III) $h(x)=|(x-1)(x+3)|=-(x^2+2x-3)$

$h(x)=-x^2-2x+3$

$h'(x)=-2x-2$

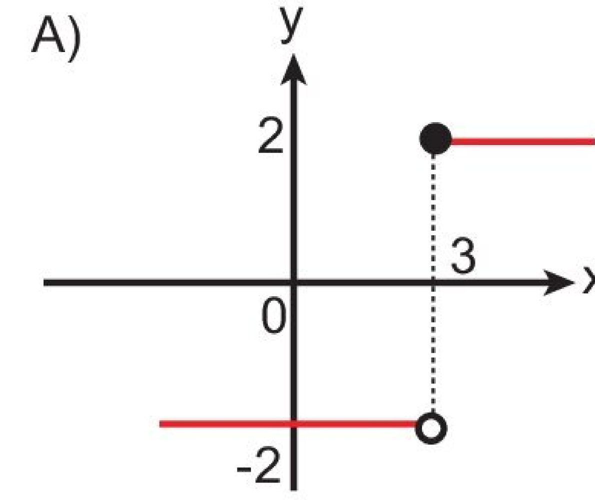
$h'(0)=-2$ Yanlış

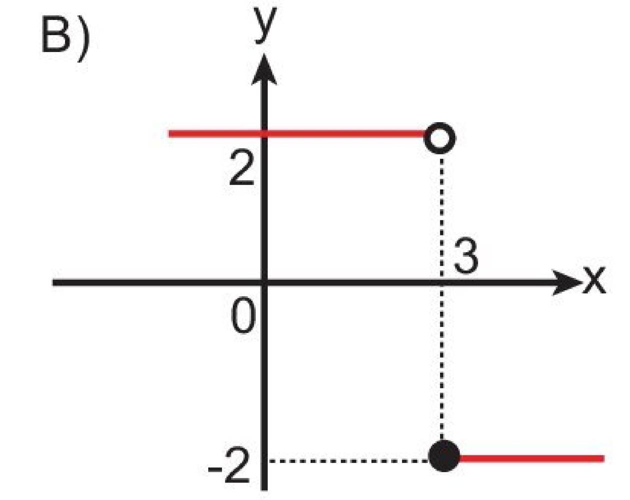
Cevap: A

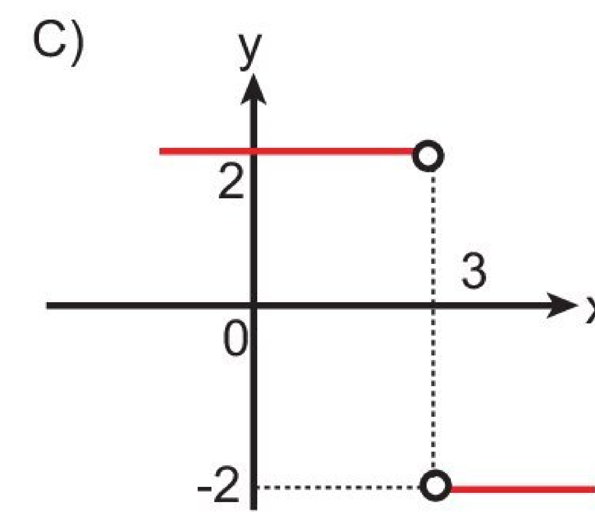
4. Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

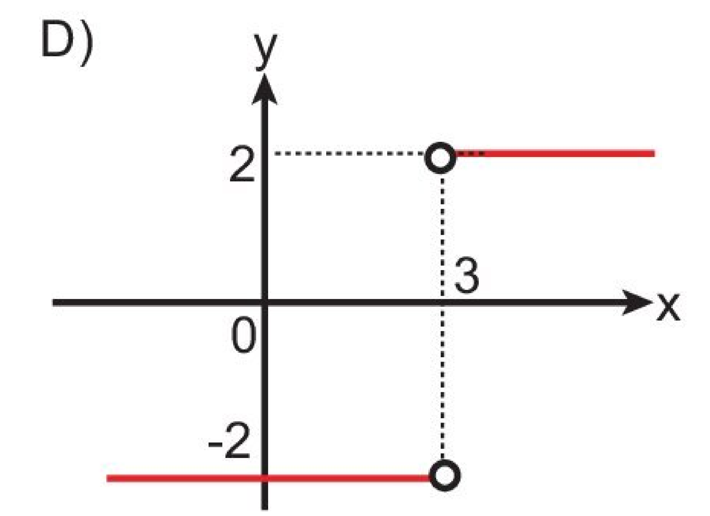
$f(x)=|6-2x|$

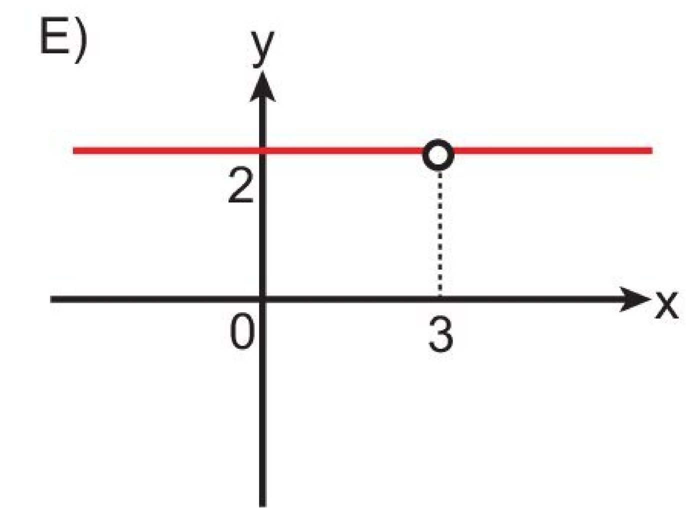
fonksiyonu veriliyor. Buna göre, $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

A)


B)


C)


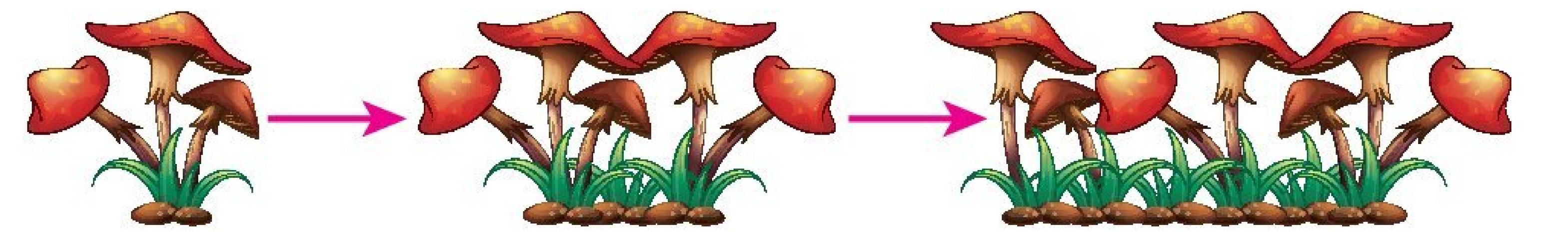
D)


E)


$f=\begin{cases}2x-6, & x\ge 3\\ 6-2x, & x<3\end{cases}$ $f'(x)=\begin{cases}2 & x>3\\ \text{yoktur} & x=3\\ -2 & x<3\end{cases}$

Cevap: D

5.



Yağmur sonrası t. günde uygun bir ortamda oluşan mantar sayısı yaklaşık olarak

$N(t)=\sqrt{t-2}\cdot(2t-4)^3 \quad (2<t\le 5)$

biçiminde modellenmiştir.

Buna göre, yağmurdan sonraki 3. günde mantar sayısının artış hızı kaçtır?

A) 28 B) 25 C) 24 D) 20 E) 18

$N'(t)=\dfrac{1}{2\sqrt{t-2}}(2t-4)^3+\sqrt{t-2}\,.3(2t-4)^2.2$

$N'(3)=\frac{1}{2}.8+1.3.4.2=28$

Cevap A

6. Tanım kümesi $(1, \infty)$ olan

$$f(x) = \sqrt{x-1}\cdot\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x^2+1}$$

fonksiyonu veriliyor.

$$h(x) = f(x)\cdot f'(x)$$

olduğuna göre, h'(2) değeri kaçtır?

A) 32 B) 24 C) 16 D) 12 E) 8

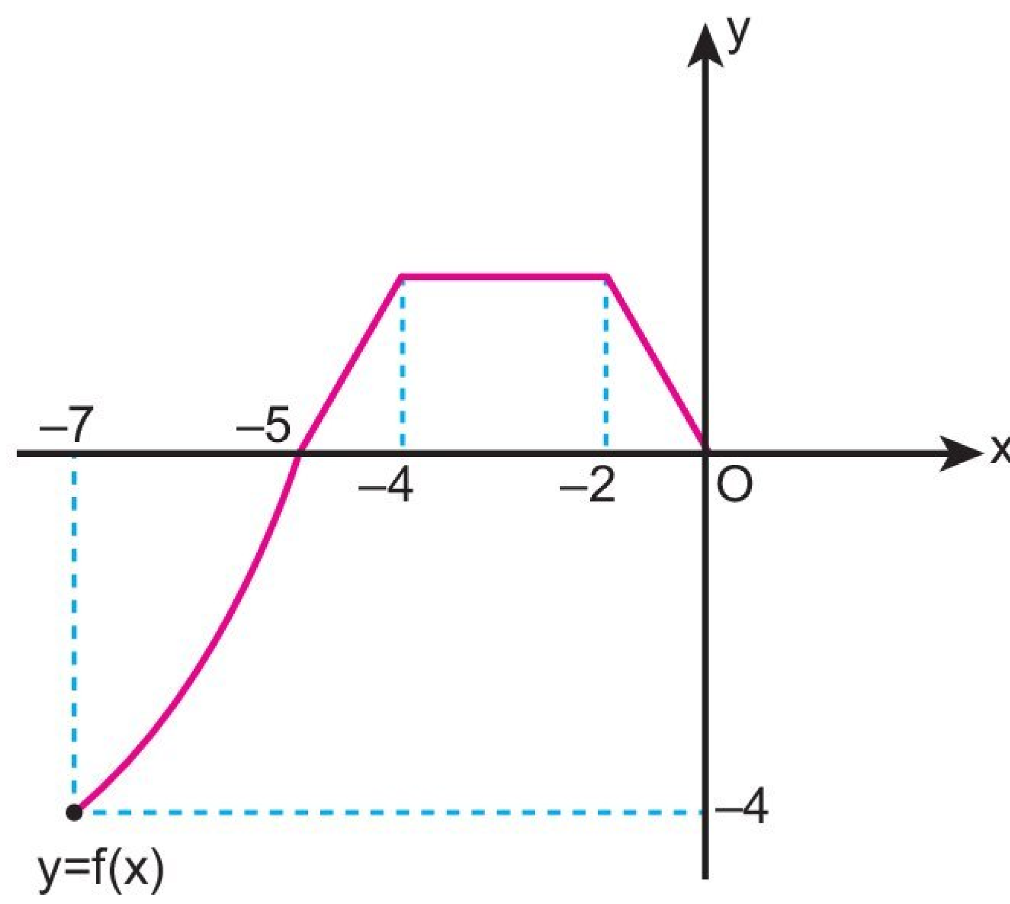
$f(x) = \sqrt{x^4-1}$

$h(x) = \sqrt{x^4-1}\cdot\dfrac{4x^3}{2\sqrt{x^4-1}} = 2x^3$

$h'(x) = 6x^2 \Rightarrow h'(2) = 24$

Cevap B

7.



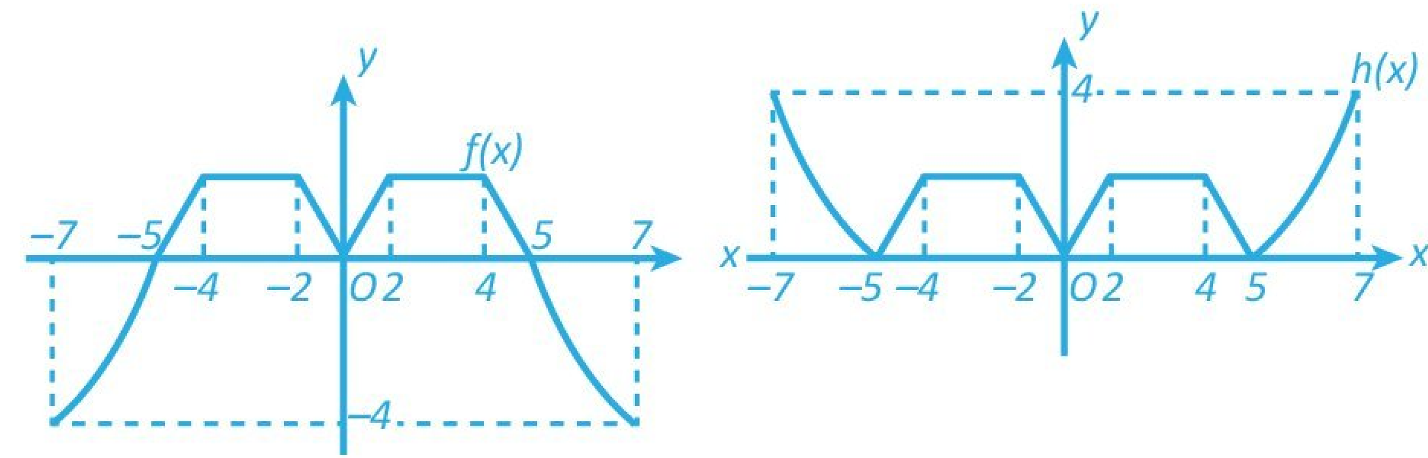
Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiğinin bir bölümü çizilmiştir. f(x) fonksiyonu ile ilgili olarak aşağıdakiler bilinmektedir.

- f çift fonksiyondur.
- [–7, 7] aralığında tanımlıdır.

h(x) = |f(x)| fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre, h(x) fonksiyonunun (–7, 7) açık aralığında türevli olmadığı kaç farklı nokta vardır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



h(x) fonksiyonu apsisi: {–5, –4, –2, 0, 2, 4, 5} olmak üzere 7 farklı noktada türevsizdir.

Cevap D

8. Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

f(x) = |x – 3| + 4

fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) f'(–2) = –1 B) f'(2) = –1 C) f'(5) = 1

D) f'(3) = 4 E) f'(3) yoktur

D seçeneği yanlıştır. f'(3) yoktur.

Cevap D

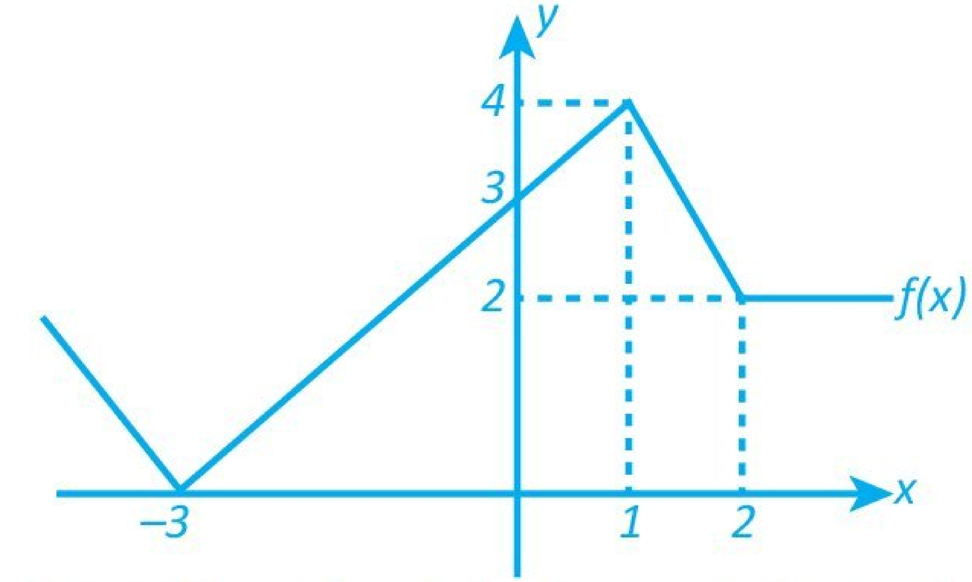
9.

$$f(x) = \begin{cases} |x+3| &, x \le 1 \\ -2x+6 &, 1 < x < 2 \\ 2 &, x \ge 2 \end{cases}$$

fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre, f(x) in türevsiz olduğu noktaların apsisleri toplamı kaçtır?

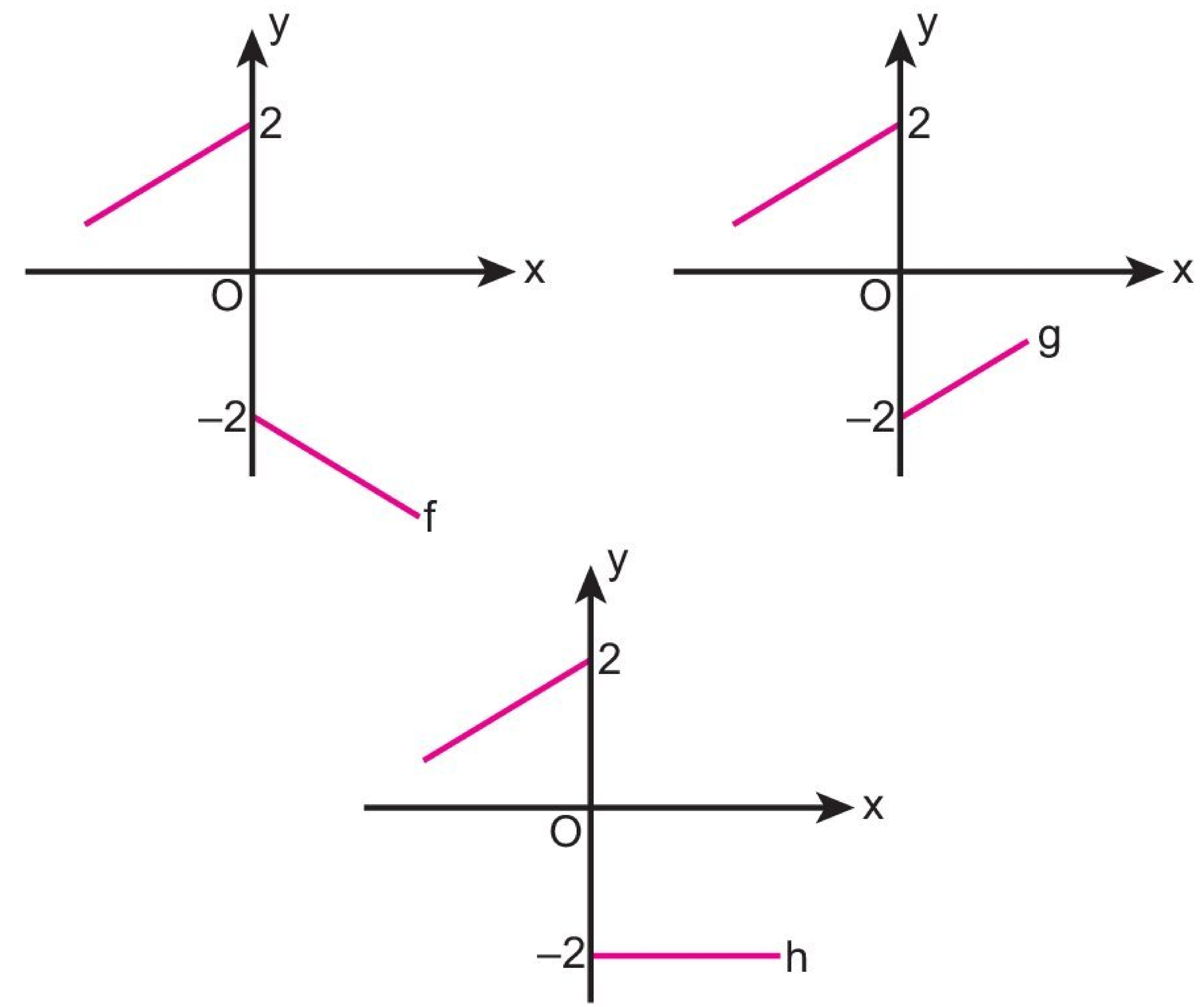
A) –3 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3



f(x) fonksiyonu {–3, 1, 2} apsisli noktalarda türevsizdir. Apsisler toplamı sıfıra eşittir.

Cevap B

10.



Şekilde f, g ve h fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre,

I. |f(x)|

II. |g(x)|

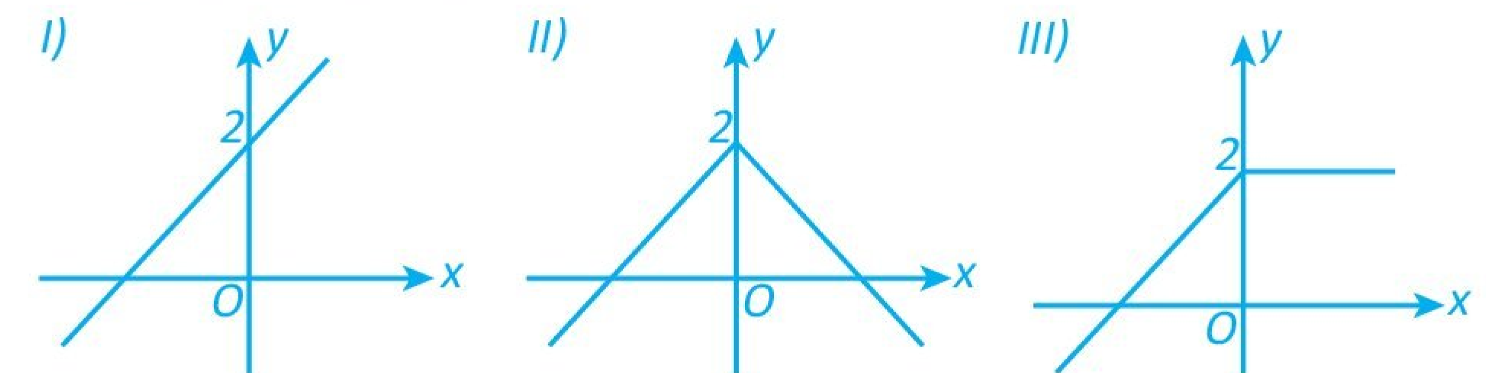
III. |h(x)|

fonksiyonlarından hangileri x = 0 apsisli noktada türevli olabilir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) II ve III

Yalnız I türevli olabilir.

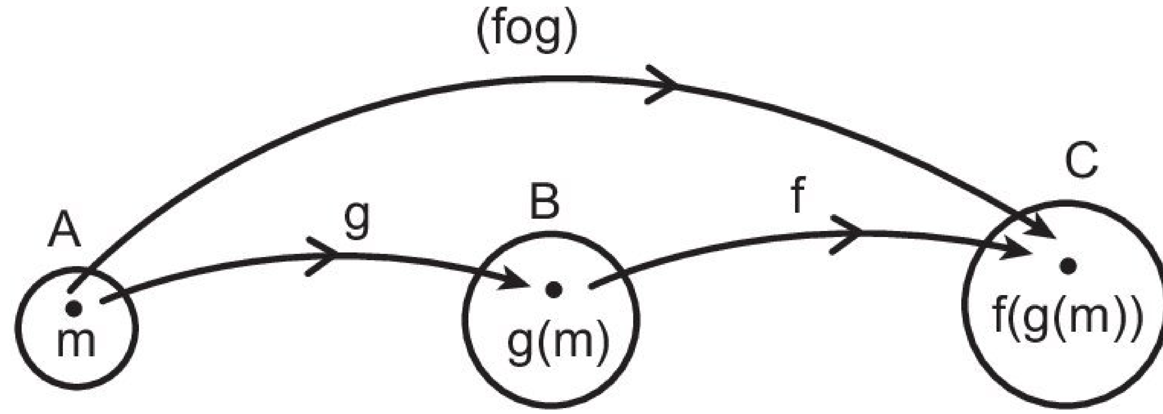


Cevap A

1.D 2.D 3.A 4.D 5.A 6.B 7.D 8.D 9.B 10.A



BİLEŞKE FONKSİYONUN TÜREVİ



$g : A \to B$, $f : B \to C$ olmak üzere,

g fonksiyonu $x = m$ apsisli noktada

f fonksiyonu $x = g(m)$ apsisli noktada türevlenebilen fonksiyonlar iken, fog bileşke fonksiyonu $x = m$ apsisli noktada türevlenebilen bir fonksiyondur.

f ve g türevlenebilir fonksiyonlar ve $m \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\frac{d}{dx}(f(g(x))) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$\frac{d}{dx}(f(g(x))) \Big|_{x=m} = f'(g(m)) \cdot g'(m) \text{ dir.}$$

Örnek 1

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = 2x^2 - 1$

$g(x) = x^3$

fonksiyonları için $(gof)'(1)$ kaçtır?

A) 6 B) 12 C) 24 D) 36 E) 48

$(gof)(x) = (2x^2 - 1)^3$ olur.

$(gof)'(x) = 3 . (2x^2 - 1)^2 . 4x$

$(gof)'(x) = 3 . 1 . 4 = 12$ bulunur.

Cevap B

Örnek 2

f gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve türevlenebilir bir fonksiyondur.

$h(x) = f(2x)$

olduğuna göre, $h'(3)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $f'(3)$ B) $2 . f'(3)$ C) $f'(6)$ D) $2 . f'(6)$ E) $3 . f'(6)$

$h'(x) = f'(2x) . 2$

$h'(3) = f'(6) . 2$

Cevap D

Örnek 3

f ve g tanımlı olduğu aralıkta türevlenebilir iki fonksiyon olmak üzere,

$f(x) = (2\sqrt{x} - 1) \cdot (1 + g(x))$

$f(1) = 2$

$g'(1) = 3$

olduğuna göre, $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$f(1) = (2 - 1)(1 + g(1))$

$2 = 1 + g(1) \Rightarrow g(1) = 1$

$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}(1 + g(x)) + (2\sqrt{x} - 1) \cdot g'(x)$

$f'(1) = (1 + g(1)) + (2 - 1) \cdot g'(1)$

$f'(1) = 2 + 3 = 5$

Cevap: B

Örnek 4

f ve g gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve türevlenebilir fonksiyonlardır.

$h(x) = (gof)(3x)$

$f(6) = 2$

$f'(6) = 3$

$g'(2) = 5$

olduğuna göre, $h'(2)$ değeri kaçtır?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

$h'(x) = g'(f(3x)) . f'(3x) . 3$

$h'(2) = g'(2) . f'(6) . 3 = 5 . 3 . 3 = 45$

Cevap C



Örnek 5

h(x) gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve türevlenebilen bir fonksiyondur.

$f(x) = x^3 \cdot h(3x)$

$f'(1) = 24$

olduğuna göre, h(3) + h'(3) işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$f'(x) = 3x^2 h(3x) + x^3 \cdot x^3 \cdot h'(3x) \cdot 3$

$f'(1) = 3h(3) + 3h'(3) = 24$

$h(3) + h'(3) = 8$

Cevap D

Örnek 6

f gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve türevlenebilir bir fonksiyondur.

$h(x) = f^2(x)$

olduğuna göre, h'(2) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2}f(1) \,.\, f'(1)$ B) $f(1) \,.\, f'(1)$ C) $f(2) \,.\, f'(2)$

D) $\frac{1}{2}f(2) \,.\, f'(2)$ E) $2 \,.\, f(2) \,.\, f'(2)$

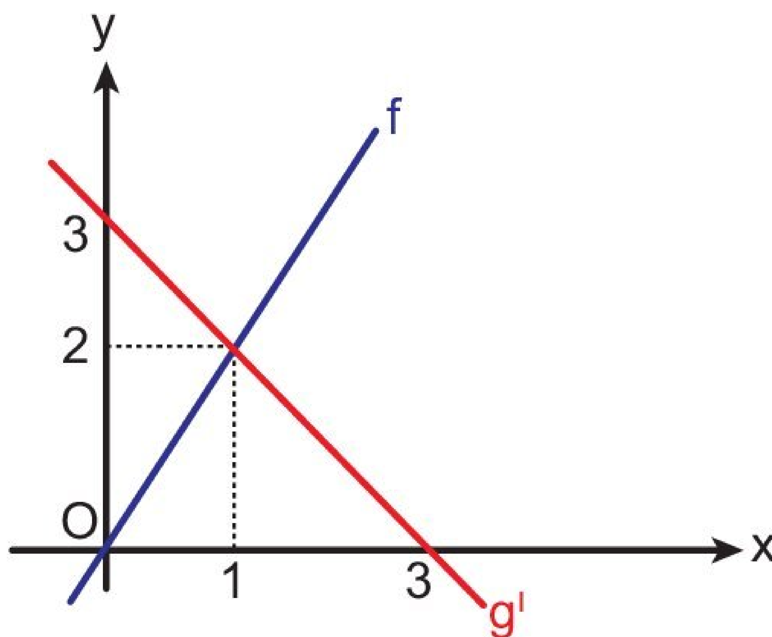
$h'(x) = 2f(x) \,.\, f'(x)$

$h'(2) = 2f(2) \,.\, f'(2)$

Cevap E

Çıkmış Soru 1

Dik koordinat düzleminde, gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve türevlenebilir f ve g fonksiyonları için f doğrusal fonksiyonunun grafiği ile g'nin türevi olan g' doğrusal fonksiyonunun grafiği şekilde gösterilmiştir.



Buna göre, (gof)'(1) değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2022 AYT

$f(x) = 2x$, $g'(x) = -x + 3 \Rightarrow f(1) = 2, f'(x) = 2, g'(2) = -2 + 3 = 1$

$g'(f(1)) \,.\, f'(1) = g'(2) \,.\, 2 = 1 \,.\, 2 = 2$

Cevap: B

Örnek 7

$h(x) = f^2(4x)$

$f(20) = 2$ ve $f'(20) = 3$

olduğuna göre, h'(5) kaçtır?

A) 12 B) 24 C) 36 D) 48 E) 60

$h'(x) = 2f(4x) \,.\, f'(4x) \,.\, 4$

$x = 5$ için $h'(5) = 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 4 = 48$

Cevap D

Örnek 8

Aşağıda x'in 1 ve 2 değerleri için f, f', g ve g' fonksiyonlarının değerlerinden bazıları verilmiştir.

x	1	2
f(x)	•	1
f'(x)	•	5
g(x)	2	•
g'(x)	4	•

Buna göre, (fog)'(1) + (gof)'(2) işleminin sonucu kaçtır?

A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

$f'(\underbrace{g(1)}_{2}) \cdot \underbrace{g'(1)}_{4} = 5 \cdot 4 = 20$ ($f'(2) = 5$)

$\underbrace{f'(2)}_{5} \cdot g'(\underbrace{f(2)}_{1}) = 5 \cdot 4 = 20$ ($g'(1) = 4$)

Sonuç = 20 + 20 = 40

Cevap: D

Örnek 9

$f(x^3 - 2) = g(2x + 2)$

$g'(4) = 3$

olduğuna göre, f'(–1) değeri kaçtır?

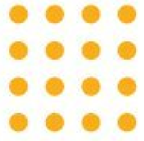
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$f'(x^3 - 2) \,.\, 3x^2 = g'(2x + 2) \,.\, 2$

$f'(-1) \,.\, 3 = g'(4) \,.\, 2$

$f'(-1) = \frac{3 \cdot 2}{3} = 2$

Cevap: B



Örnek 10

f(x), gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere,

$f(1) = f^I(1) = 2$

$h(x) = f(x \cdot f(x))$

eşitlikleri sağlandığına göre, $\frac{h^I(1)}{f^I(2)}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

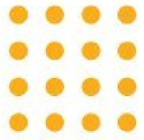
$h^I(x) = f^I(x \cdot f(x)) \cdot [1 \cdot f(x) + x \cdot f^I(x)]$

$h^I(1) = f^I(1 \cdot f(1)) \cdot [f(1) + 1 \cdot f^I(1)]$

$h^I(1) = f^I(2) \cdot [2 + 2]$

$\frac{h^I(1)}{f^I(2)} = 4$

Cevap: C



Örnek 11

y = f(x) fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere,

$f^2(3x + 2) = (x^2 + 2x + 2)^2$

olduğuna göre, $f(5) \cdot f^I(5)$ işleminin sonucu kaçtır?

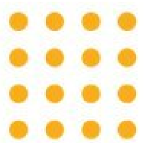
A) 6 B) $\frac{20}{3}$ C) $\frac{22}{3}$ D) 8 E) $\frac{26}{3}$

$2f(3x + 2) . f^I(3x + 2) . 3 = 2(x^2 + 2x + 2)(2x + 2)$

$2f(5) . f^I(5) . 3 = 2(5) . (4)$

$f(5) \cdot f^I(5) = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$

Cevap: B



Örnek 12

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f fonksiyonu

$f(3x + 2) = |12x – 2|$

eşitliğini sağlamaktadır.

y = f(x) fonksiyonu x = a apsisli noktada türevsizdir.

Buna göre, a aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{5}{2}$ B) 3 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$

Çözüm 1: $|12x – 2|$ fonksiyonu $x = \frac{1}{6}$ için türevsizdir. $x = \frac{1}{6}$ için

$f\left(3 \cdot \frac{1}{6} + 2\right) = f\left(\frac{5}{2}\right)$ olur. $a = \frac{5}{2}$ dir.

Çözüm 2: $f(x) = \left|12\left(\frac{x-2}{3}\right) - 2\right| = |4x - 10|$ fonksiyon $a = x = \frac{5}{2}$ için türesizdir.

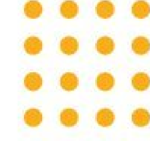
Cevap: A

Türevde Zincir Kuralı

y = f(m)

m = f(x)

biçiminde tanımlı türevlenebilir y ve m fonksiyonları için $\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dm} \cdot \frac{dm}{dx}}$ olur.



Örnek 13

x = 2a

$y = a^2 + a + 1$

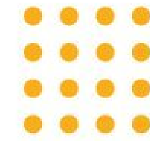
olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin x = 7 için değeri kaçtır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

$a = \frac{x}{2}, y = \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + 1$

$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \Big|_{x=7} = \frac{7}{2} + \frac{1}{2} = 4$

Cevap: D



Örnek 14

$a = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

$x = c + 2\sqrt{c} + 1$

olduğuna göre, $\frac{da}{dc}$ ifadesinin c = 1 için değeri kaçtır?

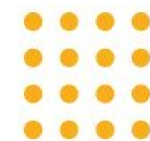
A) 96 B) 128 C) 150 D) 192 E) 200

$a = (x+1)^3, x = (\sqrt{c}+1)^2 \to a = ((\sqrt{c}+1)^2 + 1)^3$

$\frac{d_a}{d_c} = 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{c}} \cdot (\sqrt{c}+1) \cdot ((\sqrt{c}+1)^2 + 1)^2$

$\frac{d_a}{d_c}\Big|_{c=1} = 3 \cdot 2 \cdot 25 = 150$

Cevap: C



Örnek 15

$x = 1 + \sqrt{a + 4}$

$a = y^2 + 4$

olduğuna göre, $\frac{dx}{dy}$ ifadesinin y = 1 için değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

$\frac{dx}{dy} = \frac{dx}{da} \cdot \frac{da}{dy} = \frac{1}{2\sqrt{a+4}} \cdot 2y \Big|_{\substack{y=1 \\ a=5}} = \frac{1}{3}$

Cevap: E



TÜREVİN FİZİKSEL YORUMU

Doğrusal bir yolda ilerleyen bir hareketlinin t zaman diliminde gittiği yolu ifade eden fonksiyon S(t) olsun

Bu durumda yol fonksiyonunun türevi hareketlinin t anındaki hızını belirtir. $\boxed{S'(t) = V(t)}$

Hız fonksiyonunun türevi aracın t anındaki ivmesini belirtir.

$\boxed{V'(t) = a(t)}$

Örnek 16

Doğrusal bir yolda ilerleyen bir aracın t saniyede metre türünden gittiği yol

$S(t) = 2t^3 + 3t^2 + 5t$

olarak verilmiştir. Bu aracın

- İkinci saniyedeki hızı k m/sn
- Üçüncü saniyede ivmesi r m/sn^2

olduğuna göre, k + r toplamı kaçtır?

A) 73 B) 83 C) 93 D) 103 E) 113

$V(t) = 6t^2 + 6t + 5$, $V(2) = 24 + 12 + 5 = 41$

$a(t) = 12t + 6$, $a(3) = 42$

$V(2) + a(3) = 41 + 42 = 83$

Cevap: B

Örnek 17

Doğrusal bir yolda ilerleyen bir hareketlinin t saniyede aldığı yol metre türünden

$S(t) = t^3 - 5t^2$

olduğuna göre, bu hareketlinin ivmesi kaçıncı saniye 14 m/sn^2 olur?

A) $\frac{5}{2}$ B) 3 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$

$V(t) = S'(t) = 3t^2 - 10t$

$a(t) = V'(t) = 6t - 10 = 14 \rightarrow 6t = 24 \rightarrow t = 4$

Cevap: D

Örnek 18

Doğrusal bir yolda ilerleyen bir hareketlinin t saniyede aldığı yol metre türünden

$S(t) = 2t^3 + 4t^2 + t$

olduğuna göre, bu hareketlinin ivmesinin 20 m/sn^2 olduğu anda hızı kaç m/sn olur?

A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

$V(t) = 5t^2 + 8t + 1$

$a(t) = 12t + 8 = 20$

$t = 1$

$V(1) = 6 + 8 + 1 = 15$

Cevap: C

Örnek 19

Bir hareketlinin aldığı yol, geçen zamanın karesiyle doğru orantılıdır. (Zaman saniye türündedir.)

Bu hareketli ilk 10 saniyede 300 m yol aldığına göre, 4. saniyedeki anlık hızı kaç m/sn olur?

A) 60 B) 48 C) 36 D) 24 E) 12

$S(t) = a \cdot t^2$

$S(10) = a \cdot 100 = 300 \Rightarrow a = 3$

$S(t) = 3 \cdot t^2$

$S'(t) = V(t) = 6t$

$V(4) = 24$ m/sn

Cevap: D

Örnek 20

Bir karenin kenarları saniyede $\frac{1}{5}$ cm artmaktadır.

Karenin kenar uzunluğunun 10 cm ye ulaştığı anda alanındaki artış hızı kaç cm^2/sn olur?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Verilen : $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{5}$ ve $x = 10$ için $\frac{dA}{dt} = ?$

$A(x) = x^2$

$\frac{dA}{dt} = \frac{dA}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = 2x \cdot \frac{dx}{dt}$

$\frac{dA}{dt} = 2x \cdot \frac{1}{5} \Big|_{x=10} = \frac{20}{5} = \boxed{4\ cm^2/sn}$ olur.

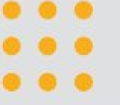
Cevap: C

Örnek Cevapları

1.B	2.D	3.B	4.C	5.D	6.E	7.D	8.D	9.B	10.C
11.B	12.A	13.D	14.C	15.E	16.B	17.D	18.C	19.D	20.C

Çıkmış Soru Cevapları

1.B



1. f ve g fonksiyonları gerçel sayılarda tanımlıdır.

$f(x) = x^2 + 1$

$g(x) = x^3 - 1$

olduğuna göre, (gof)ı(1) değeri kaçtır?

A) 12 B) 16 C) 24 D) 30 E) 36

(gof)(x) = g[f(x)] olur.

$(gof)'(x) = g'[f(x)] . f'(x)$ olur.

$= g'[x^2 + 1] . 2x$

$(gof)'(1) = g'(2) . 2$ olur.

$= 12 . 2 = 24$ tür.

$g'(x) = 3x^2 \Rightarrow g'(2) = 12$ olur.

Cevap C

2. f ve g gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve türevlenebilir fonksiyonlardır.

$f(2x) = h(3x)$

$h'(3) = 4$

olduğuna göre, fı(2) değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$2 . f'(2x) = 3 . h'(3x)$

$x = 1$ için $2 . f'(2) = 3 . h'(3)$

$f'(2) = \frac{3 . 4}{2} = 6$

Cevap C

3. f ve g gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve türevlenebilir fonksiyondur.

$f(2x + 1) = x^3 - 2x + 4$

olduğuna göre, fı(5) değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

$f(2x + 1) = x^3 - 2x + 4$

$f'(2x + 1) . 2 = 3x^2 - 2$

$f'(5) . 2 = 10$

$f'(5) = 5$ bulunur.

Cevap B

4. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve türevlenebilir f ve g fonksiyonları için,

$f(g(x)) = x^2 + 2x - 6$

$g(x) = x + k$

$f'(0) = -6$

olduğuna göre, k değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

$f(g(x)) = x^2 + 2x - 6$

$f(x + k) = x^2 + 2x - 6$

$f'(x + k) = 2x + 2$

$f'(0) = -6 \Rightarrow -2k + 2 = -6 \Rightarrow -2k = -8 \Rightarrow k = 4$ bulunur.

Cevap B

5. $y = m^3 + 5m$

$x = 2m - 4$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in x = 2 için değeri kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

$m = \frac{1}{2}x + 2$ dir. $x = 2$ için $m = 3$ tür.

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dm} \cdot \frac{dm}{dx} = (3m^2 + 5) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \Big|_{m=3} = 16$

Cevap E

6. $y = m^2 + 1$

$m = 2p + 4$

$p = x^3 - 1$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in x = 1 için değeri kaçtır?

A) 12 B) 24 C) 36 D) 48 E) 72

$x = 1$ için $p = 0$ ve $m = 4$ tür.

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dm} \cdot \frac{dm}{dp} \cdot \frac{dp}{dx} = (2m)(2)(3x^2) = 8 \cdot 2 \cdot 3 = 48$

Cevap D

7. f ve g gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve türevlenebilir fonksiyonlardır.

$h(x) = (gof)(2x^2 + 1)$ olmak üzere, f(x) fonksiyonunun grafiği (3,2) noktasından geçmektedir.

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(3 + h) - f(3)}{h} = 5$$

$$\lim_{x \to 2} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2} = 3$$

olduğuna göre, hı(1) değeri kaçtır?

A) 20 B) 40 C) 60 D) 80 E) 100

$f'(3) = 5$

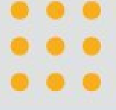
$g'(2) = 3$

$f(3) = 2$

$h'(x) = g'(f(2x^2 + 1)) . f'(2x^2 + 1) . 4x$

$h'(1) = g'(2) . f'(3) . 4 = 3 . 5 . 4 = 60$

Cevap C



8. f ve g gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı olduğu aralıkta türevlenebilir fonksiyonlardır.

$f(x) = 1 + \sqrt{x}$ ve $(gof)(x) = 8 + 2\sqrt{x} + x$

olduğuna göre, $g^{I}(4)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$g^{I}(f(x)) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2}{2\sqrt{x}} + 1$

$g^{I}(f(x)) = 2 + 2\sqrt{x}$

$x = 9$ için: $g^{I}(f(9)) = 2 + 6$

$g^{I}(4) = 8$

Cevap: D

9. Doğrusal bir yolda ilerleyen bir hareketlinin t saniyede aldığı yol metre türünden

$S(t) = 2t^3 + 4t^2$

olduğuna göre, bu hareketlinin hızı kaçıncı saniyede 14 m/sn olur?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

$V(t) = S^{I}(t) = 6t^2 + 8t = 14$

$6t^2 + 8t - 14 = 0$

$3t^2 + 4t - 7 = 0$

$(3t + 7)(t - 1) = 0$

$t \neq -\frac{7}{3}$ $t = 1$

Cevap: B

10. Bir küpün ayrıtları saniyede $\frac{1}{3}$ cm artmaktadır.

Küpün ayrıt uzunluğunun 4 cm ye çıktığı anda hacminin değişim oranı kaç cm^3/sn olur?

A) 8 B) 12 C) 16 D) 24 E) 32

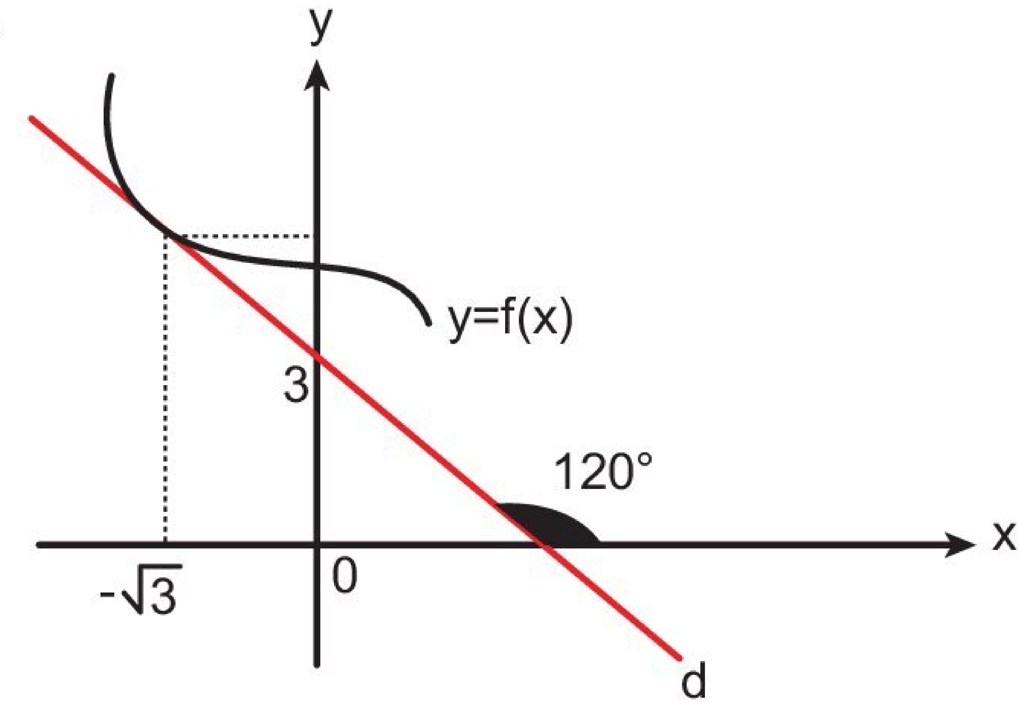
$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{3}$ cm/sn , $x = 4$ için $\frac{dV}{dt} = ?$

$V(x) = x^3$

$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = 3x^2 \cdot \frac{1}{3} \Big|_{x=4} = 3 \cdot 16 \cdot \frac{1}{3} = 16$

Cevap: C

11.



Şekildeki y=f(x) eğrisi d doğrusuna $x = -\sqrt{3}$ apsisli noktada teğettir.

$h(x) = f^2(x)$

olduğuna göre, $h^{I}(-\sqrt{3})$ değeri kaçtır?

A) $-12\sqrt{3}$ B) $-8\sqrt{3}$ C) $-6\sqrt{3}$ D) $-4\sqrt{3}$ E) $-2\sqrt{3}$

eğim = tan120 = $-\sqrt{3}$, $y = -\sqrt{3}x + 3$

$f(-\sqrt{3}) = 5$, $f^{I}(-\sqrt{3}) = -\sqrt{3}$

$h^{I}(x) = 6 \cdot f(x) \cdot f^{I}(x)$

$h^{I}(-\sqrt{3}) = 2 \cdot f(-\sqrt{3}) \cdot f^{I}(-\sqrt{3}) = 2 \cdot 6(-\sqrt{3}) = -12\sqrt{3}$

Cevap: A

12. $f(x) = x^n$ fonksiyonunda $n < 1$ için

$f^{I}(x) = n \cdot x^{n-1} = \frac{n}{x^{1-n}}$ olur.

Bu yüzden, f(x) fonksiyonu paydayı sıfır yapan x = 0 apsisli noktada türevsizdir.

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f(x) fonksiyonları için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $f(x) = x^{\frac{7}{6}}$ olmak üzere $f^{I}(0) = 0$

B) $f(x) = x^{\frac{3}{4}}$ fonksiyonu x= 0 apsisli noktada türevsizdir.

C) $f(x) = (x-1)^{\frac{5}{3}}$ olmak üzere, $f^{I}(1) = 0$

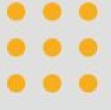
D) $f(x) = (x-2)^{\frac{5}{7}}$ olmak üzere, $f^{I}(2) = 0$

E) $f(x) = \sqrt[7]{(x-3)^5}$ fonksiyonu x = 3 apsisli noktada türevsizdir.

D) $f^{I}(x) = \frac{5}{7}(x-2)^{-\frac{2}{7}} = \frac{5}{7(x-2)^{\frac{2}{7}}}$ fonksiyonu x = 2 apsisli noktada türevsizdir.

Cevap: D

1.C 2.C 3.B 4.B 5.E 6.D 7.C 8.D 9.B 10.C 11.A 12.D



1. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$$f(x) = 2x + \left(3x + (4x+1)^3\right)^2$$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre, f'(0) kaçtır?

A) 32 B) 64 C) 96 D) 128 E) 160

$f'(x) = 2 + 2(3x + (4x+1)^3) . (3 + 3(4x+1)^2 . 4)$

$f'(0) = 2 + 2(1) . (3 + 12) = 32$ Cevap: A

2. y = f(x) gerçel sayılar kümesi üzerinde türevlenebilen bir fonksiyondur.

$g(x) = (1 - 2f(x))^3$

$f'(1) = 3$

$g(1) = -1$

olduğuna göre, $\lim_{x\to 1} \dfrac{g(x) - g(1)}{1 - x}$ **limitinin değeri kaçtır?**

A) –18 B) –12 C) –6 D) 9 E) 18

$g(1) = -1 = (1 - 2f(1))^3 \Rightarrow f(1) = 1$

$g'(x) = 3(1 - 2f(x))^2 . (-2f'(x))$

$g'(1) = 3(1 - 2f(1))^2 . (-2)(3)$

$g'(1) = 3(1)(-2)(3) = -18$

$-g'(1) = 18$ Cevap: E

3. Tanımlı olduğu aralıklarda türevlenebilir olan f(x), $f^{-1}(x)$ ve g(x) fonksiyonları;

$$f(x) = \frac{3 - 2x}{x + 1}$$

$$g(x) = \sqrt{f^{-1}(x)}$$

biçiminde tanımlanıyor. Buna göre, $\dfrac{d}{dx}(g(x))\Big|_{x=-1}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $-\dfrac{3}{2}$ B) $-\dfrac{5}{4}$ C) –1 D) $-\dfrac{3}{4}$ E) $-\dfrac{1}{2}$

$f(x) = \dfrac{-2x+3}{x+1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \dfrac{-x+3}{x+2}$

$\dfrac{d}{dx}[f^{-1}(x)] = \dfrac{-(x+2)-(-x+3)}{(x+2)^2} = \dfrac{-5}{(x+2)^2}$

$\dfrac{d}{dx}\sqrt{f^{-1}(x)}\Big|_{x=-1} = \dfrac{-\dfrac{5}{(x+2)^2}}{2\sqrt{\dfrac{-x+3}{x+2}}}\Bigg|_{x=-1} = \dfrac{-5}{4}$

Cevap: B

4. Doğrusal bir yolda ilerleyen bir hareketlinin t saniyede aldığı yol metre türünden

$S(t) = t^3 + 3t^2$

olduğuna göre, bu hareketlinin ivmesinin 24 m/sn² olduğu saniyede aldığı toplam yol kaç metredir?

A) 45 B) 50 C) 54 D) 60 E) 62

$V(t) = S'(t) = 3t^2 + 6t$

$a(t) = V'(t) = 6t + 6 = 24$

$t = 3$

$S(3) = 3^3 + 3 . 3^2 = 54$ m Cevap: C

5. Bir hareketlinin aldığı yol saniye cinsinden geçen zamanın karesiyle doğru orantılıdır.

Bu hareketli 5. saniye sonunda 40 m/sn hıza ulaştığına göre, bu andaki ivmesi kaç m/sn² dir?

A) 2 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

$S(t) = a . t^2$

$V(t) = 2at$

$V(5) = 2 . a . 5 = 40 \Rightarrow a = 4$

$V(t) = 8t$

$V'(t) = a(t) = 8$ m/sn² Cevap C

6. Pozitif gerçek sayılarda tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği A(16, 2) noktasından geçmektedir.

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(16+3h)-f(16)}{h} = 6$$

$$h(x) = f\left(2\sqrt{x} \cdot f(x)\right)$$

olduğuna göre, h'(16) değeri kaçtır?

A) 30 B) 33 C) 36 D) 39 E) 42

f(16) = 2, f'(16) = 2

$h'(x) = f'(2\sqrt{x} \cdot f(x)) \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{x}} \cdot f(x) + 2\sqrt{x} \cdot f'(x)\right]$

$h'(16) = f'\left(8 \cdot \underbrace{f(16)}_{2}\right)\left[\frac{1}{4} \cdot f(16) + 8 \cdot f'(16)\right]$

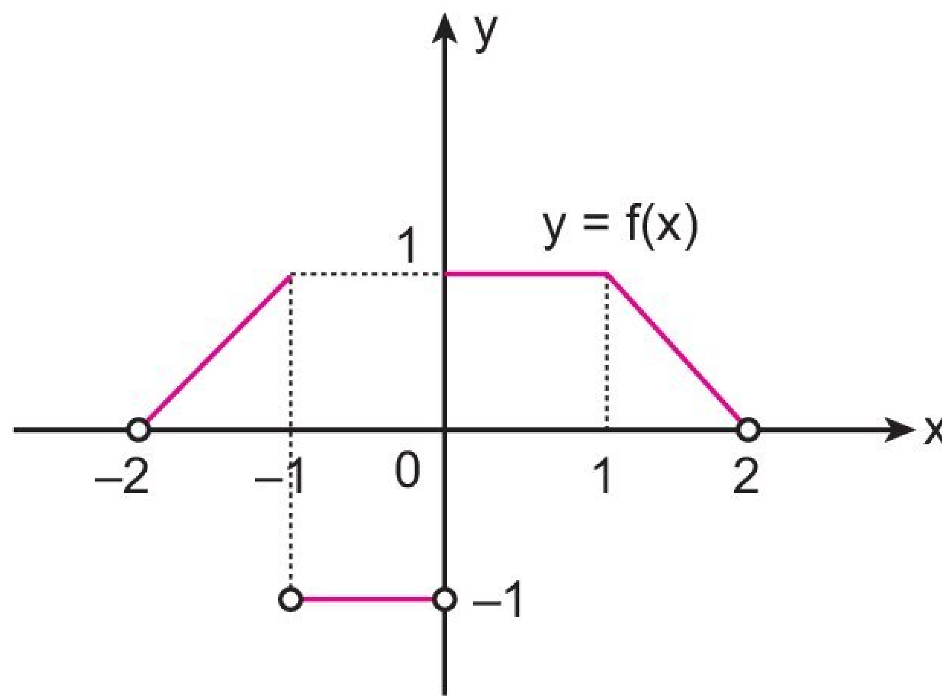
$= f'(16) \cdot \left[\frac{1}{2} + 16\right]$

$= 2\left(\frac{33}{2}\right)$

$= 33$

Cevap: B

7.



Şekilde tanım kümesi (–2, 2) olan y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

I. y = f(–x)
II. y = |f(x)|
III. y = –f(x)
IV. y = 2f(x)
V. y = f(|x|)

fonksiyonlarından kaç tanesi (–2, 2) aralığında 3 farklı noktada türevsizdir?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

I, III ve IV olmak üzere 3 tanesi apsisi = {–1, 0, 1} olan 3 farklı noktada türevsizdir.
Oysa II ve V apsisi {–1, 1} olan 2 farklı noktada türevsizdir.

Cevap C

8. Yerden k metre yukarıdan dikey olarak yukarı fırlatılan sert bir topun (t saniye türünden olmak üzere) t zamanına bağlı konumunun denklemi $S(t) = -2t^2 + 24t + 8$ metredir.

Bu top yerden en çok r metre yükseldiğine göre, k + r toplamı kaçtır?

A) 100 B) 92 C) 88 D) 66 E) 54

k = S(0) = 8

Hızının sıfır olduğu anda top en yüksektedir.

$S'(t) = V(t) = -4t + 24 = 0 \Rightarrow t = 6$

$r = S(6) = -72 + 144 + 8 = 80$

$k + r = 8 + 80 = 88$

Cevap C

9. y = f(x) ve y = g(x) gerçek sayılarda türevlenebilir birer fonksiyon olmak üzere,

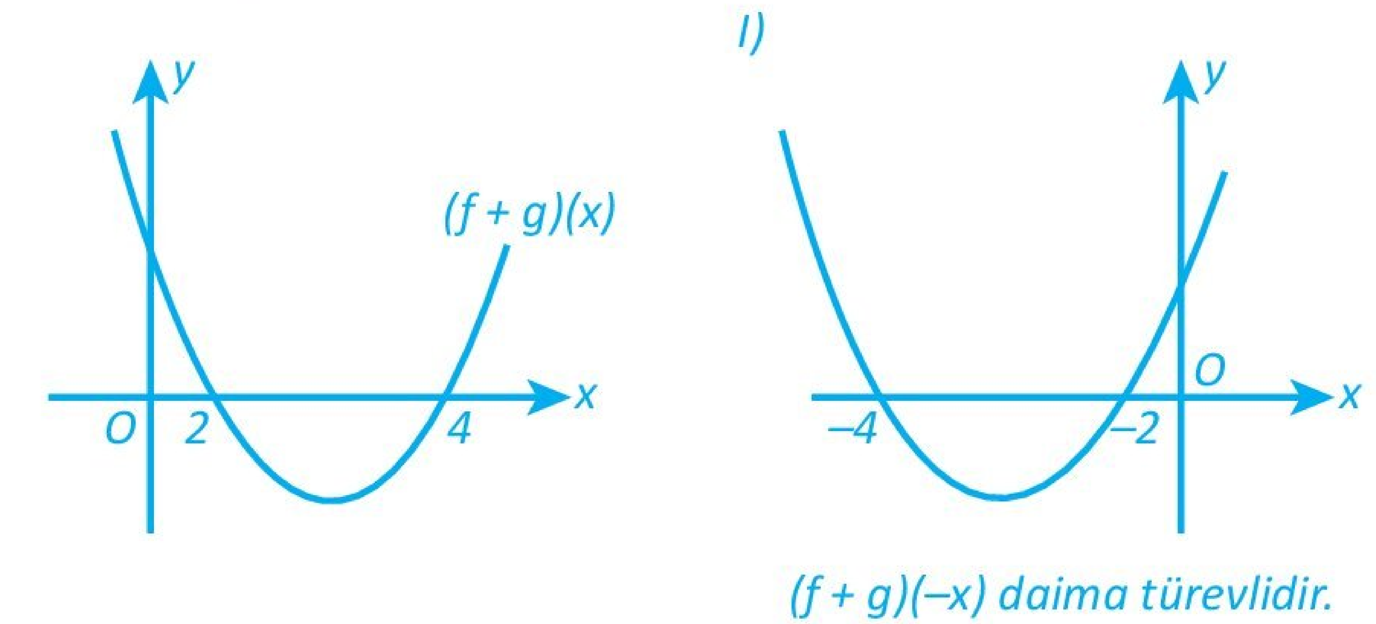
I. (f + g) (–x)
II. (f + g) (|x|)
III. |f + g| (x)

fonksiyonlarından hangileri gerçek sayılarda kesinlikle türevlenebilir fonksiyondur?

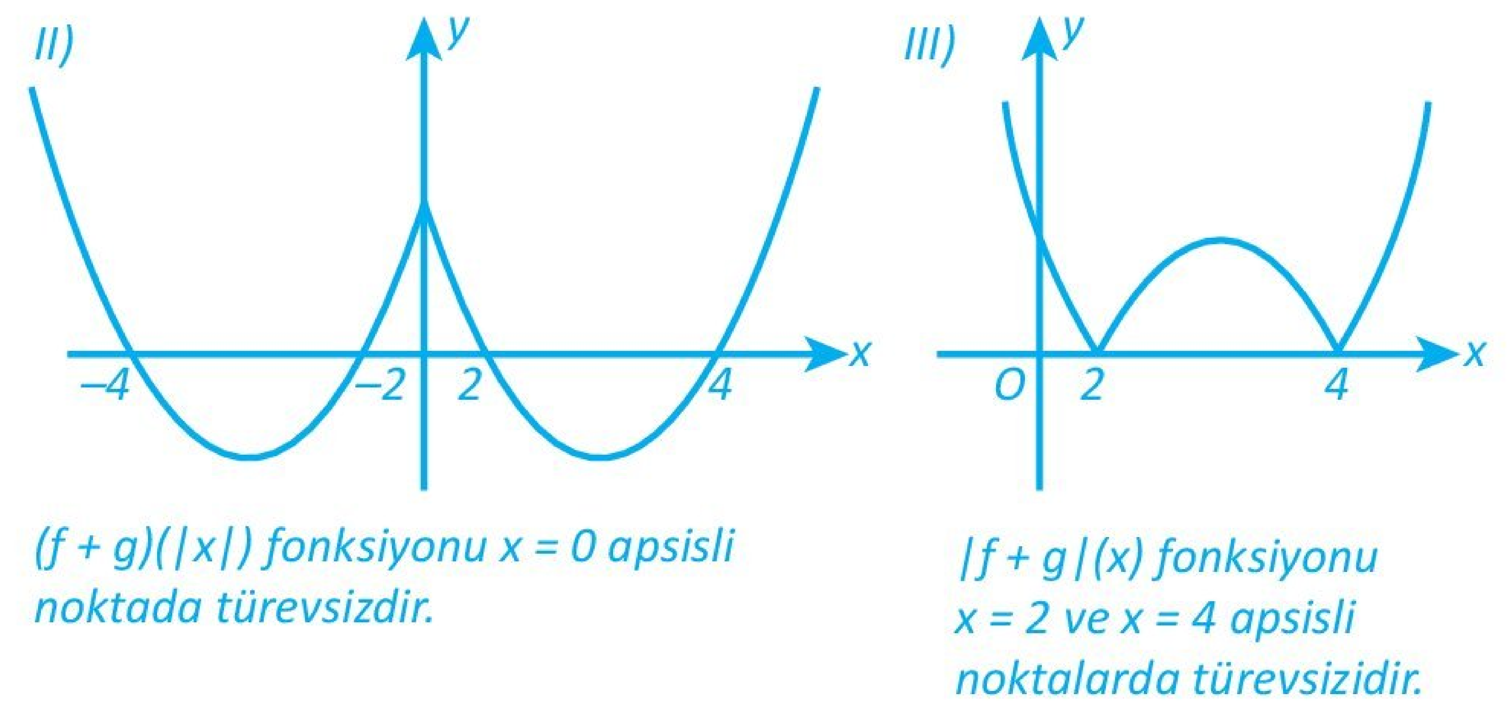
A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III D) I, II ve III E) Yalnız III

Yalnız I doğrudur. II ve III türevli olmayabilir.

I)



(f + g)(–x) daima türevlidir.



(f + g)(|x|) fonksiyonu x = 0 apsisli noktada türevsizdir.

|f + g|(x) fonksiyonu x = 2 ve x = 4 apsisli noktalarda türevsizidir.

Cevap A

1. A 2. E 3. B 4. C 5. C 6. B 7. C 8. C 9. A



TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU

Türevin Geometrik Yorumu

Bir fonksiyonun türevinin x = a noktasındaki değeri fonksiyona x = a noktasında teğet olan doğrunun eğimine eşittir.

Örnek 1

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = (3x^2 + 1)^2$

fonksiyonuna x = –1 apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) –52 B) –48 C) –44 D) 44 E) 48

$f'(x) = 2(3x^2 + 1) \cdot 6x \Rightarrow f'(-1) = 2 \cdot 4 \cdot (-6) = -48$

Cevap: B

Örnek 2

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = x^2 + kx + 3$

fonksiyonuna x = 5 apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi 40 tır.

Buna göre, k değeri kaçtır?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

$f'(5) = 40$

$f'(x) = 2x + k$

$f'(5) = 2 \cdot 5 + k = 40$

$k = 30$

Cevap C

Örnek 3

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = \frac{4}{x} + \frac{16}{x^3}$

fonksiyonuna x = 2 apsisli noktada çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) –10 B) –8 C) –6 D) –4 E) –2

$f(x) = 4x^{-1} + 16x^{-3}$

$f'(x) = -4x^{-2} - 48x^{-4} = \frac{-4}{x^2} - \frac{48}{x^4}$

$f'(x) = \frac{-4}{4} - \frac{48}{16} = -1 - 3 = -4$

Cevap: D

Örnek 4

$f : (-1, \infty) \to \mathbb{R}$ olmak üzere

$f(x) = \sqrt{2x+2} + \sqrt{x+2}$

fonksiyonuna x = 7 apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{7}{12}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{1}{3}$

$f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+2}} + \frac{1}{2\sqrt{x+2}}$

$f'(7) = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$

Cevap: D

Örnek 5

• Paralel doğruların eğimleri birbirine eşittir.

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = 3x^2 - 4x$ parabolünün hangi noktasındaki teğeti $h(x) = 8x + 5$ doğrusuna paraleldir?

A) (–2, 40) B) (–1, 17) C) (0, 0)

D) (1, –11) E) (2, 4)

$f'(x) = 6x - 4 = 8$ $x = 2$

$f(2) = 8$, N(2, 8)

Cevap: E



Örnek 6

Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$y = -\frac{1}{x}$

eğrisine x = 1 apsisli noktasından çizilen teğetin x ekseni ile pozitif yönde yaptığı açı kaç derecedir?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 120 E) 135

$y = -\frac{1}{x} \Rightarrow y' = \frac{1}{x^2} \Rightarrow x = 1$ için $m_T = \frac{1}{1}$ $m_T = 1$ olur.

$\tan a = 1 \Rightarrow 45°$ olur.

Cevap B

Örnek 7

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = 3x^2 + 10$

fonksiyonunun x = k apsisli noktasında çizilen teğeti y = 24x + 13 doğrusuna paraleldir.

Buna göre, k kaçtır?

A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

paralel ⇒ eğimleri eşit

$f'(k) = 24$, $f'(k) = 6k$ ⟩ $6k = 24$ ve $k = 4$

Cevap D

Örnek 8

Birbirine dik olan doğruların eğimleri çarpımı –1 dir.

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$y = x^3 + 8x$

eğrisine x = –1 apsisli noktasından çizilen teğeti $y = x^2 + 4x$ parabolünün x = k noktasından çizilen teğetine diktir.

Buna göre, k kaçtır?

A) $-\frac{49}{22}$ B) $-\frac{47}{22}$ C) $-\frac{45}{22}$ D) $\frac{45}{22}$ E) $\frac{47}{22}$

$y' = 3x^2 + 8 \Rightarrow y'(-1) = 11$ ve $y' = 2x + 4 \Rightarrow y'(k) = 2k + 4$

$11 \cdot (2k + 4) = -1$

$2k + 4 = -\frac{1}{11} \Rightarrow 2k = -\frac{1}{11} - 4 \Rightarrow \boxed{k = -\frac{45}{22}}$

Cevap C

Örnek 9

$f: \left[-\frac{5}{3}, \frac{5}{3}\right] \to \mathbb{R}$

$y = \frac{1}{2}\sqrt{25 - 9x^2}$

eğrisine A(1, 2) noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) $-\frac{10}{9}$ B) $-\frac{9}{8}$ C) –1 D) 1 E) $\frac{9}{8}$

$y = \frac{\sqrt{25 - 9x^2}}{2}$

$y' = \frac{-18x}{2 \cdot 2 \cdot \sqrt{25 - 9x^2}} \Big|_{x=1} = \boxed{-\frac{9}{8}}$

Cevap B

Örnek 10

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + x + 2$

eğrisine x = 1 ve x = –3 apsisli noktalardan çizilen teğetler birbirine paraleldir.

Buna göre, f(1) kaçtır?

A) 5 B) $\frac{14}{3}$ C) $\frac{13}{3}$ D) 4 E) $\frac{11}{3}$

$f'(x) = x^2 + 2mx + 1$, $f'(1) = 2m + 2$, $f'(-3) = 10 - 6m$

$2m + 2 = 10 - 6m$

$m = 1$

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + x + 2$

$f(1) = \frac{13}{3}$

Cevap: C

Örnek 11

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = x^3 - mx + p$

eğrisi x = –1 apsisli noktada y = 4x + 2 doğrusuna teğettir.

Buna göre, p kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

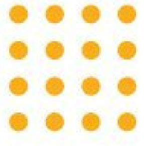
$x = -1$ ise $4 . (-1) + 2 \Rightarrow y = -2$ dir.

$f'(x) = 3x^2 - m$ $\quad -1 + m + p = -2$

$f'(-1) = 3 - m = 4$ $\quad -1 - 1 + p = -2$

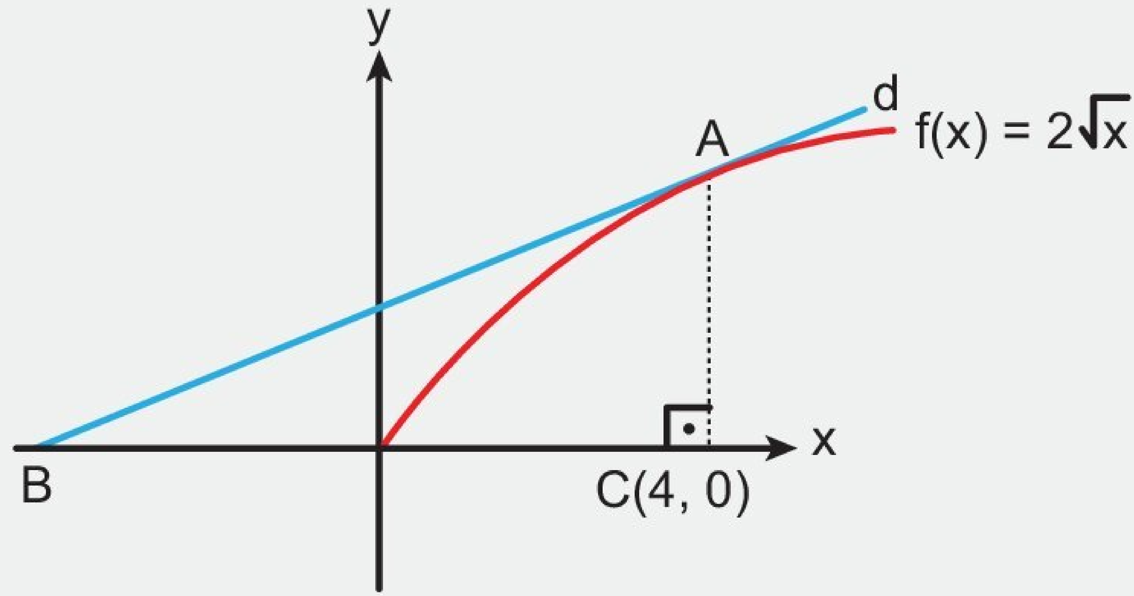
$\boxed{m = -1}$ $\quad \boxed{p = 0}$

Cevap C



Örnek 12

Aşağıda $f(x) = 2\sqrt{x}$ eğrisine x = 4 apsisli noktada teğet olan d doğrusu verilmiştir.



Buna göre, ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

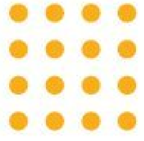
A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

$A(4,4)\ f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}},\ f'(4) = \frac{1}{2} = \text{eğim}$

$\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{1}{2}$ ise $B(-4,0)$

$\text{Alan} = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16$

Cevap: C



Örnek 13

a pozitif gerçel sayı olmak üzere,

gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f, g ve h fonksiyonları

I. $f(x) = x \cdot |x|$
II. $g(x) = x^2 \cdot |x|$
III. $h(x) = x^3 \cdot |x|$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, hangi fonksiyonların grafiklerine x = a ve x = – a apsisli noktalarda çizilen teğetler birbirine paraleldir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) I ve III

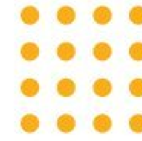
$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$ $\quad f'(x) = \begin{cases} 2x & x > 0 \\ -2x & x < 0 \end{cases}$

$f'(a) = 2a = f'(-a)$

$h(x) = \begin{cases} x^4 & x \geq 0 \\ -x^4 & x < 0 \end{cases}$ $\quad h(x) = \begin{cases} 4x^3 & x \geq 0 \\ -4x^3 & x < 0 \end{cases}$

$h(a) = 4a^3 = h(-a)$

Cevap: E



Örnek 14

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = 3(x-4)^2 + 7$

eğrisine x = a ve x = p apsisli noktalardan çizilen teğetlerin eğimleri toplamı 0 (sıfır) olduğuna göre, a ve p değerlerinin aritmetik ortalaması kaçtır?

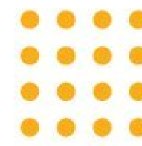
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$f'(x) = 6(x-4) = 6x - 24$

$f'(a) + f'(p) = 6a - 24 + 6p - 24 = 0$

$6(a+p) = 48 \Rightarrow \frac{a+p}{2} = 4$

Cevap E



Örnek 15

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı $f(x) = x^3 - ax^2 + bx$ eğrisi x = 1 apsisli noktada y = 4 doğrusuna teğettir.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

$f(1) = 4$ ve $f'(1) = 0$

$f'(x) = 3x^2 - 2ax + b$

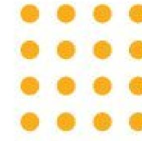
$f'(1) = \ 3 - 2a + b = 0$ $\quad 2a - b = 3$

$f(1) = \ 1 - a + b = 4$ $\quad - \ -a + b = 3$

$a = 6$ ve $b = 9$

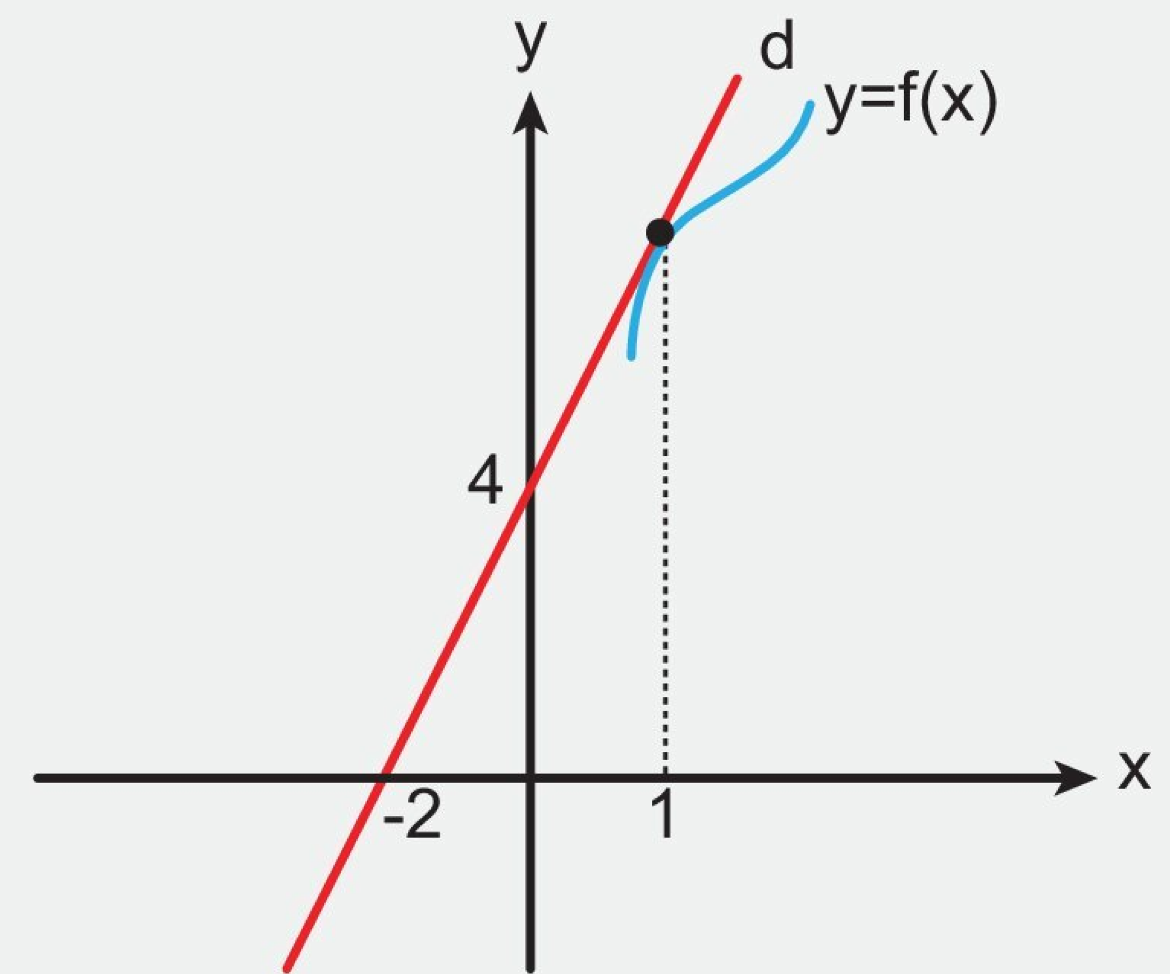
$a + b = 15$

Cevap: D



Örnek 16

Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı y = f(x) eğrisine x = 1 apsisli noktada teğet olan d doğrusu verilmiştir.



Buna göre, $\lim\limits_{x \to 1} \frac{2x + f(x)}{1 - f'(x)}$ limitinin değeri kaçtır?

A) –10 B) –8 C) –6 D) 8 E) 10

d doğrusunun denklemi . $y = 2x + 4$

$f(1) = 6,\ f'(1) = 2$

$\text{Sonuç} = \frac{2+6}{1-2} = -8$

Cevap: B

Çıkmış Soru 1

a, b ve c gerçel sayılar olmak üzere,

$$y = \frac{a}{x + a}$$

eğrisine P(a, b) noktasında teğet olan doğrunun denklemi

$$y = \frac{-x}{8} + c$$

biçiminde veriliyor.

Buna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

A) $\frac{7}{4}$ B) $\frac{11}{4}$ C) $\frac{13}{4}$ D) 2 E) 3

2018 AYT

(a, b) yi eğride sağlartalım.

$b = \frac{a}{a + a} = \boxed{\frac{1}{2} = b}$

$y' = \frac{-a}{(x + a)^2}$

$y'(a) = \frac{-a}{4a^2} = -\frac{1}{8} \Rightarrow \boxed{a = 2}$

$\left(2, \frac{1}{2}\right)$ *doğruda sağlatalım.*

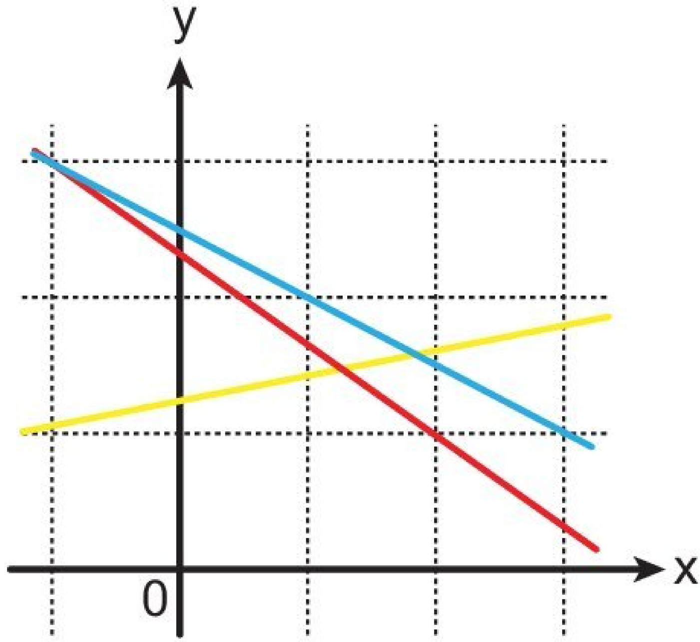
$\frac{1}{2} = -\frac{2}{8} + c \Rightarrow \boxed{c = \frac{3}{4}}$

$a + b + c = 2 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \boxed{\frac{13}{4}}$

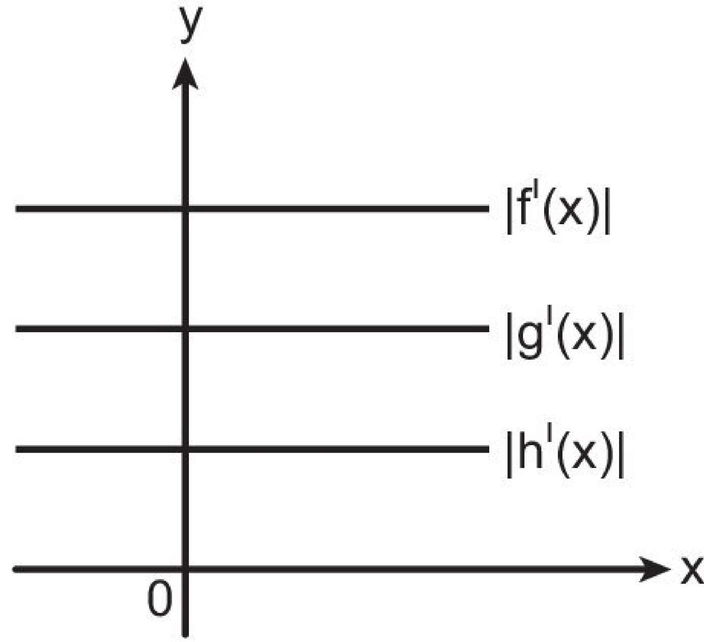
Cevap C

Çıkmış Soru 2

Aşağıda; doğrusal olan f, g ve h fonksiyonlarının grafikleri Şekil 1'deki birim karelere ayrılmış dik koordinat düzleminde, bu fonksiyonların türevlerinin mutlak değerlerinin grafikleri ise Şekil 2'deki dik koordinat düzleminde gösterilmiştir.



Şekil I



Şekil II

Buna göre; f(0), g(0) ve h(0) değerlerinin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) f(0) < h(0) < g(0) B) g(0) < f(0) < h(0)

C) g(0) < h(0) < f(0) D) h(0) < f(0) < g(0)

E) h(0) < g(0) < f(0)

2019 AYT

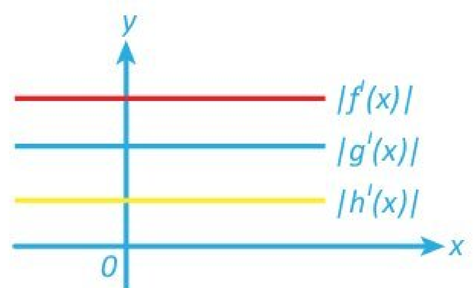
Kırmızının eğimi $= -\frac{2}{3} \Rightarrow$ mutlak değeri en büyük = |f'(x)|

Mavinin eğimi $= -\frac{1}{2}$

Sarının eğimi $= \frac{1}{5} \Rightarrow$ mutlak değeri en küçük = |h'(x)

İlk grafikte x = 0 noktasında en üstte olan mavi (g(x)) ve en altta olan sarıdır (h(x))

Bu yüzden h(0) < f(0) < g(0)



Cevap: D

Örnek 17

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve türevlenebilir bir y = f(x) fonksiyonuna x = a, x = b ve x = c apsisli noktalarından çizilen teğetlerin x ekseninin pozitif tarafı ile yaptığı açılar sırasıyla 80°, 100° ve 110° dir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) f'(a) > f'(b) > f'(c) B) f'(a) > f'(c) > f'(b)

C) f'(c) > f'(b) > f'(a) D) f'(c) > f'(a) > f'(b)

E) f'(b) > f'(a) > f'(c)

f'(a) = tan80 ⇒ en büyük

f'(b) = tan100 = –tan80 ⇒ en küçük

f'(x) = tan110 = –tan70 ⇒ ortanca

tan80 > tan110 > tan100

f'(a) > f'(c) > f'(b)

Cevap: B

Örnek 18

f ve h fonksiyonları gerçel sayılarda tanımlı iki fonksiyondur.

f(x) = –2x + 3 doğrusu x = m apsisli noktada $h(x) = \frac{1}{2}x^2 + r$ parabolüne teğettir.

Buna göre, m · r çarpımı kaçtır?

A) –10 B) –12 C) –14 D) –16 E) –18

h'(x) = x, h'(m) = $\boxed{m = -2}$, N(–2, 7)

N(–2, 7) noktası parabolün üzerindedir.

$7 = \frac{1}{2} \cdot 4 + r \Rightarrow \boxed{r = 5}$, $m \cdot r = -10$

Cevap: A

Örnek 19

$f(x) = 3x^2 - 19x - 4$

fonksiyonuna üzerindeki A(b, c) noktasından çizilen teğetin x ekseninin pozitif tarafı ile yaptığı açı 135° dir.

Buna göre, b – c farkı kaçtır?

A) 40 B) 39 C) 38 D) 37 E) 36

f'(x) = 6x – 19 = –1

$\boxed{x = 3} \Rightarrow b = 3$

$f(3) = 27 - 57 - 4 \Rightarrow c = -34$

$b - c = 37$

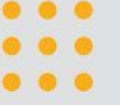
Cevap: D

Örnek Cevapları

1.B	2.C	3.D	4.D	5.E	6.B	7.D	8.C	9.B	10.C
11.C	12.C	13.E	14.E	15.D	16.B	17.B	18.A	19.D	

Çıkmış Soru Cevapları

1. C	2. D



1. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = x^2 \cdot (3x + 2)$

fonksiyonuna x = 4 apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) 160 B) 120 C) 90 D) 660 E) 30

$f(x) = 3x^3 + 2x^2$

$f'(x) = 9x^2 + 4x$

$f'(4) = 9 \cdot 16 + 16 = 160$

Cevap A

2. $f(x) = 3x^4 + kx + 7$

fonksiyonuna x = 2 apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi 48 dir.

Buna göre, k değeri kaçtır?

A) –48 B) –44 C) –40 D) –36 E) –32

$f'(x) = 12x^3 + k \Rightarrow f'(2) = 48 \Rightarrow f'(2) = 12 \cdot 8 + k = 48 \Rightarrow k = -48$

Cevap A

3. $f(x) = \frac{9}{x}$

eğrisine x = 3 apsisli noktadan çizilen teğetin x ekseniyle pozitif yönde yaptığı açı kaç derecedir?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 105 E) 135

$f'(x) = -\frac{9}{x^2} \Rightarrow f'(3) = -1$ olur. $m_T = -1 \Rightarrow \tan\alpha = -1 \Rightarrow \alpha = 135°$ bulunur.

Cevap: E

4. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$y = x^2 + x$

eğrisinin hangi noktadaki teğetinin eğimi 7 dir?

A) (1, 2) B) (2, 6) C) (3, 12) D) (4, 20) E) (5, 30)

$y' = 2x + 1$
$= 2x + 1 = 7$
$x = 3$

$y = 3^2 + 3 = 12$
$(3, 12) = (x, y)$

Cevap C

5. $f(x) = \frac{4x + 2}{5x - 9}$

fonksiyonuna x = 2 apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) –38 B) –42 C) –46 D) –50 E) –54

$f'(x) = \frac{4 \cdot (5x - 9) - (4x + 2) \cdot 5}{(5x - 9)^2}$

$f'(2) = \frac{4 \cdot 1 - 10 \cdot 5}{1} = -46$

Cevap C

6. $f(x) = e^{\ln \sqrt{x}}$

fonksiyonuna x = 1 apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1) = \frac{1}{2}$

Cevap A

7. $f(x) = x^3 + ax + b$

fonksiyonuna üzerindeki K(1, 0) noktasından çizilen teğet $y = -\frac{1}{3}x + 4$ doğrusuna dik olduğuna göre, a – b farkı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

Teğet doğru $y = -\frac{1}{3}x + 4$ doğrusuna dik ise $m_T . m_d = -1 \Rightarrow m_T . \left(-\frac{1}{3}\right) = -1 \Rightarrow m_T = 3 = f'(1)$

$m_T = 3 \Rightarrow f'(1) = 3$ olur.

$f'(x) = 3x^2 + a$ ve $f'(1) = 3 \Rightarrow 3 + a = 3 \Rightarrow a = 0$ olur.

$f(1) = 0 \Rightarrow 1 + a + b = 0 \Rightarrow 1 + 0 + b = 0 \Rightarrow b = -1$

$a - b = 0 - (-1) = 1$ bulunur. *Cevap: D*

8. $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x - 2$

fonksiyonunun x = 2 apsisli noktasından çizilen teğeti Ox ekseniyle pozitif yönde 135° lik açı yaptığına göre, a değeri kaçtır?

A) –8 B) –4 C) –2 D) 2 E) 4

$m_T = \tan 135° \Rightarrow m_T = -1$ olur.
$f'(2) = -1$ olur.

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + 3$
$f'(2) = 12 + 4a + 3 = -1$
$15 + 4a = -1$
$a = -4$ bulunur.

Cevap B

9. $f(x) = x^3 + 8$

eğrisi ile $g(x) = x^2 + kx + 7$ parabolü x = 1 apsisli noktada teğet olduklarına göre, k değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$f'(1) = g'(1)$ olmalıdır.

$f'(x) = 3x^2$ ve $g'(x) = 2x + k$

$f'(1) = g'(1) \Rightarrow 3 = 2 + k \Rightarrow k = 1$ bulunur. *Cevap C*

10. $f(x) = x^2 - x + 4$

fonksiyonunun hangi noktasındaki teğeti y = x + 5 doğrusuna diktir?

A) (0, 4) B) (1, 4) C) (2, 6)
D) (3, 10) E) (4, 16)

$f'(x) = 2x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow N(0, 4)$ *Cevap A*

11. f ve h gerçel sayılarda tanımlı birer fonksiyondur.

$h(x) = 7x - 1$ doğrusu

$f(x) = x^3 + ax^2 + b$

eğrisine x = 1 apsisli noktada teğet olduğuna göre, b değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$f'(x) = 3x^2 + 2ax$

$f'(1) = 3 + 2a = 7 \Rightarrow a = 2$

$f(x) = x^3 + 2x^2 + b$

$f(1) = 1 + 2 + b = 6 \Rightarrow \boxed{b = 3}$ *Cevap C*

12. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$y = 2x^2 + mx + k$

parabolü x = –3 apsisli noktasında y = –2x doğrusuna teğet olduğuna göre, k değeri kaçtır?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

$f'(-3) = -2$
$f'(x) = 4x + m$
$f'(-3) = -12 + m = -2$
$m = 10$

$y = 2 . (-3) = 6 \rightarrow N(-3, 6)$
$6 = 18 - 3 . 10 + k$
$k = 18$

Cevap D

1.A 2.A 3.E 4.C 5.C 6.A 7.D 8.B 9.C 10.A 11.C 12.D

1. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$y = x^3 + 4x^2 + 8x + 3$

eğrisinin x = 1 apsisli noktasında çizilen teğeti, $y = x^2 + kx$ parabolünün x = 2 noktasında çizilen teğetine paraleldir.

Buna göre, k değeri kaçtır?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

$f(x) = x^3 + 4x^2 + 8x + 3$, $g(x) = x^2 + kx$ ⟩ $f'(1) = g'(2)$

$f'(1) = 3 \cdot 1^2 + 8 \cdot 1 + 8$, $g'(2) = 2 \cdot 2 + k$ ⟩ $19 = 4 + k$, $15 = k$

Cevap B

2. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = 2x^3 - mx + p$

fonksiyonunun grafiği apsisi –2 olan noktada x eksenine teğettir.

Buna göre, p değeri kaçtır?

A) –36 B) –32 C) –28 D) –24 E) –20

$f'(x) = 6x^2 - m$ $f'(-2) = 0$

$f'(-2) = 24 - m = 0$

$m = 24$

$f(-2) = 0$

$-16 + 2m + p = 0$

$-16 + 48 + p = 0$

$-32 = p$

Cevap B

3. $f : R - \{-r\} \rightarrow R$

$f(x) = x + 2 + \frac{r+3}{x+r}$

fonksiyonunun x eksenine paralel teğetlerinin değme noktalarının apsisleri toplamı –4 tür.

Buna göre, r kaçtır?

A) – 2 B) –1 C) 2 D) 3 E) 4

$f'(x) = 1 - \frac{r+3}{(x+r)^2} = 0$

$1 = \frac{r+3}{(x+r)^2}$

$x^2 + 2rx + r^2 = r + 3$

$x^2 + 2rx + (r^2 - r - 3) = 0$

Kökler toplamı = –2r = –4

$r = 2$

Cevap C

4. $f(x) = x^4 + x - 1$

fonksiyonuna A(m, n) noktasından çizilen teğet

y = 33x + 17 doğrusuna paralel olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

A) 19 B) 21 C) 23 D) 27 E) 33

Teğet doğru y = 33x + 17 doğrusuna paralel ise

$m_T = 33$ olur.

$f'(m) = 33$ olacağından

$f'(x) = 4x^3 + 1 \Rightarrow f'(m) = 4m^3 + 1 = 33 \Rightarrow m = 2$ olur.

f(m) = n olacağından f(2) = n olur.

$f(2) = 2^4 + 2 - 1 \Rightarrow f(2) = 17 \Rightarrow n = 17$

m + n = 2 + 17 = 19 olur.

Cevap A

5. $f(x) = 4x^2 + 7$

fonksiyonunun x = 5 apsisli noktasındaki teğetine değme noktasında dik olan doğrunun eğimi kaçtır?

A) $-\frac{1}{80}$ B) $-\frac{1}{40}$ C) $-\frac{1}{20}$ D) $\frac{1}{20}$ E) $\frac{1}{40}$

$f'(x) = 8x$

$f'(5) = 8 \cdot 5 = 40$

Normal ve teğet doğrularının eğimleri çarpımı –1'dir.

$40 \cdot m_N = -1$ $m_N = -\frac{1}{40}$

Cevap B

6. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = -2x^3 + 2x^2 + ax + b$

fonksiyonuna üzerindeki (1, –5) noktasından çizilen teğetin eğim açısı 135° dir.

Buna göre, a . b kaçtır?

A) –6 B) –4 C) 2 D) 6 E) 8

$f'(x) = -6x^2 + 4x + a$

$f'(1) = -2 + a = -1$

$a = 1$

$f(1) = -2 + 2 + a + b = -5$

$b = -6$

a . b = –6

Cevap A

7. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = x^3 + kx + m$

eğrisi x = 2 apsisli noktada y = 6 doğrusuna teğettir.

Buna göre, m değeri kaçtır?

A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

$f'(2) = 0$
$f(2) = 6$
$f'(x) = 3x^2 + k \Rightarrow f'(2) = 12 + k = 0 \Rightarrow k = -12$
$f(x) = x^3 + kx + m \Rightarrow f(2) = 8 + 2k + m = 6 \Rightarrow m = 22$

Cevap: E

8. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$y = 8x + m$

doğrusu $y = \dfrac{x^3}{3} - x + 1$ eğrisine teğet olduğuna göre, m nin alacağı değerler toplamı kaçtır?

A) –5 B) –2 C) 2 D) 7 E) 11

y = 8x + m doğrusu A(a, b) noktasında $y = f(x) = \dfrac{x^3}{3} - x + 1$ doğrusuna teğet olsun.
$m_T = f'(a) = 8$ olacağından
$f'(x) = x^2 - 1 \Rightarrow f'(a) = a^2 - 1 = 8 \Rightarrow a = \mp 3$ olur.
a = 3 için $f(3) = b \Rightarrow \dfrac{3^3}{3} - 3 + 1 = b \Rightarrow b = 7$
A(3, 7) olur. y = 8x + m doğrusunda x = 3, y = 7 için $7 = 8 . 3 + m \Rightarrow$ $\boxed{m = -17}$ olur.
a = –3 için $f(-3) = b \Rightarrow \dfrac{(-3)^3}{3} - (-3) + 1 \Rightarrow b = -5$ olur.
A(–3, –5) olur. y = 8x + m doğrusunda x = -3, y = -5 için $-5 = 8 . (-3) + m$
$\Rightarrow \boxed{m = 19}$ olur.
m in alacağı değerler toplamı –17 + 19 = 2 bulunur.

Cevap: C

9. Tanım kümeleri $[-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}]$ olan

$f(x) = 2 + \sqrt{8 - x^2}$ fonksiyonu üzerindeki A noktasından ve $g(x) = 2 - \sqrt{8 - x^2}$ fonksiyonu üzerindeki B noktasından çizilen teğetlerin her ikisinin de eğimleri –1 dir.

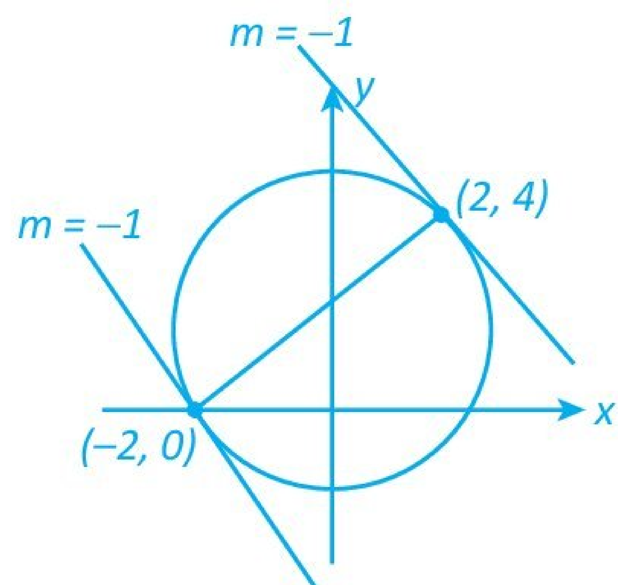
Buna göre, A ve B noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 4 B) $4\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$ D) 8 E) 12

$y = 2 + \sqrt{8 - x^2}$ ve $y = 2 - \sqrt{8 - x^2}$

$\text{eğim} = \dfrac{-2x}{2\sqrt{8 - x^2}} = \dfrac{-x}{\sqrt{8 - x^2}} = -1 \Rightarrow x^2 = 8 - x^2$

x = 2, x = –2



N(2, 4) ve N(–2, 0)
$d = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$

Cevap: B

10. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = x^3 - 3x$

fonksiyonuna A(p, r) ve B(m, k) noktalarından çizilen teğetler x eksenine paraleldir.

Buna göre, p . r + m . k işleminin sonucu kaçtır?

A) –2 B) –3 C) –4 D) –5 E) –6

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$
x = 1 , x = –1
$f(1) = 1 - 3 = -2 \Rightarrow (p, r) = (1, -2) \Rightarrow p . r = -2$
$f(-1) = -1 + 3 = 2 \Rightarrow (m, k) = (-1, 2) \Rightarrow m . k = -2$
+
p . r + m . k = –4

Cevap: C

11. $y = 2x$

$x = m^2 - 2$

$m = t + 1$

bağıntısı ile verilen y = f(t) fonksiyonuna t = 1 noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

$\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{dy}{dx} \cdot \dfrac{dx}{dm} \cdot \dfrac{dm}{dt}$
$= 2 \cdot 2m \cdot 1$
$= 4m$ → $4 \cdot 2 = 8$
t = 1 ise m = 2

Cevap: B

12. $y = (4 - \sqrt{x})^2$

eğrisine x = 1 apsisli noktasında çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

$\sqrt{y} = 4 - \sqrt{x}$
$y = (4 - \sqrt{x})^2 = 16 - 8\sqrt{x} + x$

$y' = -8 \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}} + 1$
$y'(1) = -8 \cdot \dfrac{1}{2} + 1 = -3$

Cevap: A

1.B 2.B 3.C 4.A 5.B 6.A 7.E 8.C 9.B 10.C 11.B 12.A

TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU

I. Teğetin Denklemi

Eğimi m olan ve $A(x_0, y_0)$ noktasından geçen doğrunun denklemi

$y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$ dır.

Örnek 1

Aşağıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

I. $f(x) = x^4$ fonksiyonunun (1, 1) noktasındaki teğeti $y = 4x - 3$ doğrusudur.

II. $g(x) = x^3 + 1$ fonksiyonunun (0, 1) noktasındaki teğeti $y = 1$ doğrusudur.

III. $h(x) = 2x + 5$ fonksiyonunun herhangi bir noktasındaki teğeti yine kendisidir.

A) Hiçbiri B) Yalnız III C) I ve II D) II ve III E) I, II ve III

I. $f'(1) = 4 \Rightarrow y - 1 = 4(x - 1)$
$y = 4x - 3$ doğru
II. $f'(0) = 0 \Rightarrow y - 1 = 0(x - 0)$
$y = 1$ doğru
III. Doğrudur.
Verilenlerin hepsi doğrudur.

Cevap E

Örnek 2

$f(x) = 4x^2 + 3$

fonksiyonuna x = –2 apsisli noktasından çizilen teğetin x eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?

A) $\frac{13}{16}$ B) $\frac{11}{16}$ C) $-\frac{9}{16}$ D) $-\frac{11}{16}$ E) $-\frac{13}{16}$

$f'(x) = 8x \rightarrow f'(-2) = -16$
$f(x) = 4x^2 + 3 \rightarrow f(-2) = 19$
$m = -16$ ve $N(-2, 19)$

$y - 19 = -16 \cdot (x + 2)$
$y = -16x - 32 + 19$
$y = -16x - 13$
x eksenini kestiği noktada y = 0 dır.
$16x = -13 \Rightarrow x = -\frac{13}{16}$

Cevap: E

Örnek 3

$f(x) = \sqrt{2x - 6}$

eğrisinin x = 5 apsisli noktadaki teğetinin Oy eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

$N(5, 2)$, $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-6}}$, eğim $= f'(5) = \frac{1}{2}$
$y - 2 = \frac{1}{2}(x - 5)$
x = 0 için, $y - 2 = -\frac{5}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2}$

Cevap: A

Örnek 4

$f(x) = 2x^3 - (m + 2)x + 4$

fonksiyonuna üzerindeki A(2, 2) noktasından çizilen teğetin Ox eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?

A) $\frac{28}{15}$ B) 2 C) $\frac{32}{15}$ D) $\frac{34}{15}$ E) $\frac{12}{5}$

$f(2) = 16 - 2m - 4 + 4 = 2$
$7 = m$
$f(x) = 2x^3 - 9x + 4$
$f'(x) = 6x^2 - 9$
eğim $= f'(2) = 15$ ve $N(2, 2)$
$y - 2 = 15(x - 2)$
$0 - 2 = (15x - 30)$
$\frac{28}{15} = x$

Cevap: A

Örnek 5

$y = (5 - \sqrt{x})^2$

eğrisine x = 4 apsisli noktadan çizilen teğetin Oy eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

$y = (5 - \sqrt{x})^2 = 25 - 10\sqrt{x} + x$
$y' = \frac{-10}{2\sqrt{x}} + 1$
$y'(4) = -10 \cdot \frac{1}{4} + 1 = -\frac{3}{2}$
x = 4 ise y = 9
N(4, 9)

$y - 9 = -\frac{3}{2} \cdot (x - 4)$
$y = -\frac{3x}{2} + 6 + 9$
$y = 15$
x = 0 için y = 15

Cevap: C

Örnek 6

$y = x^3 + ax + 3$

eğrisinin üzerindeki x = 1 apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi 5 olduğuna göre, eğrinin aynı noktadaki teğetine dik olan doğrunun x eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?

A) 1 B) 11 C) 21 D) 31 E) 41

$f'(x) = 3x^2 + a$

$f'(1) = 3 + a = 5$ $\boxed{a = 2}$

$f(x) = x^3 + 2x + 3$ N(1, 6)

$m_N = -\frac{1}{5}$

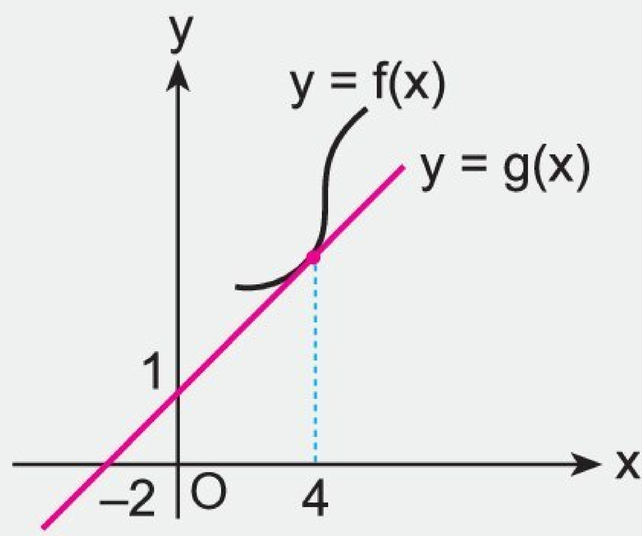
$y - 6 = -\frac{1}{5}(x - 1)$

$30 = x - 1$

$31 = x$

Cevap D

Örnek 7



Yukarıdaki şekilde y = f(x) fonksiyonu ile x = 4 apsisli noktasındaki teğeti olan y = g(x) doğrusunun grafiği verilmiştir.

$h(x) = f(x) . g(x) + x^2$

olduğuna göre, h′(4) kaçtır?

A) $\frac{33}{4}$ B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

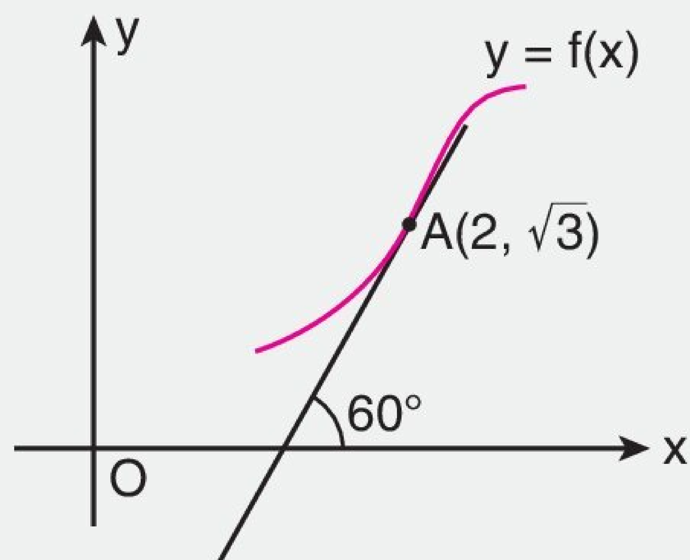
$h'(x) = f'(x) . g(x) + f(x) . g'(x) + 2x$

$h'(4) = f'(4) . g(4) + f(4) . g'(4) + 8$

$h'(4) = \frac{1}{2} . 3 + 3 . \frac{1}{2} + 8 = 11$

Cevap D

Örnek 8



Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği ile $A(2, \sqrt{3})$ noktasındaki teğeti verilmiştir.

$h(x) = f^2(3x - 1)$

olduğuna göre, h′(1) kaçtır?

A) 18 B) 15 C) 12 D) 9 E) 6

$f(2) = \sqrt{3}$ $f'(2) = \tan 60° = \sqrt{3}$

$h'(x) = 2 . f(3x - 1) . f'(3x - 1) . 3$

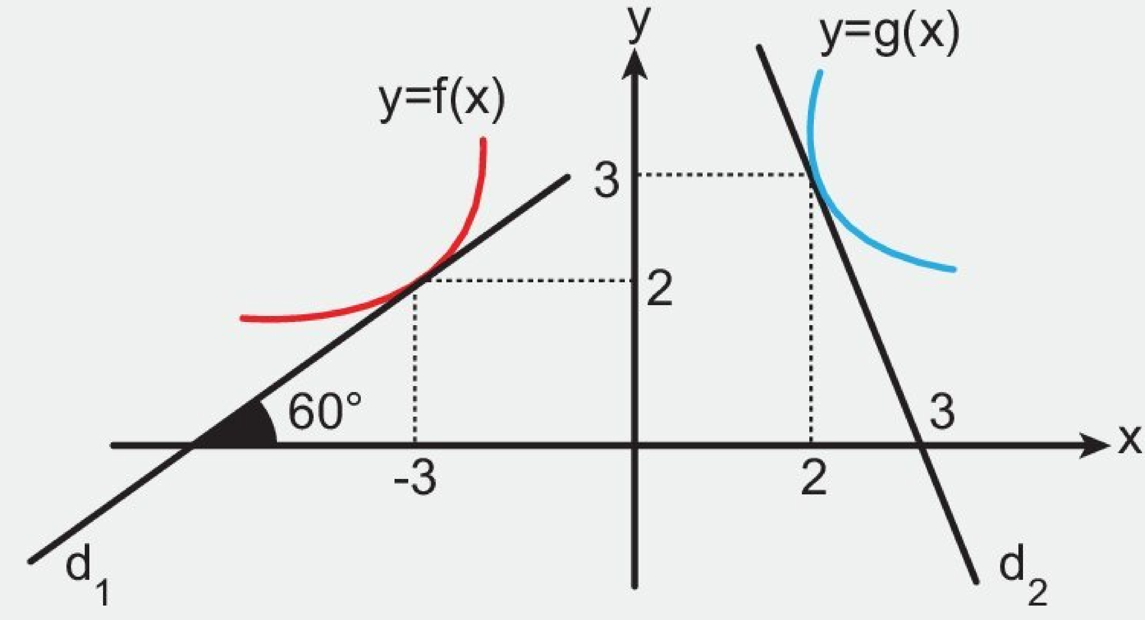
$h'(1) = 2 . f(2) . f'(2) . 3$

$= 2 . \sqrt{3} . \sqrt{3} . 3 = 18$

Cevap A

Örnek 9

Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve türevli f(x) ve g(x) fonksiyonlarının grafiklerinin bir bölümü verilmiştir.



d_1 ve d_2 doğruları f(x) ve g(x) fonksiyonlarının grafiklerine sırasıyla A(–3, 2) ve B(2, 3) noktalarında teğettir.

d_1 doğrusunun eğim açısı 60°, d_2 doğrusu Ox eksenini (3, 0) noktasında kestiğine göre, y = (gof)(x) fonksiyonuna x = –3 apsisli noktada çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) $3\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $-2\sqrt{3}$ E) $-3\sqrt{3}$

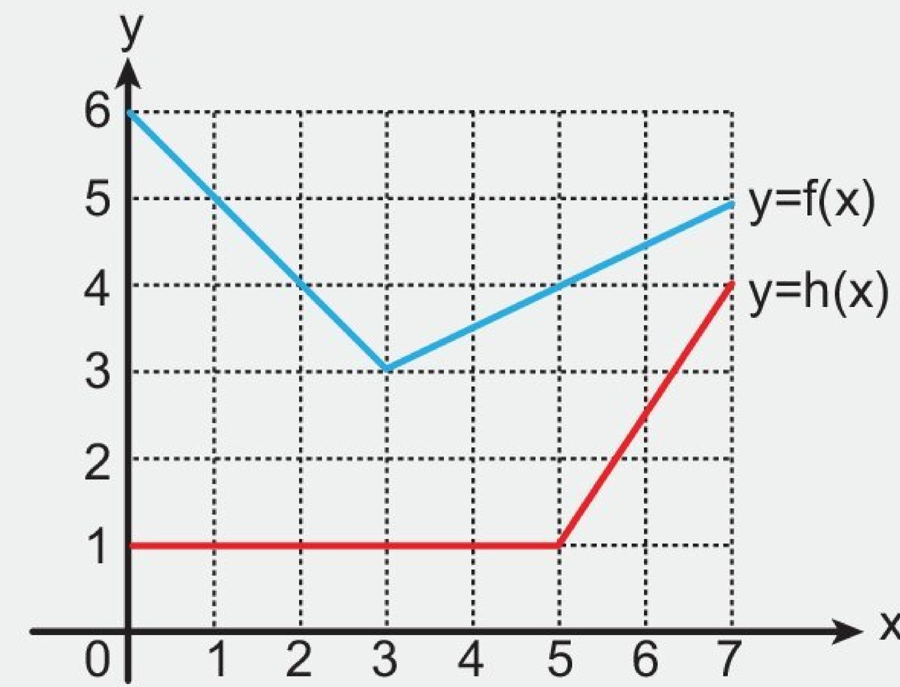
$(gof)'(-3) = g'(f(-3)) . f'(-3) = g'(2) . \sqrt{3}$

$= (-3) \cdot \sqrt{3} = -3\sqrt{3}$

Cevap: E

Örnek 10

Aşağıda birim kareli kağıtta y = f(x) ve y = h(x) fonksiyonlarının grafikleri çizilmiştir.



g(2x) = f(2x + 3) · h(5x + 1) eşitliğini sağlayan y = f(x) ve y = h(x) fonksiyonlarının grafikleri alt aralıklarda doğrusal olduğuna göre, g(x) fonksiyonuna x = 2 apsisli noktada çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) $\frac{63}{4}$ B) 16 C) $\frac{65}{4}$ D) $\frac{33}{2}$ E) $\frac{67}{4}$

$2 . g'(2x) = 2 . f'(2x + 3) h(5x + 1) + f(2x + 3) . h'(5x + 1) . 5$

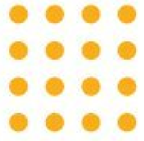
$2 . g'(2) = 2 . f'(5) . h(6) + f(5) . h'(6) . 5$

$2 \cdot g'(2) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} + 4 \cdot \frac{3}{2} \cdot 5$

$2g'(2) = \frac{5}{2} + 30$

$g'(2) = \frac{65}{4}$

Cevap: C



Örnek 11

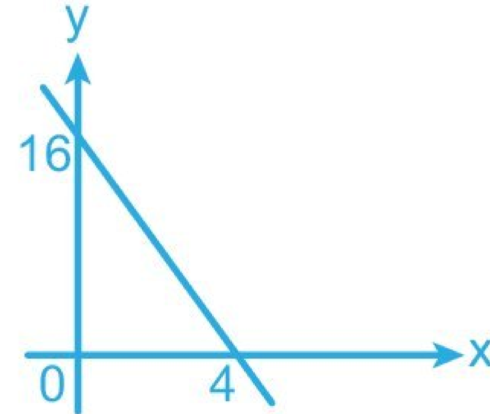
Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı $f(x)=\dfrac{16}{x}$ fonksiyonuna x = 2 apsisli noktasından çizilen teğetin eksenlerle oluşturduğu üçgensel bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 64 B) 56 C) 48 D) 40 E) 32

$f'(x) = -\dfrac{16}{x^2}$, $f'(2) = -4$ = eğim, $f(2) = 8$, N(2, 8)

$y - 8 = -4(x - 2) \Rightarrow y = -4x + 16$

Alan $= \dfrac{16 \cdot 4}{2} = 32$

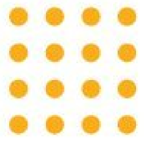


Cevap: E

> y = f(x) fonksiyonuna A(b, c) noktasında teğet olan doğru D(e, f) noktasından da geçiyorsa

$$\text{Eğim} = \underbrace{\frac{c-f}{b-e}}_{\text{analitik geometri ile}} = \underbrace{f'(b)}_{\text{türev ile}}$$

eşitliği kullanılarak sonuca gidilir.



Örnek 12

Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$y = 6\sqrt{x}$

fonksiyonunun x = p apsisli noktasındaki teğeti y eksenini (0, 4) noktasında kesmektedir.

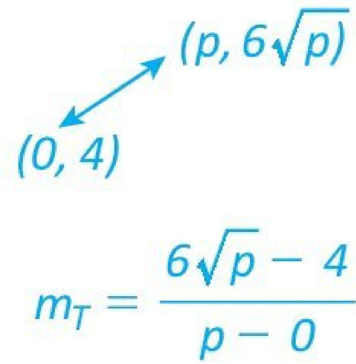
Buna göre, p nin pozitif değeri kaçtır?

A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{16}{9}$ C) $\frac{20}{9}$ D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{28}{9}$

$f(x) = 6\sqrt{x}$

$f'(x) = \dfrac{3}{\sqrt{x}}$

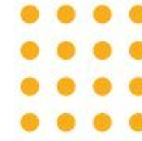
$m_T = f'(P) = \dfrac{3}{\sqrt{p}}$



$m_T = \dfrac{6\sqrt{p}-4}{p-0}$

$\dfrac{3}{\sqrt{p}} = \dfrac{6\sqrt{p}-4}{p} \Rightarrow p = \dfrac{16}{9}$

Cevap B



Çıkmış Soru 1

Dik koordinat düzleminde, $f(x) = x^2 + ax$ fonksiyonunun grafiğine (2, f(2)) noktasından çizilen teğet doğrusu, $g(x) = bx^3$ fonksiyonunun grafiğine (1, g(1)) noktasında teğettir.

Buna göre, a · b çarpımı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

2019 AYT

$f'(x) = 2x + a$, $g'(x) = 3bx^2$

$f'(2) = g'(1)$

$4 + a = 3b \Rightarrow \boxed{a = 3b - 4}$

$$\text{eğim} = \underbrace{\frac{4+2a-b}{2-1}}_{\text{Analitik}} = \underbrace{3b}_{\text{Türev} = g'(1)} = \text{eğim}$$

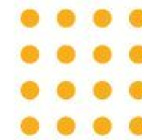
$4 + 2a - b = 3b$

$4 + 6b - 8 = 4b$

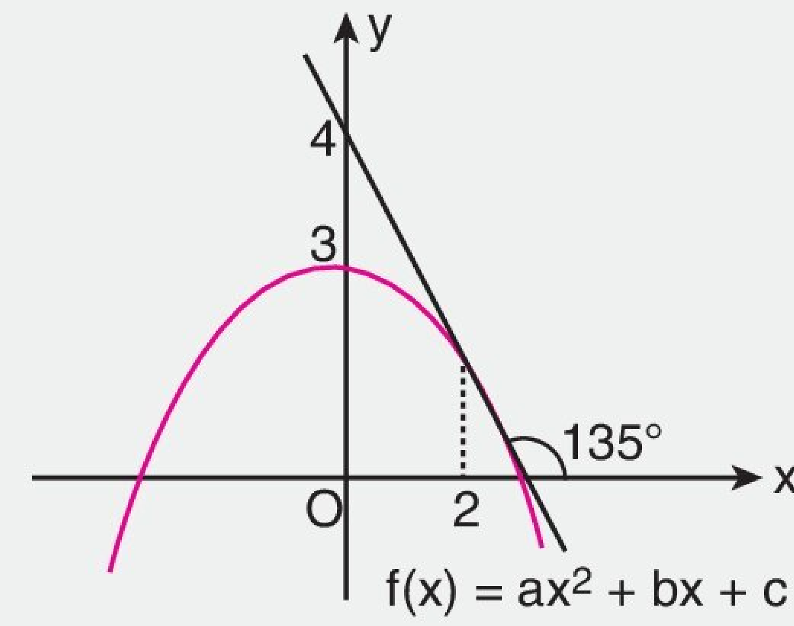
$\boxed{b = 2} \Rightarrow \boxed{a = 2}$

$a \cdot b = 4$

Cevap: B



Örnek 13



Yanda verilen $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolü y eksenini (0, 3) noktasında kesmektedir. Parabole x = 2 apsisli noktada teğet olan doğru y eksenini (0, 4) noktasında kesmekte ve x ekseni ile 135° lik açı yapmaktadır.

Buna göre, 4a + b + c ifadesinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

(1) teğet eğimi = tan135° = –1

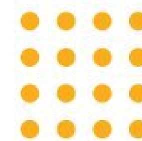
(2) $f(0) = 3 \Rightarrow \boxed{c = 3}$

(3) $f'(x) = 2ax + b$

$f'(2) = 4a + b = -1$

(4) $4a + b + c = -1 + 3 = 2$

Cevap E

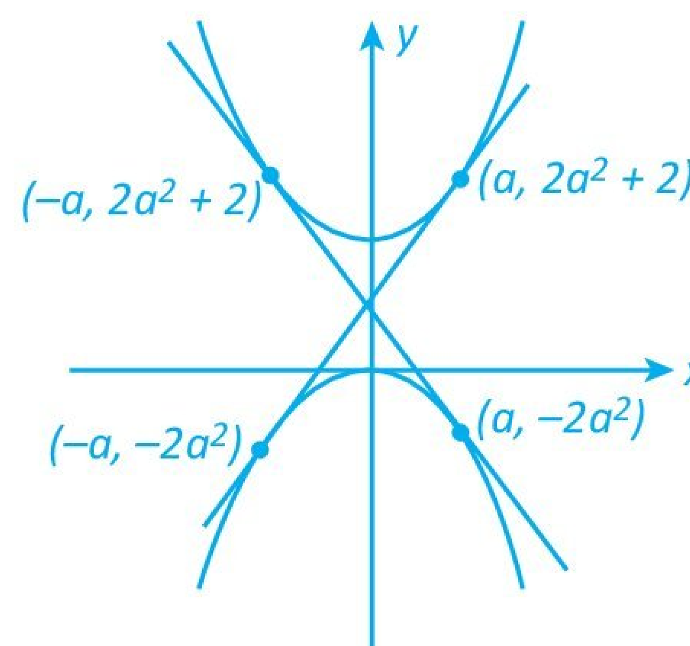


Örnek 14

$y = 2x^2 + 2$ ve $y = -2x^2$

eğrilerinin her ikisine de teğet olan doğruların eğimleri çarpımı kaçtır?

A) –8 B) –4 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$



$\dfrac{4a^2+2}{2a} = 4a$

$2 + 4a^2 = 8a^2$

$2 = 4a^2$

$\dfrac{2}{4} = a^2$

$\Rightarrow a = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ve $a = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$m_1 \cdot m_2 = \left(4\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\cdot\left(\dfrac{-4\sqrt{2}}{2}\right)$

$= (2\sqrt{2})(-2\sqrt{2})$

$= -8$

Cevap: A

Örnek 15

Denklemleri

- $f(x) = \sqrt{8x+1}$
- $h(x) = \sqrt{10x - x^2}$

olan eğrilerin grafiklerinin kesim noktasından çizilen teğetlerin eğimleri birbirine eşittir.

Buna göre, kesim noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4x + 3y + 5 = 0$
B) $4x - 3y + 5 = 0$
C) $3x + 4y + 10 = 0$
D) $6x + 8y + 9 = 0$
E) $6x - 8y + 13 = 0$

$8x + 1 = 10x - x^2$
$x^2 - 2x + 1 = 0$
$x = 1 \quad N(1, 3)$

$$f'(x) = \frac{8}{2\sqrt{8x+1}} = \frac{10-2x}{2\sqrt{10x-x^2}} \qquad \boxed{f'(1) = \frac{4}{3}}$$

$$y - 3 = \frac{4}{3}(x-1)$$

$$3y - 9 = 4x - 4$$

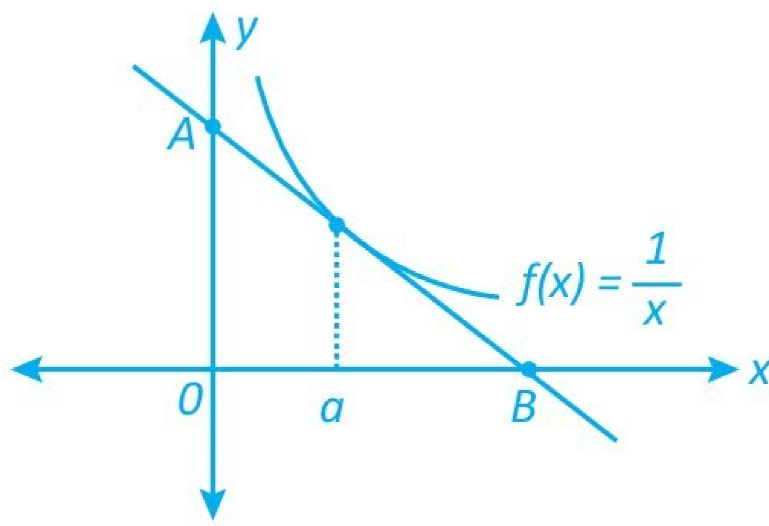
$$\boxed{0 = 4x - 3y + 5 = 0}$$

Cevap: B

Örnek 16

$x > 0$ olmak üzere, $y = \frac{1}{x}$ eğrisine, eğrinin üzerindeki herhangi bir $x = a$ apsisli noktadan çizilen teğetin eksenlerle oluşturduğu üçgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 1
B) $\sqrt{2}$
C) 2
D) $2\sqrt{2}$
E) 4



$$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

$$f'(a) = \boxed{-\frac{1}{a^2} = m_T} \qquad y - \frac{1}{a} = -\frac{1}{a^2}\cdot(x-a)$$

$$f(a) = \boxed{\frac{1}{a} = y} \quad \boxed{a = x} \qquad y = -\frac{x}{a^2} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a}$$

A noktasını bulmak için $x = 0 \longrightarrow y = \frac{2}{a}$

B noktasını bulmak için $y = 0 \longrightarrow x = 2a$

$$\text{Üçgenin alanı} = \frac{\text{taban x yükseklik}}{2} = \frac{2a \cdot \frac{2}{a}}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Cevap: C

Örnek 17

$f(x) = x^2 + kx + 3$

parabolünün x eksenini kestiği noktalardan çizilen teğetlerin birbirine dik olması için k nın pozitif değeri kaç olmalıdır?

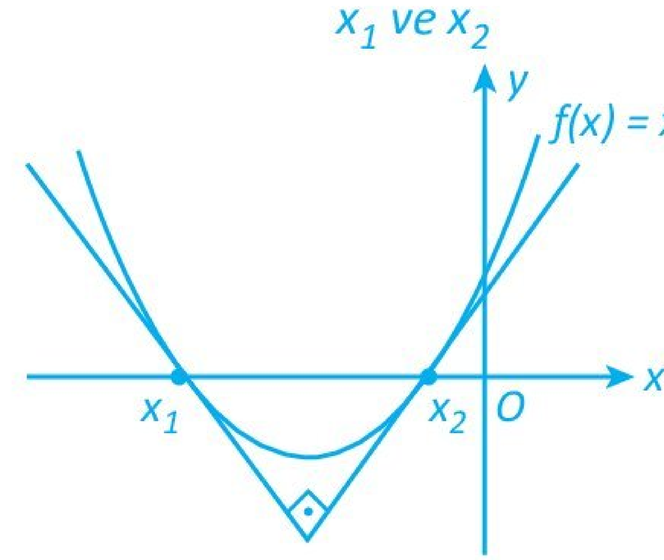
A) $\sqrt{13}$
B) $2\sqrt{2}$
C) $\sqrt{11}$
D) $\sqrt{10}$
E) 3

x eksenini kestiği noktada y = 0'dır.

$f'(x_1) \cdot f'(x_2) = -1 \qquad f'(x) = 2x + k$

$0 = x^2 + kx + 3$ *iki kök var.* x_1 *ve* x_2

$(2x_1 + k)(2x_2 + k) = -1$



$$4x_1x_2 + 2x_1k + 2x_2k + k^2 = -1$$

$$4\cdot\frac{c}{a} + 2k(x_1 + x_2) + k^2 = -1 \qquad \left(x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}\right)$$

$$4\cdot 3 + 2k\cdot\frac{-k}{1} + k^2 = -1$$

$$12 - k^2 = -1$$

$$k^2 = 13$$

$$k = \sqrt{13}$$

Not: $\Delta = 1$ olmalıdır.

$$k^2 - 4\cdot 3 = 1 \Rightarrow k = \sqrt{13}$$

Cevap: A

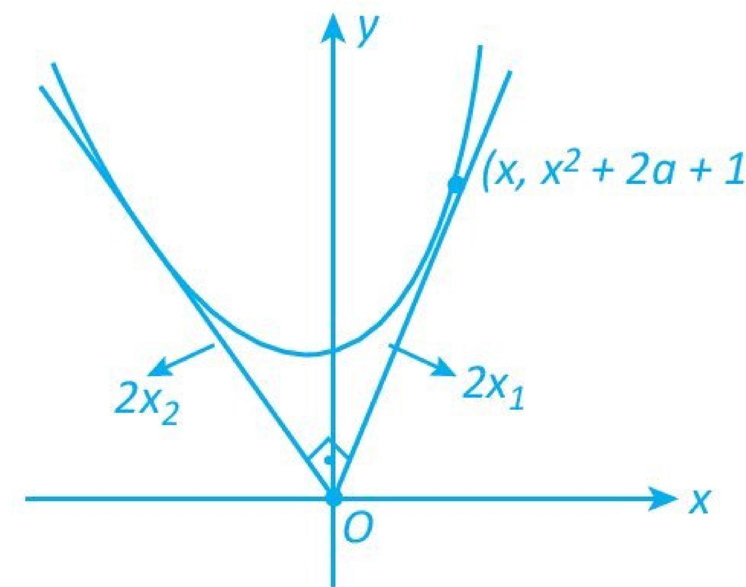
Örnek 18

a gerçek sayıdır.

$f(x) = x^2 + 2a + 1$ parabolüne orijinden çizilen teğetler birbirine diktir.

Buna göre, a kaçtır?

A) $-\frac{3}{8}$
B) $-\frac{5}{16}$
C) $-\frac{1}{4}$
D) $-\frac{3}{16}$
E) $-\frac{1}{8}$



$$m = \frac{x^2 + 2a + 1}{x} = 2x$$

$$x^2 + 2a + 1 = 2x^2$$

$$0 = x^2 - 2a - 1$$

$$\boxed{x_1 = \sqrt{2a+1}} \qquad x_2 = -\sqrt{2a+1}$$

$$m_1 \cdot m_2 = (2\sqrt{2a+1})\cdot(-2\sqrt{2a+1}) = -1$$

$$4(2a+1) = 1 \Rightarrow a = -\frac{3}{8}$$

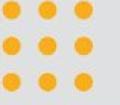
Cevap A

Örnek Cevapları

1.E	2.E	3.A	4.A	5.C	6.D	7.D	8.A	9.E	10.C
11.E	12.B	13.E	14.A	15.B	16.C	17.A	18.A		

Çıkmış Soru Cevapları

1. B



1. $f(x) = (2x-3)^3$

fonksiyonuna x = 1 apsisli noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $8x - y - 9 = 0$
B) $8x + y - 8 = 0$
C) $6x - y - 7 = 0$
D) $6x + y - 6 = 0$
E) $4x - y - 5 = 0$

$f'(x) = 3 \cdot (2x-3)^2 \cdot 2 \Rightarrow f'(1) = 6$

$f(x) = (2x-3)^3 \Rightarrow f(1) = -1$

$m = 6$ ve $(1, -1)$ noktasından geçen doğru denklemi,

$y + 1 = 6 \cdot (x-1)$

$y = 6x - 7 \rightarrow 6x - y - 7 = 0$

Cevap C

2. $f(x) = \dfrac{x^2+2}{x-3}$

fonksiyonuna x = 4 apsisli noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $10x + y + 58 = 0$
B) $10x + y - 58 = 0$
C) $8x + y + 48 = 0$
D) $8x + y - 58 = 0$
E) $6x + y + 38 = 0$

$f'(x) = \dfrac{2x \cdot (x-3) - (x^2+2)}{(x-3)^2}$

$f'(4) = \dfrac{8-18}{1} = -10$

$f(4) = \dfrac{18}{1} = 18$

$m = -10$ ve $(4, 18)$

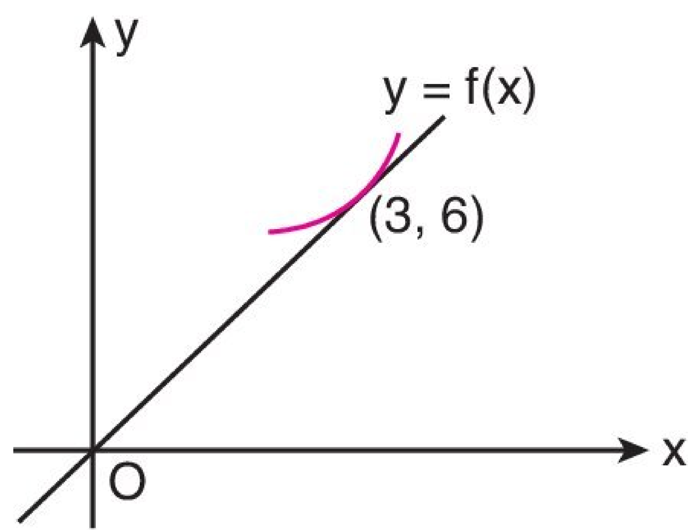
$y - 18 = -10 \cdot (x-4)$

$y = -10x + 40 + 18$

$10x + y - 58 = 0$

Cevap B

3.



Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiğinin bir bölümü ve fonksiyona (3, 6) noktasında teğet olan doğru verilmiştir.

$h(x) = \dfrac{2 \cdot f(x)}{x}$

olduğuna göre, h'(3) kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

$h'(x) = \dfrac{2 \cdot f'(x) \cdot x - 2 \cdot f(x) \cdot 1}{x^2}$

$f'(3) = 2 = m_T$
$f(3) = 6$

$h'(3) = \dfrac{2 \cdot f'(3) \cdot 3 - 2 \cdot f(3)}{9}$

$h'(3) = \dfrac{2 \cdot 2 \cdot 3 - 2 \cdot 6}{9} = \dfrac{12-12}{9} = 0$

Cevap A

4. $f(x) = x^3 + 4x^2 + 5x + 7$

fonksiyonuna x = 1 apsisli noktasından çizilen teğetin y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) –1 E) –2

$f'(1) = 3 + 8 + 5 = 16$

$f(1) = 17$

$y - 17 = 16 \cdot (x-1)$

$y = 16x + 1$

$x = 0$ için $y = 1$

Cevap C

5. $y = -\sqrt{16 - x^2}$

eğrisine x = $\sqrt{7}$ apsisli noktasından çizilen teğetin düşey ekseni kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

A) $-\dfrac{14}{3}$ B) –5 C) $-\dfrac{16}{3}$ D) $-\dfrac{17}{3}$ E) –6

$f'(\sqrt{7}) = \dfrac{2x}{2\sqrt{16-x^2}} = \dfrac{2\sqrt{7}}{6} = \dfrac{\sqrt{7}}{3} m_T$ ve $f(\sqrt{7}) = -3$

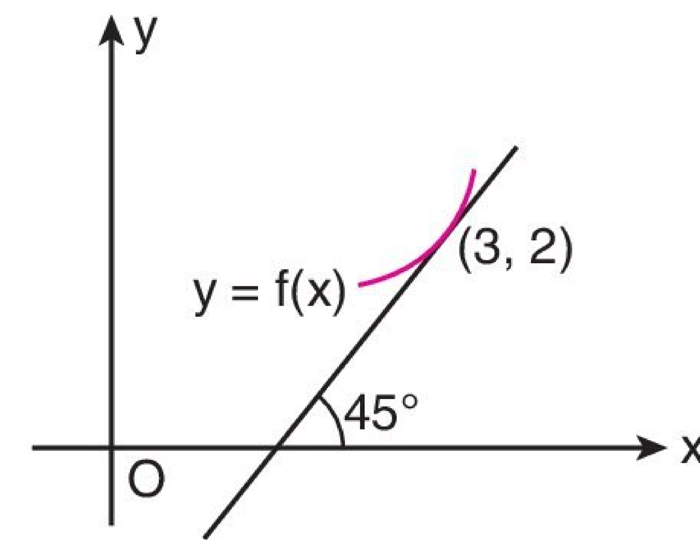
$y + 3 = \dfrac{\sqrt{7}}{3} \cdot (x - \sqrt{7})$

$y = \dfrac{\sqrt{7}x}{3} - \dfrac{7}{3} - 3 = \dfrac{\sqrt{7}x - 16}{3}$

düşey ekseni kestiği nokta : $x = 0$ için $y = \boxed{-\dfrac{16}{3}}$

Cevap C

6.



Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiğinin bir bölümü verilmiştir. Fonksiyona (3, 2) noktasında teğet olan doğru x ekseninin pozitif tarafı ile 45º lik açı yapmaktadır.

$h(x) = f^2(2x+1)$

olduğuna göre, h'(1) kaçtır?

A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

$f'(3) = 1$ $f(3) = 2$

$h'(x) = 2 \cdot f(2x+1) \cdot 2 \cdot f'(2x+1)$

$h'(1) = 2 \cdot f(3) \cdot 2 \cdot f'(3) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 8$

Cevap B

7. $f(x) = x^3 - x + 2$

fonksiyonuna K(1, m) noktasından çizilen teğetine değme noktasında dik olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2y - x + 3 = 0$
B) $2y + x - 5 = 0$
C) $2y + x - 10 = 0$
D) $x - 2y + 5 = 0$
E) $x - 2y + 7 = 0$

$f'(x) = 3x^2 - 1 \Rightarrow m_T = f'(1) = 3 \cdot 1^2 - 1 = 2$ olur.

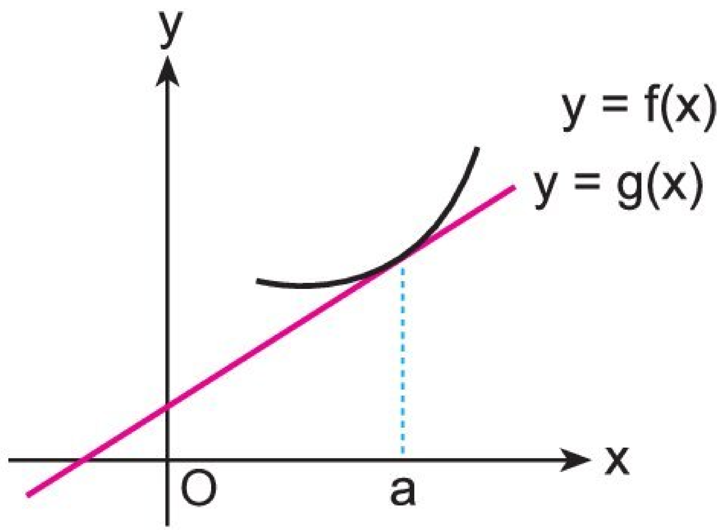
$m_T \cdot m_N = -1 \Rightarrow 2 \cdot m_N = -1 \Rightarrow m_N = -\frac{1}{2}$ olur.

$f(1) = m \Rightarrow 1 - 1 + 2 = m \Rightarrow m = 2$ olur.

K(1, 2) noktasından geçen ve eğimi $-\frac{1}{2}$ olan doğrunun denklemi

$y - 2 = -\frac{1}{2} \cdot (x - 1) \Rightarrow 2y + x - 5 = 0$ bulunur. *Cevap B*

8.



Yukarıdaki şekilde y = f(x) fonksiyonunun ve x = a apsisli noktasındaki teğeti olan y = g(x) doğrusunun grafiği verilmiştir.

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} + x$$

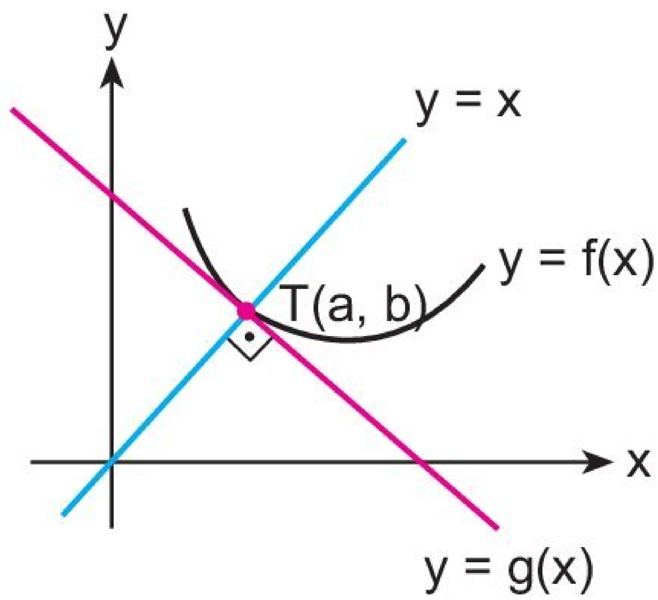
olduğuna göre, h'(a) kaçtır?

A) –a B) –1 C) 0 D) 1 E) a

$f(a) = g(a)$ ve $f'(a) = g'(a)$ olduğu için

$h'(a) = 0 + 1 = 1$ dir. *Cevap D*

9.



y = x, y = f(x) ve y = g(x) fonksiyonları T(a, b) noktasında kesişmekte olup, g(x) fonksiyonu f(x) fonksiyonuna T noktasında teğettir.

y = x doğrusu, y = g(x) doğrusuna T(a, b) noktasında dik olduğuna göre, (fog)′(a) kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) $\sqrt{3}$ E) 2

$b = f(a) = g(a) = a$ ve $f'(a) = g'(a) = -1$

$\Rightarrow f'[g(a)] \cdot g'(a) = f'(a) \cdot g'(a) = 1$ *Cevap C*

10. Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$y = -2\sqrt{x}$

eğrisinin x = a apsisli noktasındaki teğeti x eksenini (–8, 0) noktasında kesmektedir.

Buna göre, a değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

$f(a) = -2\sqrt{a}$

$f'(a) = -2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{a}} = -\frac{1}{\sqrt{a}} = m_T$

$\frac{-2\sqrt{a} - 0}{a + 8} = m_T$

$+\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{+2\sqrt{a}}{a + 8}$

$a + 8 = 2a$

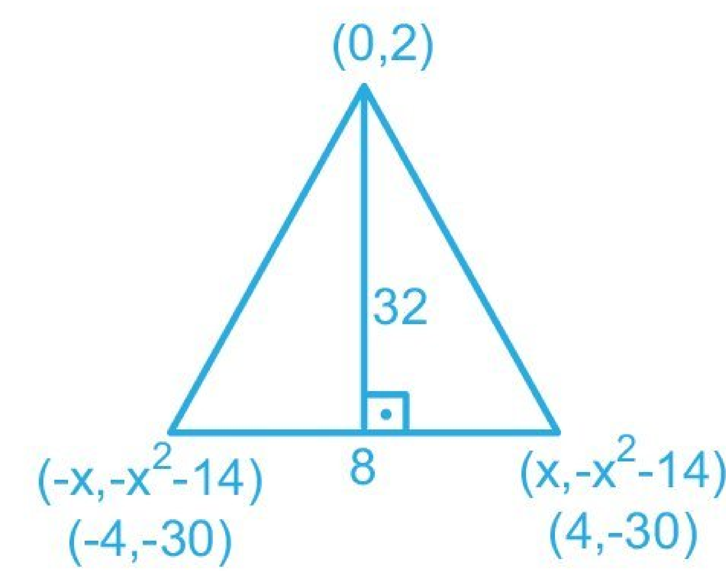
$a = 8$ *Cevap D*

11. $y = -x^2 - 14$

parabolüne A(0, 2) noktasından teğetler çiziliyor.

Köşeleri teğetlerin değme noktaları ve A noktası olan üçgensel bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) 128 B) 121 C) 112 D) 100 E) 96



Eğim $= \frac{16 + x^2}{-x} = -2x$

$16 + x^2 = 2x^2$

$\mp 4 = x$

$A = \frac{8 \cdot 32}{2} = 4 \cdot 32 = 128$

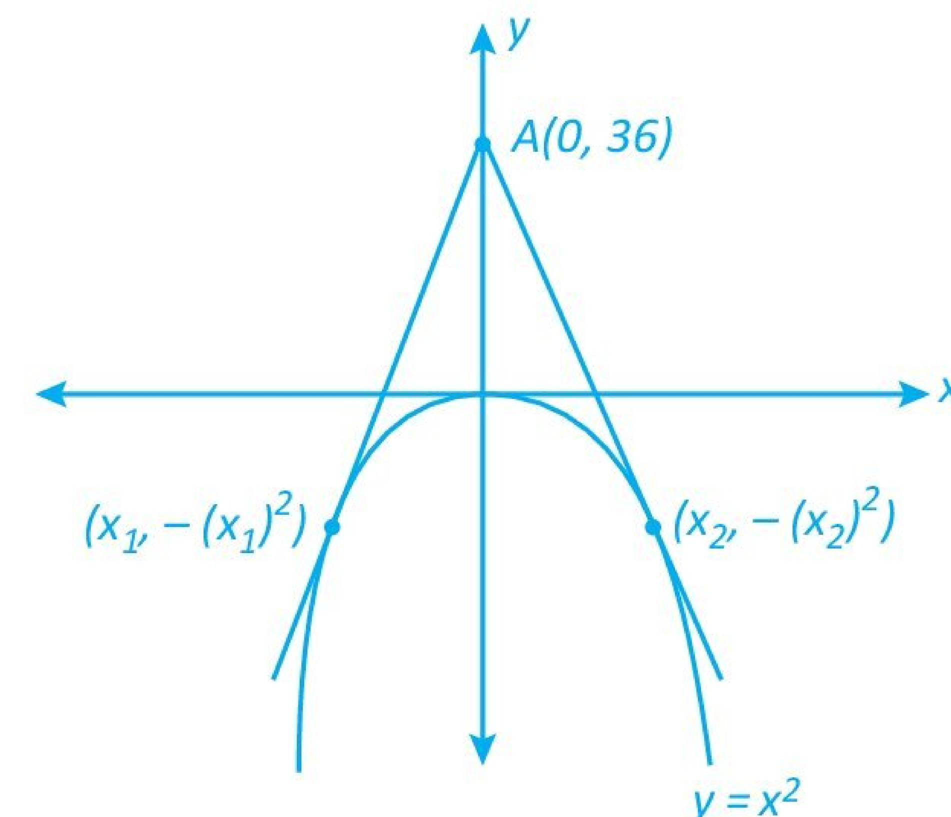
Cevap: A

12. $y = -x^2$

parabolüne A(0, 36) noktasından çizilen teğetlerin değme noktalarının apsisleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 < x_2$ olduğuna göre, $x_2 - x_1$ değeri kaçtır?

A) 16 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8



eğim $= -2x_2 = \frac{36 + (x_2)^2}{-x_2}$

$2(x_2)^2 = 36 + (x_2)^2$

$(x_2)^2 = 36$

$x_2 = 6$

$x_1 = -6$

$x_2 - x_1 = 12$

Cevap: C

1.C 2.B 3.A 4.C 5.C 6.B 7.B 8.D 9.C 10.D 11.A 12.C

1. **ROLLE TEOREMİ**

y = f(x) fonksiyonu

- [a, b] kapalı aralığında sürekli
- (a, b) açık aralığında türevli
- f(a) = f(b)

koşullarını sağlıyorsa

a ve b sayıları arasında türevi sıfıra eşit olan en az bir tane c noktası vardır.

f, g ve h [1, 3] kapalı aralığında tanımlı sürekli ve (1, 3) açık aralığında türevli fonksiyonlardır.

- f(1) = g(1) = h(1) = 1
- f(3) = 2g(3) = 3h(3) = 2

olduğuna göre,

I. $f'(x) = 0$ denkleminin en az iki tane kökü vardır.

II. $g'(x) = 0$ denkleminin en az bir tane kökü vardır.

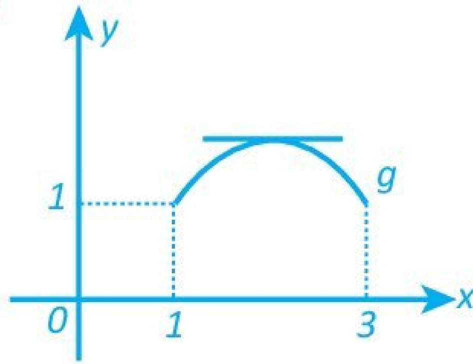
III. $h'(x) = 0$ denklemin en az bir tane kökü vardır.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

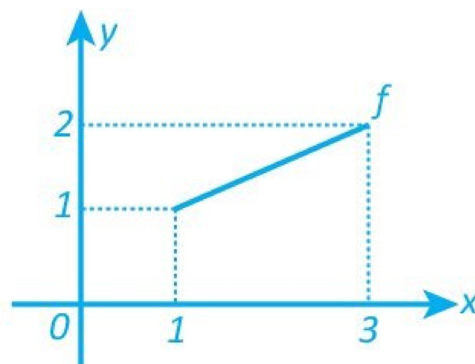
A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) II ve III

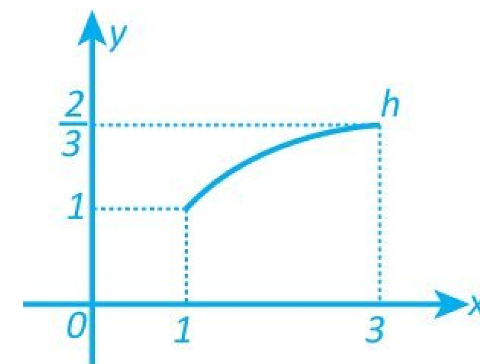
II. Doğrudur.



I. Yanlış olabilir.



III. Yanlış olabilir.



Cevap B

2. $f(x) = x^3 + ax^2 + kx + 2$

fonksiyonunun x = 2 apsisli noktasından çizilen teğeti x ekseni ile pozitif yönde 135° açı yapmaktadır.

$f''(2) = 0$ olduğuna göre, f(2) kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

$f''(2) = 0$, $f'(2) = \tan 135° = -1$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + k$

$f''(x) = 6x + 2a$

$f''(2) = 12 + 2a = 0 \rightarrow \boxed{a = -6}$

$f'(2) = 12 + (-24) + k = -1 \rightarrow \boxed{k = 11}$

$f(2) = 8 - 24 + 22 + 2 = \boxed{8}$

Cevap E

3. **ORTALAMA DEĞER TEOREMİ**

y = f(x) fonksiyonu

- [a, b] kapalı aralığında sürekli
- (a, b) açık aralığında türevli

olmak koşullarını sağlıyorsa

$f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$ ve $a < c < b$

olacak biçimde en az bir tane c gerçel sayısı vardır.

- f, g ve h [2, 3] kapalı aralığında ve sürekli (2, 3) açık aralığında türevli fonksiyonlardır.
- f(2) = g(2) = h(2) = 2
- f(3) = 2·g(3) = 3·h(3) = 6

olduğuna göre,

I. $f'(x) = 4$ denkleminin en az bir kökü vardır.

II. $g'(x) = 1$ denkleminin en az bir kökü vardır.

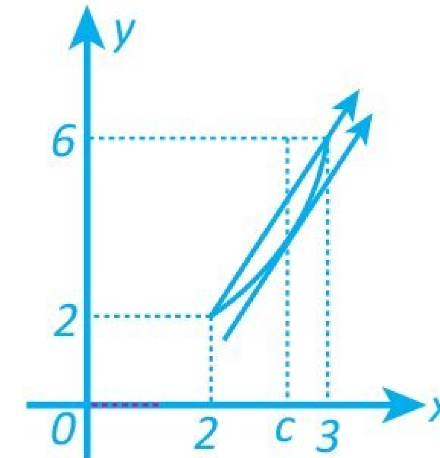
III. $h'(x) = 0$ denkleminin en az iki kökü vardır.

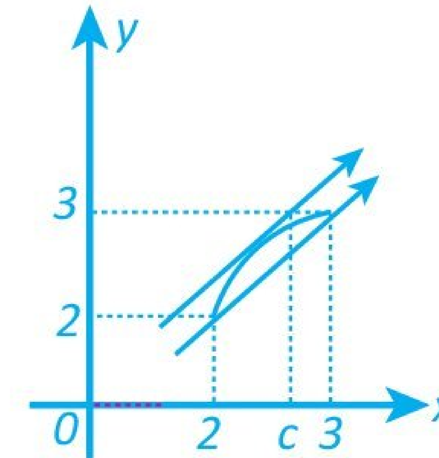
ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

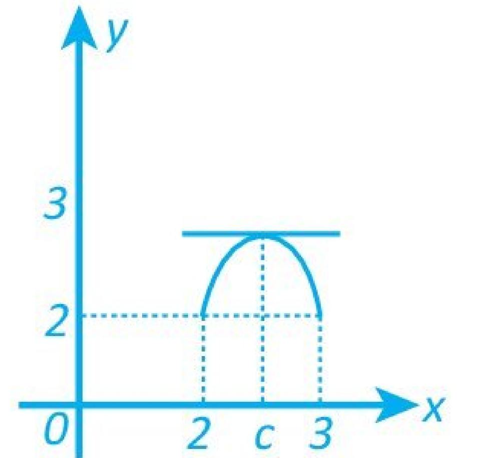
A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) I ve III

I. Doğrudur. *II. Doğrudur.* *III. Yanlış olabilir.*







$f'(c) = \dfrac{6-2}{3-2} = 4$ *$g'(c) = \dfrac{3-2}{3-2} = 1$*

Cevap D

4. m ve p birer gerçel sayıdır.

Tanım kümesi (0, ∞) olan $y = m\sqrt{x} + \dfrac{p}{\sqrt{x}}$ fonksiyonuna

x = 4 apsisli noktada çizilen teğetin denklemi

x – 4y + 20 = 0 olduğuna göre, m – 2p işleminin sonucu kaçtır?

A) –6 B) –4 C) –2 D) 3 E) 5

Nokta (4,6) ve $y' = \dfrac{m}{2\sqrt{x}} - \dfrac{p}{2}x^{-\frac{3}{2}}$

$y'(4) = \dfrac{m}{4} - \dfrac{p}{16} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow 4m - p = 4$

$6 = 2m + \dfrac{p}{2} \Rightarrow 4m + p = 12$

$\Rightarrow m = 2, p = 4, m - 2p = -6$

Cevap A

5. Aşağıda tanım kümesi [–3, 5] olan y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f'(x) = 2$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–2, 1)

B) [–2, 1]

C) [–2, 1] ∪ (3, 4]

D) (–2, 1) ∪ (3, 4)

E) [3, 4)

(–2,0) ve (1,6) noktaları için: eğim = $\frac{6-0}{1+2} = 2$

(3,4) ve (4,6) noktaları için: eğim = $\frac{6-4}{4-3} = 2$

Cevap D

6. Pozitif gerçel sayılarda tanımlı

$$y = 2\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki doğrulardan hangisi verilen fonksiyona yerel minimum noktasında teğettir?

A) y = 4 B) y = 3 C) $y = 2\sqrt{2}$

D) y = 2 E) $y = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow y = 2\sqrt{x} + x^{\frac{-1}{2}} \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} = 0$

$\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x}} = x^{-\frac{3}{2}} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$y\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

Yerel minimum noktası : $\left(\frac{1}{2}, 2\sqrt{2}\right)$

A ve B seçeneklernide verilen doğrular 2 noktada keser.
D ve E seçeneklerinde verilen duoğrular kesmez.
Sadece C seçeneğinde verilen $y = 2\sqrt{2}$ fonksiyona teğettir.

Cevap C

7.

Şekilde x eksenini –1 apsisli noktada kesen $f(x) = \sqrt{2x+m}$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, f(x) fonksiyonuna x = 7 apsisli noktada çizilen teğetin x eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?

A) –8 B) –9 C) –10 D) –11 E) –12

$0 = \sqrt{-2+m} \Rightarrow m = 2,\ f(x) = \sqrt{2x+2}$

$f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+2}} = \frac{1}{\sqrt{2x+2}} \Rightarrow f'(7) = \frac{1}{4},\ N(7,4)$

$y - 4 = \frac{1}{4}(x-7) \Rightarrow y = 0$ için $x = -9$ olur.

Cevap B

8. A(–2, 1) noktasından $f(x) = x^2 - 2x - 3$ parabolüne çizilen teğetlerin f(x) fonksiyonuna değme noktaları K, N dir.

Buna göre, K ve N noktalarının koordinatlarının toplamı kaçtır?

A) 18 B) 14 C) 21 D) 15 E) 16

$(x, x^2 - 2x - 3)$ (–2, 1)

eğim = $\frac{x^2 - 2x - 4}{x+2} = 2x - 2$

$x^2 - 2x - 4 = 2x^2 + 4x - 2x - 4$

$0 = x^2 + 4x$

$0 = x(x+4)$

$f(0) = -3$ $N(0, -3)$

$f(-4) = 16 + 8 - 3 = 21$ $K(-4, 21)$

$0 - 3 - 4 + 21 = 14$ *Cevap: B*

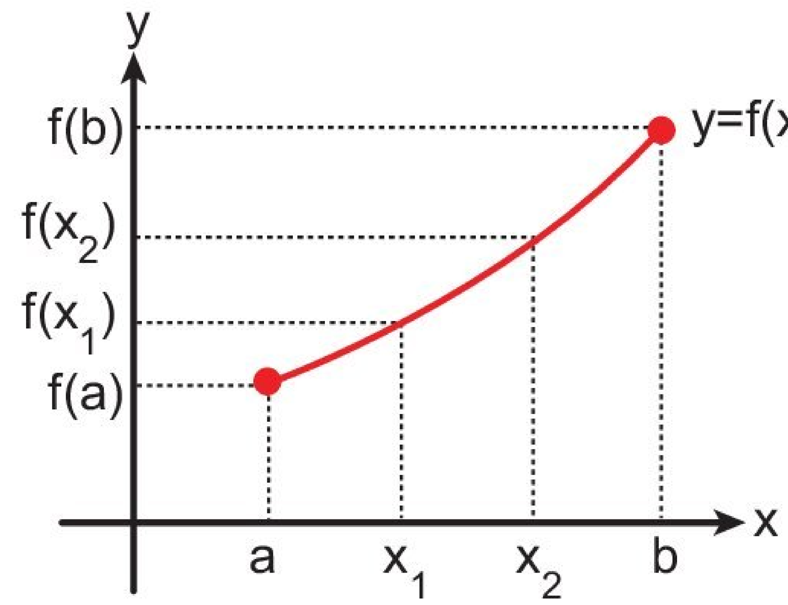
1.B 2.E 3.D 4.A 5.D 6.C 7.B 8.B



ARTAN VE AZALAN FONKSİYONLAR

Tanım kümesi [a, b] olan f fonksiyonu veriliyor.

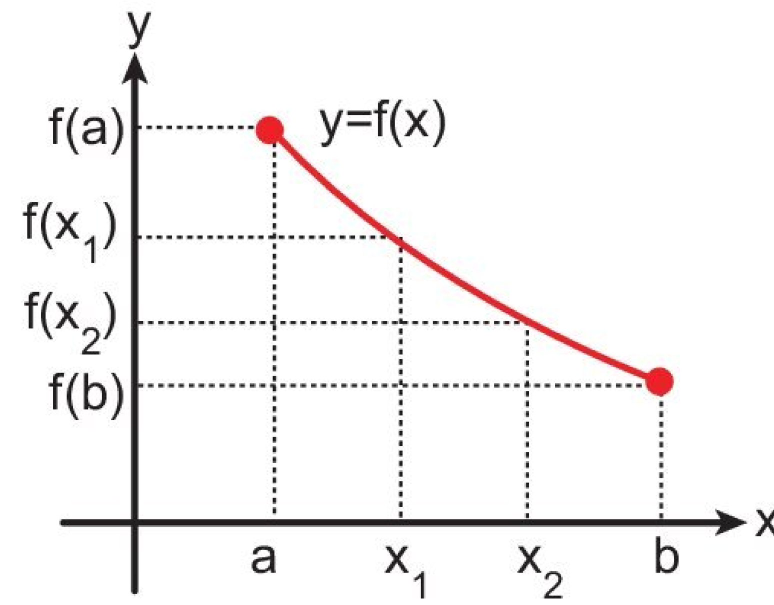
$x_1 < x_2$ olmak üzere, her $x_1, x_2 \in [a, b]$ için,



$f(x_1) < f(x_2)$ oluyorsa f artandır.

Bu durumda

$f(a) \leq f(x_1) < f(x_2) \leq f(b)$ dir.



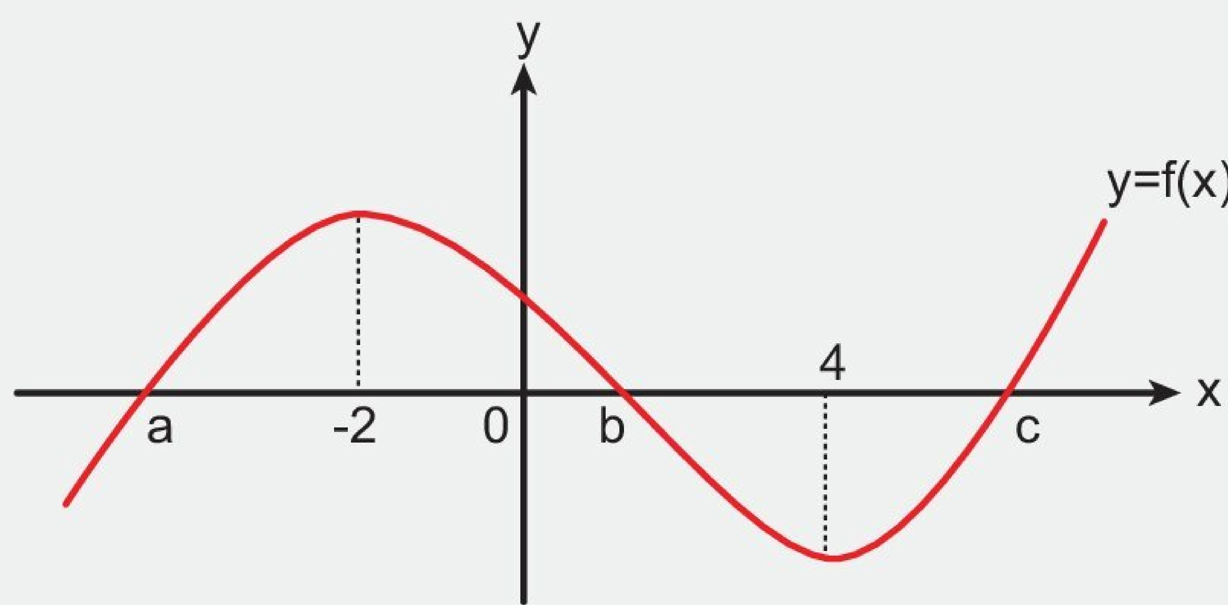
$f(x_1) > f(x_2)$ oluyorsa f azalandır.

Bu durumda

$f(a) \geq f(x_1) > f(x_2) \geq f(b)$ dir.

Örnek 1

Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) f fonksiyonu $(-\infty, -2]$ aralığında artandır.

B) f fonksiyonu [–2, 4] aralığında azalandır.

C) $f'(-2) + f'(4) = 0$

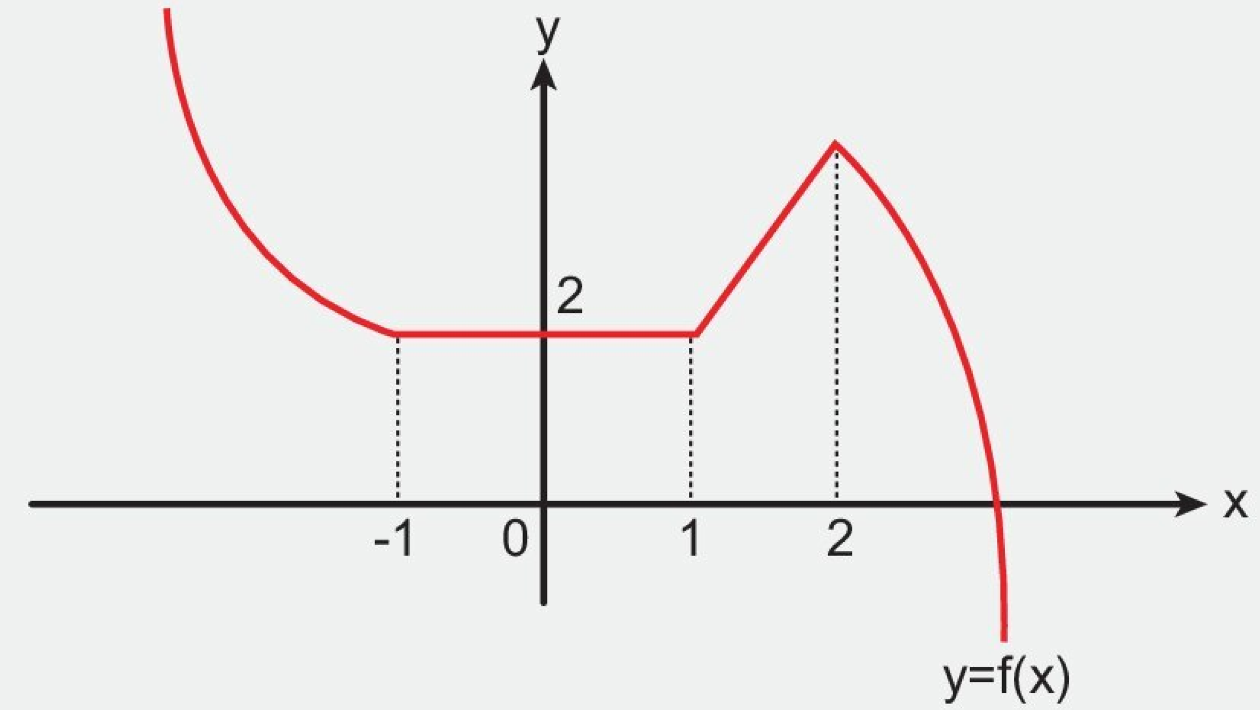
D) $f'(a) > f'(-2) > f'(0)$

E) $f'(4) > f'(c)$

E seçeneği yanlıştır. $f'(4) = 0$, $f'(c) > 0$ *Cevap: E*

Örnek 2

Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



f fonksiyonunun grafiği [–1, 1] aralığında sabit fonksiyon ve [1, 2] aralığında doğrusal fonksiyon olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $(-\infty, -1] \cup [2, \infty)$ aralığında f(x) azalandır.

B) $f'(-2) \cdot f'(3) > 0$

C) $f'(0) < f(0)$

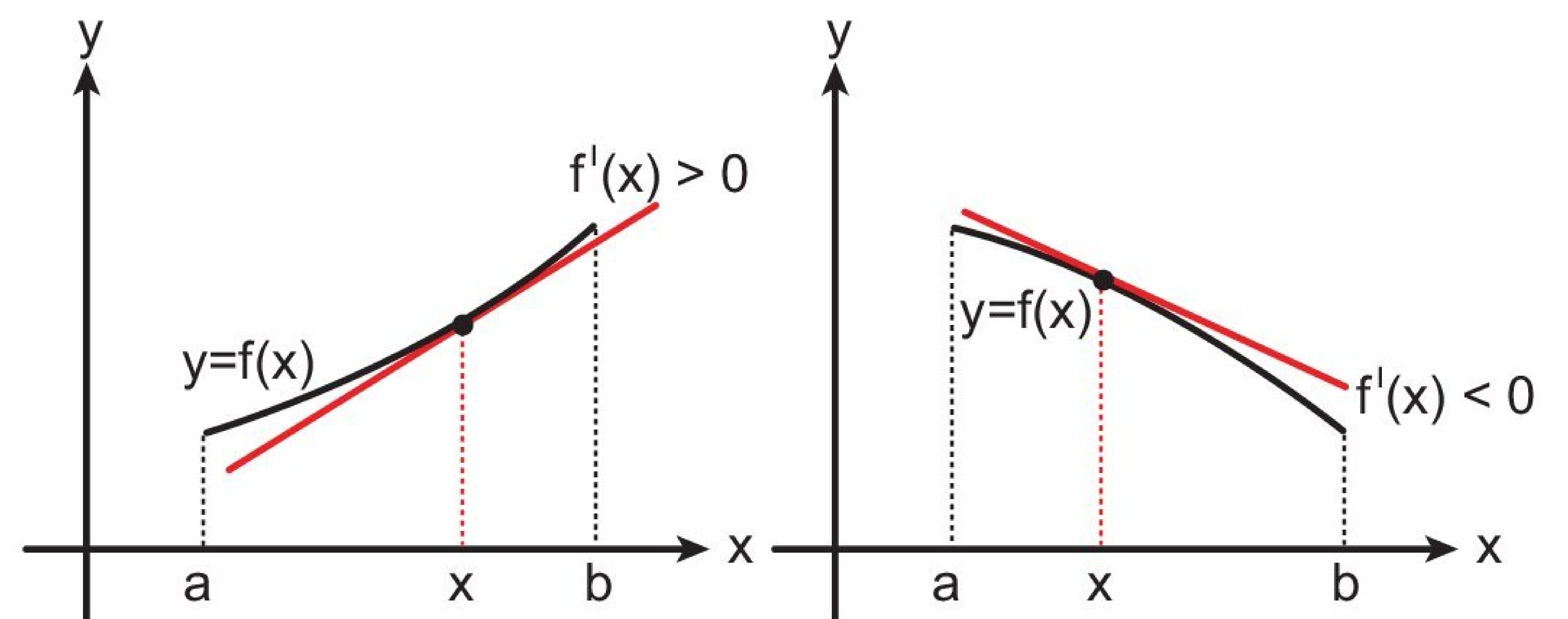
D) $f'(1^-) + f'(2^+) < 0$

E) $f'(1^+) + f''(1^+) < 0$

E) $f'(1^+) > 0$ ve $f''(1^+) = 0$

$f'(1^+) + f''(1^+) > 0$ dır. *Cevap: E*

f fonksiyonu [a, b] kapalı aralığında sürekli ve (a, b) açık aralığında türevli olsun.



$f'(x) > 0$ ise f(x) artandır.

f(x) artan ise $f'(x) > 0$ dır.

$f'(x) < 0$ ise f(x) azalandır.

f(x) azalan ise $f'(x) < 0$ dır.

Örnek 3

f gerçel sayılar kümesinde tanımlı sürekli bir fonksiyondur.

$f(x) = -2x^3 + 18x$

fonksiyonunun artan olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -3]$ B) $[-3, 3]$ C) $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$
D) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ E) $[\sqrt{3}, \infty)$

$f'(x) > 0$ ise $f(x)$ artandır.
$f'(x) = -6x^2 + 18$
$f'(x) > 0$

$-6x^2 + 18 > 0$
$18 > 6x^2$
$3 > x^2$ $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$ için artandır.
Artan olduğu en geniş aralık $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$

Cevap C

Örnek 4

f gerçel sayılar kümesinde tanımlı sürekli bir fonksiyondur.
[4, 8] kapalı aralığındaki her x gerçel sayısı için $f'(x) < 0$ dır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) $f(4) > f(5)$ B) $f(5) < f(6)$ C) $f(6) - f(7) < 0$
D) $f(5) > 0$ E) $f(7) < 10$



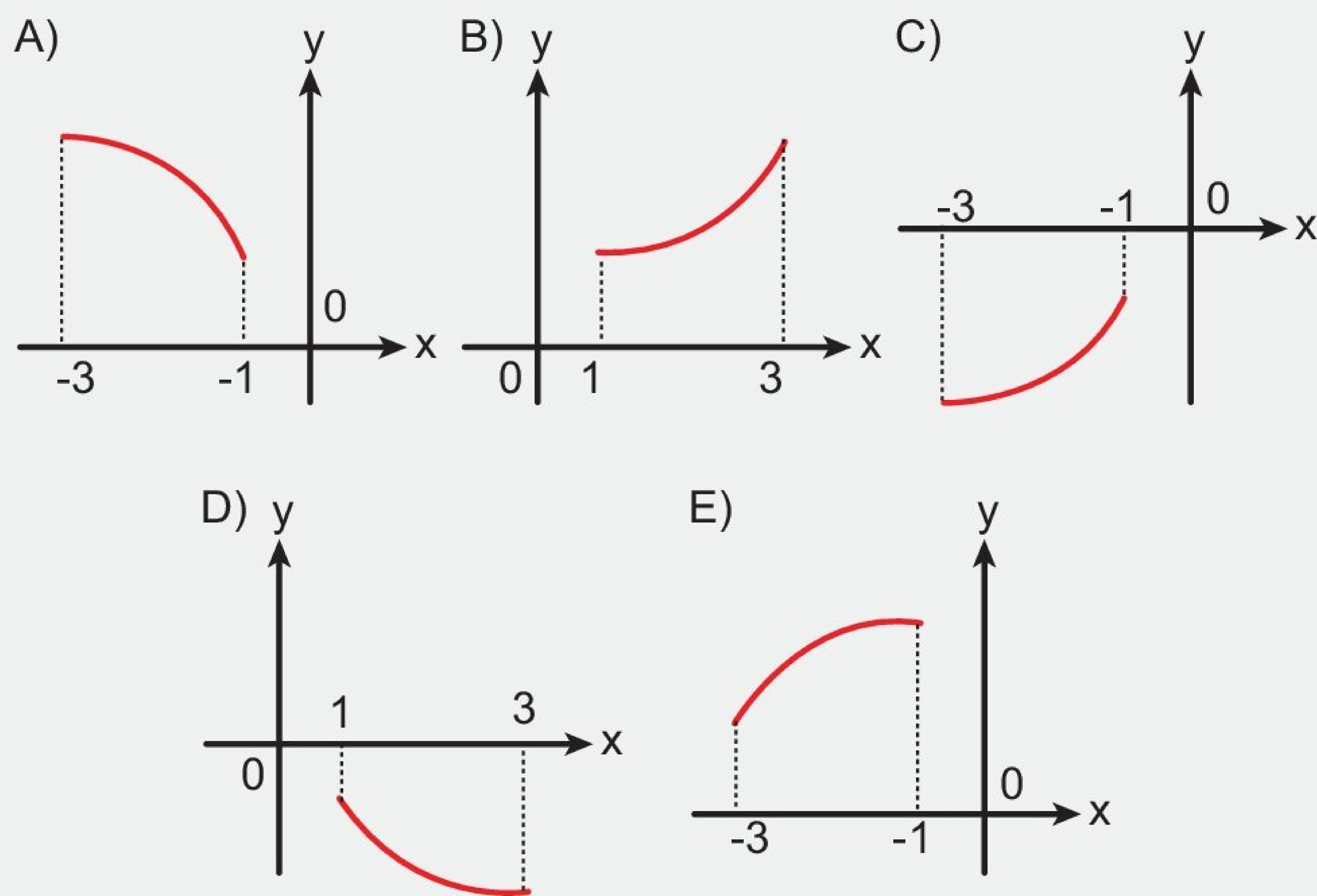
f(x) azalandır.
[4, 8] aralığında $f(4) \geq f(x) \geq f(8)$ dir.
$f(4) > f(5)$

Cevap A

Örnek 5

Aşağıda farklı [a, b] tanım aralıklarında çizilen y = f(x) fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

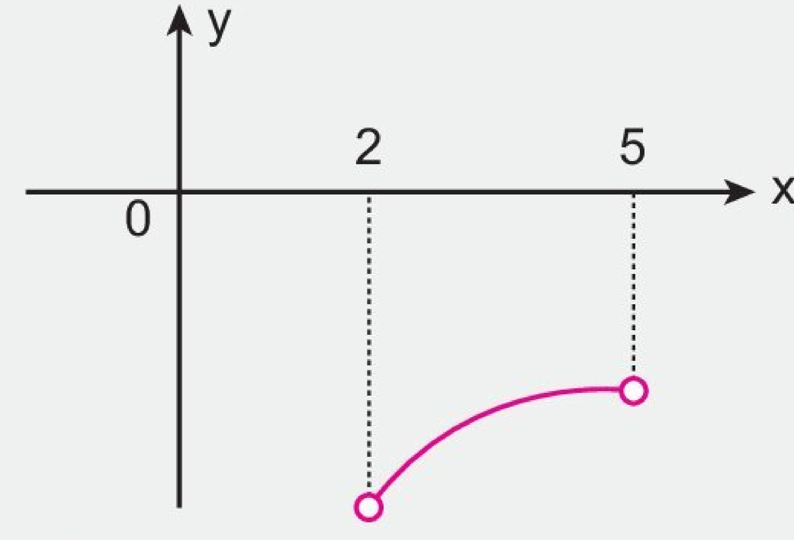
Buna göre, bu fonksiyonlardan hangisi (a, b) aralığındaki her x değeri için $x \cdot f(x) \cdot f'(x) < 0$ eşitsizliğini sağlar?



E seçeneği sağlar.
$x < 0, f(x) > 0, f'(x) > 0 \Rightarrow x \cdot f(x) \cdot f'(x) < 0$

Cevap: E

Örnek 6



Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi aynı aralıkta artandır?

A) $f^2(x)$ B) $-2x + f^2(x)$ C) $f^3(x)$
D) $\frac{1}{f(x)}$ E) $f^4(x)$

$x > 0$
$f(x) < 0$
$f'(x) > 0$ (fonksiyona çizdiğimiz teğetler sağa yatık olduğu için)
C seçeneğinin türevi

$3 \cdot f^2(x) \cdot f'(x) > 0$ olur.
+ + = +
Yani aynı aralıkta $f^3(x)$ artandır.

Cevap C

Örnek 7

a ve b gerçel sayı olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + ax^2 + bx + 7$

fonksiyonunun artan olduğu en geniş aralık [–4, 2] dir.

Buna göre, a · b çarpımı kaçtır?

A) –10 B) –8 C) –6 D) –4 E) –2

$f'(x) = -x^2 + 2ax + b$
$f'(-4) = -16 - 8a + b = 0$
$f'(2) = -4 + 4a + b = 0$ (–)
$-12 - 12a = 0 \Rightarrow \boxed{a = -1} \Rightarrow \boxed{b = 8}$
$a \cdot b = -8$

Cevap: B

Çıkmış Soru 1

a ve b gerçel sayılar olmak üzere,

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$

polinomunun

- $(-\infty, 1)$ aralığında artan,
- (1, 5) aralığında azalan
- $(5, \infty)$ aralığında artan

olduğu bilinmektedir.

Buna göre, f(2) değeri kaçtır?

A) 0 B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

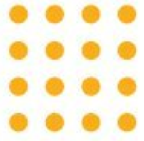
2021 AYT

x	1	5	
f'(x)	+	–	+
f(x)	↗	↘	↗

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$
denkleminin kökleri 1 ve 5 tir.

$x_1 \cdot x_2 = 5 = \frac{b}{3} \Rightarrow b = 15$
$x_1 + x_2 = 6 = \frac{-2a}{3} \Rightarrow a = -9$
$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 1$
$f(2) = 8 - 36 + 30 + 1 = 3$

Cevap: B



Örnek 8

a < 0 olmak üzere

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

fonksiyonunun daima azalan olması için türevinin diskriminantı sıfırdan küçük veya eşit olmalıdır.

$f : R \rightarrow R$

$f(x) = -x^3 + 9x^2 + mx + 2$

fonksiyonunun $(-\infty, \infty)$ aralığında azalan olması için m nin alacağı en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) –19 B) –28 C) –27 D) –26 E) –25

$f'(x) < 0$ ise $f(x)$ azalandır.

$f'(x) = -3x^2 + 18x + m < 0$

$\Delta \leq 0$ ise;

$f(x)$, $(-\infty, \infty)$ aralığında azalandır.

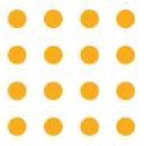
$\Delta = 18^2 - 4(-3) \cdot m \leq 0$

$12m \leq -324$

$m \leq -27$

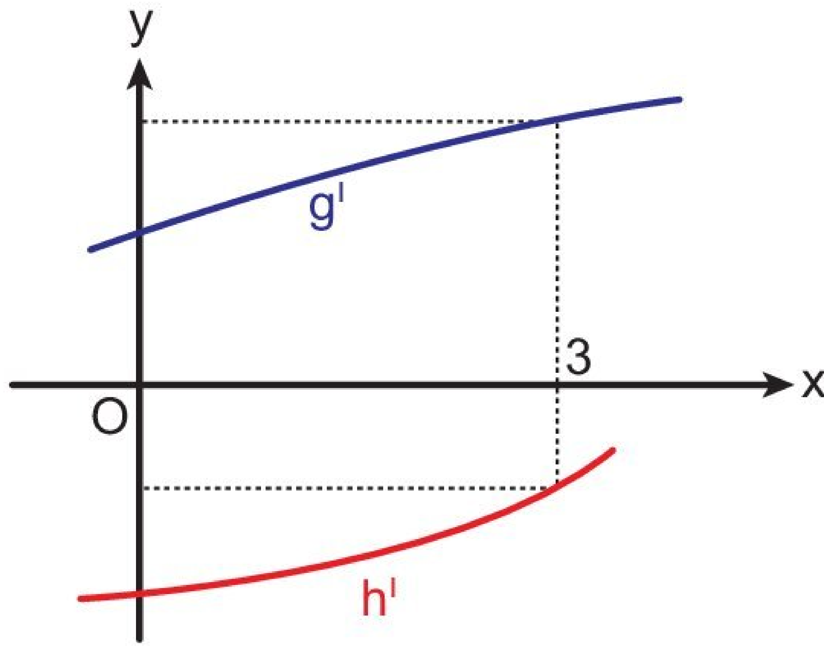
$m = -27$

Cevap C



Çıkmış Soru 2

Dik koordinat düzleminde, gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı g ve h fonksiyonlarının türevleri olan g' ve h' fonksiyonlarının grafikleri şekilde gösterilmiştir.



$f(x) = (g + h)(x)$

olmak üzere, $f(1) = g(1) = h(1)$ eşitliği sağlanmaktadır.

Buna göre; f(2), g(2) ve h(2) değerlerinin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(2) < h(2) < g(2)$
B) $g(2) < f(2) < h(2)$
C) $g(2) < h(2) < f(2)$
D) $h(2) < f(2) < g(2)$
E) $h(2) < g(2) < f(2)$

2022 AYT

Belirtilen [0, 3] aralığında

$g'(x) > 0 \Rightarrow g(x)$ artan $\Rightarrow g(2) > g(1)$

$h'(x) < 0 \Rightarrow h(x)$ azalan $\Rightarrow h(2) < h(1)$

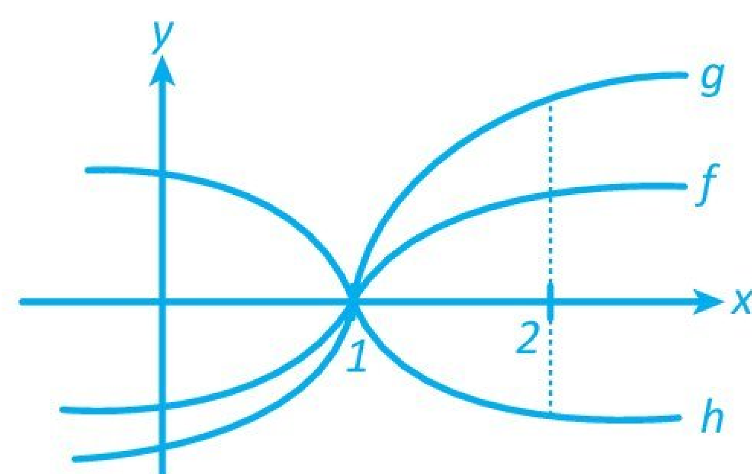
$\rightarrow$ eşit $\Rightarrow g(2) > g(1) = h(1) > h(2)$

$g(2) > h(2)$

$f'(x) = g'(x) + h'(x)$

$g'(x) > f'(x) > h'(x)$

$g(2) > f(2) > h(2)$

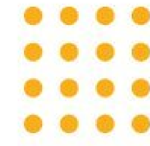


Cevap: D

EKSTREMUM NOKTALARI

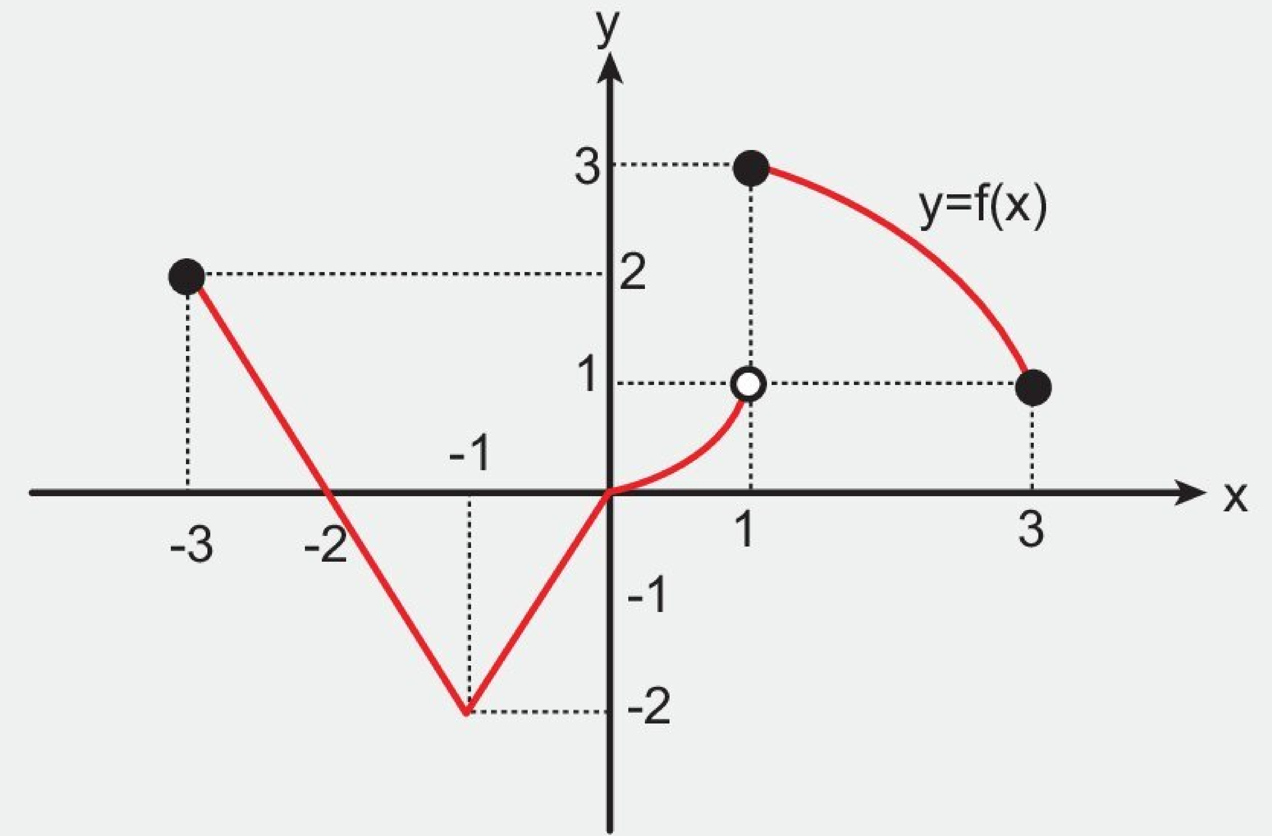
$f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ve $(a, b) \subseteq A$ olmak üzere,

- $x_1 \in (a, b)$ için fonksiyonun bu aralıktaki en büyük değeri $f(x_1)$ oluyorsa $(x_1, f(x_1))$ noktasına f fonksiyonunun bir yerel maksimum noktası denir.
- $x_2 \in (a, b)$ için fonksiyonun bu aralıktaki en küçük değeri $f(x_2)$ oluyorsa $(x_2, f(x_2))$ noktasına f fonksiyonunun bir yerel minimum noktası denir.
- Bir fonksiyonun yerel maksimum ve yerel minimum noktalarına fonksiyonun ekstremum noktaları denir.
- Bir fonksiyonun tanımlı olmadığı (grafikte içi boş olan) noktalarda ekstremum noktası yoktur.
- Bir fonksiyonun tanımlı olduğu aralıkta en büyük değerini aldığı noktaya mutlak maksimum noktası denir. Bu noktadaki değerine mutlak maksimum değeri denir.
- Bir fonksiyonun tanımlı olduğu aralıktaki en küçük değerini aldığı noktaya mutlak minimum noktası denir. Bu noktadaki değerine mutlak minimum değeri denir.
- Ekstremum noktaları türevden bağımsızdır. Fonksiyonun limitinin bile olmadığı noktada ekstremum noktası olabilir.



Örnek 9

Aşağıda [–3, 3] aralığında tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) f fonksiyonunun yerel maksimum noktalarının apsisleri –3 ve 1 dir.

B) f fonksiyonunun mutlak maksimum değeri 3 tür.

C) f fonksiyonunun yerel minimum noktalarının apsisleri –1 ve 3 tür.

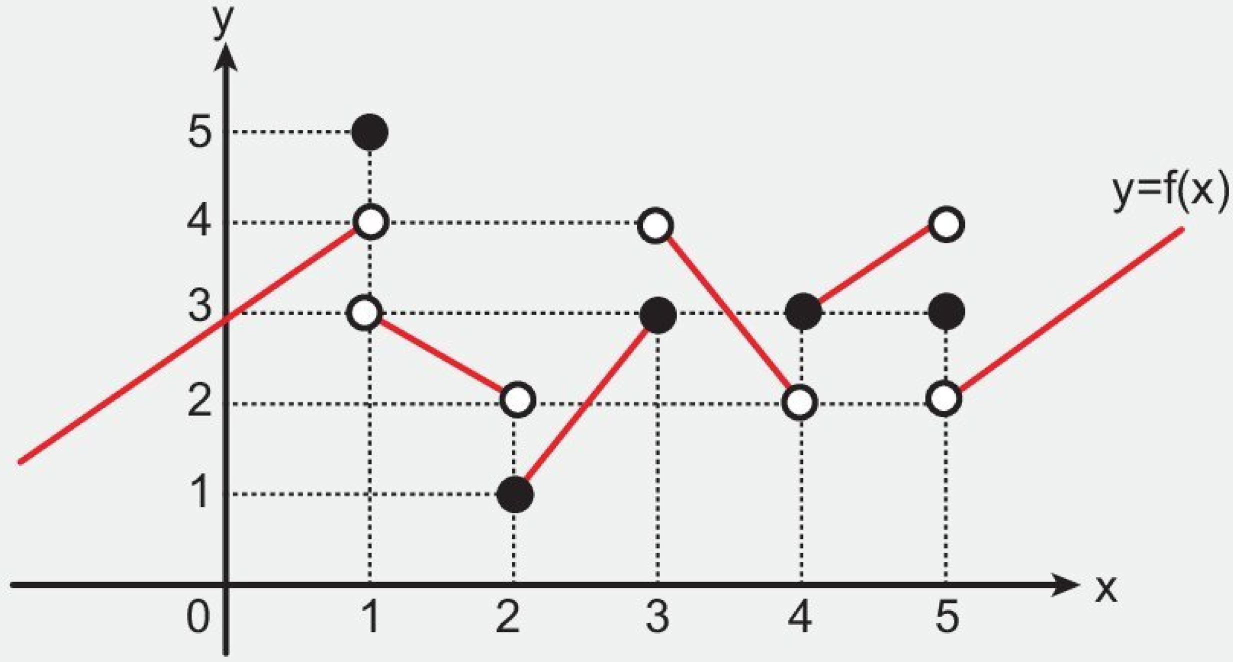
D) f fonksiyonunun mutlak minimum değeri –2 dir.

E) f fonksiyonu [0, 3] aralığında artandır.

E seçeneği yanlıştır. Çünkü [1, 3] aralığında f azalandır. *Cevap: E*

Örnek 10

Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, f(x) fonksiyonunun

I. x = 1 apsisli noktadaki yerel maksimum değeri 5 tir.
II. x = 2 apsisli noktadaki yerel minimum değeri 1 dir.
III. x = 3 apsisli noktada yerel maksimum değeri yoktur.
IV. x = 4 apsisli noktada yerel minimum değeri yoktur.
V. x = 5 apsisli noktada yerel minimum değeri yoktur.

ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

hepsi doğrudur. *Cevap: A*

> Bir fonksiyonun ekstremum noktalarında eğer türevi varsa, türevi sıfıra eşittir. Yani bu noktalarda çizilen teğetler x eksenine paraleldir.

> Bir fonksiyonun türevinin işaret değiştirerek sıfıra eşit olduğu noktada fonksiyonun kendisinin bir ekstremum noktası vardır.

> Diğer ifadesiyle, fonksiyonun türevinin tek katlı köklerinde fonksiyonun kendisinin bir ekstremum noktası vardır. Çift katlı köklerinde türev fonksiyonu işaret değiştirmediği için fonksiyonun kendisinin bir ekstremum noktası yoktur.

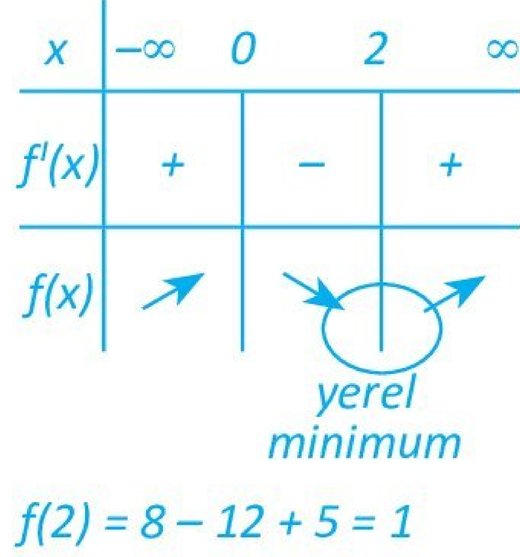
Örnek 11

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$

fonksiyonunun yerel minimum değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$f'(x) = 0$
$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0$
$3x(x-2) = 0$
$x = 0$, $x = 2$



$f(2) = 8 - 12 + 5 = 1$

Cevap B

Örnek Cevapları

1.E	2.E	3.C	4.A	5.E	6.C	7.B	8.C	9.E	10.A
11.B	12.E	13.B	14.B						

Çıkmış Soru Cevapları

1. B	2. D

Örnek 12

$f(x) = x^3 + kx + p$

fonksiyonunun (2, 10) noktasında bir ekstremumu vardır.

Buna göre, p kaçtır?

A) 34 B) 32 C) 30 D) 28 E) 26

$f(2) = 10$
$f'(2) = 0$
$f'(x) = 3x^2 + k = 0$
$f'(2) = 12 + k = 0 \rightarrow k = -12$
$f(2) = 8 - 24 + p = 10$
$p = 26$

Cevap E

Not

a > 0 ve a, b, c ve d gerçel sayı olmak üzere gerçel sayılar kümesinde tanımlı
$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

> fonksiyonunun ekstremum noktası yoktur.
> fonksiyonu bire bir ve örtendir.
> fonksiyonunun ters fonksiyonu vardır.
> fonksiyonu daima artandır.

ifadelerinden hangisi belirtilirse belirtilsin her dört durum için de f(x) fonksiyonunun türevinin diskriminantı Δ olmak üzere, $\Delta \le 0$ olmalıdır.

Örnek 13

$f(x) = \frac{x^3}{3} + mx^2 + 16x + 7$

fonksiyonunun ekstremum noktası yoktur.

Buna göre, kaç farklı m tam sayısı vardır?

A) 11 B) 9 C) 7 D) 5 E) 3

$f'(x) = x^2 + 2mx + 16$
$\Delta \le 0 \rightarrow 4m^2 - 4 \cdot 16 \le 0 \Rightarrow m^2 \le 16 \Rightarrow -4 \le m \le 4$
9 farklı m tam sayısı vardır. *Cevap: B*

> a > 0 ve a, b, c ve d gerçel sayı olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ fonksiyonunun ekstremum noktalarının apsisleri m ve n olsun.

f(m) . f(n) < 0 iken f(x) = 0 denkleminin üç farklı reel kökü vardır.

Örnek 14

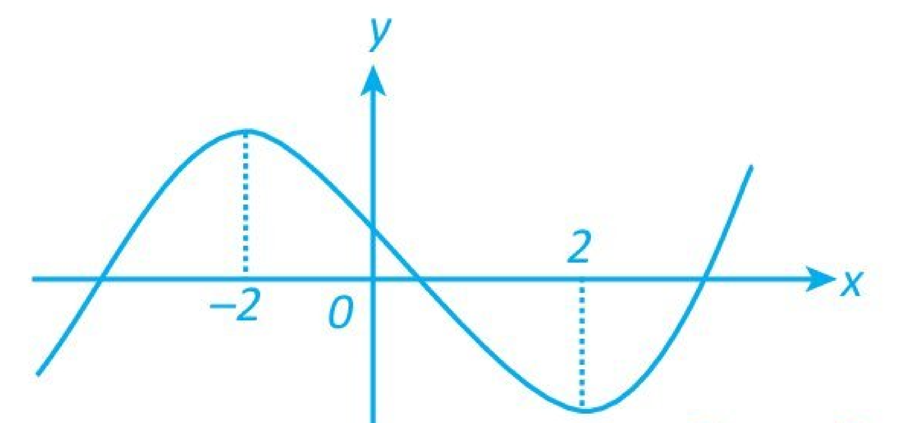
$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
$x^3 - 12x + k = 0$

denkleminin birbirinden farklı üç reel kökü vardır.

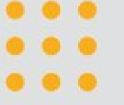
Buna göre, k kaç farklı tam sayı değeri alabilir?

A) 30 B) 31 C) 32 D) 33 E) 34

$f'(x) = 0$
$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0$
$x = 2$, $x = -2$
$f(-2) > 0$ ve $f(2) < 0$ olmalıdır.
$16 + k > 0$ $-16 + k < 0$
$-16 < k < 16 \rightarrow 31$



Cevap: B



1. f gerçel sayılarda tanımlı sürekli bir fonksiyondur.

$f(x) = 4x + 13$

fonksiyonunun artan olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

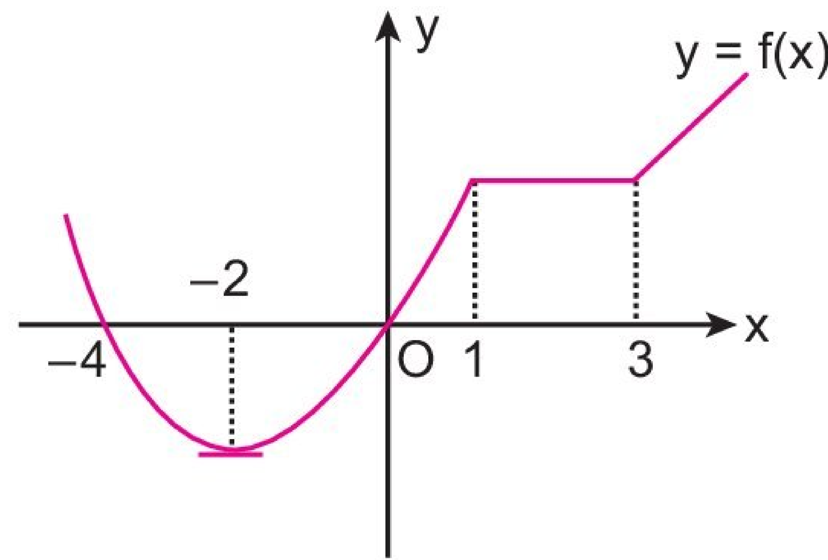
A) $(-\infty, 4)$ B) $(-\infty, 0)$ C) $(0, \infty)$ D) $(4, \infty)$ E) $(-\infty, \infty)$

$f'(x) > 0$ ise $f(x)$ artandır.

$f'(x) = 4$ ise;

$(-\infty, \infty)$ aralığında artandır. *Cevap E*

2.



Yanda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $(-\infty, -2]$ aralığında fonksiyon azalandır.

B) $[-2, 1]$ aralığında fonksiyon artandır.

C) $f'(2) = 0$ dır.

D) $[-4, 0]$ aralığında fonksiyon azalandır.

E) $f'(5) > 0$ dır.

Fonksiyon $(-\infty, -2]$ aralığında azalan, $[-2, 1]$ ve $[3, \infty)$ aralığında artan, $(1, 3)$ aralığında sabittir. $[-4, 0]$ aralığında azalandır bilgisi yanlıştır.

Cevap D

3. f fonksiyonu reel sayılarda tanımlı sürekli bir fonksiyondur.

$f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 18$

fonksiyonunun yerel maksimum noktasının apsisi kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$f'(x) = 0$

$f'(x) = 12x^2 - 24x = 0$

$x = 0$, $x = 2$

x	$-\infty$ 0	2	∞
f'(x)	+	–	+
f(x)	↗	↘	↗

yerel max.

Cevap A

4. f gerçel sayılarda tanımlı sürekli bir fonksiyondur.

$y = 2x^3 - mx^2 + 5x$

fonksiyonunun ekstremum noktalarının apsisleri toplamı 1 dir.

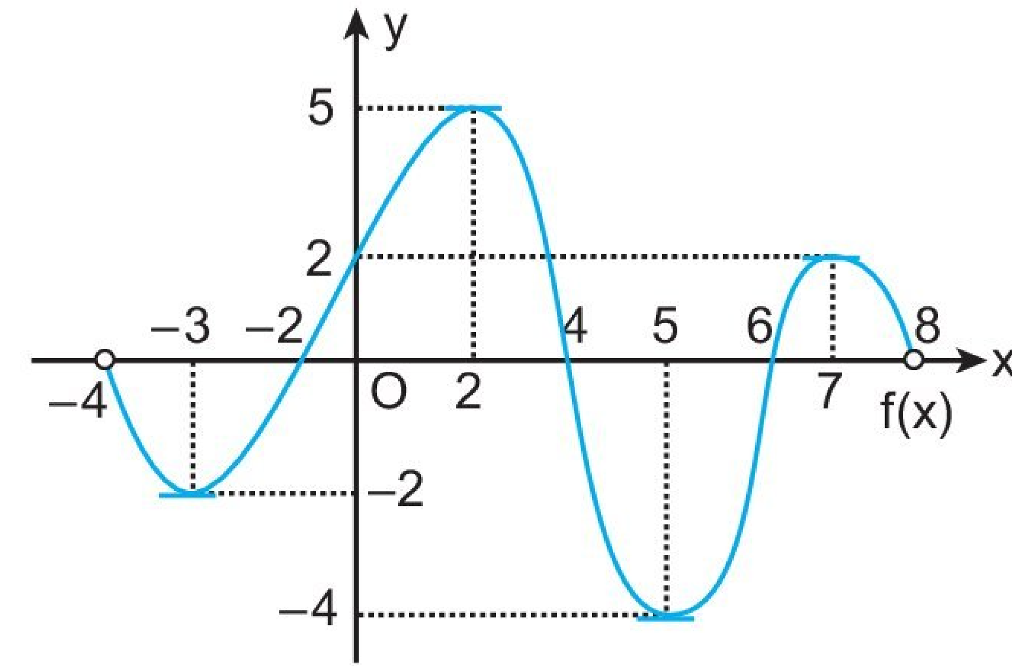
Buna göre, m değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$f'(x) = 6x^2 - 2mx + 5 = 0$

Kökler toplamı = $\frac{2m}{6} = 1 \Rightarrow m = 3$ *Cevap C*

5. $f: (-4, 8) \rightarrow [-4, 5]$



Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) (2, 5) ve (7, 2), f fonksiyonunun yerel maksimum noktalarıdır.

B) (–3, –2) ve (5, –4) f fonksiyonunun yerel minimum noktalarıdır.

C) (2, 5) f fonksiyonunun mutlak maksimum noktasıdır.

D) (5, –4) f fonksiyonunun mutlak minimum noktasıdır.

E) (8, 0) f fonksiyonunun yerel minimum noktasıdır.

(8, 0) dahil olmadığı için ekstremum noktası değildir. *Cevap E*

6. f ve g; (a, b) ⟶ R, $g(x) \neq 0$ olmak üzere, türevli fonksiyonlardır.

$\frac{f(x)}{g(x)}$ bölüm fonksiyonunun (a, b) aralığında artan olması için aşağıdaki bağıntılardan hangisi sağlanmalıdır?

A) $f'(x) . g'(x) + f(x) . g(x) > 0$

B) $f'(x) . g'(x) + f(x) . g(x) < 0$

C) $f'(x) . g(x) - f(x) . g'(x) > 0$

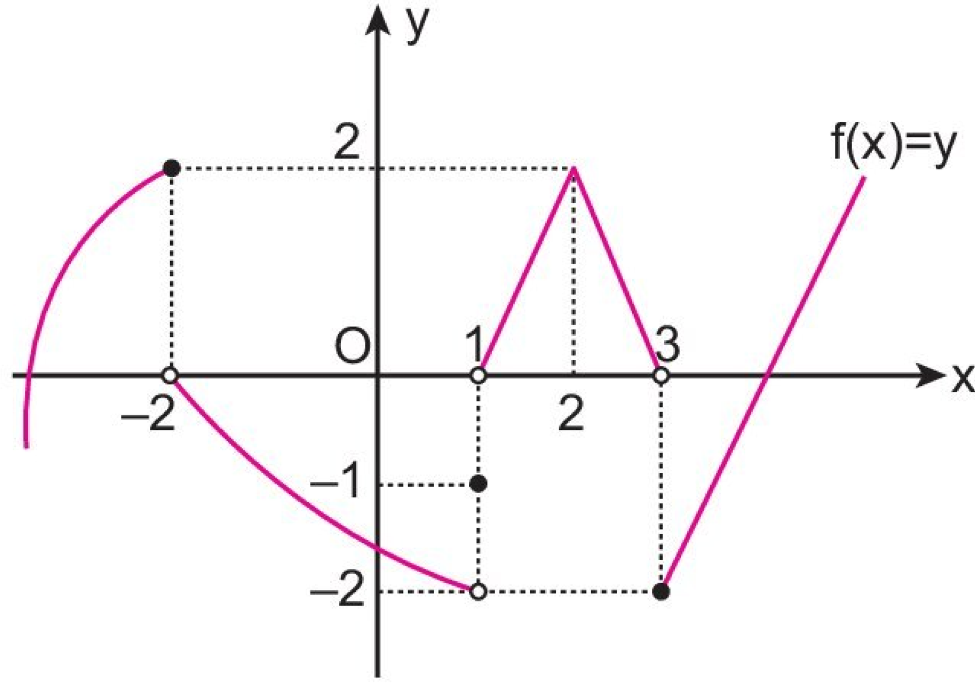
D) $f'(x) . g(x) - f(x) . g'(x) < 0$

E) $f(x) . g(x) - f'(x) . g'(x) > 0$

$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' > 0$ olursa artan olur. $\Big\}$ *$\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)} > 0$*

$f'(x) . g(x) - f(x) . g'(x) > 0$ *Cevap C*

7. f fonksiyonu gerçel sayılarda tanımlıdır.



Şekilde f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) (–2, 2) f fonksiyonunun yerel maksimum noktasıdır.

B) (2, 2) f fonksiyonunun yerel maksimum noktasıdır.

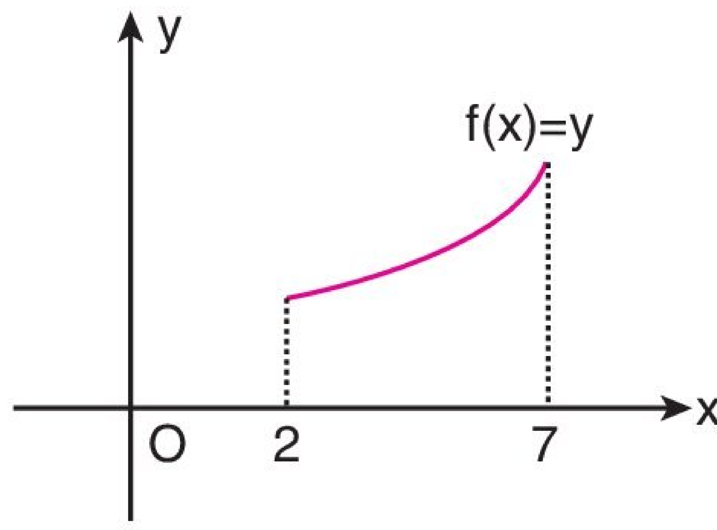
C) (3, –2) f fonksiyonunun yerel minimum noktasıdır.

D) (1, –2) f fonksiyonunun yerel minimum noktası değildir.

E) (1, –1) f fonksiyonunun yerel maksimum noktasıdır.

(1, –1) f(x) in ekstremum noktası değildir. *Cevap E*

8.



Şekilde [2, 7] kapalı aralığında y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi aynı aralıkta kesinlikle azalandır?

A) $x \cdot f(x)$ B) $x^2 \cdot f(x)$ C) $\frac{1}{f(x)} - x$

D) $2x + f^3(x)$ E) $-2 - \frac{2}{f(x)}$

$x > 0$

$f(x) > 0$

$f'(x) > 0$

C seçeneğinin türevini alırsak;

$\frac{d}{dx}[[f(x)]^{-1} - x] = \frac{-f'(x)}{[f(x)]^2} - 1 < 0$ olur. Yani azalandır. *Cevap C*

9. Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x) = x^3 - ax^2 + kx + n$

fonksiyonunun yerel maksimum ve yerel minimum noktalarının apsisleri toplamı 8 olduğuna göre, a değeri kaçtır?

A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

$f'(x) = 0$

$f'(x) = 3x^2 - 2ax + k = 0$

Kökler x_1 ve x_2 olsun;

$x_1 + x_2 = 8$

$x_1 + x_2 = \frac{2a}{3} = 8 \Rightarrow \boxed{a = 12}$

Cevap: A

10. f fonksiyonu gerçel sayılarda tanımlıdır.

$f(x) = x^2 + mx + n$

eğrisinin A(–1, 2) noktasında yerel ekstremumu olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$f(-1) = 2 \Rightarrow (-1)^2 + m \cdot (-1) + n = 2$

$\Rightarrow n - m = 1$ olur.

$f'(-1) = 0 \Rightarrow f'(x) = 2x + m$

$f'(-1) = -2 + m = 0$

$m = 2$ olur.

$n - m = 1 \Rightarrow n - 2 = 1$

$n = 3$ olur. $m + n = 2 + 3 = 5$ bulunur.

Cevap C

11. f fonksiyonu gerçel sayılarda tanımlıdır.

$f(x) = x^3 - ax^2 + nx + 3$

fonksiyonunun x = 1 ve x = –2 apsisli noktalarda yerel ekstremumları olduğuna göre, a değeri kaçtır?

A) –2 B) $-\frac{3}{2}$ C) –1 D) $-\frac{1}{2}$ E) 0

$f'(1) = 0$ ve $f'(-2) = 0$

$f'(x) = 3x^2 - 2ax + n$

$f'(1) = 3 - 2a + n = 0$

$f'(-2) = 12 + 4a + n = 0$

$-9 - 6a = 0$

$\boxed{a = \frac{-3}{2}}$

Cevap B

12. Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x) = mx^2 - 16x + n - 2$

fonksiyonunun ekstremum noktası A(2, 3) olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 25 D) 28 E) 34

$f(2) = 3$ olmalıdır.

$4m - 32 + n - 2 = 3 \Rightarrow 4m + n = 37$ olur.

$f'(x) = 2mx - 16$

$f'(2) = 0$ olmalıdır.

$4m - 16 = 0 \Rightarrow m = 4$ olur.

$4m + n = 37 \Rightarrow 4 \cdot 4 + n = 37 \Rightarrow n = 21$ olur.

$m + n = 4 + 21 = 25$ bulunur.

Cevap C

1.E 2.D 3.A 4.C 5.E 6.C 7.E 8.C 9.A 10.C 11.B 12.C

1. $f(x)=\dfrac{x^3}{3}-2x^2+4x+5$

fonksiyonunun kaç farklı yerel ekstremum noktası vardır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) Yoktur.

$f'(x) = x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 \geq 0$
olduğu için f(x) daima artandır.
x = 2 yerel minimum noktası değildir.
f(x) in yerel ekstremum noktası yoktur.

x		2	
f'(x)	+		+
f(x)	↗		↗

Cevap: E

2. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f, g ve h fonksiyonları veriliyor.

I. f(x) = –x + 13 fonksiyonunun [–3, –1) aralığında yerel minimum değeri vardır.

II. $g(x) = x^2 - 2x + 1$ fonksiyonunun [2, 3) aralığında yerel maksimum değeri vardır.

III. h(x) = 15 – 2x fonksiyonunun [–4, –1) aralığında yerel maksimum değeri vardır.

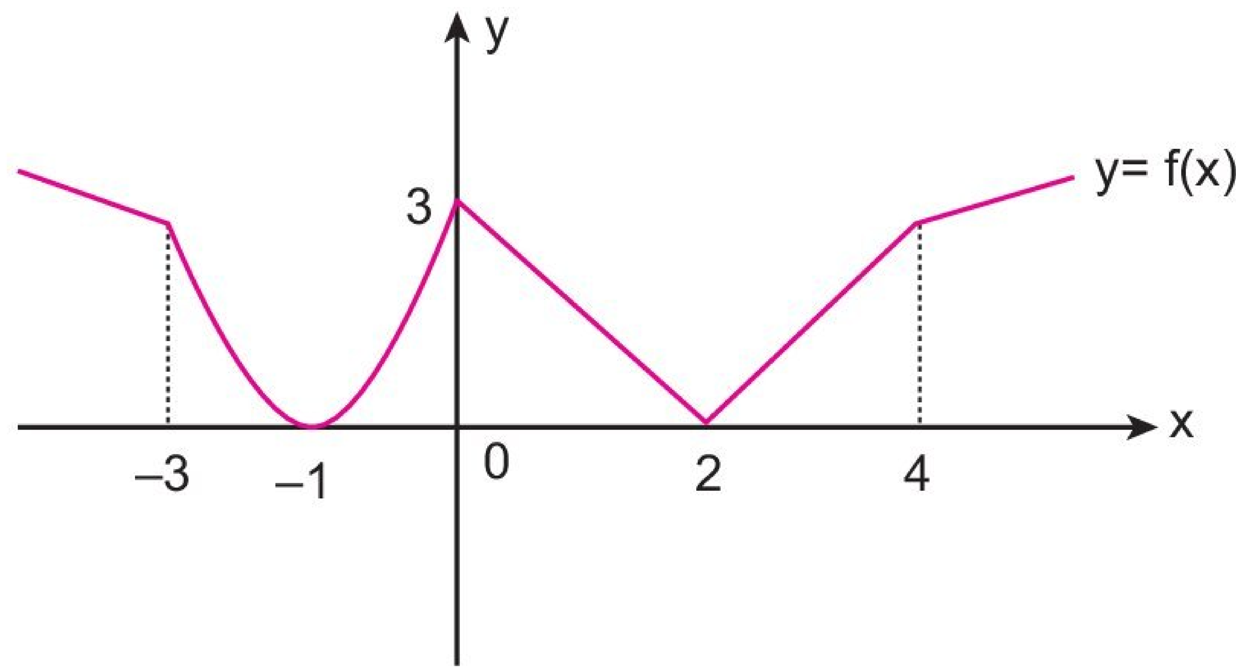
ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

I) Yanlış. x = –1 yerel minimum adayıdır. Fakat dahil değil.
II) Yanlış. x = 3 yerel maksimum adayıdır. Fakat dahil değil.
III) Doğru. x = –4 de yerel maksimum değeri vardır ve dahildir.

Cevap C

3. f fonksiyonu reel sayılarda tanımlıdır.



Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.
Buna göre aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

I. f'(4) yoktur.

II. x = 0 da yerel maksimumu vardır.

III. x = 2 de yerel minimumu vardır.

IV. f'(–3) = 0 ve x = –3 te yerel maksimumu vardır.

V. f'(–1) = 0 ve x = –1 de yerel minimumu vardır.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

I, II. III ve V nolu öncüller doğrudur. *Cevap D*

4. Gerçel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x) = x^3 - 6x + m$

fonksiyonunun grafiği yerel minimum noktasında x eksenine teğettir.

Buna göre, m değeri kaçtır?

A) $5\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{2}$ E) $\sqrt{2}$

$f'(x) = 0$
$f'(x) = 3x^2 - 6 = 0$
$\boxed{x = \mp\sqrt{2}}$
$f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^3 - 6\cdot\sqrt{2} + m = 0$
$\boxed{m = 4\sqrt{2}}$

$-\infty$	$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$	∞
+		–		+

Yerel min (at $\sqrt{2}$)

Cevap: B

5. $f(x) = 3x^3 - 9x + 7$

fonksiyonunun [–1, 5] aralığında alabileceği en küçük değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 7 E) 13

$f'(x) = 9x^2 - 9$
$f'(x) = 0 \Rightarrow 9(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = \mp 1$ olur.
x = 1 minimumu olduğundan
f(1) = 3 – 9 + 7 = 1 bulunur.

		–1		1	
f(x)	+ ↗	max	– ↘	min	+ ↗

Cevap: C

6. $f(x) = \dfrac{x^2 + kx + 6}{x - 1}$

fonksiyonunun x = 2 apsisli noktada bir yerel ekstremumu vardır.

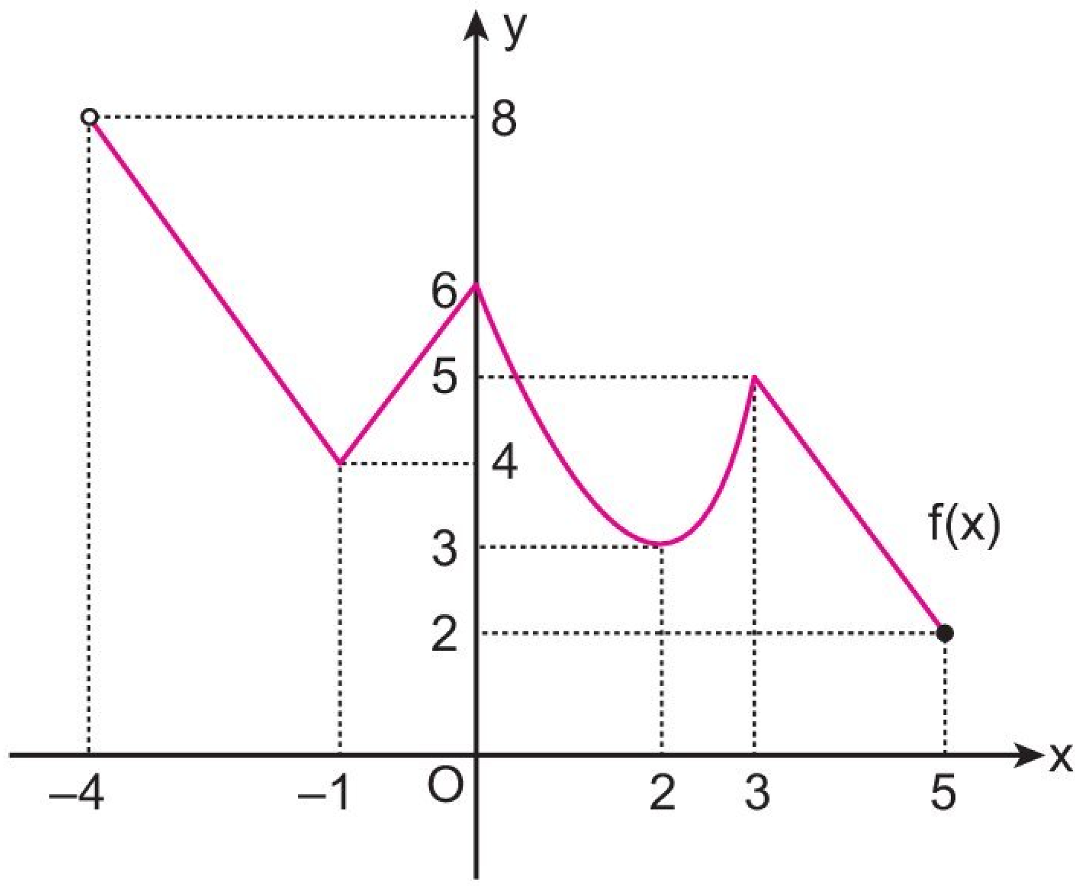
Buna göre, fonksiyonun bu noktadaki ordinat değeri kaçtır?

A) –12 B) –2 C) 22 D) 32 E) 42

$f'(2) = 0$
$f'(x) = \dfrac{(2x+k)(x-1) - (x^2+kx+6)\cdot 1}{(x-1)^2} = 0$
$f'(2) = 4 + k - 4 - 2k - 6 = 0$
$\boxed{k = -6}$
$f(2) = \dfrac{4 + (-12) + 6}{2 - 1} = \boxed{-2}$

Cevap B

7.



Şekilde (–4, 5] aralığında tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir. f(x) fonksiyonu ile ilgili olarak aşağıdaki bilgiler verilmiştir.

I. Mutlak maksimum değeri 8 dir.
II. Mutlak minimum noktasının apsisi 5 tir.
III. 2 tanesi yerel maksimum ve 3 tanesi yerel minimum olmak üzere 5 tane ekstremum noktası vardır.
IV. Yerel maksimum değerlerinin toplamı 19 dur.
V. Yerel minimum değerlerinin toplamı 9 dur.

Buna göre, yukarıda verilen bilgilerden kaç tanesi doğrudur?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

II, III, V olmak üzere 3 tanesi doğrudur. *Cevap C*

8. a > 0 olmak üzere,

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ fonksiyonunun daima artan olması için; türevinin diskriminantı sıfırdan küçük veya sıfıra eşit olmalıdır.

$$f(x) = 2x^3 + 6x^2 + ax$$

fonksiyonu her x gerçel sayısı için artandır. Buna göre a nın alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

$f'(x) = 6x^2 + 12x + a$

$\Delta \leq 0$ olursa

f(x) fonksiyonu $(-\infty, \infty)$ aralığında artan olur.

$\Delta = 144 - 4 \cdot 6 \cdot a \leq 0$

$144 \leq 24a \quad 6 \leq a \quad \boxed{a = 6}$

Cevap D

9. m ve k gerçel sayılar olmak üzere

$$f(x) = -\frac{x^3}{3} + mx^2 + kx + 2$$

polinomunun

- $(-\infty, -7)$ aralığında azalan
- $(-7, 2)$ aralığında artan
- $(2, \infty)$ aralığında azalan

olduğu bilinmektedir.

Buna göre, f(1) kaçtır?

A) $\frac{77}{6}$ B) $\frac{79}{6}$ C) $\frac{27}{2}$ D) $\frac{83}{6}$ E) $\frac{85}{6}$

$f'(x) = \quad -x^2 + 2mx + k = 0$

$f'(-7) = \quad -49 - 14m + k = 0$

$f'(2) = \quad - \; -4 + 4m + k = 0$

$-45 - 18m = 0 \Rightarrow m = -\frac{5}{2}$

$-4 + 4\left(-\frac{5}{2}\right) + k = 0 \Rightarrow k = 14$

$f(x) = -\frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 14x + 2$

$f(1) = -\frac{1}{3} - \frac{5}{2} + 16 = \frac{-2 - 15 + 96}{6} = \frac{79}{6}$

Cevap: B

10. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$$f(x) = (x - 4)^2 \cdot (2x + 2)^3$$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre, f(x) fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde azalandır?

A) ℝ B) [–1, 2] C) [2, 4] D) [4, 6] E) [6, ∞)

$f'(x) = 2(x - 4)(2x + 2)^3 + (x - 4)^2 \cdot 3(2x + 2)^2 \cdot 2$

$f'(x) = 2(x - 4)(2x + 2)^2\, [2x + 2 + 3x - 12]$

$f'(x) = 2(x - 4)(2x + 2)^2(5x - 10)$

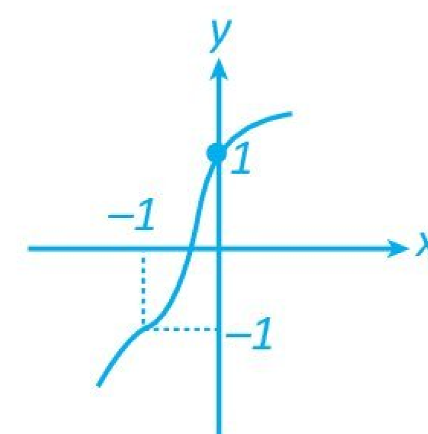
	–1	2	4	
f'(x)	–	+	–	+
f(x)	↘	↗	↘	↗

Azalan olduğu aralıklardan biri [2, 4] tür. *Cevap: C*

11. $x^7 + x^5 + 1 = 0$

denkleminin aşağıdaki aralıkların hangisinde bir gerçel kökü vardır?

A) (–2, –1) B) (–1, 0) C) (0, 1) D) (1, 2) E) (2, 3)



$f'(x) = 7x^6 + 5x^4 > 0$ daima artandır.

$\Rightarrow x \in (-1, 0)$ için $f(x) = 0$ *Cevap: B*

1.E 2.C 3.D 4.B 5.C 6.B 7.C 8.D 9.B 10.C 11.B

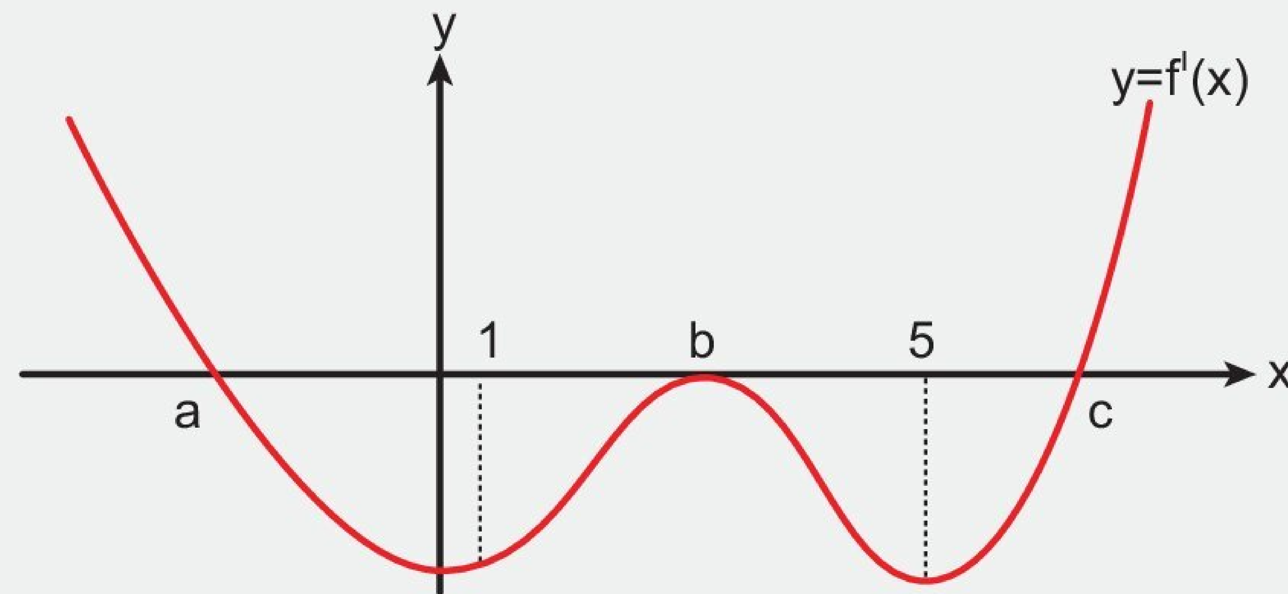


BİRİNCİ TÜREVİN GRAFİĞİNİN YORUMU

- $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilip $f(x)$ ile ilgili bilgi sorulduğunda tablo yapılır
- $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilip $f'(x)$ ile ilgili bilgi sorulduğunda sadece grafiğe bakarak sonuca gidilir.

Örnek 1

Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun birinci türevi olan $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

I. $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = a$ apsisli noktada bir yerel maksimum noktası vardır.

II. $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = b$ apsisli noktada bir yerel minimum noktası vardır.

III. $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = c$ apsisli noktada bir yerel minimum noktası vardır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) I ve III

x		a		b		c	
f'(x)	+		−		−		+
f(x)	↗		↘		↘		↗

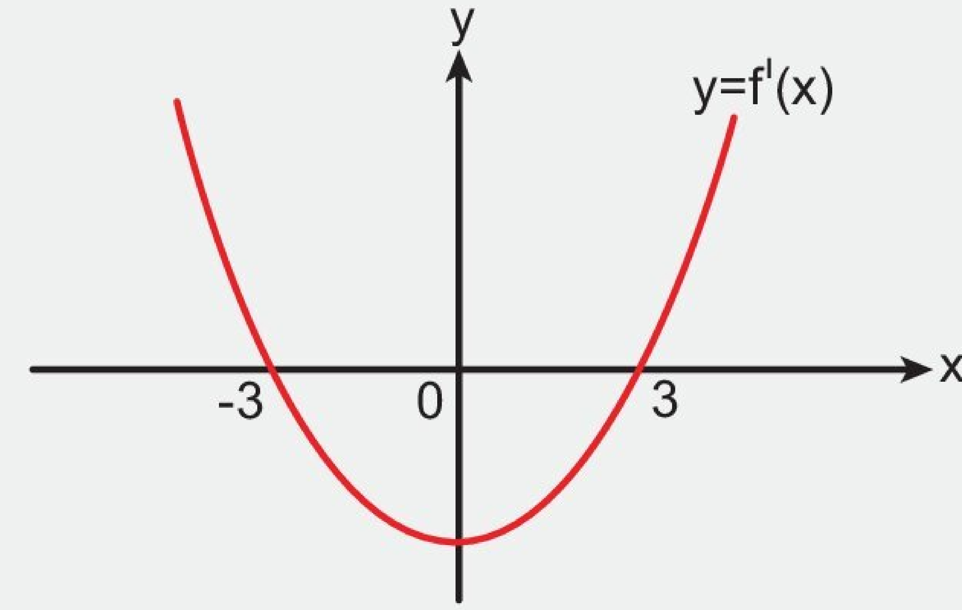
I. Doğru,

II. Yanlış,, işaret değişmediği için x = b de y nin yoktur.

III. Yanlış, yerel maksimum vardır. *Cevap: E*

Örnek 2

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonunun türevi f' ile gösterilmek üzere, f' fonksiyonunun grafiği şekildeki gibi parabol belirtir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) f fonksiyonu [–3, 3] aralığında azalandır.

B) f fonksiyonunun yerel maksimum noktasının apsisi –3 tür.

C) f fonksiyonunun yerel minimum değeri f(3) tür.

D) $f''(3) > 0$ dır.

E) f' fonksiyonunun $x = 0$ apsisli noktasında yerel minimum noktası yoktur.

		min		max	
x		-3		3	
f'(x)	+		-		+
f(x)	↘		↗		↘

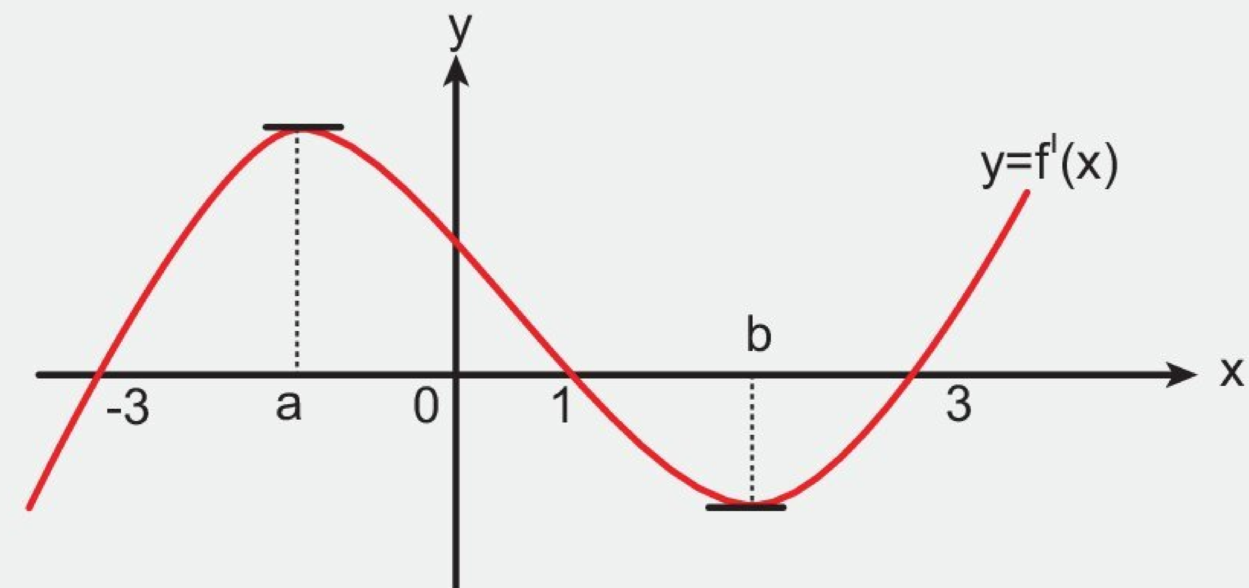
A, B ve C doğru

D) x = 3 noktasında çizilen teğet sağa yatıktır. $f''(3) > 0$ doğru

E) x = 0 da f'(x) fonksiyonun yerel minimum noktası vardır. *Cevap: E*

Örnek 3

a ve b gerçel sayılar olmak üzere, aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $f'(-5) < f'(-4)$ B) $f(-5) > f(-4)$ C) $f''(a) + f''(b) = 0$

D) $f''(-4) \cdot f''(4) < 0$ E) $f(b) > f(3)$

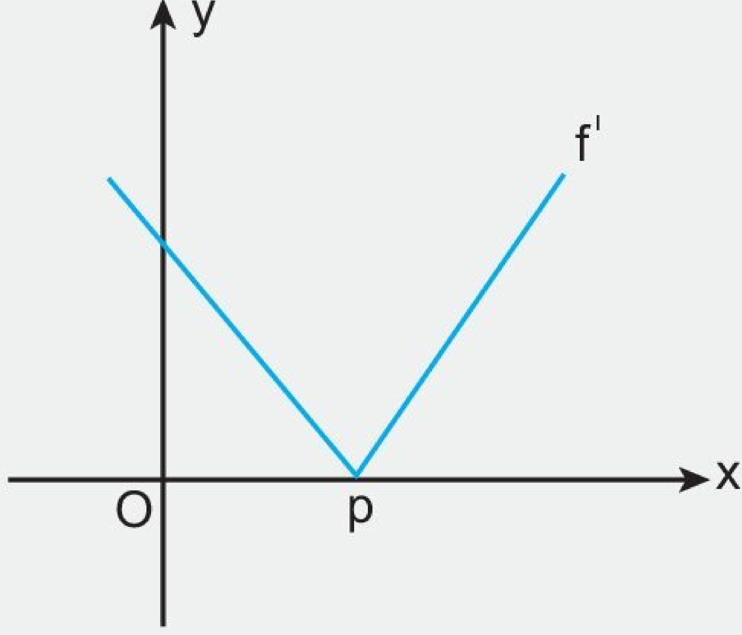
x		-3		1		3	
f'(x)	-		+		-		+
f(x)	↘		↗		↘		↗

D) $f''(-4) > 0$, $f''(4) > 0$, $f''(-4) \cdot f''(4) > 0$ olmalı

Cevap: D

Örnek 4

Gerçel sayılar kümesinde tanımlı bir f fonksiyonunun türevi olan f^I fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) f(x) daima artandır.

B) f(p) bir yerel ekstremum değeri değildir.

C) $f^I(p) = 0$

D) $f^{II}(p^+) > 0$

E) $f^{II}(p) = 0$

x		p	
$f^I(x)$	+		+
f(x)	↗		↗

A) f fonksiyonu artandır (doğru)

B) fonksiyon x = p de işaret değiştirmediğinden f(p) yerel ekstremum değeri değildir. (doğru)

C) $f^I(p)$ vardır ve $f^I(p) = 0$ dır. (doğru)

D) $f^{II}(p^+) > 0$ doğru

E) x = p kırılma noktası olduğu için $f^{II}(p)$ yoktur.

Cevap: E

Örnek 5

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve sürekli bir f fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

I. x = a apsisli noktasından y = f(x) fonksiyonuna çizilen teğet x eksenine paralel ise (a, f(a)) noktası f fonksiyonunun bir ekstremum noktasıdır.

II. x = b apsisli noktasında f fonksiyonunun bir yerel maksimum değeri varsa $f^I(b) = 0$ dır.

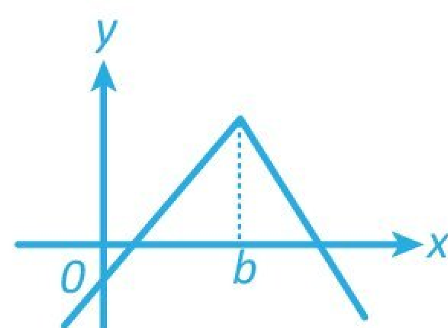
III. x = c apsisli noktasında y = f(x) fonksiyonuna çizilen teğet x eksenine paralel ise (c, f(c)) noktası f fonksiyonunun yerel maksimum noktasıdır.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) II ve III

I) Doğru II) Yanlış



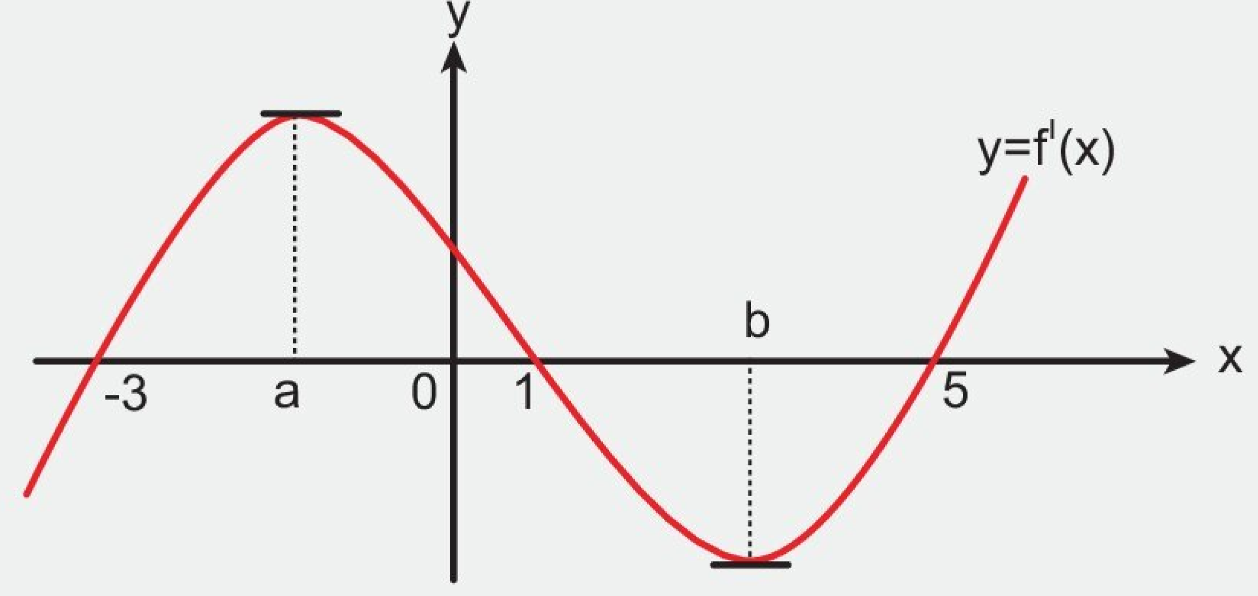
f'(b) yoktur.

III. Yanlış, yerel minimum noktası olabilir.

Cevap: A

Örnek 6

Aşağıda $y = f^I(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) f fonksiyonunun yerel maksimum noktasının apsisi 1 dir.

B) f fonksiyonunun yerel minimum noktalarının apsisleri toplamı 2 dir.

C) $f^{II}(a) = 0$ ve $f^I(a) > 0$

D) $f^{II}(6) < 0$

E) f(2) > f(3) > f(4)

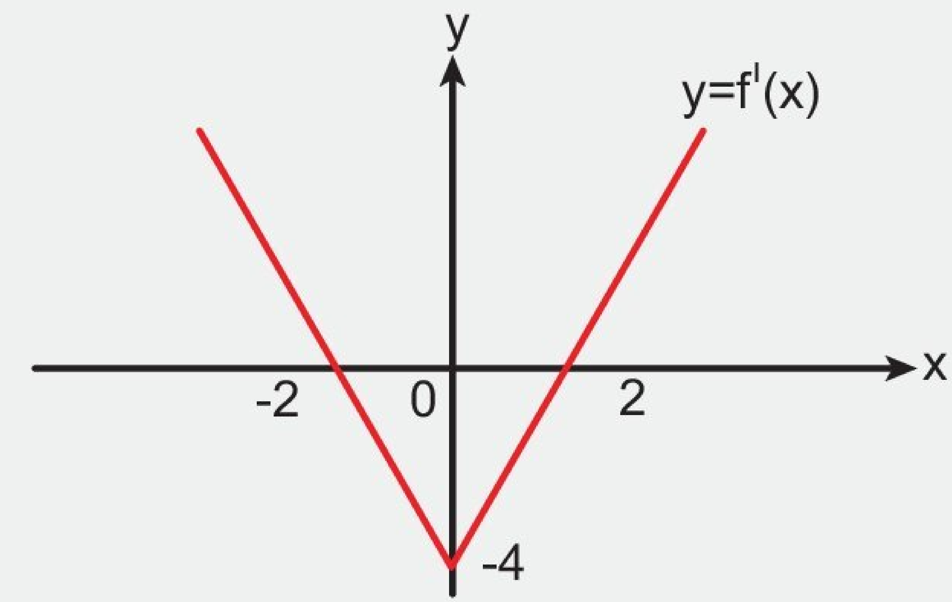
x		-3		1		5	
$f^I(x)$	-		+		-		+
f(x)	↘		↗		↘		↗

x = 6 da çizilen teğet sağa yatıktır. Eğim açısı dar açıdır. Bu yüzden $f^{II}(6) > 0$ dır.

Cevap: D

Örnek 7

Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı $y = f^I(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) y = f(x) fonksiyonu [–2, 2] aralığında azalandır.

B) y = f(x) fonksiyonu (–∞, –2] ∪ [2, ∞) aralığında artandır.

C) x = –2 apsisli nokta y =f(x) fonksiyonunun yerel maksimum noktasıdır.

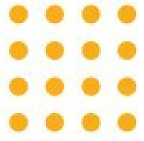
D) f(–1) < f(0) < f(1)

E) x = 2 apsisli nokta y = f(x) fonksiyonunun yerel minimu noktasıdır.

x		-2		2	
$f^I(x)$	+		-		+
f(x)	↗		↘		↗

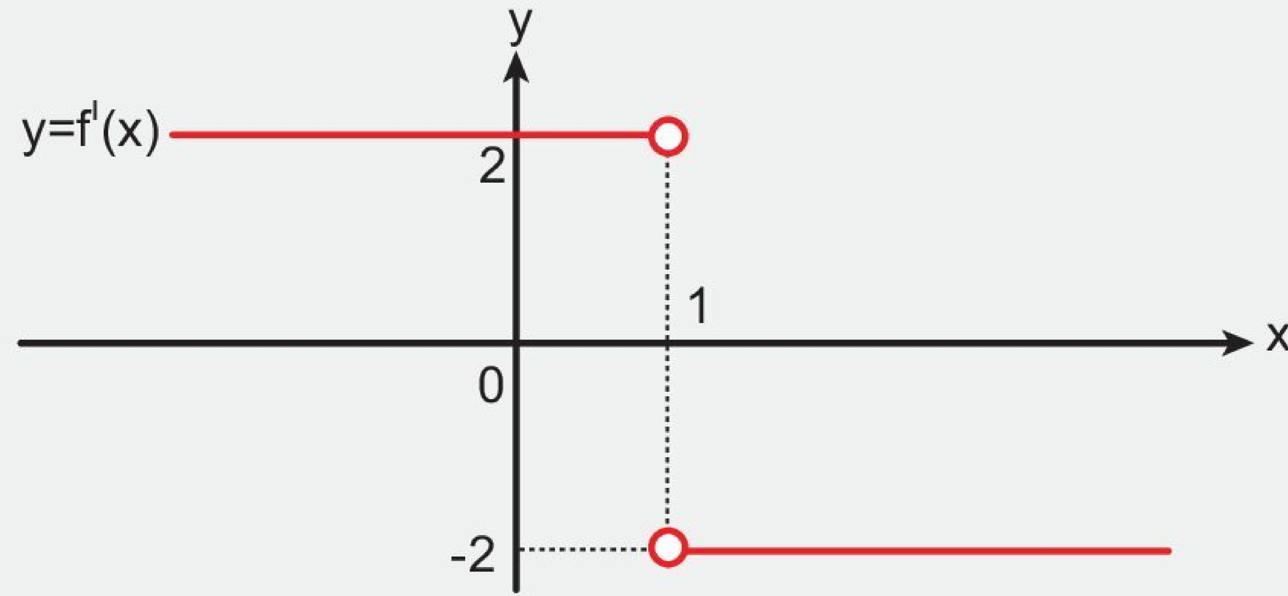
y = f(x) [–2, 2] aralığında azalandır. Bu yüzden f(–1) > f(0) > f(1) dır.

Cevap: D



Örnek 8

Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve sürekli y = f(x) fonksiyonunun türevi olan y = f'(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



f(0) = 5 olduğuna göre,

I. x = 1 apsisli nokta y = f(x) fonksiyonunun mutlak maksimum noktasıdır.

II. f(3) = 3 tür.

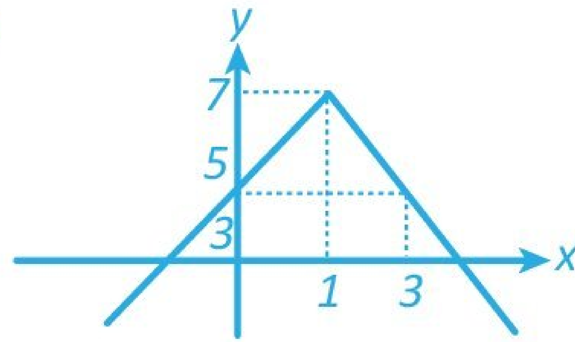
III. x = –2 apsisli nokta y = f(x) fonksiyonunun yerel minimum noktasıdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

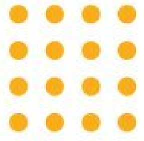
D) I ve III E) II ve III

f(0) = 5 için grafik



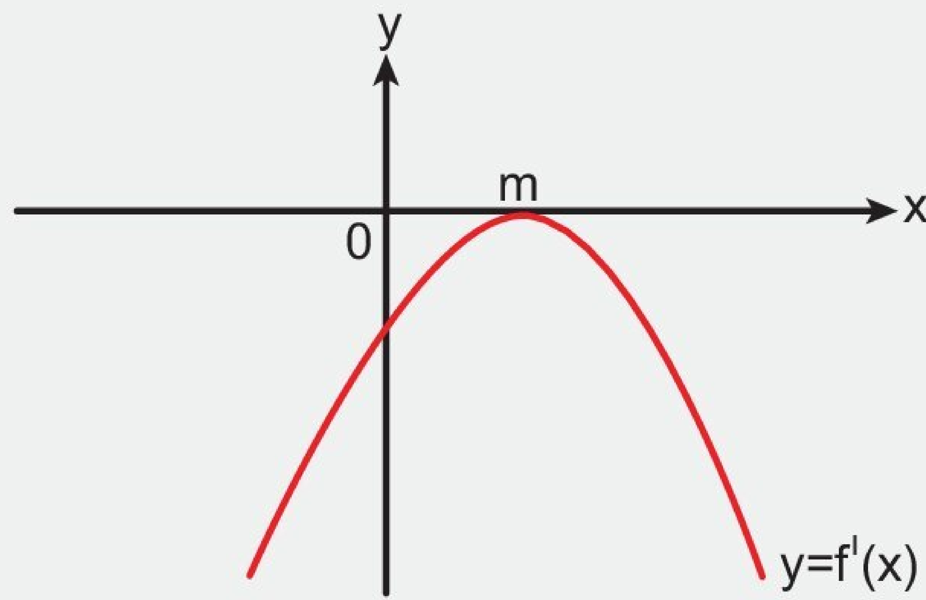
I ve II doğrudur.

Cevap: C



Örnek 9

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir y = f(x) fonksiyonunun türevi olan y = f'(x) fonksiyonunun grafiği aşağıdaki paraboldür.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) f(–m) > f(m)

B) f'(m) = 0

C) f''(m) = 0

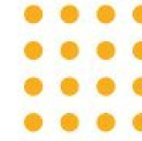
D) x = m apsisli nokta y = f(x) fonksiyonunun yerel minimum noktasıdır.

E) x = m apsisli nokta y = f'(x) fonksiyonunun yerel maksimum noktasıdır.

x		m	
f'(x)	-		-
f(x)	↘		↘

D seçeneği yanlıştır. Çünkü y = f(x) daima azalandır.

Cevap: D



Örnek 10

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$$f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f(x) in yerel maksimum değeri yerel minimum değerinden kaç fazladır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$f'(x) = \dfrac{4(x^2+1) - 4x \cdot 2x}{(x^2+1)^2}$

$4x^2 + 4 - 8x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1, x = -1$

x		-1		1	
f'(x)	-		+		-
f(x)	↘		↗		↘

y min değeri = $f(-1) = \frac{-4}{2} = -2$

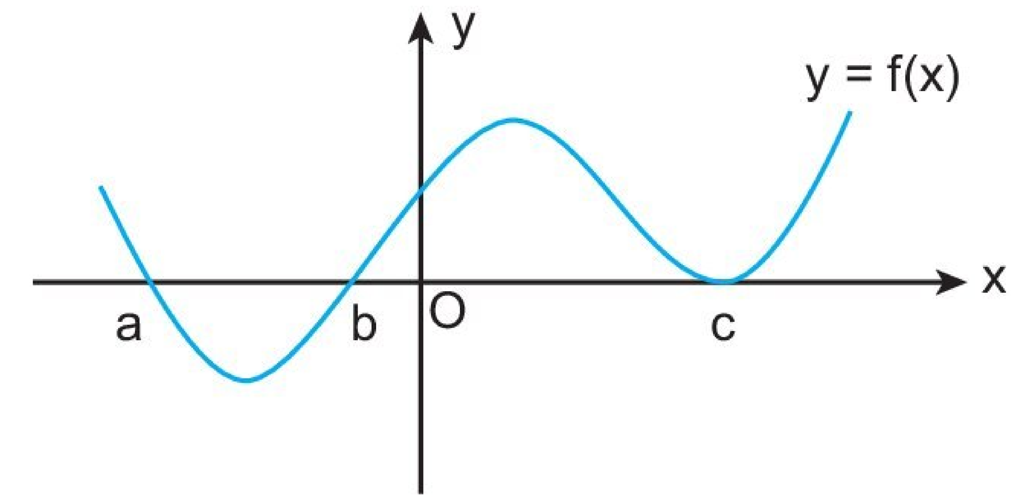
y max değeri = $f(1) = \frac{4}{2} = 2$

$f(1) - f(-1) = 2 - (-2) = 4$

Cevap: B

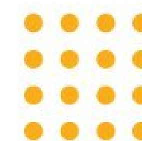
FONKSİYON GRAFİKLERİ

I. Polinom biçimindeki fonksiyon grafiklerinde, fonksiyon tek katlı köklerde x eksenini keser, çift katlı köklerde x eksenine teğettir.

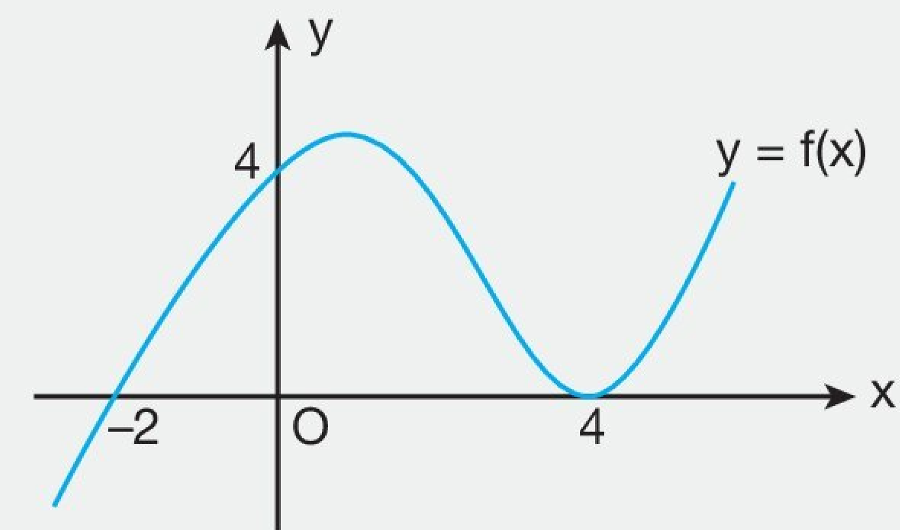


$y = (x - a)^{2n-1}.(x - b)^{2m-1}.(x - c)^{2t}$ (m, t ve $n \in \mathbb{N}^+$)

biçiminde olur.



Örnek 11



Şekilde grafiği verilen üçüncü dereceden y = f(x) fonksiyonunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = (x + 2)(x - 4)^3$ B) $y = (x - 2)(x + 4)^2$

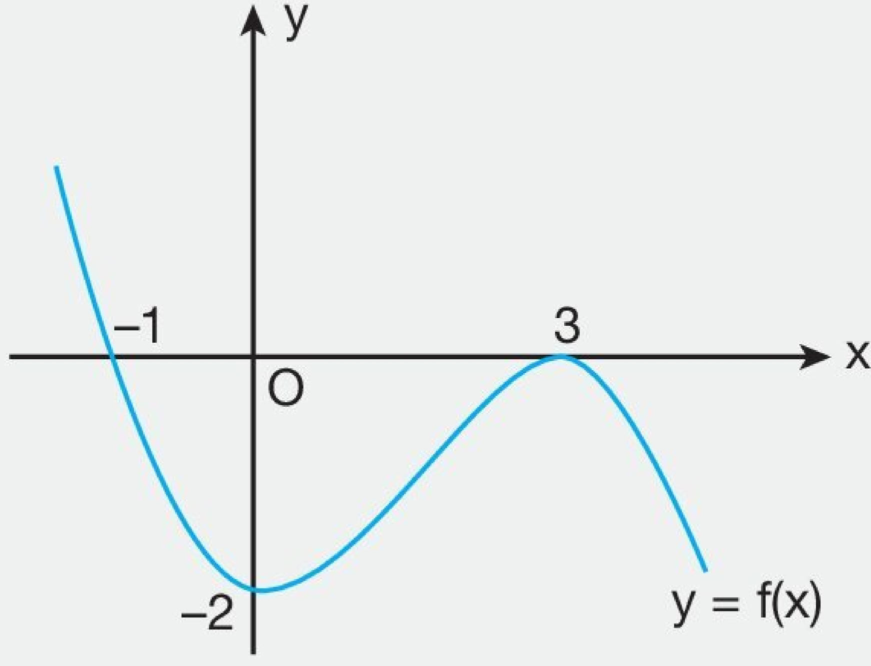
C) $y = -\frac{1}{4}(x + 2)^2(x - 4)$ D) $y = -\frac{1}{4}(x + 2)(x - 4)^2$

E) $y = \frac{1}{8}(x + 2)(x - 4)^2$

$f(x) = a(x + 2)(x - 4)^2 \Rightarrow f(0) = a \,.\, 2 \,.\, 16 = 4 \Rightarrow a = \frac{1}{8}$

Cevap E

Örnek 12



Şekilde grafiği verilen üçüncü dereceden y = f(x) fonksiyonunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = -\frac{2}{9}(x + 1)(x - 3)^2$ B) $y = -\frac{2}{3}(x + 1)(x - 3)^2$

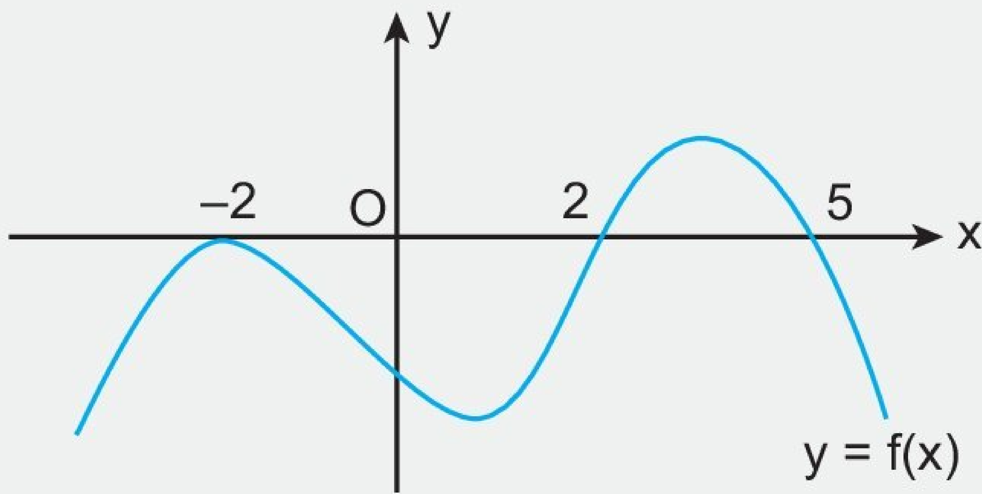
C) $y = \frac{2}{9}(x + 1)^2(x - 3)$ D) $y = \frac{2}{3}(x - 1)^2(x + 3)$

E) $y = \frac{1}{3}(x + 1)^2(x - 3)$

$f(x) = a(x + 1)(x - 3)^2 \Rightarrow f(0) = a.(1).(9) = -2 \Rightarrow a = -\frac{2}{9}$

Cevap A

Örnek 13



Yukarıda grafiği verilen fonksiyon

$y = (x + 2)^2.(x - 2).(kx + 20)$

olduğuna göre, k değeri kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –2 D) 2 E) 4

(kx + 20) çarpanı x = 5 için 5k + 20 = 0 olur.

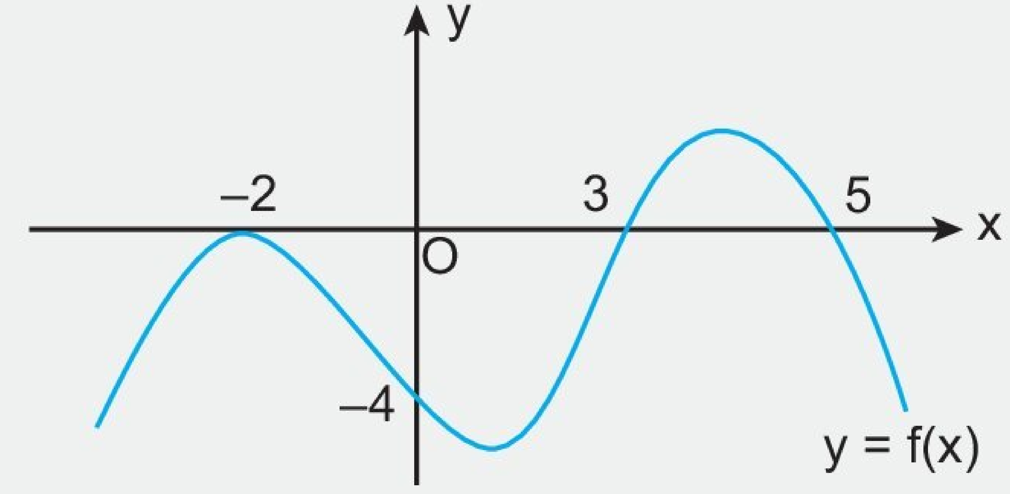
k = –4 bulunur.

Cevap B

••• Örnek Cevapları

1.E	2.E	3.D	4.E	5.A	6.D	7.D	8.C	9.D	10.B
11.E	12.A	13.B	14.D	15.A					

Örnek 14



Yukarıdaki şekilde grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y = -\frac{1}{20}(x + 2)^2.(x - 3)(x - 5)$

B) $y = -\frac{1}{5}(x - 2)^2.(x - 3).(x - 5)$

C) $y = -\frac{1}{15}(x - 2)^2.(x + 3).(x - 5)$

D) $y = -\frac{1}{15}(x + 2)^2.(x - 3).(x - 5)$

E) $y = -\frac{1}{20}(x - 2)^2.(x + 3).(x + 5)$

$y = a.(x + 2)^2.(x - 3).(x - 5) \Rightarrow x = 0, y = -4$ için

$-4 = a.4.(-3).(-5) \Rightarrow a = -\frac{1}{15}$ olur.

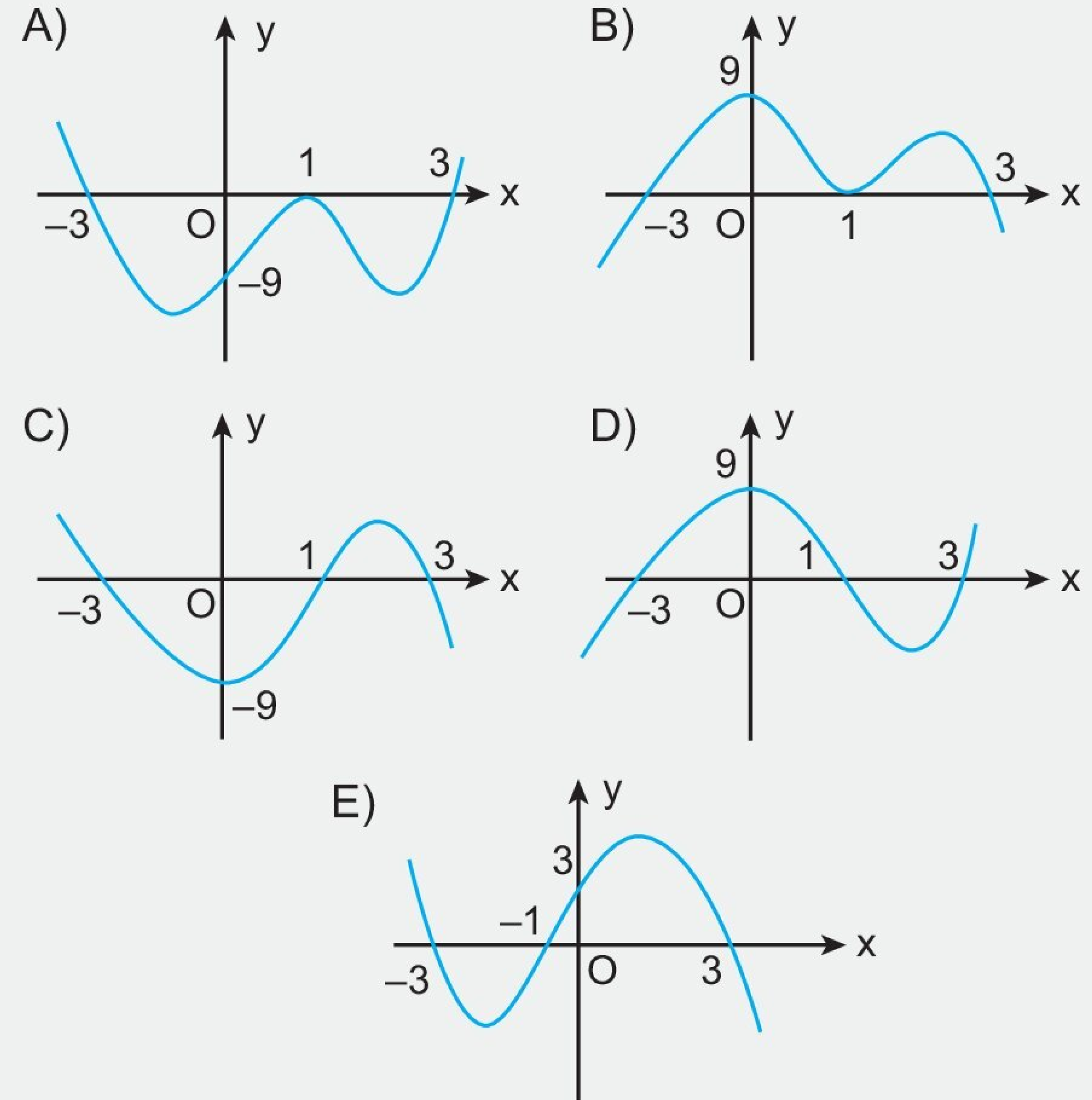
$y = -\frac{1}{15}(x + 2)^2.(x - 3)(x - 5)$ bulunur.

Cevap D

Örnek 15

$y = (x^2 - 9).(x - 1)^2$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



$y = (x^2 - 9)(x - 1)^2$

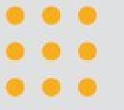
$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = \mp 3$ tek katlı kökler.

$(x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$ çift katlı kök

$x = 0$ için $y = -9.(1) \Rightarrow y = -9$ olur.

Bu koşullara uygun grafik A seçeneğindedir.

Cevap A



1. $f : R \rightarrow R$,

türevlenebilir f(x) fonksiyonunun türevi f'(x) dir.

$f'(x) = (x-1)^2 \cdot (x-2)^3 \cdot (x-3)^4 \cdot (x-4)^5$

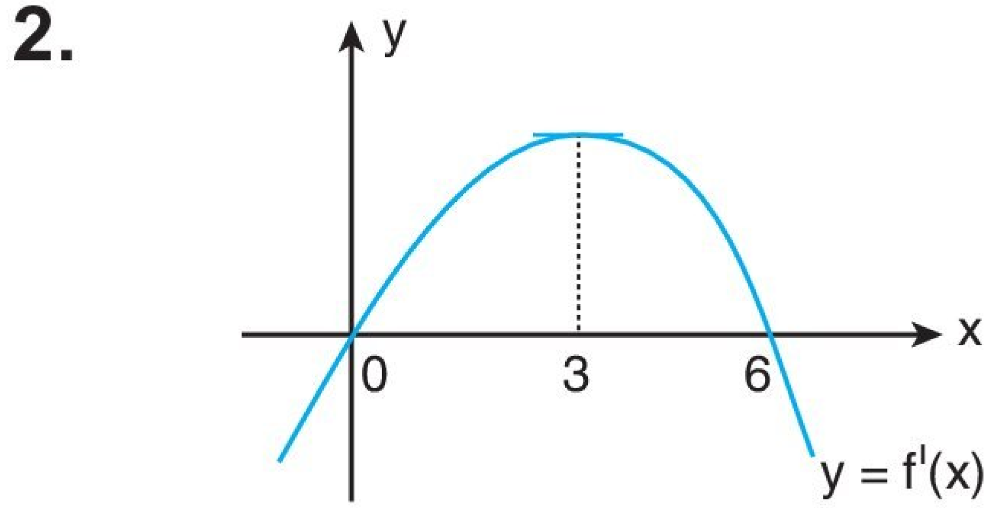
olduğuna göre, f(x) fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının apsisleri toplamı kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

f'(x) in tek katlı kökleri x = 2 ve x = 4 tür.

2 + 4 = 6 *Cevap A*

2.



Şekilde y = f'(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) x = 0 apsisli noktada f(x) fonksiyonunun yerel minimum değeri vardır.

B) f''(3) = 0 dır.

C) x = 6 apsisli noktada f(x) fonksiyonunun yerel maksimumu vardır.

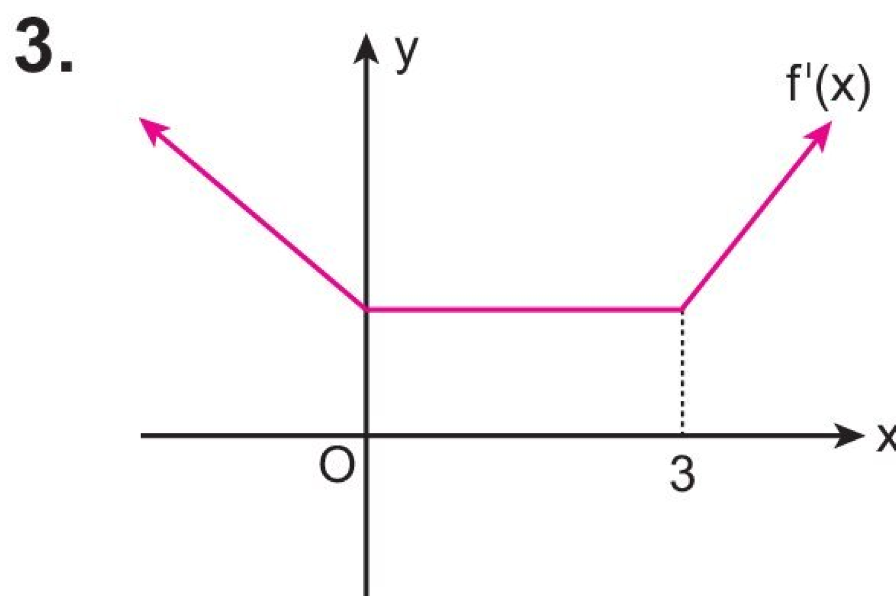
D) (0,6) aralığında f(x) fonksiyonu artandır.

E) $k \in (3, \infty)$ için f''(k) > 0 dır.

x		0		6	
f'(x)	–		+		–
f(x)	↘	Yerel min.	↗	Yerel max.	↘

f'(x) fonksiyonunun grafiğine $(3, \infty)$ aralığında çizilen teğetlerin eğimi negatiftir. Bu yüzden f''(x) fonksiyonu $(3, \infty)$ aralığında negatiftir. *Cevap E*

3.



Şekilde f'(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

I. f(x) fonksiyonunun 2 tane ekstremum noktası vardır.

II. f'(0) ve f'(3) tanımlı değildir.

III. f(x) daima artandır.

IV. f(–1) > f(0)

V. f(1) < f(2)

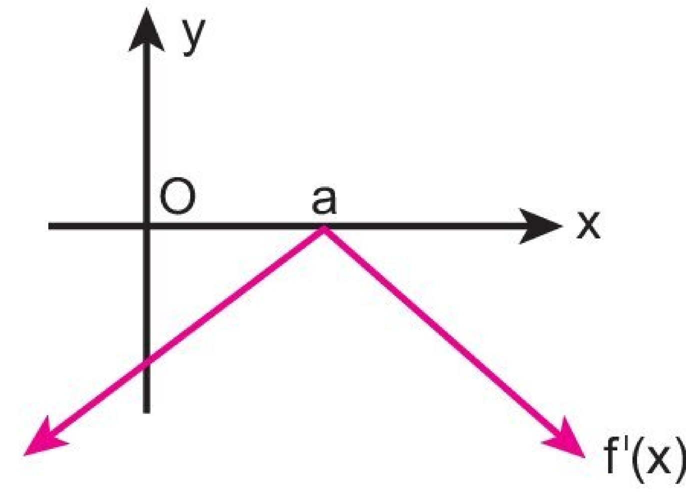
Yukarıda verilen bilgilerin kaç tanesi kesinlikle doğrudur?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

f'(x) > 0 olduğundan f(x) daima artandır. III, V kesinlikle doğrudur.

Cevap B

4.



Şekilde R → R ye tanımlı f'(x) fonkiyonunun grafiği verilmiştir.

I. f(x) daima azalandır.

II. x = a f(x) fonksiyonunun yerel maksimum noktasının apsisidir.

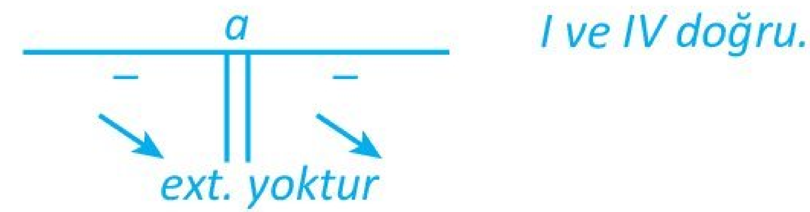
III. f'(a) tanımlı değildir.

IV. f''(a) tanımlı değildir.

Yukarıda verilen bilgilerin hangileri doğrudur?

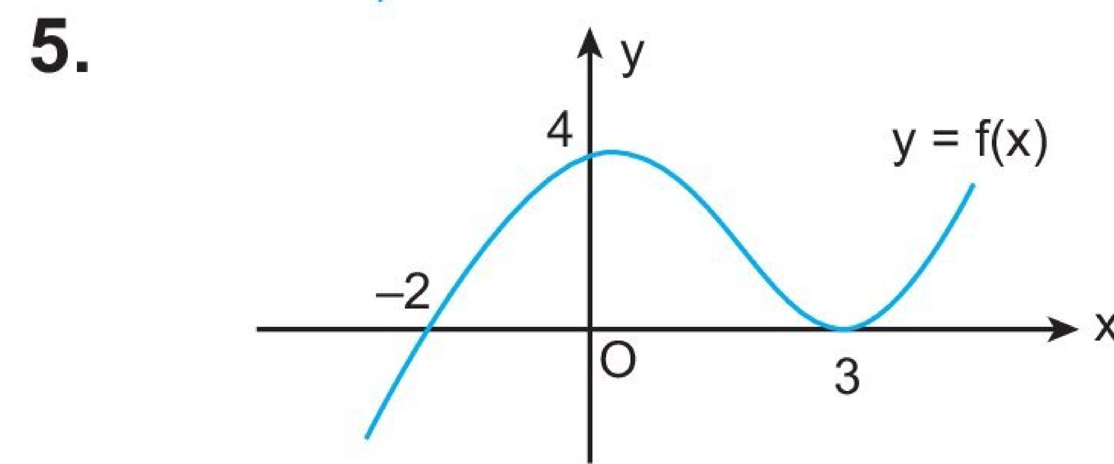
A) I ve II B) II ve III C) I, II, IV

D) I, IV E) Hepsi



I ve IV doğru. *Cevap D*

5.



Yukarıda grafiği verilen üçüncü dereceden y = f(x) eğrisinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

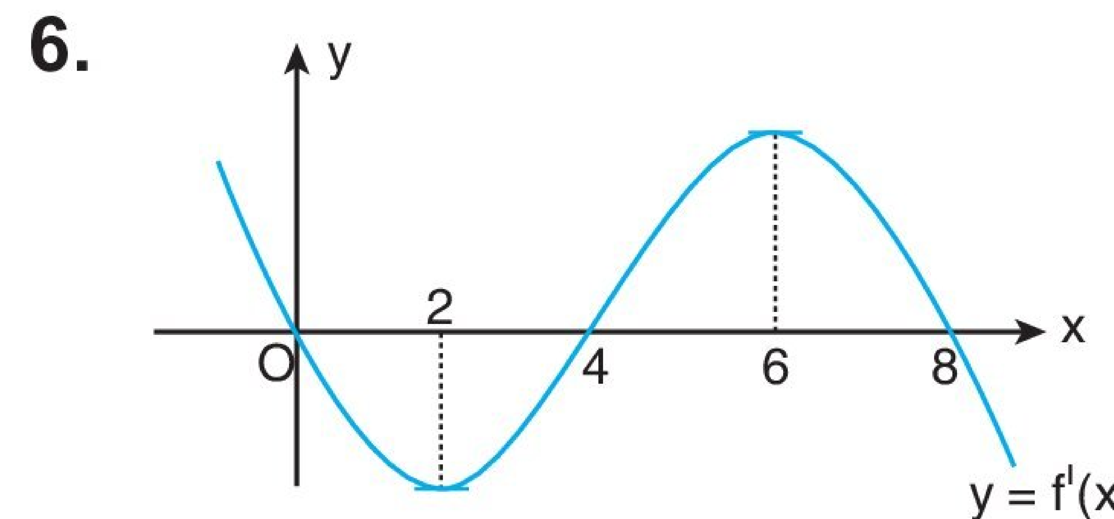
A) $y = \frac{4}{9}.(x+2).(x-3)^2$ B) $y = \frac{2}{9}.(x-2).(x+3)^2$

C) $y = \frac{2}{9}.(x+2).(x-3)^2$ D) $y = \frac{2}{9}.(x+2)^2.(x-3)$

E) $y = \frac{4}{9}.(x+2)^2.(x-3)$

$y = a.(x+2)(x-3)^2$ biçiminde olur. (0, 4) noktası için $4 = a.2.9 \Rightarrow a = \frac{2}{9}$ olur. $y = \frac{2}{9}.(x+2)(x-3)^2$ bulunur. *Cevap C*

6.



Şekilde y = f'(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, f(x) için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) (0, 4) aralığında azalandır.

B) (4, 8) aralığında artandır.

C) x= 4 apsisli noktada yerel minimumu vardır.

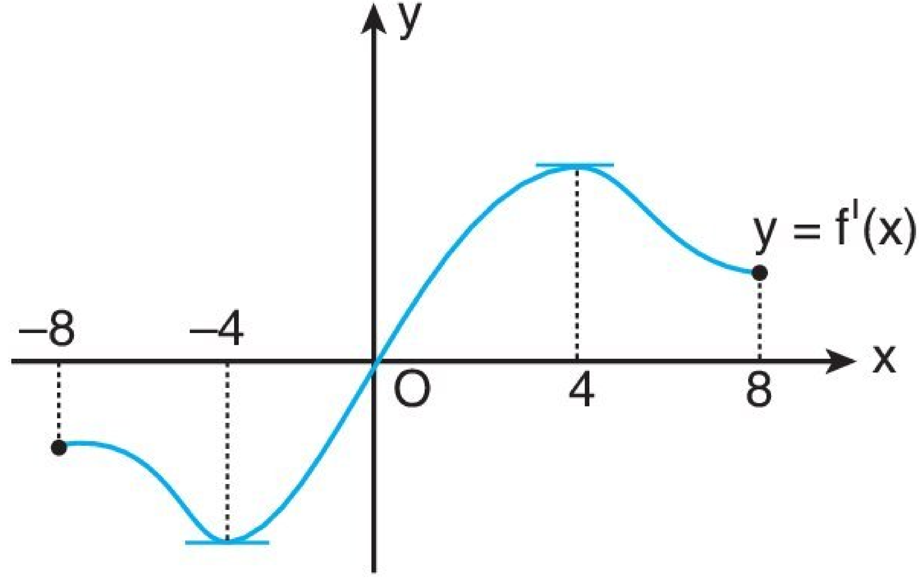
D) x = 0 ve x = 8 apsisli noktalarda yerel maksimumu vardır.

E) (2, 6) aralığında f''(x) < 0 dır.

(2,6) aralığında f'(x) fonksiyonuna çizilen teğetlerin eğimi pozitiftir.

(2,6) aralığında f''(x) > 0'dır. *Cevap E*

7. Aşağıda [–8, 8] aralığında tanımlı bir f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



y = f'(x)'in grafiğine göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) x = 4 apsisli noktada f(x) in yerel maksimum noktası vardır.

B) x = –4 apsisli noktada f'(x) fonksiyonunun yerel maksimum değeri vardır.

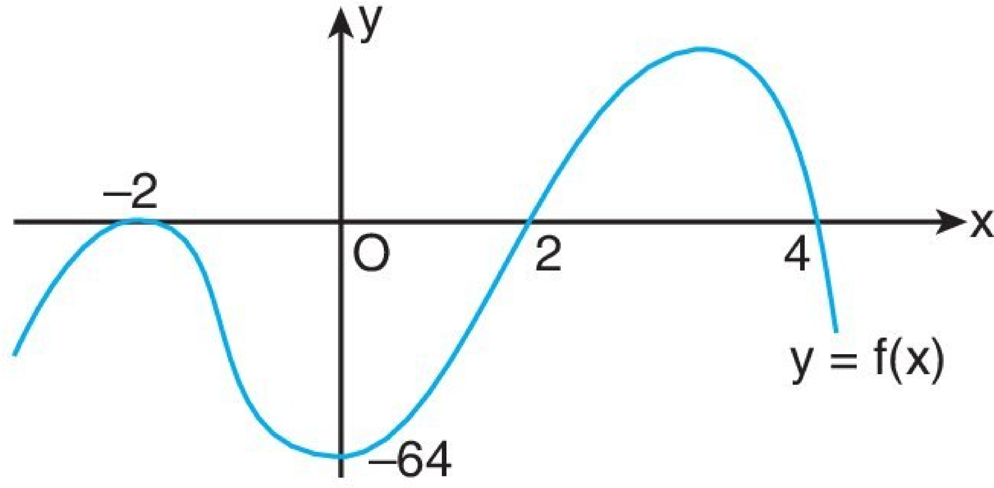
C) f(–4) < f(0) < f(4)

D) –4 < x < 4 için f''(x) > 0 dır.

E) x = –4 apsisli noktada f(x) in yerel minimum değeri vardır.

f'(x)'e –4 < x < 4 için çizilen teğetlerin eğimi pozitif olduğu için f''(x) > 0 dır. *Cevap D*

8.



Şekilde dördüncü dereceden y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, f(1) kaçtır?

A) –60 B) –58 C) –56 D) –54 E) –52

$f(x) = a\,.\,(x+2)^2\,(x-2)\,(x-4)$

$f(0) = a\,.\,4\,.\,(-2)\,.\,(-4) = -64$

$a = -2$

$f(x) = -2\,.\,(x+2)^2\,(x-2)\,(x-4)$

$f(1) = -2\,.\,9\,.\,(-1)\,.\,(-3) = -54$

Cevap D

9. Gerçek katsayılı başkatsayısı 3 olan üçüncü dereceden f(x) polinom fonksiyonu veriliyor.

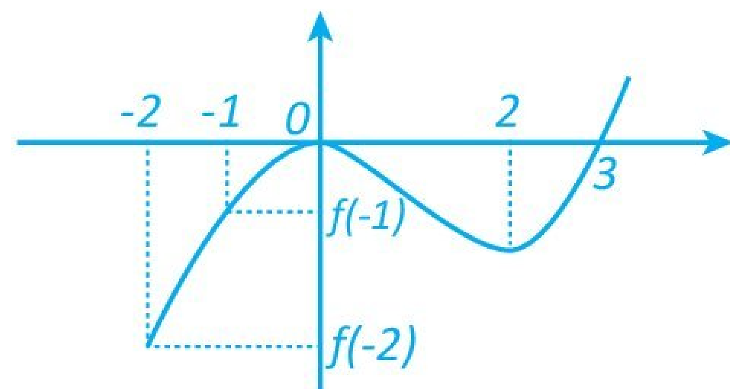
$f(0) = f'(0) = f(3) = 0$

olduğuna göre, f(x) fonksiyonunun yerel minimum değeri kaçtır?

A) –4 B) –6 C) –8 D) –10 E) –12

$f(x) = 3x^2(x-3) = 3(x^3 - 3x^2)$

$f'(x) = 3(3x^2 - 6x) = 9x(x-2)$

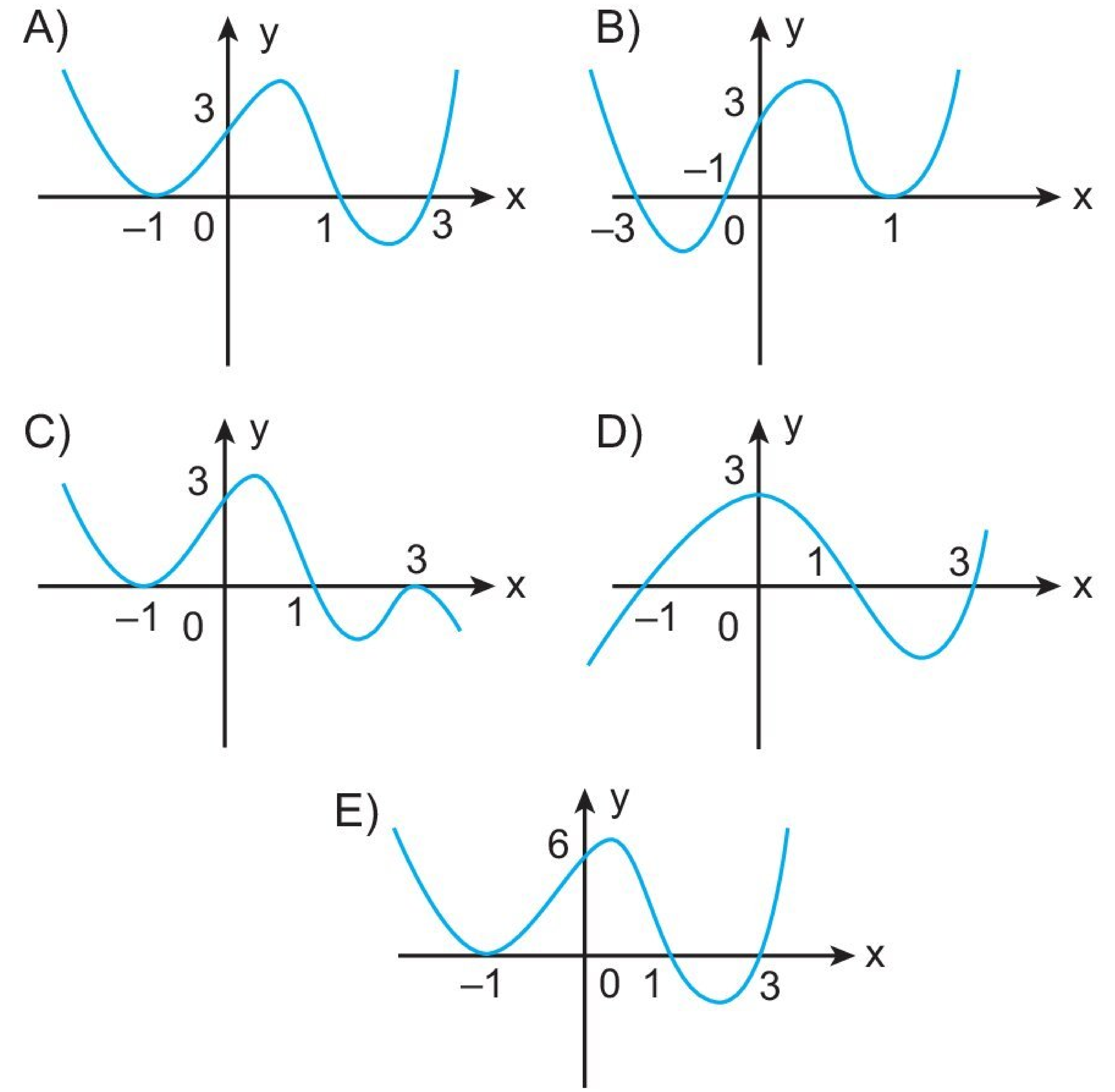


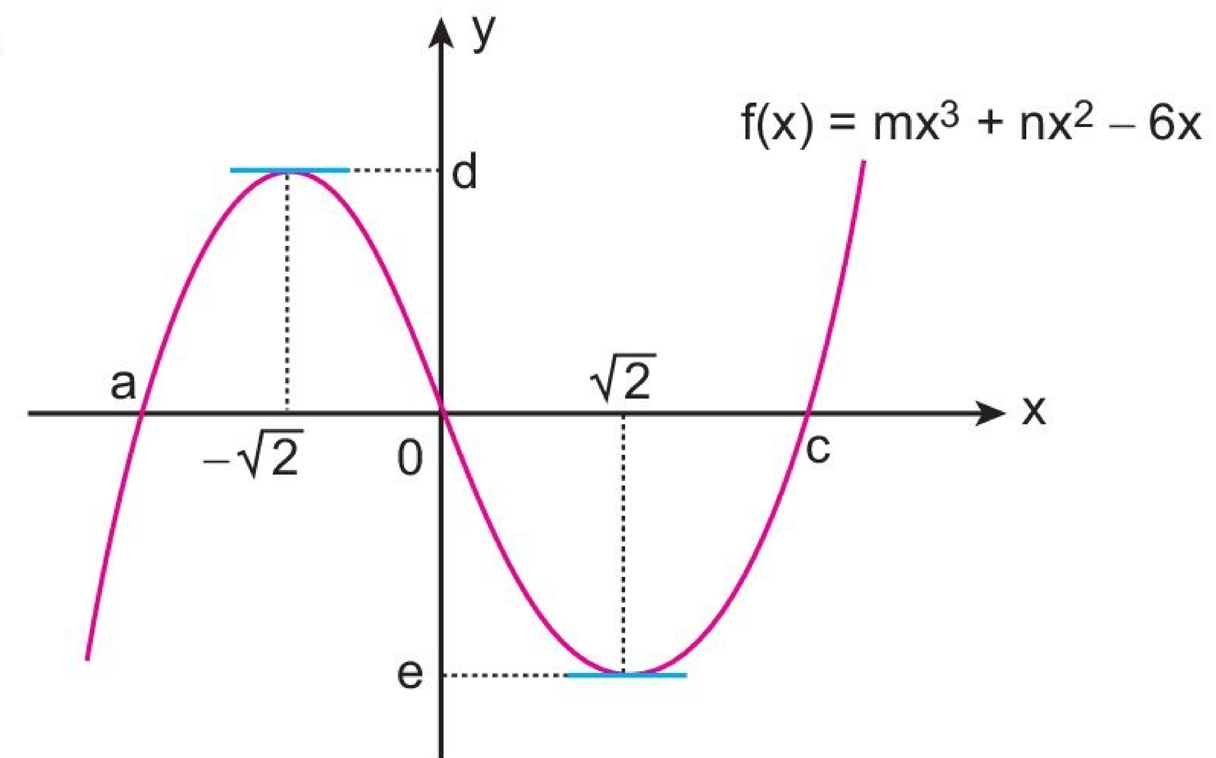
$f(2) = 3\,.\,4(-1) = -12$

Cevap E

10. $y = (x-1).(x+1)^2.(x-3)$

eğrisinin grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?





x = 0 için y = –1.1.(–3) ⇒ y = 3 olur.

x = 1 ve x = 3 te tek katlı kök olduğundan fonksiyon x eksenini keser.

x = –1 de çift katlı kök olduğundan fonksiyon x eksine teğet olur.

Grafik A seçeneğindeki gibidir. *Cevap A*

11.

Şekilde $f(x) = mx^3 + nx^2 - 6x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, (d – e) · (c – a) işleminin sonucu kaçtır?

A) $8\sqrt{2}$ B) $8\sqrt{6}$ C) $16\sqrt{3}$

D) $16\sqrt{6}$ E) $32\sqrt{3}$

$f'(x) = 3mx^2 + 2nx - 6$

$f'(\sqrt{2}) = 6m + 2\sqrt{2}n - 6 = 0$
$f'(-\sqrt{2}) = 6m - 2\sqrt{2}n - 6 = 0$ } *m = 1 ve n = 0*

$f(x) = x^3 - 6x = x(x-\sqrt{6})(x+\sqrt{6}) \Rightarrow a = -\sqrt{6}, c = \sqrt{6}$

$f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = -4\sqrt{2} = e$

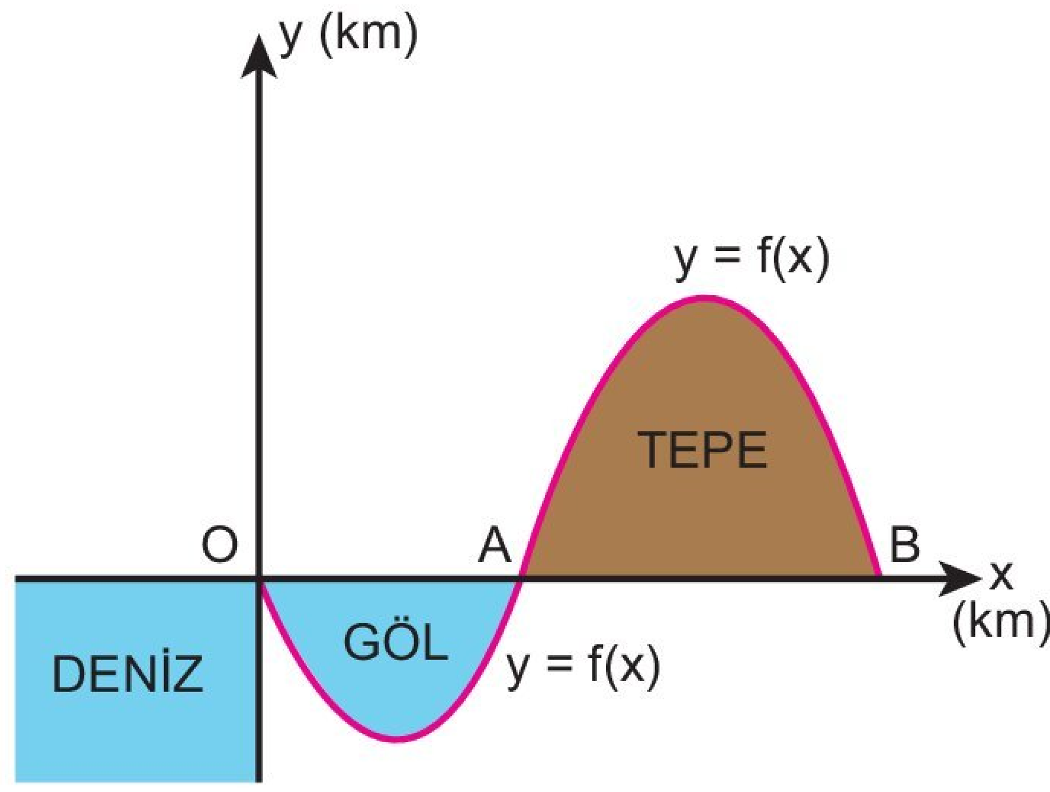
$f(-\sqrt{2}) = -2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 4\sqrt{2} = d$

$(d-e)(c-a) = 8\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{6} = 32\sqrt{3}$

Cevap E

1.A 2.E 3.B 4.D 5.C 6.E 7.D 8.D 9.E 10.A 11.E

1.



Şekilde deniz, göl ve kara profili verilmiştir. O noktasında deniz suyu ile göl suyu birbirine karışmaktadır. x ekseni deniz seviyesini, y değerleri deniz seviyesine göre gölün kaç km daha aşağıda ve tepenin kaç km daha yüksekte olduğunu ifade etmektedir.

Gölü ve tepeyi modelleyen f(x) fonksiyonu

$$f(x) = -\frac{1}{10}\left(\frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 4x\right)$$

biçimindedir.

Buna göre,

I. Tepenin zirvesi gölün dip noktasından 450 metre daha yukarıdadır.

II. O noktasının 5 km sağındaki x değeri için tepenin yüksekliği azalmaya devam etmektedir.

III. O noktasının $\frac{9}{2}$ km sağındaki x değeri için tepenin yüksekliği artmaya devam etmektedir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

I. $f'(x) = -\frac{1}{10}(x^2 - 5x + 4) = -\frac{1}{10}(x-1)(x-4) = 0$

x		1		4	
f'	–		+		–
f	↘		↗		↘

f(1) → Y. min değeri

f(4) → Y. max değeri

$f(4) - f(1) = -\frac{1}{10}\left[\left(\frac{64}{3} - 40 + 16\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{2} + 4\right)\right]$

$= \left(-\frac{1}{10}\right)\left(-\frac{9}{2}\right) = \frac{9}{20}$ km = 450 m

I. Doğru, II. Doğru, III. Yanlış

Cevap D

2. Almanya'dan Türkiye'ye aracı ile gelen bir gurbetçinin geliş yolculuğu sırasında aracı için yaptığı TL türünden toplam mazot harcaması (M(V)) aracının km/sa türünden hızına (V) bağlı olarak modellenmiştir.

$$M(V) = 20V + \frac{98000}{V}$$

Buna göre,

I. V = 100 için toplam maliyet 2980 TL olur.

II. V = 90 için toplam maliyet en az olur.

III. Toplam maliyet en az 2800 TL olur.

IV. V = 200 için toplam maliyetteki artış hızı 17,55 TL/km olur.

V. V = 50 için toplam maliyetteki azalma hızı 19,2 TL/km olur.

ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

I. Doğru, $M(100) = 2000 + 980 = 2980$ *TL*

II. Yanlış, $M'(v) = 20 - \frac{98000}{v^2} = 0 \Rightarrow V = 70$

III. Doğru, $M(70) = 1400 + 1400 = 2800$ *TL*

IV. Doğru, $M'(200) = 20 - \frac{98000}{200.200} = 20 - (2,45) = 17,55$ *TL / km*

V. Doğru, $M'(50) = 20 - \frac{98000}{50.50} = 20 - (39,2) = -19,2$ *TL / km*

Cevap D

3. Gerçel sayılarda tanımlı sürekli ve türevli bir f(x) fonksiyonu ile ilgili olarak aşağıdakiler bilinmektedir.

- f(x) sabit fonksiyon değildir.
- f(a) = f(b) dir.

Buna göre, (a, b) aralığında

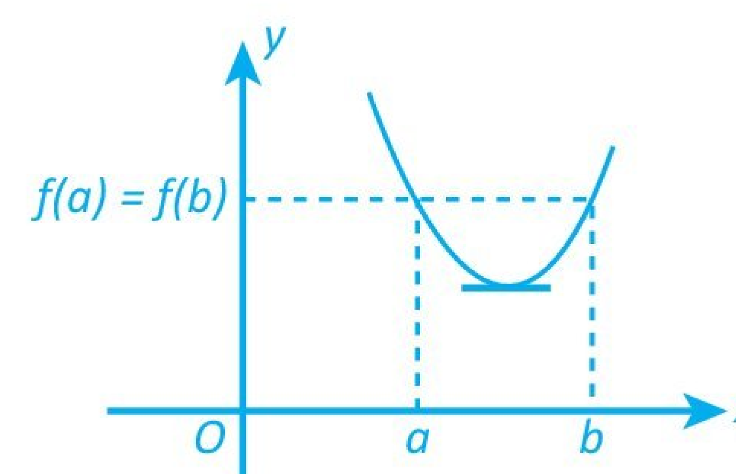
I. f(x) in ekstremum noktası olmayabilir.

II. f(x) in en az bir ekstremum noktası vardır.

III. f(x) in en az bir yerel maksimum noktası vardır.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III



Yalnız II doğrudur.

Cevap B

4. Belirli bir metalde farklı ısılarda (T) elektrik akışına karşı oluşan direnç (R)

T : °C olmak üzere,

$$R(T) = 24 + \frac{1}{10}T + \frac{1}{400}T^2$$

biçiminde modellenmiştir.

Buna göre,

I. T = 20 için oluşan direnç 27 olur.

II. T = 20 için dirençteki değişim hızı $\frac{1}{5}$ olur.

III. Minimum direnç 23 tür.

IV. Her sıcaklık değeri için geçerli olmak üzere, sıcaklık arttıkça direnç daima artar.

ifadelerinin kaç tanesi doğrudur?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

I. Doğru, $R(20) = 24 + \frac{20}{10} + \frac{400}{400} = 27$

II. Doğru, $R'(T) = \frac{1}{10} + \frac{T}{200}$

$R'(20) = \frac{1}{10} + \frac{20}{200} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

III. Doğru, $R'(T) = \frac{1}{10} + \frac{T}{200}$

$= 0 \Rightarrow T = -20$

$R(-20) = 24 - \frac{20}{10} + \frac{400}{400} = 23$

T		–20	
R'(T)	–		+
R(T)	↘		↗

IV. Yanlış, T < –20 için R(T) fonksiyonu azalandır.

Cevap B

5. R – {4} de tanımlı

$$f(x) = x + 4 + \frac{1}{x-4}$$

fonksiyonu ile ilgili olarak aşağıdaki bilgiler veriliyor.

I. Yerel minimum değeri 10 dur.

II. (–∞, 3) aralığında artandır.

III. (–∞, 4) aralığında süreklidir.

Buna göre, yukarıdakilerden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

$f(x) = \frac{x^2-15}{x-4}$

$f'(x) = \frac{2x(x-4)-(x^2-15)}{(x-4)^2}$

$f'(x) = \frac{x^2-8x+15}{(x-4)^2} = \frac{(x-3)(x-5)}{(x-4)^2}$

I. f(5) = 5 + 4 + 1 = 10 doğru

II. Doğru

III. Doğru

	3	4	5	
f'(x)	+	–	–	+
f(x)	↗	↘	↘	↗

Cevap E

6. Tanım kümesi [–3, 6] olan

$$f(x) = \begin{cases} |2x+4|, & -3 \le x < 1 \\ -2x+6, & 1 \le x < 2 \\ -x+7, & 2 \le x \le 6 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

I. Mutlak maksimum değeri yoktur.

II. Yerel maksimum değerlerinin toplamı 7 dir.

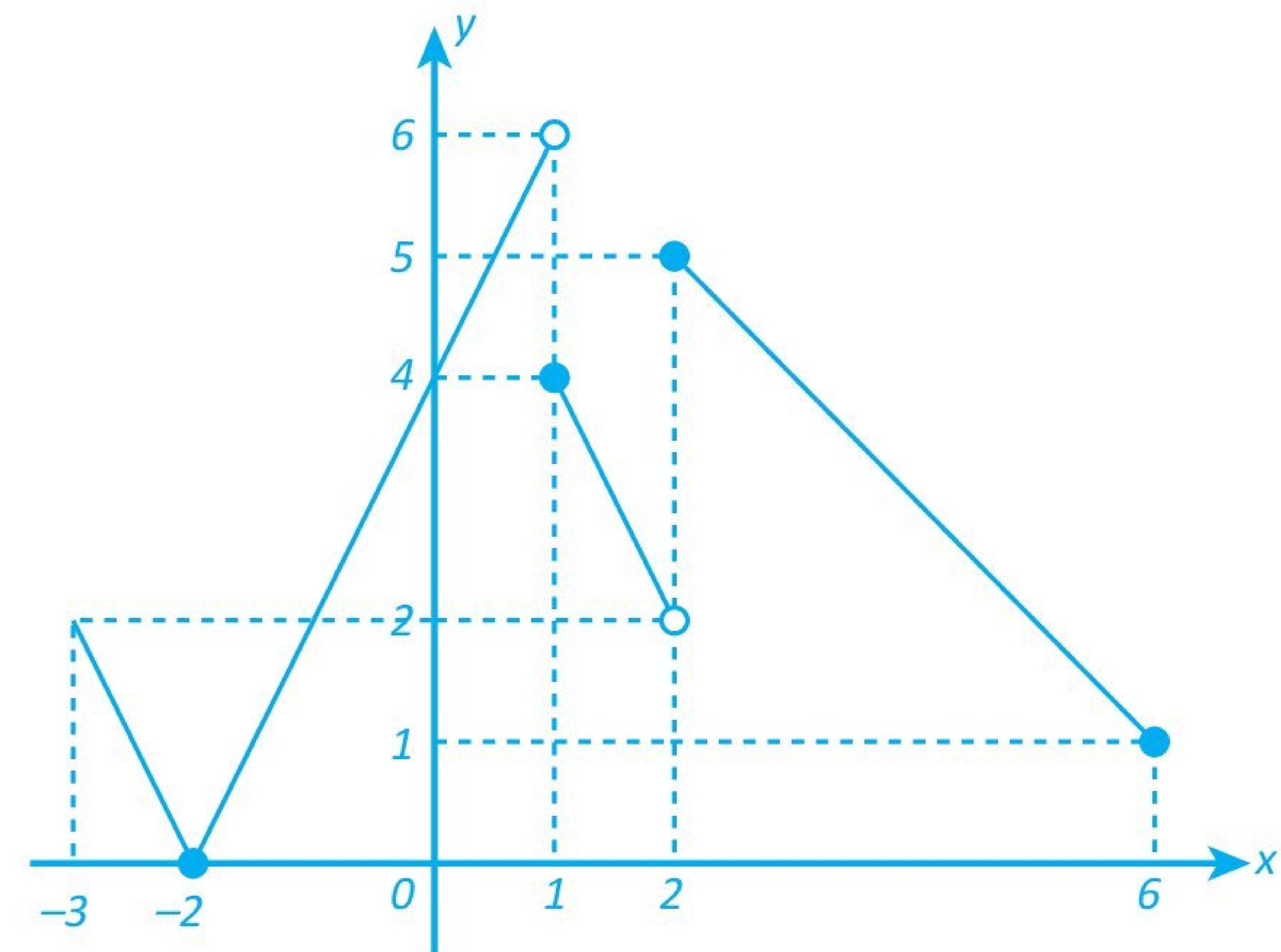
III. Yerel minimum değerlerinin toplamı 1 dir.

IV. (–3, 6) açık aralığında f(x) in türevsiz olduğu noktaların apsisleri toplamı 1 dir.

V. $\left(\lim_{x\to -2^-} \frac{f(x)-f(-2)}{x+2}\right) + \left(\lim_{h\to 0} \frac{f(4+h)-f(4)}{h}\right) = -3$ tür.

ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Verilenlerin hepsi doğrudur.

I. (1, 6) noktası tanımlı değildir.

II. 2 + 5 = 7

III. 0 + 1 = 1

IV. –2 + 1 + 2 = 1

V. –2 + (–1) = –3

Cevap E

1.D 2.D 3.B 4.B 5.E 6.E



MAKSİMUM - MİNİMUM PROBLEMLERİ

Maksimum minimum problemlerinde temel mantık verilen ifadeleri tek değişkene göre düzenleyip türevini sıfıra eşitlemektir. Türevini sıfır yapan x değerinde (ikinci türevi sıfırdan farklı ise) fonksiyonun ya maksimum ya da minimum değeri vardır. Bulunan x değeri verilen fonksiyonda yerine yazılarak ifadenin maksimum ya da minimum değeri bulunur.

Örnek 1

$y = -3x^2 + 4x + 5$

olduğuna göre, x'in hangi değeri için 2x + y toplamı en büyük değerini alır?

A) $\frac{7}{3}$ B) 2 C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) 1

$2x + (-3x^2 + 4x + 5) = -3x^2 + 6x + 5 = h(x)$

$h'(x) = -6x + 6 = 0 \Rightarrow x = 1$

Cevap: E

Örnek 2

a ve k birer gerçel sayıdır.

$a + 3k = 24$

olduğuna göre, a.k çarpımı en çok kaçtır?

A) 24 B) 36 C) 48 D) 60 E) 72

$a = 24 - 3k$

$f(k) = 24k - 3k^2$

$f'(k) = 24 - 6k = 0 \Rightarrow k = 4, a = 12$

$f(k) = 48$

Cevap C

Örnek 3

$x + y = 5$

olduğunu göre, $x^2.y^3$ çarpımının en büyük değeri kaçtır?

A) 108 B) 100 C) 92 D) 84 E) 72

$y = 5 - x$

$A(x) = x^2.(5 - x)^3$

$A'(x) = 2x(5 - x)^3 + x^2.3(5 - x)^2.(-1) = 0$

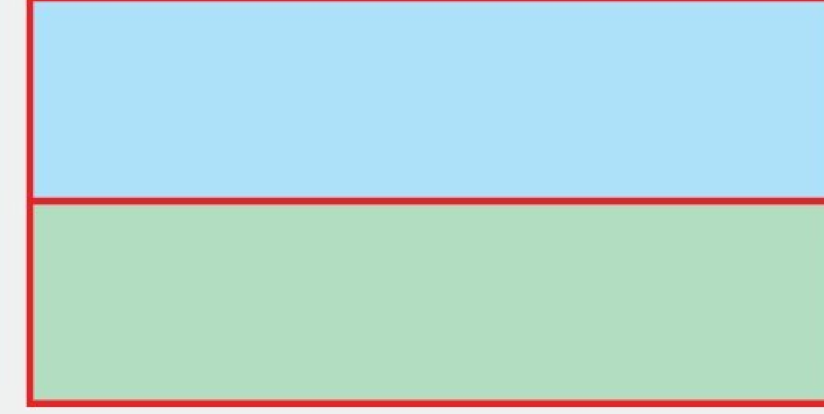
$A'(x) = x(5 - x)^2\,[10 - 2x - 3x] = 0$

$x(5 - x)^2(10 - 5x) = 0$

$\Rightarrow x = 2$ ve $y = 3$ $\quad x^2.y^3 = 108$

Cevap A

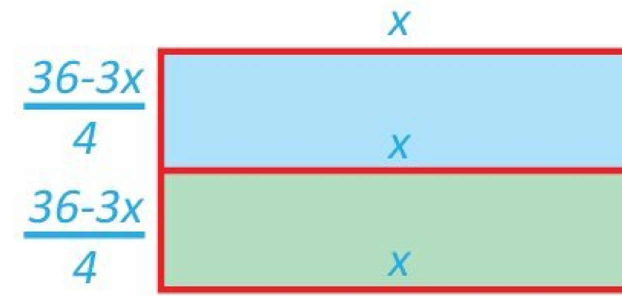
Örnek 4



Bengü, 36 cm uzunluğundaki kırmızı renkli şerit ile şekildeki gibi farklı renklerde ve özdeş iki dikdörtgen elde edecektir.

Buna göre, elde edilen mavi dikdörtgenin alanı en çok kaç cm^2 olur?

A) 21 B) 24 C) 27 D) 30 E) 33



$A = x\left(\frac{36 - 3x}{4}\right)$

$A = 9x - \frac{3x^2}{4}$

$A' = 18 - 3x = 0$

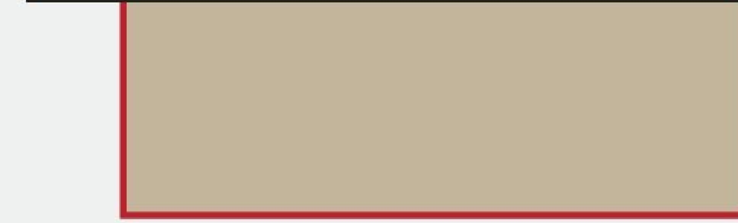
$x = 6$

$\frac{36 - 3x}{4} = \frac{9}{2}$

$A_1 = 6 \cdot \frac{9}{2} = 27$

Cevap: C

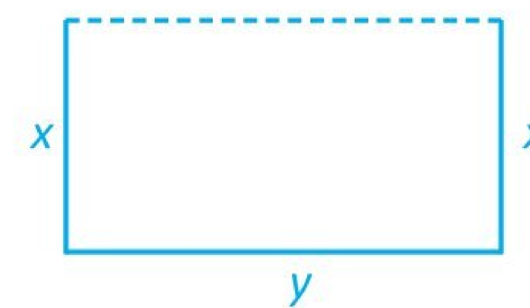
Örnek 5



Bir kenarı istinat duvarı olan bir bahçede uzunluğu 120 m olan bir çit ile dikdörtgen biçiminde bir bölge elde edilecek ve domates ekilecektir. Çitin tamamı dikdörtgenin istinat duvarı hariç diğer üç kenarı için kullanılacaktır.

Buna göre, domates ekilen bölgenin alanı en çok kaç metrekaredir?

A) 1000 B) 1200 C) 1500 D) 1800 E) 2100



$2x + y = 120 \Rightarrow y = 120 - 2x$ olur.

$x.y = x(120 - 2x) = 120x - 2x^2$

$(120x - 2x^2)' = 0 \Rightarrow 120 - 4x = 0$

$\Rightarrow x = 30$ olur.

$y = 120 - 2x \Rightarrow y = 120 - 2.30 \Rightarrow y = 60$ dır.

$x.y = 30.60 = 1800\ m^2$ bulunur.

Cevap D

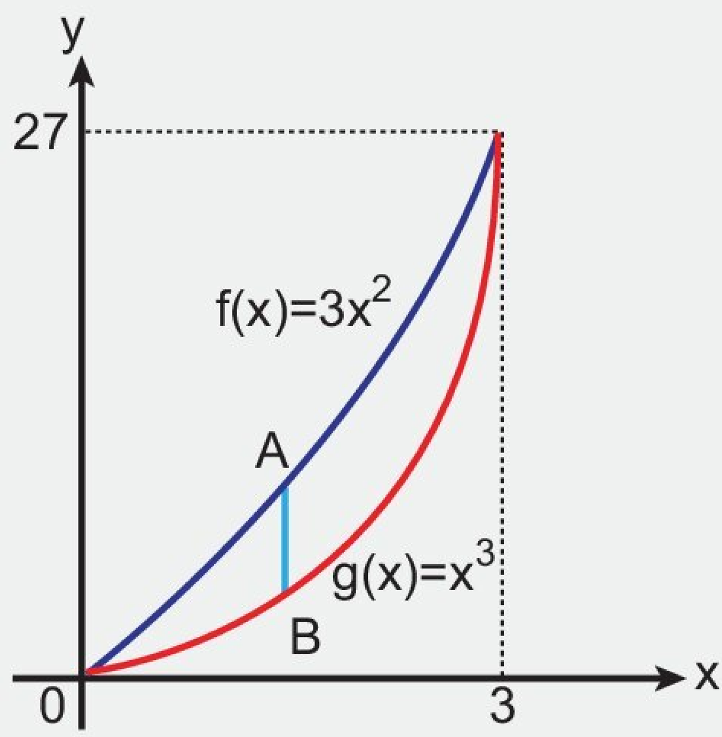
Örnek 6

Analitik düzlemde gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f(x) = 2x + 3 doğrusu ile A(16, 0) noktası veriliyor.

Doğrunun üzerindeki B(c, n) noktası, doğrunun A(16, 0) noktasına en yakın noktası olduğuna göre, n kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

1. çözüm



$d = \sqrt{(c-16)^2+(2c+3)^2}$

$d' = 2(c-16)+2(2c+3)\cdot 2 = 0$

$d' = 2c-32+8c+12 = 0$

$c = 2$ ve $\boxed{n = 7}$

2. çözüm

$m_1 \cdot m_2 = -1$

$\frac{2c+3-0}{c-16}\cdot 2 = -1$

$4c + 6 = 16 - c$

$5c = 10$

$c = 2$

$n = 7$

Cevap: E

Örnek 7

Şekilde tanım kümesi [0, 3] olan $f(x) = 3x^2$ ve $g(x) = x^3$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

[AB] // Oy olacak biçimde f ve g fonksiyonları üzerinde A ve B noktaları alınıyor.

Buna göre, |AB| nin en büyük değeri kaçtır?

A) 2 B) $\frac{10}{3}$ C) 4 D) 5 E) $\frac{16}{3}$

$|AB| = 3x^2 - x^3 = f(x) \Rightarrow f'(x) = 6x - 3x^2$

$f'(x) = 3x(2-x) = 0 \Rightarrow x = 0$ ve $x = 2$

$f(2) = 12 - 8 = 4$

x	0	2	
f'		+	-
f'		↗	↘

Cevap: C

Örnek 8

a bir gerçek sayı olmak üzere

$2x^2 - ax + 4a - 26 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1^2 + x_2^2$ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

A) 10 B) 13 C) 17 D) 20 E) 26

$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2(x_1x_2)$

$f(x) = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{4a-26}{2}\right) = \frac{a^2}{4} - 4a + 26$

$f'(a) = \frac{a}{2} - 4 = 0 \Rightarrow \boxed{a = 8}$

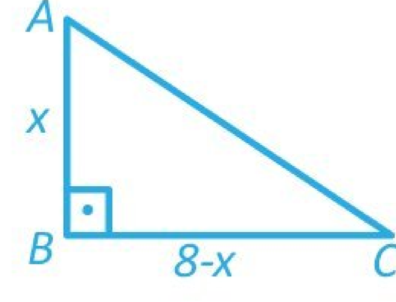
$f(8) = 16 - 32 + 26 = 10$

Cevap: A

Örnek 9

Dik kenarlarının uzunlukları toplamı 8 cm olan bir dik üçgenin hipotenüs uzunluğunun karesi en çok kaç cm^2 dir?

A) 24 B) 25 C) 30 D) 32 E) 36



$|AC|^2 = x^2+(8-x)^2 = f(x)$

$f'(x) = 2x+2(8-x)(-1) = 0$

$2x - 16 + 2x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 4}$

$f(4) = 16 + 16 = 32$

ABC ikizkenar dik üçgendir.

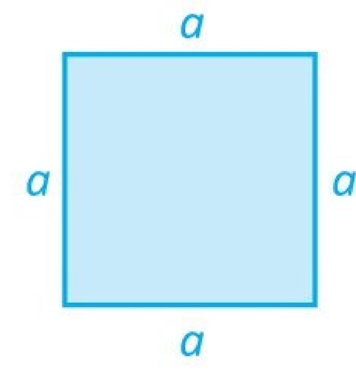
Cevap: D

Örnek 10

Bir kenar uzunluğu a metre olan kare biçimindeki bir demir levhanın maliyeti alanı üzerinden metrekare başına 40 TL satış fiyatı ise çevresi üzerinden metre başına 120 TL olarak belirlenmektedir.

Buna göre, a nın hangi değeri için bu demir levhanın satışından elde edilen kâr en fazla olur?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8



Maliyet Fiyatı = $40.a^2$

Satış Fiyatı = 120.4a= 480a

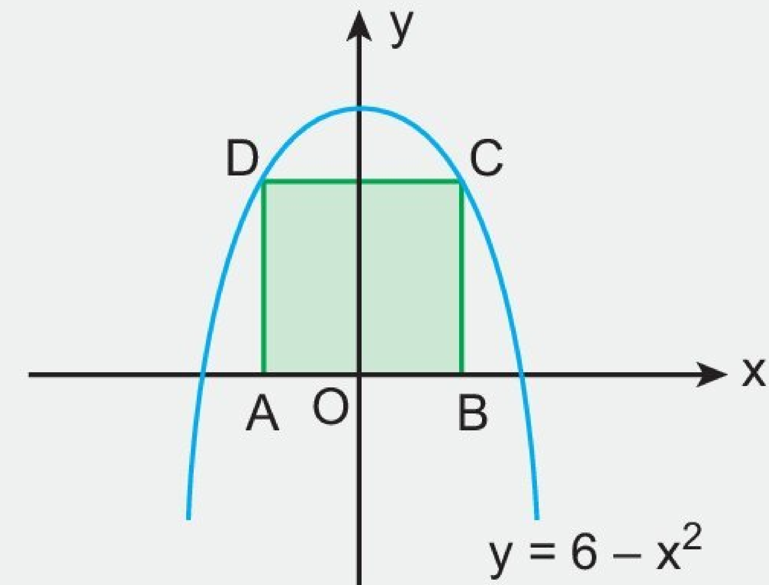
Kâr = Satış Fiyatı – Maliyet Fiyatı

Kâr = $(480a - 40a^2)' = 0$

$480 - 80a = 0 \Rightarrow a = 6$ bulunur.

Cevap D

Örnek 11



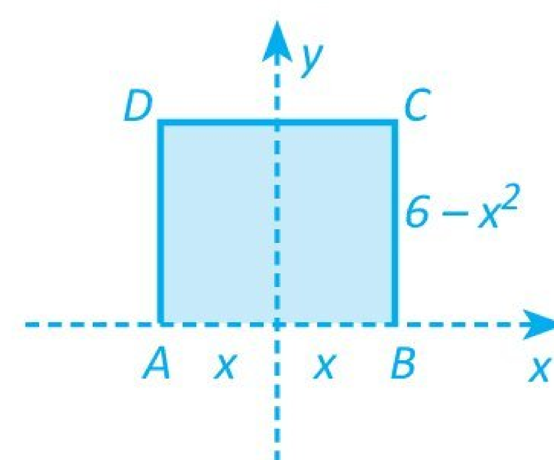
Şekilde D ve C noktaları $y = 6 - x^2$ parabolü üzerinde, A ve B noktaları ise x ekseni üzerindedir.

Buna göre, ABCD dikdörtgeninin alanı en fazla kaç birimkaredir?

A) $4\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{2}$ C) 9 D) $6\sqrt{3}$ E) $8\sqrt{2}$

$y = 6 - x^2$ parabolü üzerindeki C noktasının koordinatları C(x, y) olsun

$y = 6 - x^2$ olduğundan $C(x, 6 - x^2)$ olur.



$|AB| = 2x$ ve $|BC| = 6 - x^2$ olur.

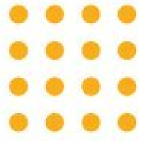
$Alan(ABCD) = 2x(6 - x^2) = 12x - 2x^3$

$(12x - 2x^3)' = 12 - 6x^2 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{2}$ olur.

$Alan(ABCD) = 2x(6 - x^2)$

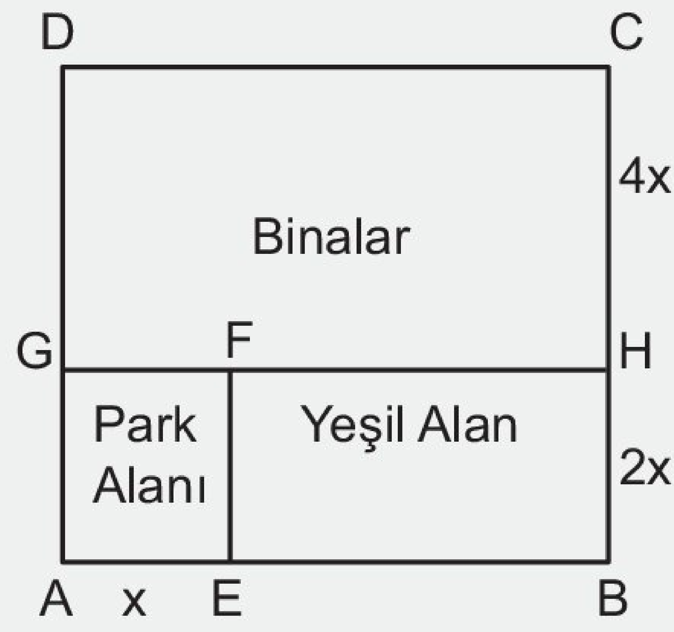
$= 2\sqrt{2}.4 = 8\sqrt{2}$ birimkare olur.

Cevap E



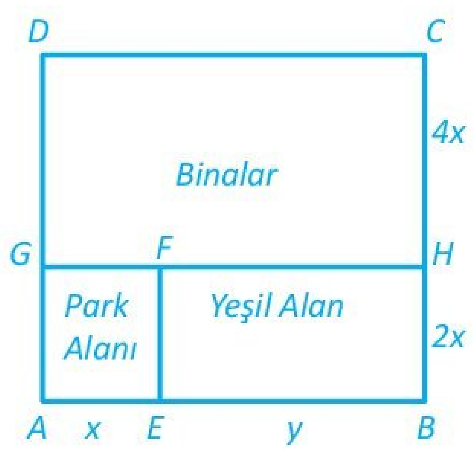
Örnek 12

Binalar, yeşil alan ve park alanından oluşan bir üniversite yerleşkesinin yanda verilen modeli ABCD dikdörtgenidir. ABCD dikdörtgeninin çevresi 12 km dir.



Bu üniversite yerleşkesinde yeşil alanın en büyük değerini alması için x kaç kilometredir?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{9}{14}$ E) $\frac{11}{14}$



Çevre (ABCD) = (6x + x + y).2 = 12

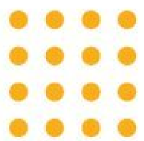
7x + y = 6 ⇒ y = 6 – 7x olur.

Yeşil Alan = 2x.y = 2x.(6 – 7x) = 12x – 14x²

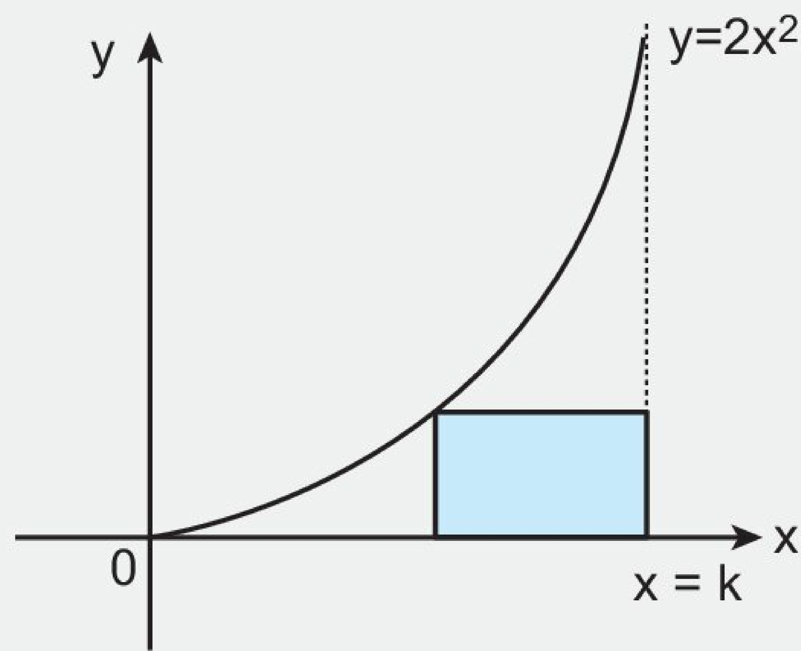
$(12x - 14x^2)' = 0 \Rightarrow 12 - 28x = 0$

$28x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$ *bulunur.*

Cevap C



Örnek 13



Şekilde köşeleri $y = 2x^2$ parabolü, x = k doğrusu ve yatay eksen üzerinde olan dikdörtgen verilmiştir.

Buna göre, dikdörtgenin alanı k türünden en çok kaç birim kare olur?

A) $\frac{2k^3}{27}$ B) $\frac{4k^3}{27}$ C) $\frac{5k^3}{27}$ D) $\frac{6k^3}{27}$ E) $\frac{8k^3}{27}$



$A(x) = (k - x).2x^2 = 2kx^2 - 2x^3$

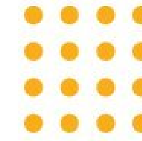
$A'(x) = 2(2kx - 3x^2) = 0$

$A'(k) = 2x(2k - 3x) = 0$

$x \neq 0 \quad \boxed{x = \frac{2k}{3}}$

$A = \left(k - \frac{2k}{3}\right).2.\left(\frac{4k^2}{9}\right) = \frac{k}{3} \cdot \frac{8k^2}{9} = \frac{8k^3}{27}$

Cevap E

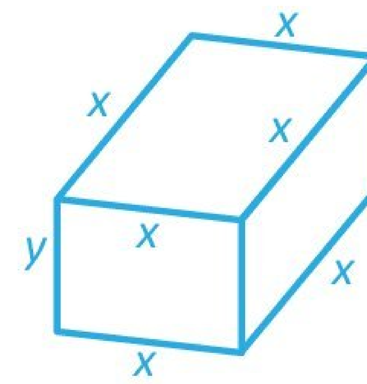


Örnek 14

Kare prizma biçimindeki üstü açık içi boş bir kutunun taban yüzeyindeki karenin birimkare maliyeti 2 TL ve yan yüzeylerindeki dikdörtgenlerin birimkare maliyeti $\frac{1}{2}$ TL dir.

Buna göre, maliyeti 54 TL olan bir kutunun hacmi en çok kaç birimküp olur?

A) 18 B) 36 C) 54 D) 72 E) 96



$Maliyet = 2x^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} x \cdot y = 54$

$2x^2 + 2xy = 54$

$x^2 + xy = 27$

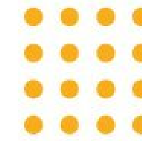
$y = \frac{27 - x^2}{x}$

$V = x^2 \cdot y = x^2\left(\frac{27 - x^2}{x}\right) = 27x - x^3$

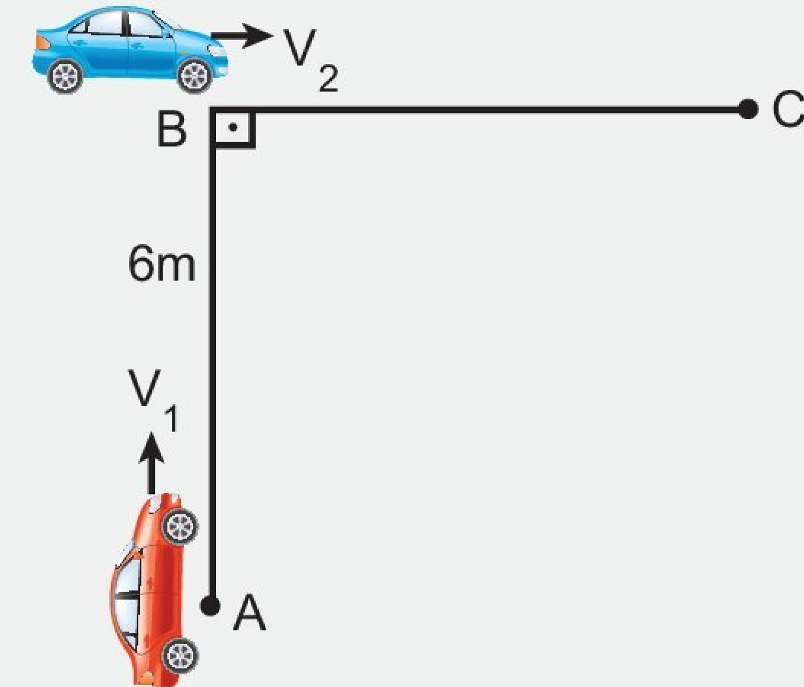
$V' = 27 - 3x^2 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 3}$ ve $\boxed{y = 6}$

$V = 3 \cdot 3 \cdot 6 = 54$ *birimküp*

Cevap: C



Örnek 15



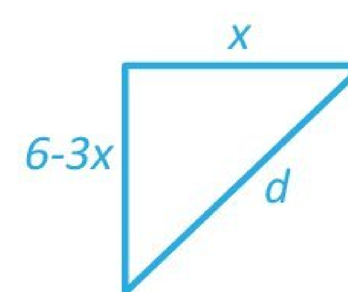
Hızı V_1 = 3 m/dk olan A noktasındaki kırmızı renkli oyuncak araba ile hızı V_2 = 1 m/dk olan B noktasındaki mavi renkli oyuncak araba aynı anda şekilde belirtilen yönlerde harekete başlıyor.

|AB| = 6m

AB ⊥ BC

olduğuna göre, başlangıçtan kaç dakika sonra aralarındaki uzaklık en az olur?

A) $\frac{11}{5}$ B) 2 C) $\frac{9}{5}$ D) $\frac{8}{5}$ E) $\frac{7}{5}$



$d^2 = (6 - 3x)^2 + x^2$

$türevi = 2(6 - 3x)(-3) + 2x = 0$

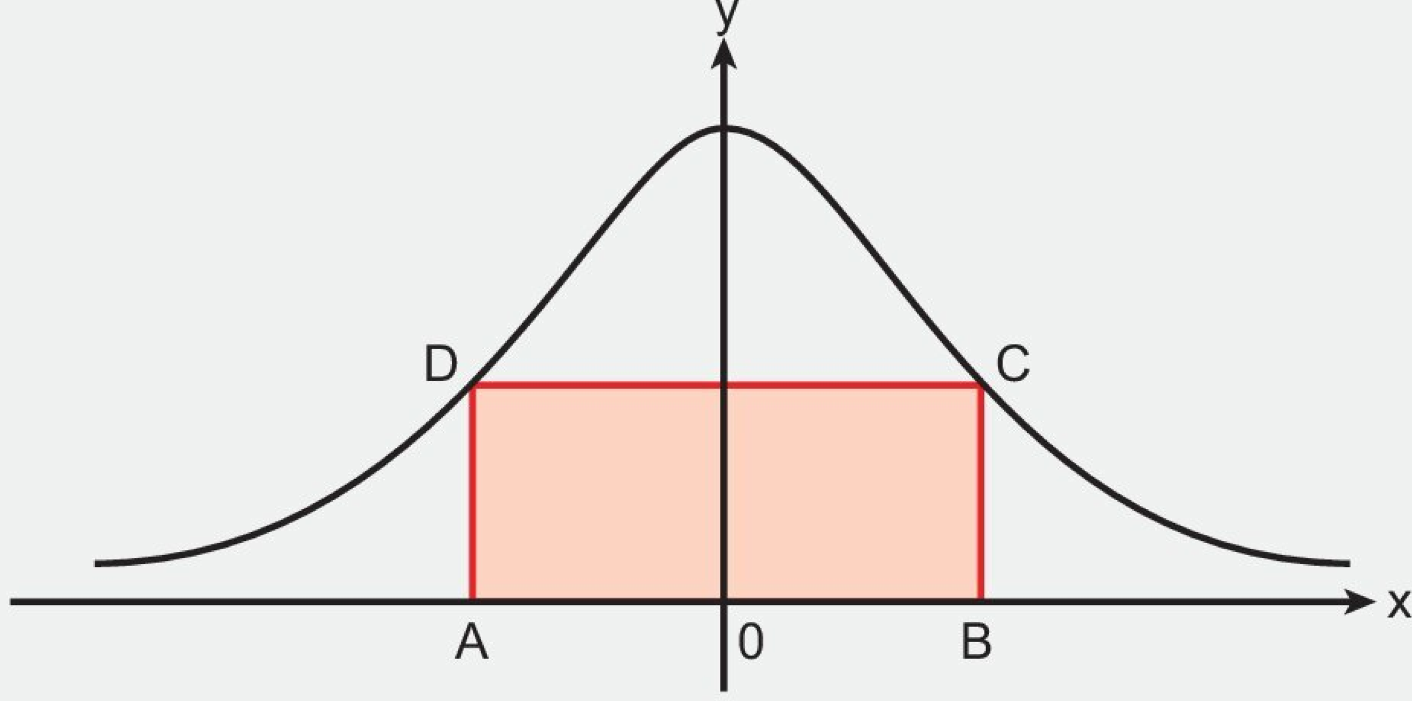
$-18 + 9x + x = 0$

$x = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}$

Cevap: C

Örnek 16

Şekilde gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı $f(x) = \dfrac{6}{x^2+1}$ fonksiyonunun grafiği ve ABCD dikdörtgeni verilmiştir.



Dikdörtgenin iki köşesi x ekseni üzerinde ve iki köşesi eğri üzerinde olduğuna göre, alanı en çok kaç cm² dir?

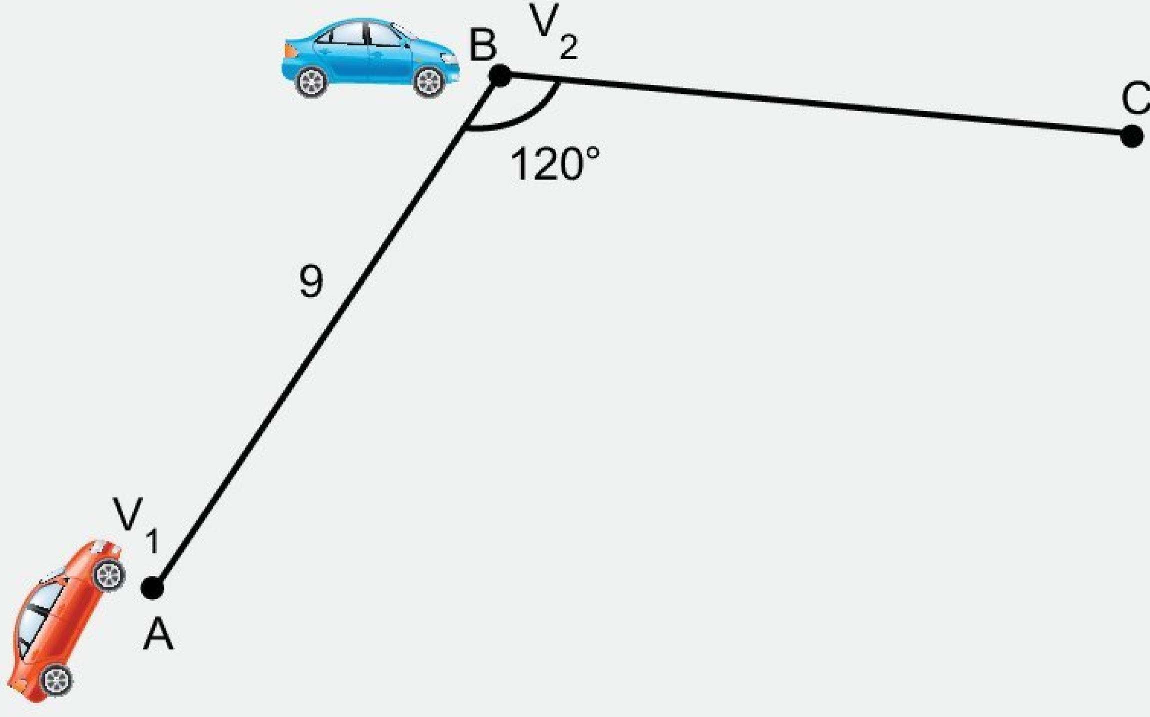
A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

$A(-x,0), B(x,0), C\left(x, \frac{6}{x^2+1}\right) \rightarrow Alan = 2x \cdot \frac{6}{x^2+1} = \frac{12x}{x^2+1} = A(x)$

$A'(x) = \frac{12(x^2+1) - 12x(2x)}{(x^2+1)^2} = 0 \Rightarrow 12x^2 + 12 - 24x^2 = 0 \; \boxed{x = 1} \rightarrow A = 2 \cdot 3 = 6$

Cevap: D

Örnek 17



Hızı $V_1 = 3$ m/dk olan A noktasındaki kırmızı renkli oyuncak araba ile hızı $V_2 = 2$ m/dk olan B noktasındaki mavi renkli oyuncak araba aynı anda şekilde belirtilen yönlerde harekete başlıyor.

$|AB| = 9$ m

$m(\widehat{ABC}) = 120°$

olduğuna göre, başlangıçtan kaç dakika sonra aralarındaki uzaklık en az olur?

A) 2 B) $\frac{15}{7}$ C) $\frac{16}{7}$ D) $\frac{17}{7}$ E) $\frac{18}{7}$

$d^2 = (9-3x)^2 + (2x)^2 - \underbrace{2(9-3x)(2x)\left(-\frac{1}{2}\right)}_{+18x-6x^2}$

$(d^2)' = 2(9-3x)(-3) + 8x + 18 - 12x = 0$

$-54 + 18x + 8x + 18 - 12x = 0 \rightarrow 14x = 36 \rightarrow x = \frac{36}{14} = \frac{18}{7}$

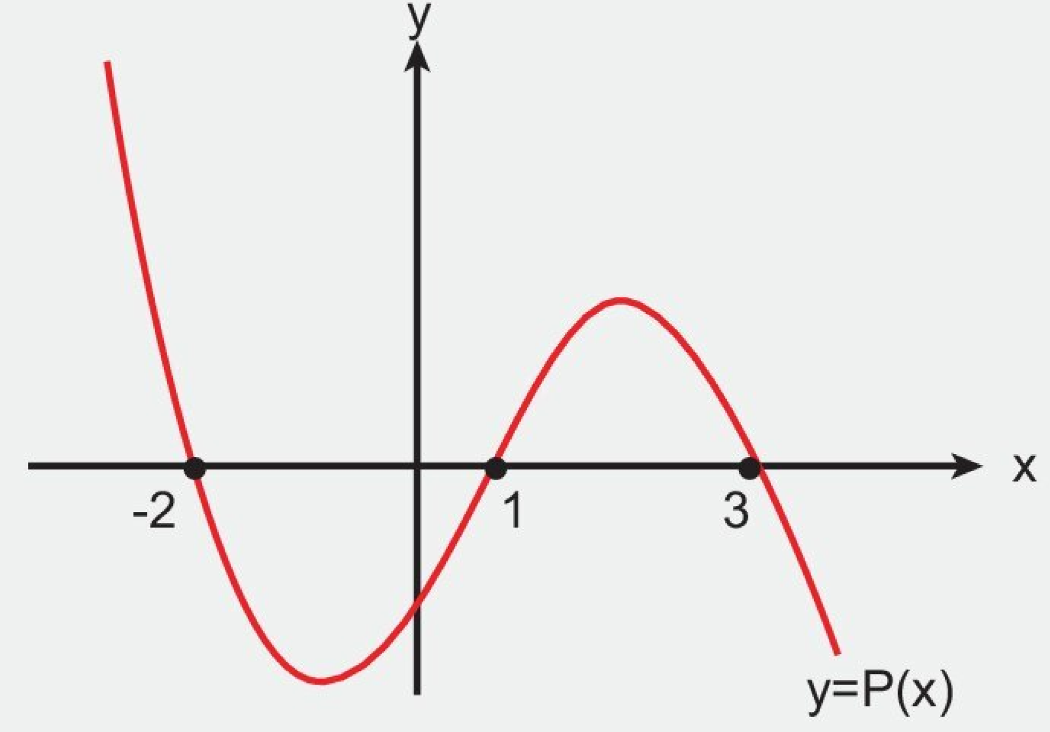
Cevap: E

Örnek Cevapları

1.E	2.C	3.A	4.C	5.D	6.E	7.C	8.A	9.D	10.D
11.E	12.C	13.E	14.C	15.C	16.D	17.E	18.D	19.D	

Örnek 18

Aşağıdaki şekilde başkatsayısı –1 olan 3. dereceden bir P(x) polinom fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, y = P(x) eğrisine teğet olan bir doğrunun eğimi en fazla kaçtır?

A) 5 B) $\frac{16}{3}$ C) 6 D) $\frac{19}{3}$ E) 7

P(x) = (x + 2) . (x – 1) . (–x + 3) şeklindedir. Üzerindeki bir noktanın apsisi x = a olsun. Bu noktadan çizilecek teğetin eğimi P'(a) dır.

$P'(x) = -3x^2 + 4x + 5 \rightarrow$ Eğim $= m = P'(a) = -3a^2 + 4a + 5$

$\rightarrow m' = 0 \rightarrow -6a + 4 = 0$

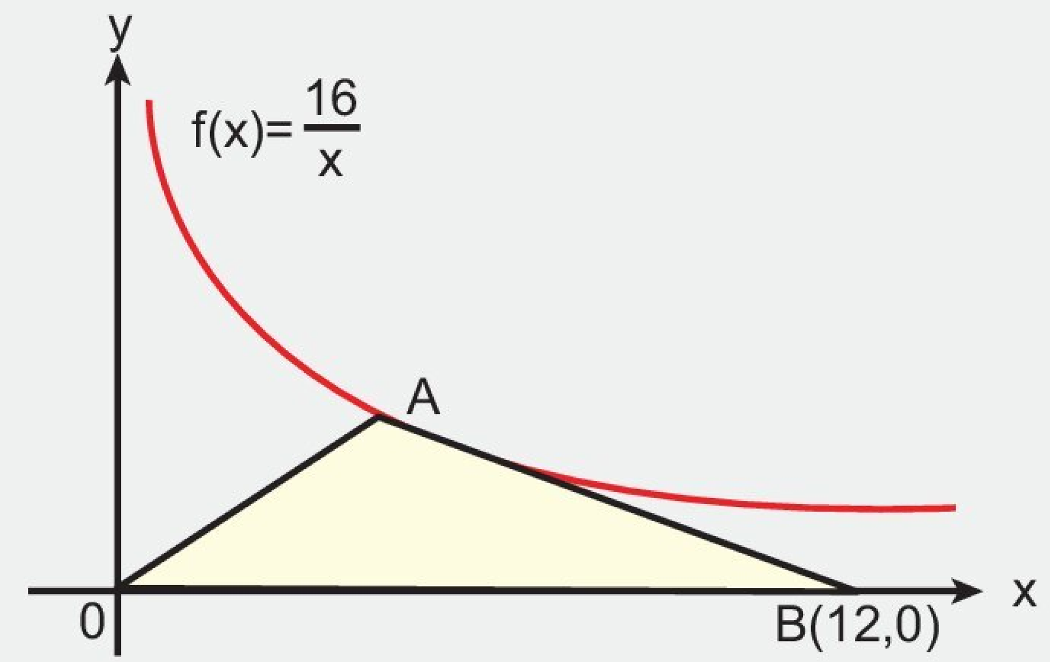
$a = \frac{2}{3}$

$\rightarrow m = -3 \cdot \frac{4}{9} + 4 \cdot \frac{2}{3} + 5 = \frac{19}{3}$

Cevap: D

Örnek 19

Analitik düzlemde pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı $f(x) = \frac{16}{x}$ eğrisi, eğri üzerinde bir A noktası ile B(12, 0) noktası verilmiştir.



Eğri üzerindeki noktalardan orijine en yakın olanı A noktasıdır.

Buna göre, AOB üçgensel bölgesinin alanı kaç birimkaredir?

A) 12 B) 16 C) 18 D) 24 E) 32

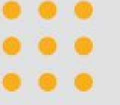
$A\left(x, \frac{16}{x}\right), |OA| = \sqrt{x^2 + \left(\frac{16}{x}\right)^2} = f(x)$

$f'(x) = \dfrac{2x + 2\left(\frac{16}{x}\right)\left(-\frac{16}{x^2}\right)}{2\sqrt{x^2 + \frac{16}{x^2}}} = 0 \Rightarrow 2x = 2 \cdot \frac{16}{x} \cdot \frac{16}{x^2}$

$\Rightarrow x^4 = 16^2 \Rightarrow \boxed{x = 4}, A(4,4)$

$Alan = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 4 = 24$

Cevap: D



1. **Çevre uzunluğu 20 cm olan bir dikdörtgenin alanı en çok kaç cm^2 olabilir?**

A) 9 B) 12 C) 15 D) 16 E) 25

Ezber Çözüm: $x + y = 10 \Rightarrow x = y = 5$

Çözüm: $A(x) = x(10 - x) = 10x - x^2$

$A'(x) = 10 - 2x = 0$

$x = 5$

$A = 5.5 = 25$ *Cevap: E*

2. **Kenar uzunlukları (13 – x) birim ve (x – 1) birim olan dikdörtgenin alanı en çok kaç birim karedir?**

A) 24 B) 28 C) 32 D) 36 E) 40

1. Çözüm:

$A + B = 13 - x + x - 1 = 12$

$A = 6 = B$ ve $A.B = 36$

2. Çözüm:

$A(x) = (13 - x).(x - 1) = -x^2 + 14x - 13$

$A'(x) = 14 - 2x = 0 \Rightarrow x = 7$

$A = 6 = B$ ve $A.B = 36$

Cevap D

3. x ve y gerçek sayıdır.

$3x + y = 12$

olduğuna göre, x.y çarpımı en çok kaçtır?

A) 18 B) 16 C) 15 D) 12 E) 10

$y = 12 - 3x$

$f(x) = x.y = 12x - 3x^2$

$f'(x) = 12 - 6x = 0 \Rightarrow x = 2, y = 6$

$x.y = 12$ *Cevap D*

4. x ve y birer pozitif gerçel sayı olmak üzere,

$x + y = 5$

olduğuna göre, $x^4.y$ çarpımının en büyük değeri kaçtır?

A) 180 B) 200 C) 256 D) 272 E) 296

$y = 5 - x$

$A(x) = x^4.(5 - x) = 5x^4 - x^5$

$A'(x) = 20x^3 - 5x^4 = 0$

$5x^3(4 - x) = 0 \Rightarrow x = 4, y = 1$

$x^4.y = 4^4 1. = 256$ *Cevap: C*

5. **Çarpımları 64 olan pozitif iki gerçel sayının toplamının en küçük değeri kaçtır?**

A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 30

$T(x) = x + \frac{64}{x} \Rightarrow T'(x) = 1 - \frac{64}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 8, \quad y = 8$

$\Rightarrow x + y = 16$ *Cevap: B*

6. **Toplamları 4 olan pozitif iki gerçel sayının küpleri toplamı en az kaçtır?**

A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 28

$y = 4 - x$

$A(x) = x^3 + (4 - x)^3$

$A'(x) = 3x^2 + 3(4 - x)^2(-1) = 0$

$A'(x) = 3[x^2 - x^2 + 8x - 16] = 0$

$x = 2 = y$

$\Rightarrow x^3 + y^3 = 8 + 8 = 16$

Cevap: B

7. Bir fabrikada ayda x tane mal üretilmektedir. Üretilen her bir malın birim maliyeti ₺$\left(270-\frac{x}{3}\right)$ dir.

Üretilen malların tamamının aynı ay içinde satılması koşuluyla ürünün satışından ayda toplam ₺ $(2x^2 - 10x + 9000)$ ciro elde edilmektedir.

Buna göre, işyerindeki aylık kârın en az olması için ayda kaç tane mal üretilip aynı ay içinde satılmalıdır?

A) 48 B) 54 C) 60 D) 72 E) 96

kâr = Ciro – maliyet

$f(x) = 2x^2 - 10x + 9000 - \left[x.\left(270 - \frac{x}{3}\right)\right]$

$f(x) = 2x^2 - 280x + \frac{x^2}{3} + 9000$

$f'(x) = 0 = 4x - 280 + \frac{2x}{3}$

$\frac{14x}{3} = 280$ (20)

$x = 60$

Cevap: C

8.



Uzunluğu 45 cm olan [AB] teli, uzunlukları x cm ve y cm olan iki parçaya ayrılıyor.

$2x^2 + 7y^2$

toplamının en küçük değerini alması için y kaç olmalıdır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

$x = 45 - y$

$A(y) = 2(45 - y)^2 + 7y^2$

$A'(y) = 4(45 - y)(-1) + 14y = 0$

$A(y) = 2(-90 + 2y + 7y) = 0$

$y = 10$

Cevap: B

9. **x > 0 olmak üzere,**

$f(x) = \frac{6}{x}$

eğrisinin orijine en yakın noktasının apsisi kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $\sqrt{6}$ D) $2\sqrt{2}$ E) $\sqrt{10}$

$d = \sqrt{(x-0)^2 + \left(\frac{6}{x} - 0\right)^2}$

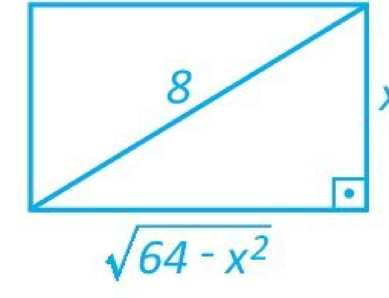
$d' = \dfrac{2x + 2\left(\frac{6}{x}\right)\left(-\frac{6}{x^2}\right)}{2\sqrt{x^2 + \left(\frac{6}{x}\right)^2}}$

$d' = 2\left(x - \frac{36}{x^3}\right) = 0 \Rightarrow x = \sqrt{6}$

Cevap: C

10. **Köşegen uzunluğu 8 cm olan dikdörtgenin alanı en çok kaç cm² dir?**

A) 16 B) 24 C) 32 D) 48 E) 64



$A = x\sqrt{64 - x^2}$

$A' = \sqrt{64 - x^2} + x \cdot \frac{-2x}{2.\sqrt{64 - x^2}} = 0$

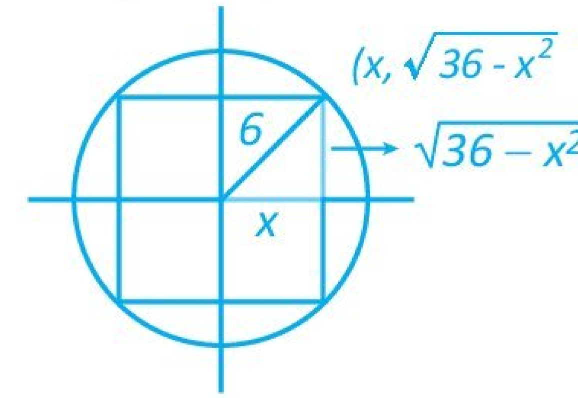
$64 - x^2 - x^2 = 0 \Rightarrow 32 = x^2 \Rightarrow 4\sqrt{2} = x = y \Rightarrow A = 4\sqrt{2}.4\sqrt{2} = 32$

Cevap: C

11. **Çapı 12 cm olan bir çember içine çizilebilecek en büyük alanlı dikdörtgenin alanı kaç cm² dir?**

A) 88 B) 84 C) 80 D) 76 E) 72

$x^2 + y^2 = 36$



$A' = 4\left[\sqrt{36 - x^2} + x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{36 - x^2}}\right] = 0$

$A' = 4[36 - x^2 - x^2] = 0$

$x^2 = 18$

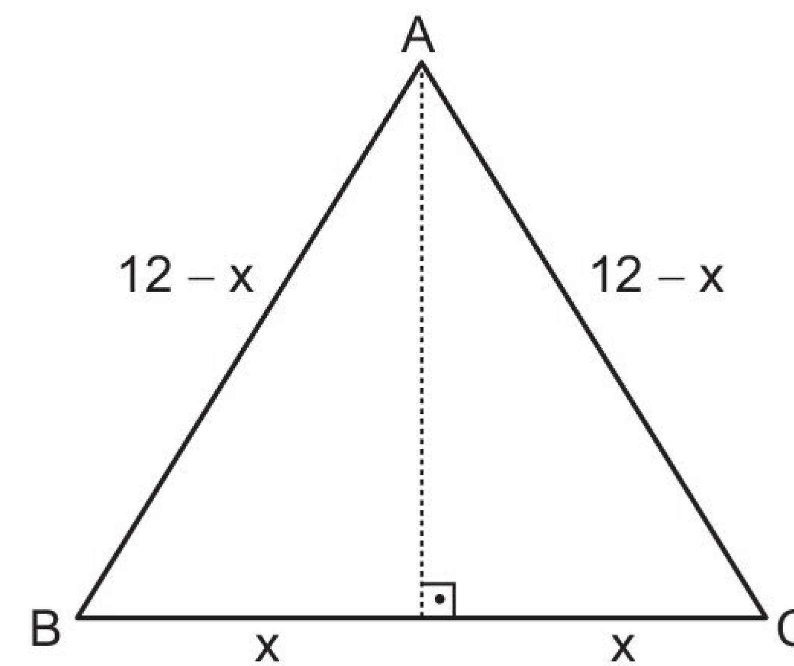
$x = 3\sqrt{2} = \sqrt{36 - x^2}$

$A = 4.3\sqrt{2}.3\sqrt{2} = 72$

$A = 2x.2\sqrt{36 - x^2}$

Cevap: E

12. Aşağıda çevre uzunluğu 24 birim olan ikizkenar üçgen kenar uzunlukları düzenlenerek çizilmiştir.



Eşit kenarlarının uzunlukları

$|AB| = |AC| = (12 - x)$ birim

$|BC| = 2x$ birim

olan şekildeki ABC ikizkenar üçgeninin alanı en çok kaç birim karedir?

A) $9\sqrt{3}$ B) $10\sqrt{3}$ C) $12\sqrt{3}$ D) $16\sqrt{3}$ E) $20\sqrt{3}$

$h = \sqrt{(12 - x)^2 - x^2} = \sqrt{(12 - 2x).12} = \sqrt{144 - 24x}$

$A(x) = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot \sqrt{144 - 24x} \Rightarrow A'(x) = \sqrt{144 - 24x} + x \frac{-24}{2\sqrt{144 - 24x}} = 0$

$144 - 24x - 12x = 0 \Rightarrow 4 = x$

$2x = 12 - x = 8 \Rightarrow$ ABC eşkenar üçgen $\Rightarrow A = \frac{8^2.\sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}$

Cevap: D

1.E 2.D 3.D 4.C 5.B 6.B 7.C 8.B 9.C 10.C 11.E 12.D

1. $f(x) = 2x^2 - 4x$

parabolünün h(x) = 8x – 40 doğrusuna en yakın noktasının ordinatı kaçtır?

A) –2 B) 0 C) 6 D) 16 E) 30

Parabolün doğruya en yakın olduğu nokta y = 8x + k doğrusu üzerindedir.
Bu noktadaki eğim 8 dir. $f'(x) = 4x - 4 = 8 \Rightarrow x=3,\ N(3, 6)$ *Cevap C*

2. Yarıçapı 6 cm olan şekildeki yarım çember içine çizilen ABCD dikdörtgeninin alanı en çok kaç birim karedir?

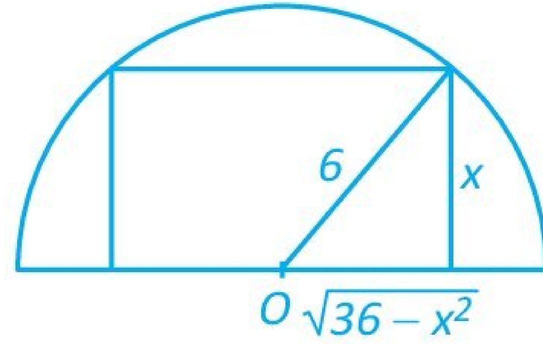
A) 32 B) 35 C) 36 D) 38 E) 40

$A(x) = 2.x.\sqrt{36-x^2}$

$A'(x) = 2\left[\sqrt{36-x^2} + x \cdot \dfrac{-2x}{2\sqrt{36-x^2}}\right] = 0$

$36 - x^2 - x^2 = 0$

$3\sqrt{2} = x = \sqrt{36-x^2} \Rightarrow A = 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 36$



Cevap: C

3. Yarıçapı 4 cm olan şekildeki O merkezli yarım çemberin içine yerleştirilen yamuğun alanı en çok kaç cm^2 dir?

A) 16 B) $8\sqrt{2}$ C) $8\sqrt{3}$ D) $12\sqrt{2}$ E) $12\sqrt{3}$

$A = \dfrac{8+2x}{2} \cdot \sqrt{16-x^2} = (x+4) \cdot \sqrt{16-x^2}$

$A' = \sqrt{16-x^2} + (x+4)\dfrac{-2x}{2\sqrt{16-x^2}} = 0$

$16 - x^2 - x^2 - 4x = 0$

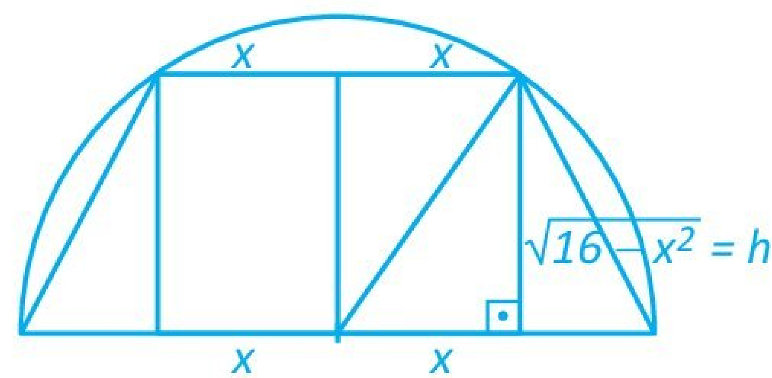
$2x^2 + 4x - 16 = 0$

$x^2 + 2x - 8 = 0$

$(x+4)(x-2) = 0$

$x = 2$

$h = 2\sqrt{3}$



$A = 6.2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$ *Cevap: E*

4. Şekildeki d doğrusu x eksenini (–10, 0), y eksenini (0, 8) noktasında kesmektedir.

Doğru ile eksenler arasında kalan ABOC dikdörtgeninin alanı en çok kaç birimkaredir?

A) 20 B) 16 C) $\dfrac{64}{5}$ D) $\dfrac{49}{5}$ E) $\dfrac{36}{5}$

d doğrusu: $y = \dfrac{8}{10}(x+10) \Rightarrow A\left(k, \dfrac{8}{10}(k+10)\right) \Rightarrow A = \dfrac{4}{5}(k^2 + 10k)$

$A' = 2k + 10 = 0 \Rightarrow \boxed{k = -5}$

Ordinat $= \dfrac{8}{10}\,5 = \boxed{4} \Rightarrow$ *Alan* $= 4 . 5 = 20$ *Cevap: A*

5. Şekilde $y = 27 - x^2$ parabolü ile köşelerinden ikisi parabol üzerinde diğer köşesi orijinde ve tabanı x eksenine paralel olan AOB üçgeni verilmiştir.

Buna göre, üçgenin alanı en çok kaç birimkaredir?

A) 48 B) 51 C) 54 D) 57 E) 60

$A(-x, 27-x^2)$ $B(x, 27-x^2)$ $O(0,0)$

$A = (27 - x^2).(2x).\dfrac{1}{2}$

$A = 27x - x^3$

$A' = 27 - 3x^2 = 0 \Rightarrow x = 3$

$h = 18$

$A = 81 - 27 = \boxed{54}$ *birim kare* *Cevap C*

6. Kenar uzunluğu 12 cm olan bir kartonun köşelerinden kenar uzunluğu x cm olan kareler kesilip üstü açık bir kare dik prizma yapılıyor.

Elde edilen prizmanın hacmi en çok kaç cm^3 olur?

A) 112 B) 120 C) 128 D) 136 E) 144

$V(x) = (12 - 2x)^2 . x$

$V'(x) = 2(12 - 2x)(-2) . x + (12 - 2x)^2 = 0$

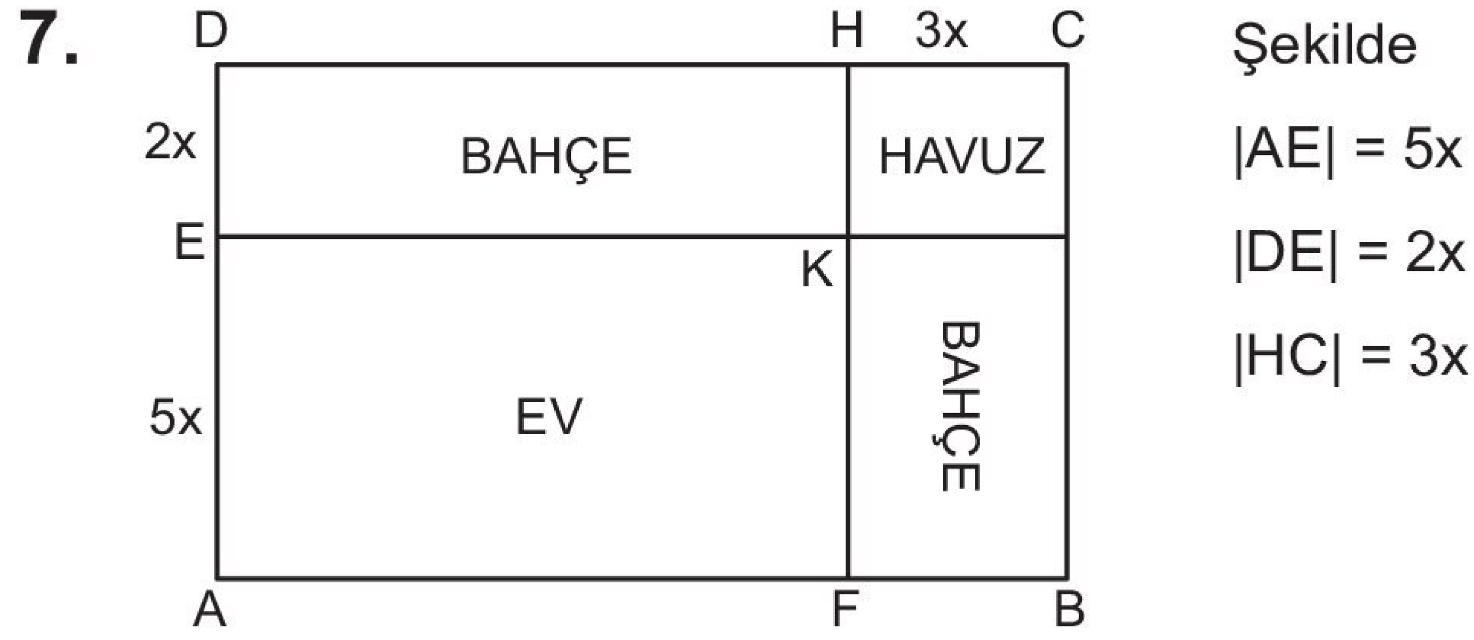
$V'(x) = (12 - 2x)[-4x + 12 - 2x] = 0$

$12 - 6x = 0$

$\boxed{x = 2}$

$V = (12 - 4)^2 . 2 = 128$ *birim küp olur.* *Cevap: C*

7.



Şekilde

|AE| = 5x

|DE| = 2x

|HC| = 3x

Dikdörtgen şeklindeki ABCD parselinin çevresi 600 metredir. Parselin içine dikdörtgen şeklindeki ev, havuz ve bahçeler yapılacaktır.

Yapılacak evin alanının en çok olması için x kaç metre olmalıdır?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

|DH| = y olmak üzere

$20x + 2y = 600 \quad y = 300 - 10x$

$Alan(EV) = 5x.(300 - 10x) = f(x)$

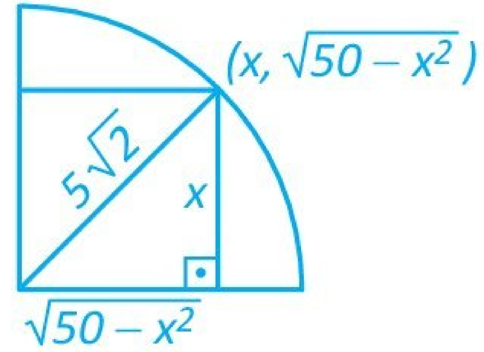
$f(x) = 1500x - 50x^2 \qquad f'(x) = 0 = 1500 - 100x \Rightarrow 100x = 1500$

$\boxed{x = 15}$

Cevap: C

8. Yarıçap uzunluğu $5\sqrt{2}$ birim olan çeyrek çemberin içine çizilen en büyük alana sahip dikdörtgenin alanı kaç birim karedir?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 25 E) 30



$A = x.\sqrt{50 - x^2}$

$A' = \sqrt{50 - x^2} + x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{50 - x^2}} = 0$

$A' = 50 - x^2 - x^2 = 0$

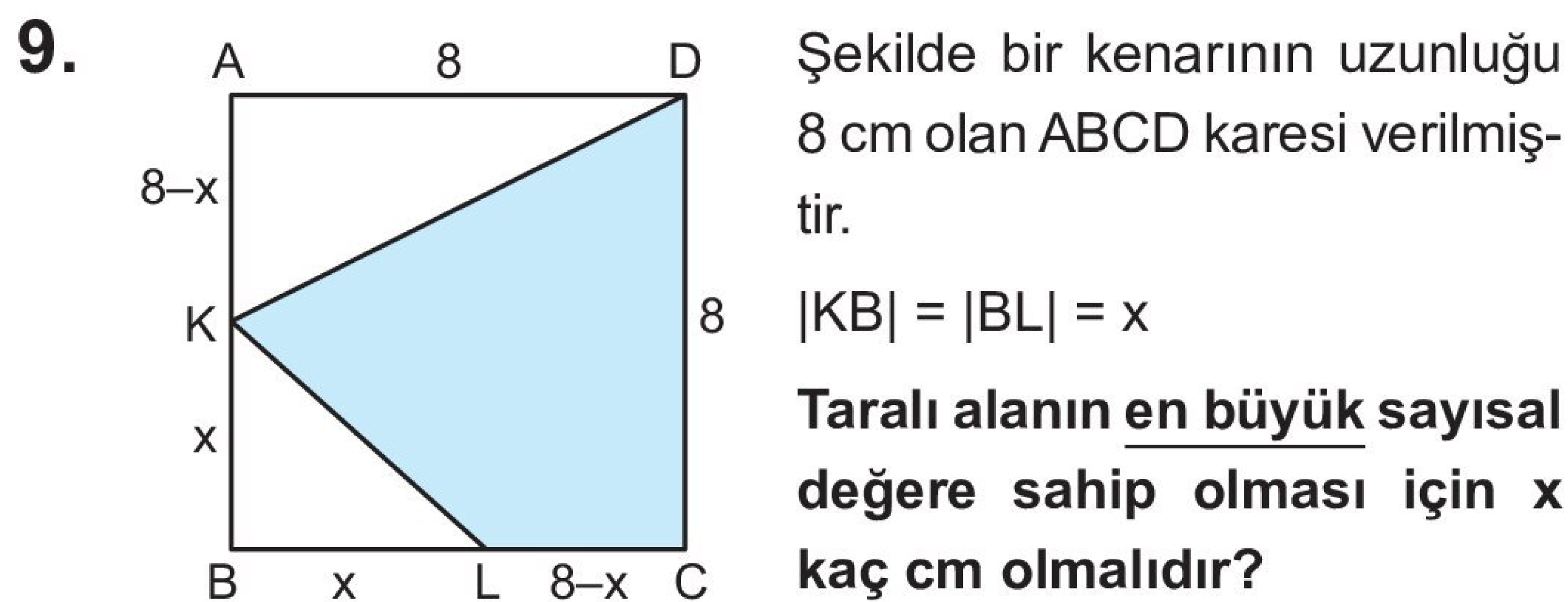
$25 = x^2$

$5 = x = \sqrt{50 - x^2}$

$A = 5 . 5 = 25$

Cevap: D

9.



Şekilde bir kenarının uzunluğu 8 cm olan ABCD karesi verilmiştir.

|KB| = |BL| = x

Taralı alanın en büyük sayısal değere sahip olması için x kaç cm olmalıdır?

A) 4 B) $\frac{7}{2}$ C) 3 D) $\frac{5}{2}$ E) 2

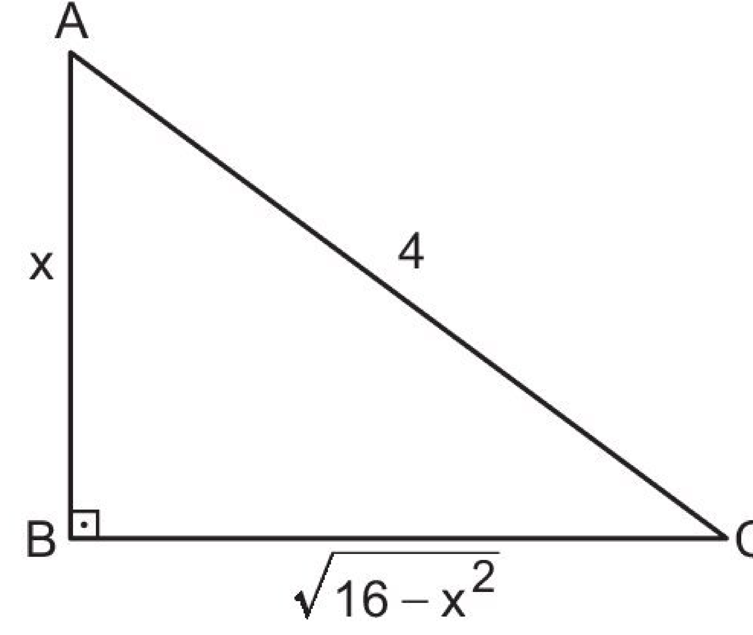
$f(x) = 64 - \frac{x^2}{2} - \frac{(8-x).8}{2}$

$f(x) = \frac{128 - x^2 - 64 + 8x}{2}$

$f'(x) = 0 = \frac{-2x + 8}{2} = 0 \Rightarrow 8 = 2x \Rightarrow \boxed{x = 4}$

Cevap A

10. Hipotenüs uzunluğu 4 birim olan dik üçgen aşağıdaki gibi düzenlenerek yazılmıştır.



Şekildeki ABC dik üçgeninde,

|AB| = x birim

|AC| = 4 birim

|BC| = $\sqrt{16 - x^2}$ birim

olduğuna göre, üçgenin alanı en çok kaç birimkaredir?

A) $2\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{2}$ C) 4 D) $\sqrt{15}$ E) $2\sqrt{3}$

Çözüm 1:

$x = \sqrt{16 - x^2} = 2\sqrt{2}$ ve $A = \frac{2\sqrt{2}.2\sqrt{2}}{2} = 4$

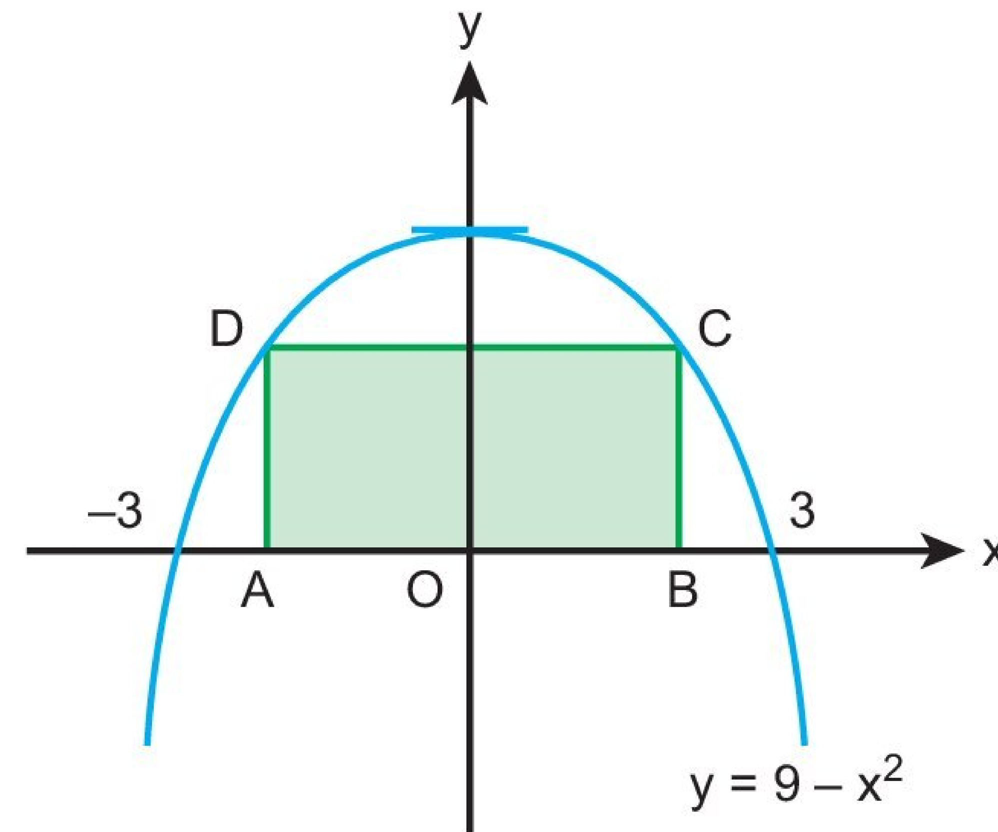
Çözüm 2:

$A(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{16 - x^2} \Rightarrow A'(x) = \frac{1}{2}\left[1.\sqrt{16 - x^2} + x\frac{-2x}{2\sqrt{16 - x^2}}\right] = 0$

$\frac{1}{2}\left[\frac{16 - x^2 - x^2}{\sqrt{16 - x^2}}\right] = 0 \Rightarrow 16 = 2x^2 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$ ve $A = 4$

Cevap: C

11.



Şekilde $y = 9 - x^2$ parabolü ile ABCD dikdörtgeni verilmiştir.

Buna göre, ABCD dikdörtgeninin alanı en çok kaç birim karedir?

A) $3\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $9\sqrt{3}$ D) $12\sqrt{3}$ E) $18\sqrt{3}$

C(x, y) olsun $\Rightarrow y = 9 - x^2$ *olduğundan* $C(x, 9 - x^2)$ *olur.* $|AB| = 2x$ *ve* $|BC| = 9 - x^2$ *olur.*

$Alan(ABCD) = 2x.(9 - x^2) \Rightarrow (18x - 2x^3)' = 0$

$18 - 6x^2 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{3}$ *olur.* $Alan(ABCD) = 2\sqrt{3}.6 = 12\sqrt{3}$

Cevap D

1.C 2.C 3.E 4.A 5.C 6.C 7.C 8.D 9.A 10.C 11.D



MAKSİMUM MİNİMUM PROBLEMLERİ

Örnek 1

$x \geq 3$ olmak üzere,

Bir tüccar maliyeti x TL olan bir ürünü y TL den satmaktadır.

x ile y arasında $y = x^3 - 12x^2 + 46x$ bağıntısı olduğuna göre, tüccarın bu ürünün bir tanesinin satışından elde edeceği kâr en az kaç TL dir?

A) 48 B) 50 C) 55 D) 67 E) 72

Kar = y – x = K(x) = $x^3 - 12x^2 + 45x$

$K'(x) = 3x^2 - 24x + 45 = 0 \Rightarrow 3(x^2 - 8x + 15) = 0$

$3(x-3)(x-5) = 0$

x		3		5	
K'(x)	+		-		+
K(x)	↗		↘		↗

K(5) = 125 - 300 + 225 = 50

Cevap: B

Örnek 2

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$f(x) = x^2 - 3x - 8$

parabolü üzerinde alınan bir noktanın koordinatları toplamı en az kaçtır?

A) –11 B) –10 C) –9 D) –8 E) –7

Parabol üzerindeki nokta (x, y) olsun

$y = x^2 - 3x - 8 \Rightarrow x + y = x + x^2 - 3x - 8 \Rightarrow h(x) = x^2 - 2x - 8$

$h'(x) = 2x - 2 = 0 \quad x = 1$ olur $\Rightarrow h(1) = 1 - 2 - 8 = -9$

Aranan f(x) üzerindeki (1, –10) noktasıdır.

Cevap C

Örnek 3

a ve b birer pozitif gerçel sayıdır.

$a + \frac{1}{b} = 20$

olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranı en çok kaçtır?

A) 120 B) 100 C) 90 D) 60 E) 50

$a = 20 - \frac{1}{b} = \frac{20b-1}{b}, \frac{a}{b} = \frac{20b-1}{b^2} = f(b)$

$f'(b) = \frac{20 \cdot b^2 - (20b-1) \cdot 2b}{b^4} = 0$

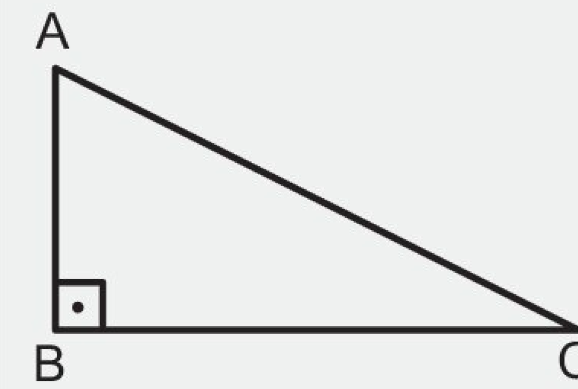
$\Rightarrow 20b^2 - 40b^2 + 2b = 0 \Rightarrow -20b^2 + 2b = 0$

$\Rightarrow -2b(10b-1) = 0 \Rightarrow b = \frac{1}{10}, \frac{1}{b} = 10, a = 10$

$a \cdot \frac{1}{b} = 10 \cdot 10 = 100$

Cevap: B

Örnek 4



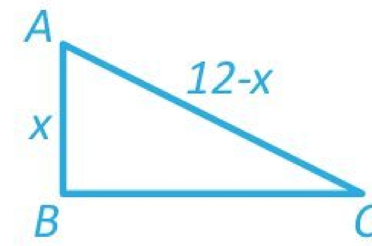
Şekildeki ABC dik üçgeninde

|AB| + |AC| = 12 cm

[AB] ⊥ [BC]

olduğuna göre, ABC üçgensel bölgesinin alanı en çok kaç cm² dir?

A) 15 B) $8\sqrt{3}$ C) 12 D) $8\sqrt{2}$ E) 8



$|BC| = \sqrt{(12-x)^2 - x^2} = \sqrt{144 - 24x} = 2\sqrt{36 - 6x}$

$Alan(ABC) = \frac{1}{2}x \cdot 2 \cdot \sqrt{36-6x} = x \cdot \sqrt{36-6x} = A(x)$

$A'(x) = \sqrt{36-6x} + x \frac{-6}{2\sqrt{36-6x}} = 0$

$\Rightarrow 36 - 6x - 3x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 4} = |AB|$

$\Rightarrow |BC| = 4\sqrt{3}$, (30° - 60° - 90° üçgeni)

$Alan = \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$

Cevap: B

Örnek 5

Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$$f(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 - 12x^2$$

eğrisi üzerindeki hangi apsis değeri için bu eğriye çizilen teğetin eğimi en küçük değerini alır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$f'(x) = x^3 - 3x^2 - 24x = h(x)$ in en az olması isteniyor.

$h'(x) = 3x^2 - 6x - 24 = 0 \Rightarrow 3(x^2 - 2x - 8) = 0$

$0 = 3(x - 4)(x + 2)$

x		-2		4	
$h'(x)$	+		-		+
$h(x)$	↗		↘		↗

x=4 olmalıdır.

Cevap: D

Örnek 6

Alanı 48 cm^2 olan dikdörtgen şeklindeki sac levha kullanılarak üstü açık kare prizma biçiminde bir kutu yapılacaktır.

Buna göre, yapılacak kutunun hacmi en çok kaç cm^3 olur?

A) 16 B) 32 C) 48 D) 64 E) 72

Karenn kenarı = x, prizmanın yüksekliği = y

$Alan = x^2 + 4xy = 48 \Rightarrow y = \frac{48 - x^2}{4x} = \frac{12}{x} - \frac{x}{4}$

$Hacim = x^2 \cdot \left(\frac{12}{x} - \frac{x}{4}\right) = 12x - \frac{x^3}{4} = V(x)$

$V'(x) = 12 - \frac{3}{4}x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 16, x = 4, y = 2$

$V(4) = 4 \cdot 4 \cdot 2 = 32$

Cevap: B

Örnek 7

Yarıçap uzunluğu r cm olan küre biçimindeki bir değerli taşın üretim maliyeti hacim üzerinden cm^3 başına 4 TL ve satış fiyatı yüzey alanı üzerinden cm^2 başına 12 TL dir.

Buna göre, bu taşın satışından elde edilen kâr en çok kaç π TL dir?

A) 488 B) 512 C) 544 D) 576 E) 588

$Kâr = K(r) = 12 \,.\, 4\pi r^2 - 4\,\frac{4}{3}\,\pi r^3$

$K'(r) = 12 \,.\, 8\pi r - 4 \,.\, 4\pi r^2 = 0$

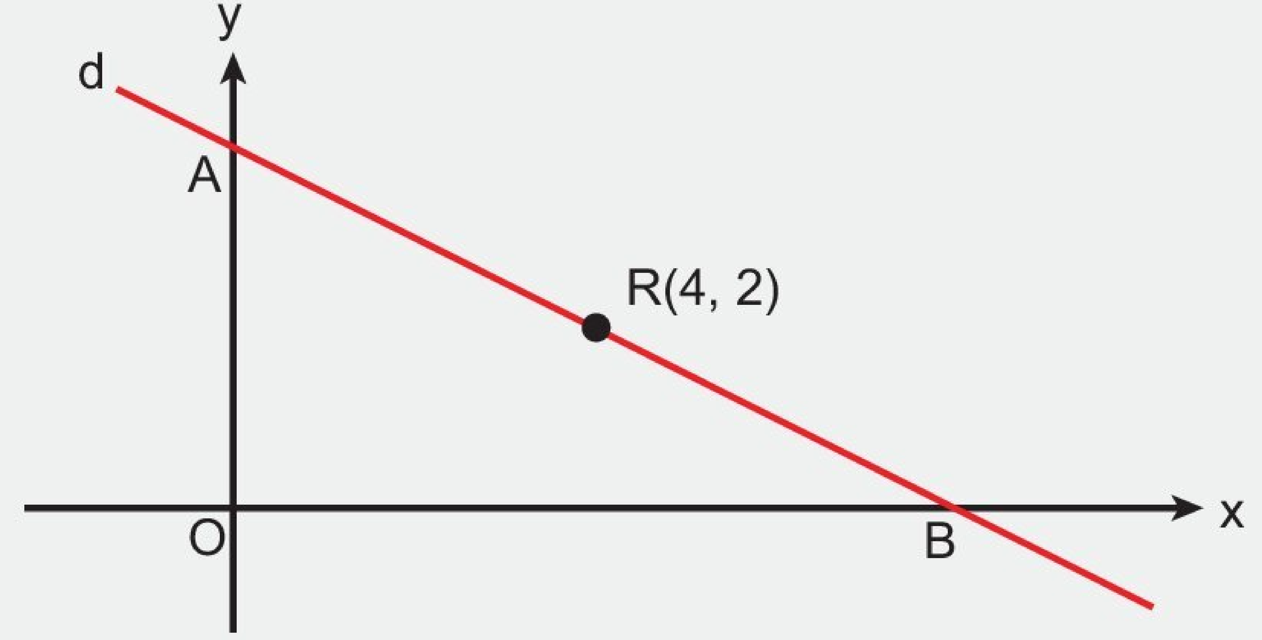
$K'(r) = 16\pi r\,(6 - r) = 0 \Rightarrow r = 6$

$K(6) = 12 \,.\, 4 \,.\, \pi \,.\, 36 - 4 \cdot \frac{4}{3}\pi \,.\, 6 \,.\, 36 = 576\pi$

Cevap: D

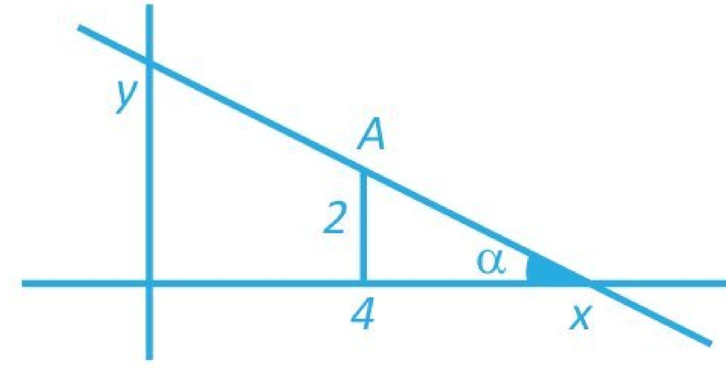
Örnek 8

Analitik düzlemde R(4, 2) noktasından geçen şekilde verilen d doğrusunun eksenleri kestiği noktalar A ve B dir.



Buna göre, AOB üçgensel bölgesinin alanı en az kaç birimkaredir?

A) 16 B) 15 C) 12 D) 10 E) 8



$\tan\alpha = eğim = \frac{y}{x} = \frac{2}{x - 4} \Rightarrow y = \frac{2x}{x - 4}$

$Alan = \frac{1}{2}x \cdot \frac{2x}{x - 4} = \frac{x^2}{x - 4} = A(x)$

$A'(x) = \frac{2x(x - 4) - x^2}{(x - 4)^2} = 0$

$2x^2 - 8x - x^2 = 0 \Rightarrow x(x - 8) = 0$

$x = 8$ ve $y = 4$ $Alan = 16$

Cevap: A

Örnek 9

Koordinat düzleminde gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

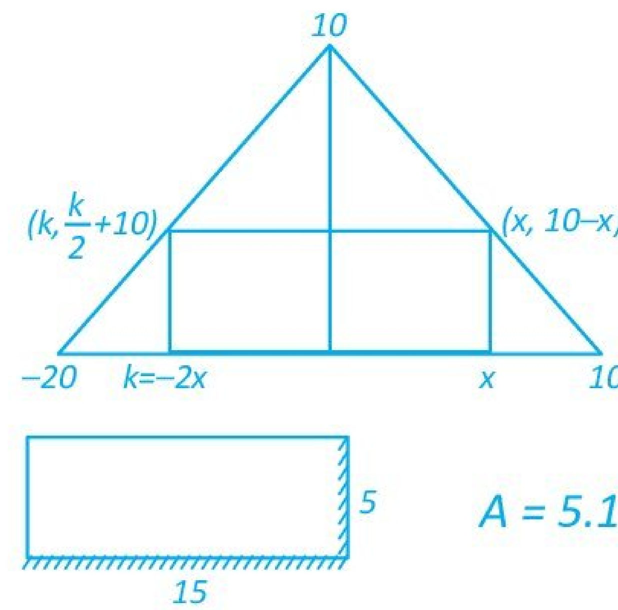
$$y = \frac{x}{2} + 10 \text{ ve}$$

$$y = -x + 10$$

doğruları veriliyor.

Doğrular ve x ekseni ile sınırlı kapalı bölgenin içine çizilebilecek en büyük alanlı dikdörtgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 65 B) 70 C) 75 D) 80 E) 85



$\frac{k}{2} + 10 = 10 - x$

$k = -2x$

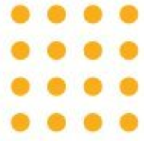
$A = 3x(10 - x) = 30x - 3x^2$

$A' = 30 - 6x = 0$

$x = 5$

$A = 5.15 = 75$

Cevap C



Örnek 10

₺160 ya aldığı takım elbiseleri % 150 kârla satan bir mağaza sahibi bir ayda bu takım elbiselerden 400 adet satabilmektedir. Bu kişinin kârını artırmak için yaptığı kampanya kapsamında etiket fiyatı üzerinden yaptığı her ₺8 lik indirim için sattığı takım elbise adeti 20 artmaktadır.

İndirim miktarı ₺8 nin katları türünden olacağına göre, kârının en büyük olması için bir ayda sattığı takım elbise sayısı kaç adet olmalıdır?

A) 440 B) 520 C) 460 D) 500 E) 480

160 → 240 kâr → 400 satış fiyatı

$K(x) = (400 - 8x - 160)(400 + 20x)$

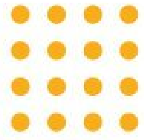
$K(x) = 240.400 + 240.20x - 400.8x - 160x^2$

$K'(x) = 240.2\not{0} - 40\not{0}.8 = 32\not{0}x$

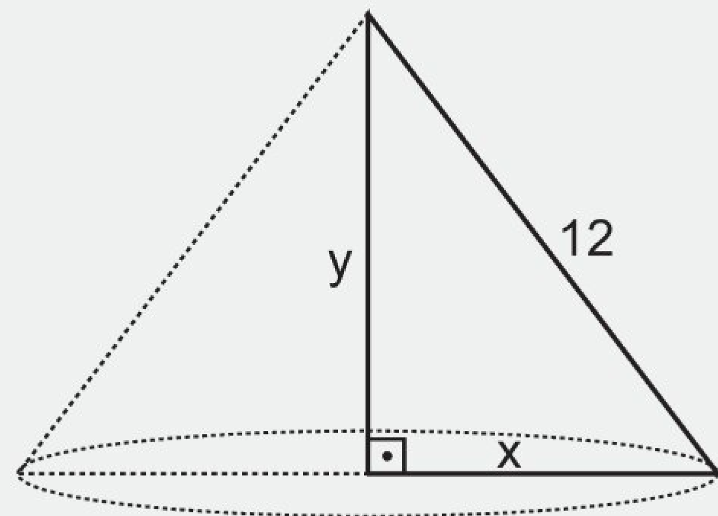
$480 - 320 = 32x \qquad 160 = 32x$

$\boxed{5 = x} \Rightarrow$ Satış $= 400 + 20.5 = 500$

Cevap D



Örnek 11



Şekildeki hipotenüs uzunluğu 12 cm olan dik üçgen y kenarı etrafında döndürülerek dik koni elde ediliyor.

Koninin hacminin maksimum olması için y kenarı kaç cm olmalıdır?

A) 9 B) 8 C) $4\sqrt{3}$ D) 6 E) $4\sqrt{2}$

$x^2 + y^2 = 144$

$144 - y^2 = x^2$

Alan (Koni) $= \frac{1}{3} x^2.y.\pi = f(x)$

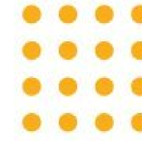
$A(y) = \frac{1}{3}(144 - y^2).y.\pi$

$A(y) = \frac{(144y - y^3).\pi}{3}$

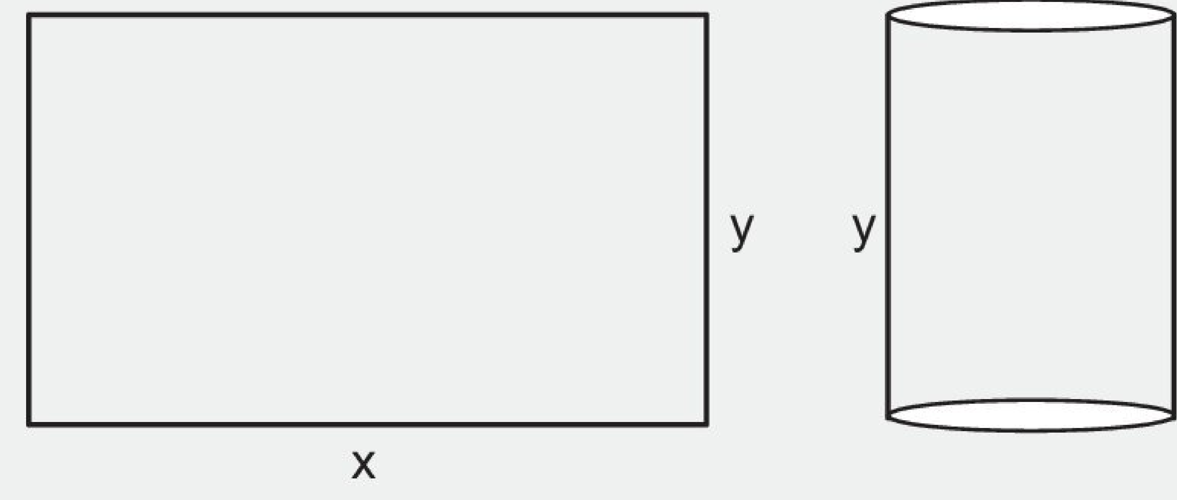
$f'(y) = 0 = 48 - y^2$

$y^2 = 48 \qquad \boxed{y = 4\sqrt{3}}$

Cevap C



Örnek 12



Şekildeki dikdörtgen biçimindeki kağıdın çevresi 18 cm dir. Kağıdın x kenarı kıvrılarak silindir yapılıyor.

Silindirin hacminin en büyük değerini alması için x kaç cm olmalıdır?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

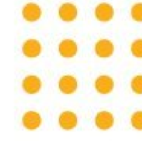
$2x + 2y = 18 \Rightarrow \boxed{y = 9 - x}$

$2\pi r = x \qquad \boxed{r = \frac{x}{2\pi}}$

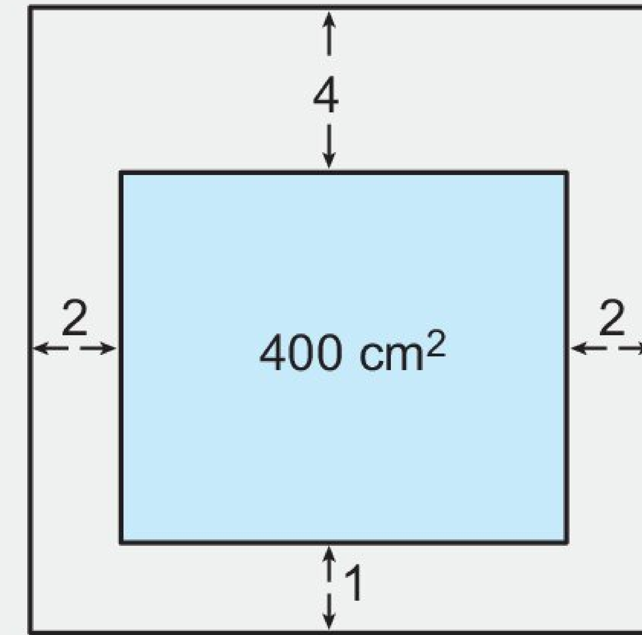
Hacim $= f(x) = \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2.\pi.(9 - x) = \frac{x^2}{4\pi^{\not 2}}.\not\pi.(9 - x) = \frac{9x^2 - x^3}{4\pi}$

$f'(x) = \frac{18x - 3x^2}{4\pi} = 0 \Rightarrow \not{18}x = \not{3}x^{\not 2} \qquad \boxed{6 = x}$

Cevap D



Örnek 13



Bir lokantanın dikdörtgen biçimindeki menüsünün yazılı alanı 400 cm² dir.

Yazılı alanın üst ve alt kısmında sırasıyla 4 cm ve 1 cm boşluk olacaktır. Yazılı alanın sağ ve sol kenarlarının her birinde 2 cm boşluk olacaktır.

Buna göre, hazırlanacak menünün alanının en küçük değeri kaç cm² dir?

A) $120 + 40\sqrt{5}$ B) $720 + 40\sqrt{5}$ C) $420 + 80\sqrt{5}$

D) $420 + 60\sqrt{5}$ E) $660 + 100\sqrt{5}$

$A = (x + 5).(y + 4) = (x + 5).\left(\frac{400}{x} + 4\right)$

$A = 400 + 4x + \frac{2000}{x} + 20$

$A' = 4 - \frac{2000}{x^2} = 0$

$4 = \frac{2000}{x^2}$

$x^2 = 500 \qquad x = 10\sqrt{5} \Rightarrow y = 8\sqrt{5}$

$A = (10\sqrt{5} + 5).(8\sqrt{5} + 4)$

$A = 5(2\sqrt{5} + 1).4(2\sqrt{5} + 1)$

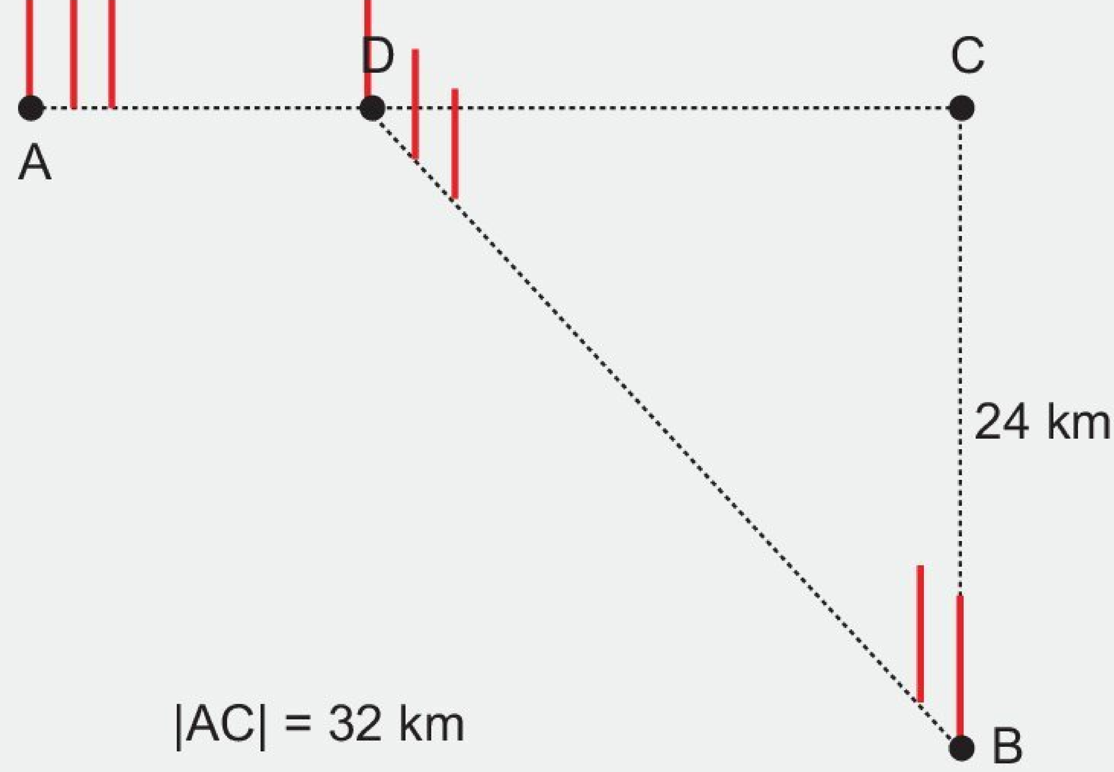
$A = 20(20 + 4\sqrt{5} + 1)$

$A = 420 + 80\sqrt{5}$

Cevap C

Örnek 14

Elektrik idaresi şekildeki A noktasından yeni yerleşim bölgesi olan B noktasına direkler dikerek elektrik iletimini sağlayacaktır.



A ile C noktaları arasındaki elektrik iletiminin kilometre başına mâliyeti 3 birim, diğer bölgelerde elektrik iletiminin mâliyeti kilometre başına 5 birimdir.

Toplam maliyetin en az olması için D noktası seçilmiştir. Önce A'dan D'ye ardından D'den B'ye doğrusal yollar izlenerek elektrik iletim direkleri dikilmiştir.

Buna göre, toplam maliyet kaç birimdir?

A) 168 B) 176 C) 184 D) 192 E) 200

$|AD| = 32 - x, |DC| = x, |DB| = \sqrt{x^2 + 24^2}$

Toplam maliyet $= 3(32 - x) + 5\sqrt{x^2 + 24^2} = f(x)$

$f'(x) = -3 + 5\dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 24^2}} = 0 \Rightarrow \dfrac{9}{25} = \dfrac{x^2}{x^2 + 24^2}$

$9x^2 + 9 \cdot 24^2 = 25x^2 \Rightarrow 16x^2 = 9 \cdot 24^2 \Rightarrow 4x = 3 \cdot 24 \Rightarrow \boxed{x = 18}$

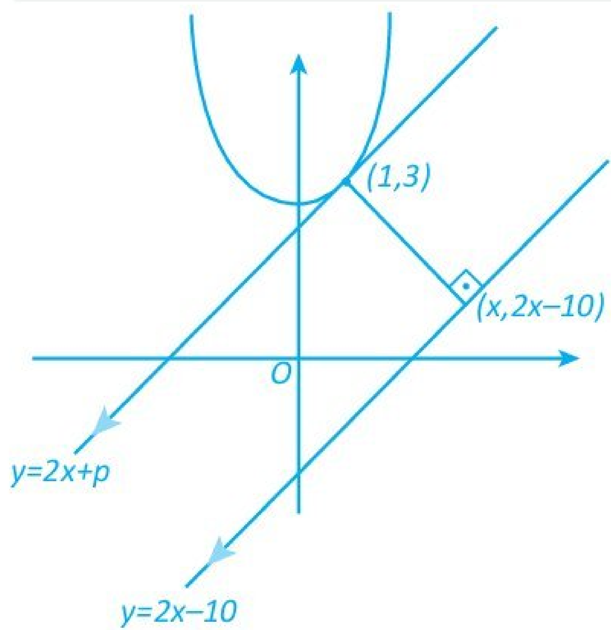
Maliyet = 3 . 14 + 5 . 30 = 42 + 150 = 192 birim

Cevap: D

Örnek 15

y = 2x – 10 doğrusunun $y = x^2 + 2$ parabolüne <u>en yakın</u> noktasının ordinatı kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1



$f'(x) = 2x = 2$

$x = 1$

$N(1,3)$

$d^2 = (x-1)^2 + (2x-13)^2$

$(d^2)' = 2(x-1) + 2(2x-13).2 = 0$

$x - 1 + 4x - 26 = 0$

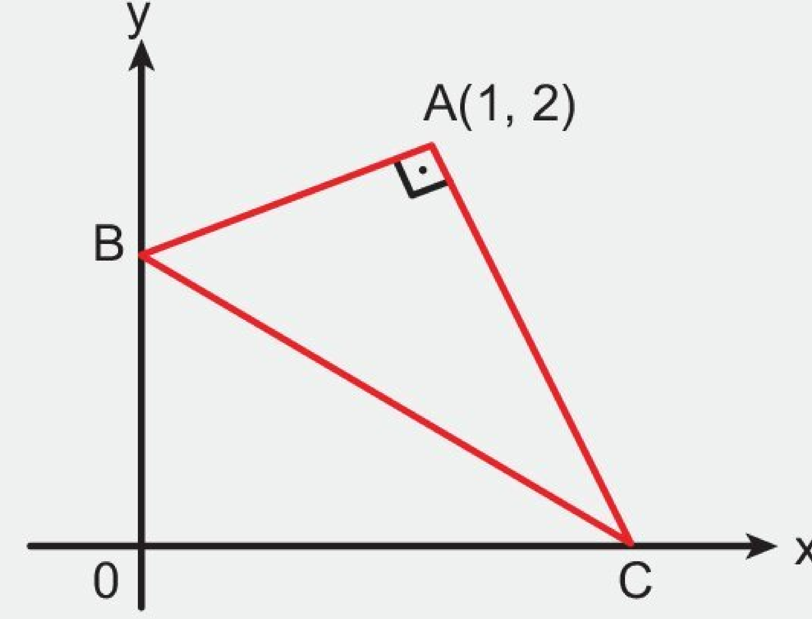
$5x = 27 \qquad x = \dfrac{27}{5}$

$\dfrac{54}{5} - \dfrac{50}{5} = \dfrac{4}{5}$

Cevap D

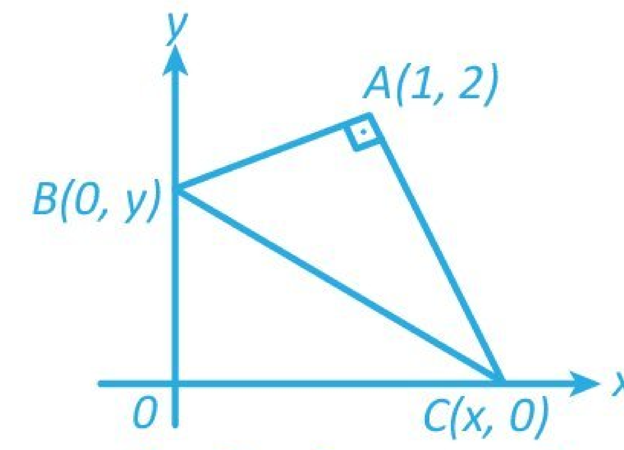
Örnek 16

Dik koordinat düzleminde bir köşesi A(1, 2) noktası diğer köşeleri eksenler üzerinde olan ABC dik üçgeni verilmiştir.



Buna göre, $|BC|^2$ nin alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10



$m_{AB} \cdot m_{AC} = \dfrac{2-y}{1-0} \cdot \dfrac{2-0}{1-x} = -1$

$4 - 2y = x - 1$

$\boxed{5 - 2y = x}$

$|BC|^2 = x^2 + y^2 = (5 - 2y)^2 + y^2 = f(y)$

$f'(y) = 2(5 - 2y)(-2) + 2y = 0 \Rightarrow y = 2$ ve $x = 1$

$|BC|^2 = 1^2 + 2^2 = 5$

Cevap: B

Çıkmış Soru 1

Saatte V kilometre sabit hızla hareket eden bir roketin 1 saatte tükettiği yakıt miktarı, birim türünden

$$f(V) = \frac{V^3}{20} - 7 \cdot V^2 + 265 \cdot V$$

fonksiyonu ile hesaplanmaktadır.

Buna göre, bu roketin sabit bir hızla gideceği 100 kilometre yol için tüketmesi gereken yakıt miktarı en az kaç birimdir?

A) 1000 B) 2000 C) 3000 D) 4000 E) 5000

2021 AYT

Yol = hız . zaman

x = V . t

$t = \dfrac{x}{V}$

x = 100 için $\boxed{t = \dfrac{100}{V}}$

t saatteki yakıt tüketimi = f(V) . t

$f(V) \cdot t = \left(\dfrac{V^3}{20} - 7V^2 + 265V\right) \cdot \dfrac{100}{V}$

$f(V) . t = 5V^2 - 700V + 26500$ = yakıt tüketimi

En az olması için türevi = 0

$10V - 700 = 0 \rightarrow V = 70$

f(70) . t = 5 . 70 . 70 – 700 . 70 + 26500

f(70) . t = 2000

Cevap: B

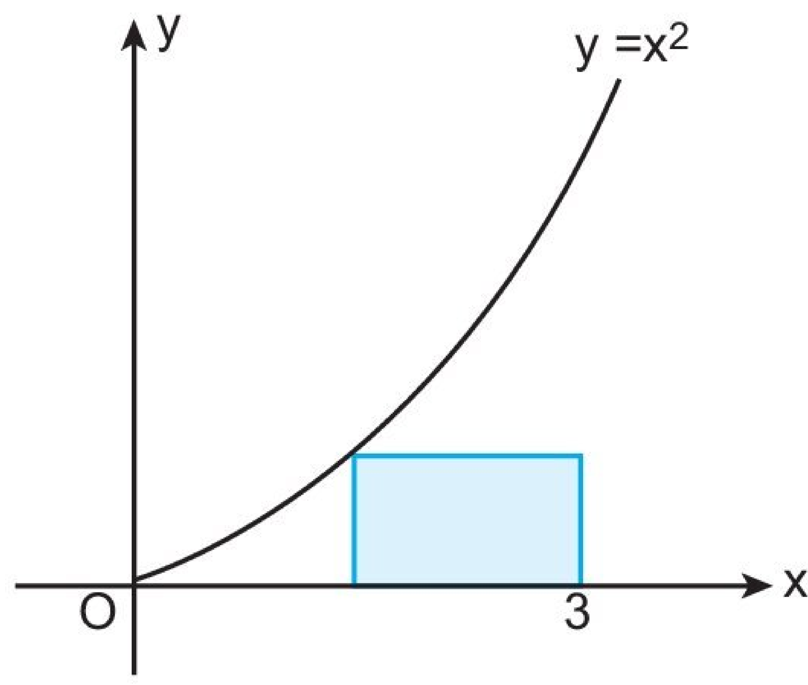
Örnek Cevapları

1. B	2. C	3. B	4. B	5. D	6. B	7. D	8. A	9. C	10. D
11. C	12. D	13. C	14. D	15.D	16.B				

Çıkmış Soru Cevapları

1. B

1.



Şekilde köşeleri $y = x^2$ parabolü, $x = 3$ doğrusu ve x ekseni üzerinde olan dikdörtgen verilmiştir.

Buna göre, dikdörtgenin alanı en çok kaç birimkare olur?

A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

(x,x^2), $(x,0)$, $(3,0)$

$A = (3-x)x^2 = 3x^2 - x^3$

$A' = 6x - 3x^2 = 0$

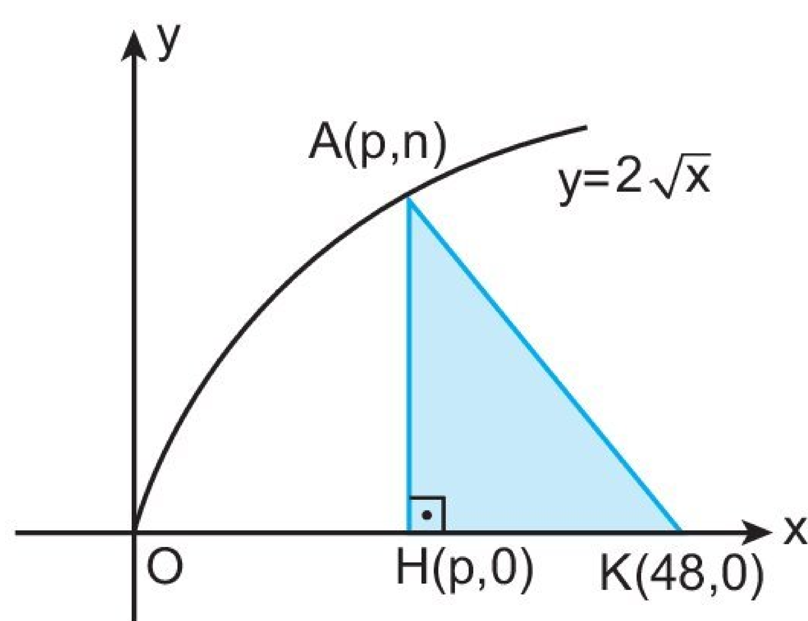
$3x(2-x) = 0$

$x \neq 0$ $\boxed{x = 2}$

$A = 1 \cdot 4 = \boxed{4}$

Cevap E

2.



Denklemi $y = 2\sqrt{x}$ olan şekildeki parabolün üzerindeki A(p, n) ile K(48, 0) noktaları verilmiştir.

0 < p < 48 olmak üzere, n nin hangi değeri için AHK üçgeninin alanı en büyüktür?

A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

$n = 2\sqrt{p}$

$A(AHK) = f(p) = 2\sqrt{p}\,.(48-p)$

$f(p) = 96\sqrt{p} - 2p\sqrt{p}$

$f'(p) = \frac{48}{\sqrt{p}} - 3\sqrt{p} = 0$

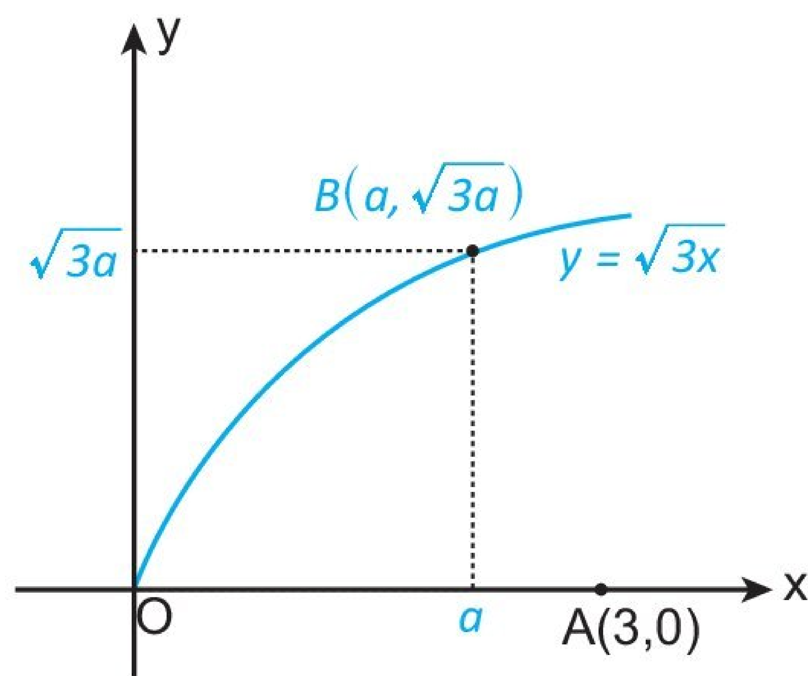
$\frac{48}{\sqrt{p}} = 3\sqrt{p}$

$\boxed{16 = p}$

$\boxed{n = 8}$

Cevap: B

3.



Şekilde verilen $y = \sqrt{3x}$ eğrisinin A(3,0) noktasına en yakın noktasının apsisi kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

$|AB| = f(x) = \sqrt{(3-a)^2 + (\sqrt{3a})^2} = \sqrt{a^2 - 6a + 9 + 3a}$

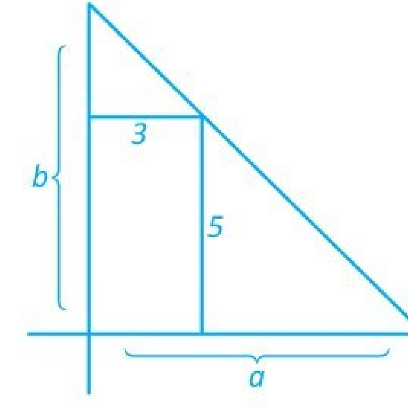
$f(x) = \sqrt{a^2 - 3a + 9}$

$\Rightarrow f'(x) = \frac{2a-3}{2\sqrt{a^2 - 3a + 9}} = 0$ $\quad 2a - 3 = 0$ $\quad \boxed{a = \frac{3}{2}}$

Cevap: C

4. **(3,5) noktasından geçen negatif eğimli bir d doğrusu ile koordinat eksenleri arasında kalan üçgensel bölgenin alanı en az kaç birimkaredir?**

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40



$\frac{3}{a} + \frac{5}{b} = 1$

$\frac{5}{b} = 1 - \frac{3}{a} = \frac{a-3}{a}$

$\frac{5a}{a-3} = b$

$A = a.\frac{5a}{a-3}\frac{1}{2}$

$A = \frac{5a^2}{2a-6}$

$A' = \frac{10a(2a-6) - 10a^2}{(2a-6)^2}$

$A' = 20a^2 - 60a - 10a^2 = 0$

$10a^2 - 60a = 0$

$10a(a-6) = 0 \Rightarrow a = 6$

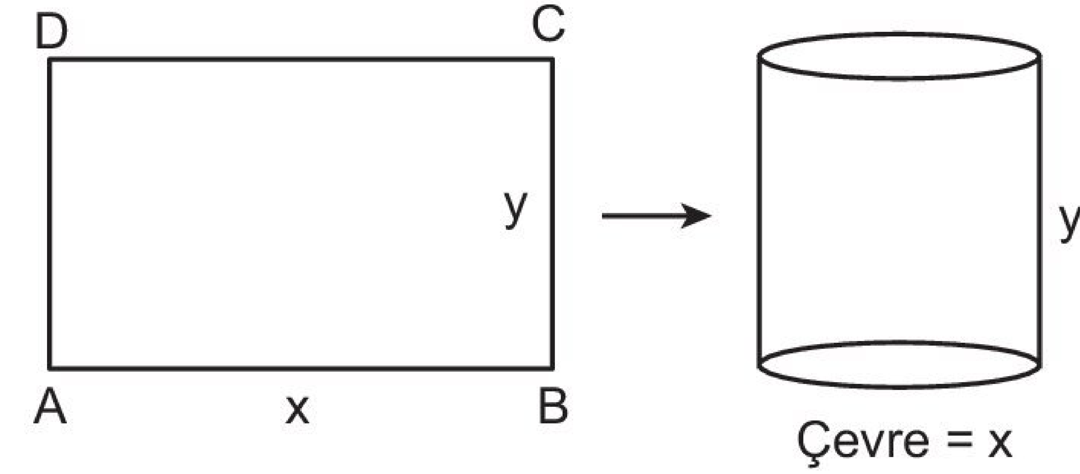
$b = \frac{30}{3} = 10$

$A = \frac{6.10}{2} = 30$

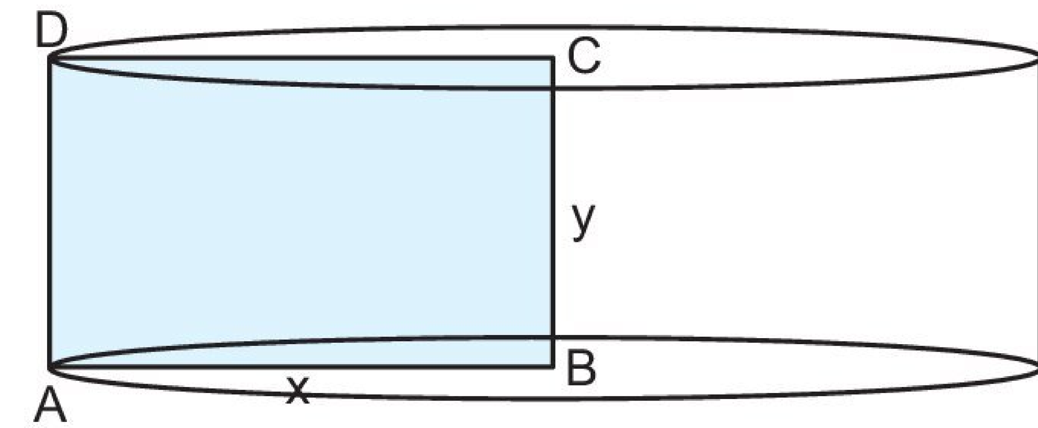
Cevap C

5. Çevre uzunluğu 6 cm olan ABCD dikdörtgeni ile iki farklı şekilde dik dönel silindir elde ediliyor.

I. AB kenarı taban çevresi olacak biçimde



II. AB kenarı taban yarıçapı olacak biçimde



İkinci durumda elde edilecek en büyük hacimli silindirin hacmi ilk durumda elde edilecek en büyük hacimli silindirin hacminin kaç katıdır?

A) $8\pi^2$ B) $4\pi^2$ C) $2\pi^2$ D) π^2 E) π

I. $2\pi r = x$ $\quad r = \frac{x}{2\pi}$

$V = \pi r^2 y = \pi\left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 \cdot (3 - x)$

$V = \frac{1}{4\pi}(3x^2 - x^3)$

$V' = \frac{1}{4\pi}(6x - 3x^2) = 0$

$V(2) = \pi\left(\frac{2}{2\pi}\right)^2 (1) = \frac{1}{\pi}$

II. $V = \pi x^2(3-x)$

$V = \pi(3x^2 - x^3)$

$V' = \pi(6x - 3x^2) = 0$

$V' = \pi \,.\, 3x(2-x) = 0$

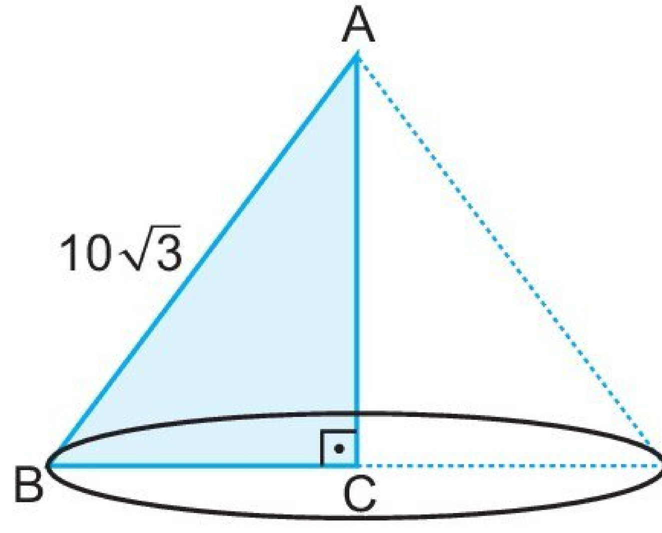
$x = 2$

$V = \pi \,.\, 4 \,.\, 1 = 4\pi$

$\text{Sonuç} = \frac{4\pi}{\frac{1}{\pi}} = 4\pi^2$

Cevap: B

6.



Şekilde hipotenüsü $10\sqrt{3}$ cm olan ABC dik üçgeni dik kenarlarından biri etrafında 360° döndürülerek dik dönel koni elde edilmiştir.

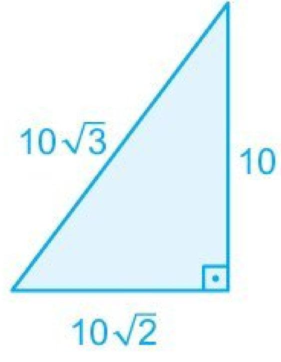
Buna göre, elde edilen koninin hacmi en çok kaç π cm^3 olur?

A) 700 B) $\frac{2000}{3}$ C) 600 D) $\frac{1600}{3}$ E) 500

$x^2 + y^2 = 300$

$V = \frac{1}{3}\pi x^2 y = \frac{1}{3}\pi(300 - y^2)y$

$V' = \frac{\pi}{3}[300 - 3y^2] = 0 \Rightarrow 3y^2 = 300 \Rightarrow y = 10$



$V = \frac{1}{3}\pi.\ (10\sqrt{2})^2 . 10$

$V = \frac{\pi}{3}\ 2000 = \frac{2000}{3}\pi$

Cevap: B

7. Bir okul Çanakkale'ye yapacağı gezi için bir tur şirketi ile 50 kişilik bir otobüs için anlaşmıştır.

Anlaşma Koşulları aşağıdaki gibidir.

- Geziye katılan öğrenci sayısı en az 20 kişi olacaktır.
- Katılımın en az olması durumunda geziye katılan her bir öğrenciden ₺240 alınacaktır.
- 20 nin üzerindeki her bir katılım için öğrencilerin her birinin ödeyeceği ücret ₺240 dan ₺8 daha az olacaktır.

Anlaşma koşullarına göre, tur şirketinin bu geziden elde edeceği gelir en çok kaç lira olur?

A) 4968 B) 4992 C) 5000 D) 5024 E) 5104

$c(x) = (240 - 8x)(20 + x)$

$c(x) = 4800 + 240x - 160x - 8x^2$

$c'(x) = 80 - 16x = 0$

$80 = 16x$

$\boxed{5 = x}$

$x = 5$ için gelir.

$\Rightarrow (240 - 40).(20 + 5)$

$= 200.25$

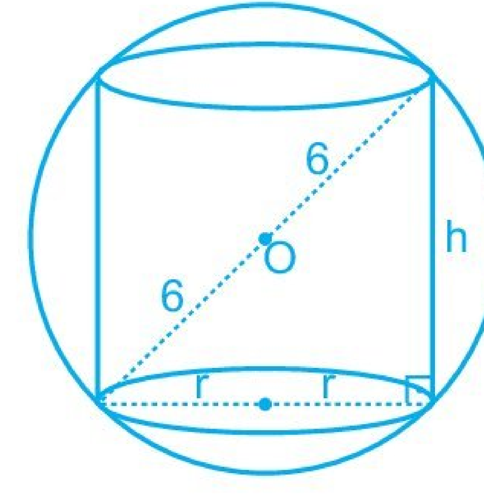
$= 5000$

Cevap: C

8. **Yarıçapı 6 cm olan bir küre içine yerleştirilebilecek en büyük hacimli silindirin hacmi kaç π cm^3 tür?**

A) $24\sqrt{3}$ B) $36\sqrt{3}$ C) $48\sqrt{3}$

D) $96\sqrt{3}$ E) $144\sqrt{3}$



$h^2 + (2r)^2 = 12^2$

$h^2 + 4r^2 = 144 \Rightarrow r^2 = \frac{144 - h^2}{4}$

Silindirin hacmi $= \pi r^2 . h$

$\pi\left(\frac{144 - h^2}{4}\right).h = \frac{\pi}{4}.(144h - h^3)$

$\left[\frac{\pi}{4}(144h - h^3)\right]' = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{4}.(144 - 3h^2) = 0$

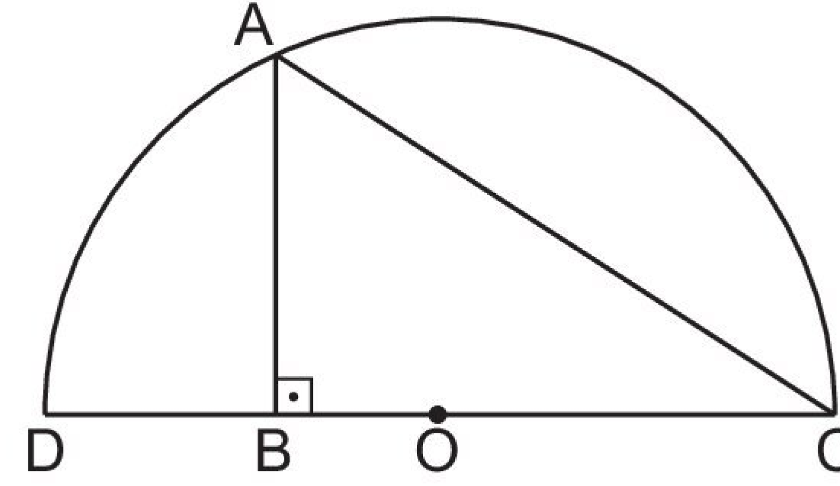
$144 - 3h^2 = 0 \Rightarrow h^2 = 48$

$\Rightarrow h = 4\sqrt{3}$ ve $r^2 = 24$

$v = \pi r^2 h = \pi . 24 . 4\sqrt{3} = 96\sqrt{3}\pi$ cm^3 bulunur.

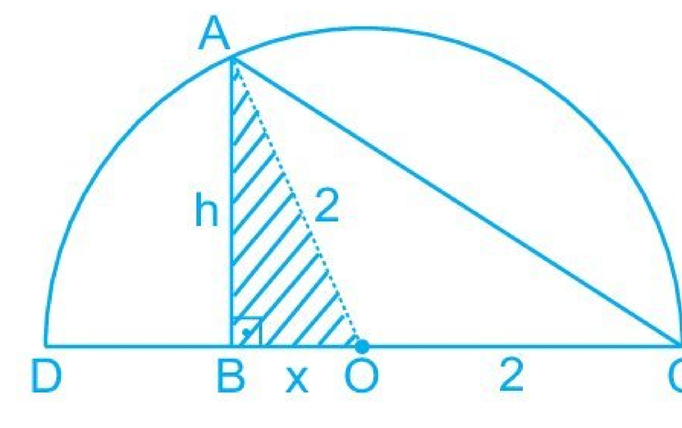
Cevap D

9.



Yukarıdaki şekilde O merkezli yarım çemberin yarıçapı 2 cm olduğuna göre, ABC dik üçgenin alanı en çok kaç cm^2 dir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D) $2\sqrt{6}$ E) $3\sqrt{3}$



$h^2 + x^2 = 2^2$

$h = \sqrt{4 - x^2}$

$Alan(ABC) = \frac{h.(x+2)}{2}$

$= \frac{\sqrt{4 - x^2}.(x+2)}{2}$

$\left[\frac{(\sqrt{4 - x^2}).(x+2)}{2}\right]' = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{-2x}{2\sqrt{4 - x^2}}.(x+2) + \sqrt{4 - x^2}\right) = 0$

$\frac{1}{2}.\left(\frac{-x.(x+2) + 4 - x^2}{\sqrt{4 - x^2}}\right) = 0 \Rightarrow -x^2 - 2x + 4 - x^2 = 0$

$-2x^2 - 2x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$(x + 2).(x - 1) = 0 \Rightarrow x = -2$ ve $x = 1$ köklerdir.

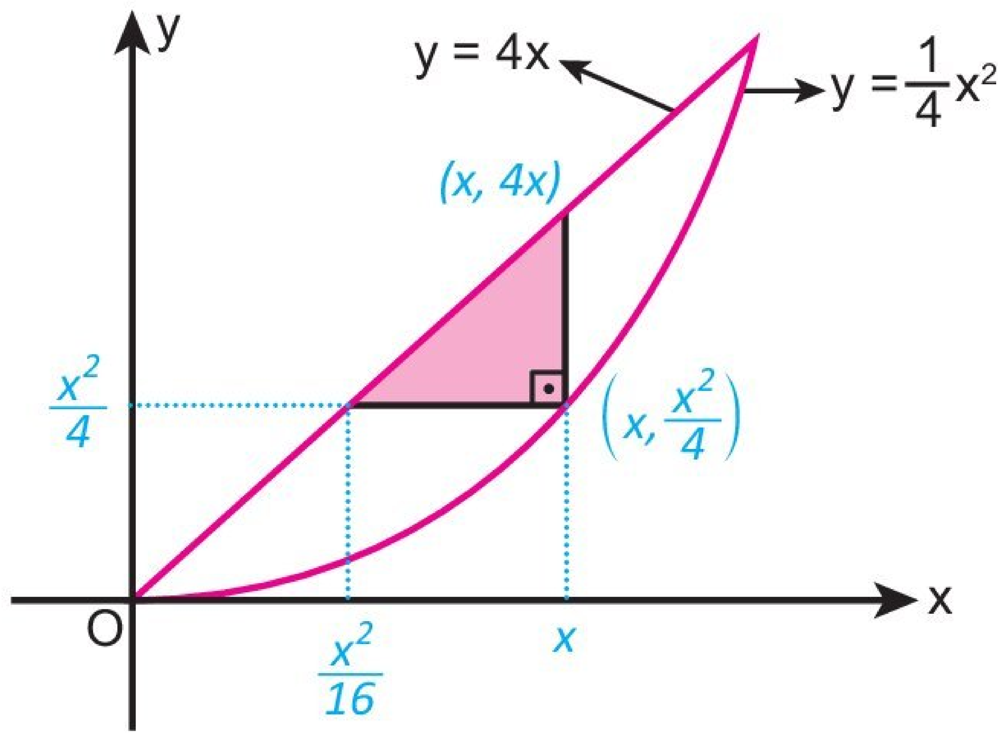
$x = 1$ de yerel maksimumu olur.

$Alan(ABC) = \frac{(\sqrt{4 - x^2}).(x+2)}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm^2 olur.

Cevap C

1. E 2. B 3. C 4. C 5. B 6. B 7. C 8. D 9. C

1.



Şekilde bir köşesi $y = \frac{1}{4}x^2$ parabolü üzerinde ve hipotenüsü $y = 4x$ doğrusu üzerinde olan bir dik üçgen çizilmiştir.

- Üçgenin dik kenarları eksenlere paraleldir.

Bu koşullara uygun olarak çizilebilecek üçgensel bölgenin alanı en çok kaç birimkare olabilir?

A) 36 B) 32 C) 28 D) 24 E) 20

$A = \frac{1}{2}\left[\left(x - \frac{x^2}{16}\right)\left(4x - \frac{x^2}{4}\right)\right] = \frac{1}{2}\left(\frac{16x - x^2}{16}\right)\left(\frac{16x - x^2}{4}\right)$

$A = \frac{1}{128}(16x - x^2)^2$

$A' = \frac{2}{128}(16x - x^2)(16 - 2x) = 0$

$x = 0, \quad x = 16, \quad x = 8$

x	0	8	16	
A'	−	+	−	+
A		↗	↘	

$A = \frac{1}{128} \cdot x^2(16 - x)^2$

$A(8) = \frac{1}{128}\, 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 32$

Cevap B

2. Bir spor karşılaşması için 4500 adet bilet basılmıştır. Bilet fiyatı ₺120 olduğunda tüm biletler satılmaktadır.

Bilet fiyatındaki düzenlemeler sadece ₺5 nin katları olacak biçimde yapılmaktadır.

Bilet fiyatında yapılan her ₺5 lik artış için satılan bilet sayısı 90 tane azalmaktadır.

Bu karşılaşmanın biletlerinin satışından elde edilen gelir en çok olacak biçimde bilet fiyatlarının düzenlenmesi durumunda kaç bilet satılır?

A) 2880 B) 3150 C) 3240 D) 3330 E) 3510

Bilet fiyatında x tane ₺5 lik artış yapılsın.

$c(x) = (120 + 5x)(4500 - 90x)$

$c(x) = 120 \cdot 4500 - 120 \cdot 90x + 4500 \cdot 5x - 450x^2$

$c'(x) = -12\cancel{0} \cdot 9\cancel{0} + 45\cancel{00} \cdot 5 = 9\cancel{00}x$

$-12 + 25 = x$

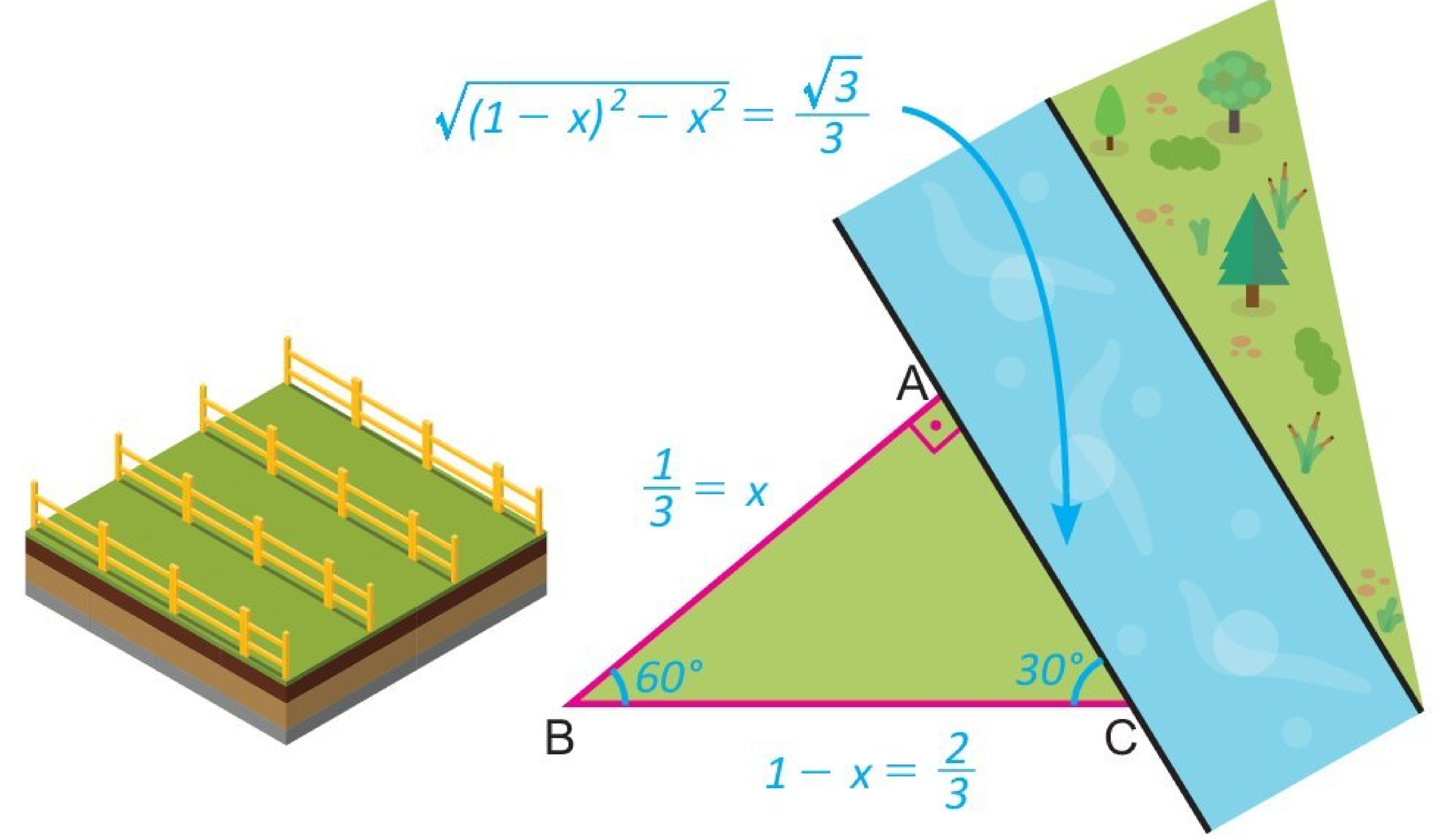
$\boxed{13 = x}$

13.90 = 1170 seyirci azaldı.

$4500 - 1170 = \boxed{3330}$

Cevap: D

3.



Çiftçi Ali Osman Bey matematik öğretmeni olan oğlu Orhan Bey'e dere kenarındaki tarlasının bir kısmını vermek istiyor.

Aralarında aşağıdaki konuşma geçiyor.

Ali Osman Bey : "Madem matematikçisin kendine dik üçgen biçiminde bir tarla çevireceksin. Elimizde 1 km uzunluğunda bir çitimiz var. Bu çitleri aralıksız yerleştirerek tarlanın sınırlarını belirleyeceksin ve bu tarla senin olacak."

Orhan Bey : "Nehir doğal sınır olduğu için tarlanın nehir kenarındaki kısmına çit çekmeyeceğim. Çitleri sadece tarlanın iki kenarına çekeceğim. Çevirdiğim tarlanın alanı en büyük olacak.

Bu konuşmadan bir süre sonra Orhan Bey tarlasını konuşmalara uygun biçimde çitlerle çeviriyor ve şekildeki ABC dik üçgeni biçimindeki tarlasını babasından devralıyor.

Buna göre,

I. Tarlanın çevresi $1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$ km dir.

II. $m(\widehat{ABC}) = 60°$ dir.

III. $m(\widehat{ACB}) = 75°$ dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) I ve III

$A = \frac{1}{2}x \cdot \sqrt{1 - 2x} \Rightarrow A' = \frac{1}{2}\left[1 \cdot \sqrt{1 - 2x} + x \frac{-2}{2\sqrt{1 - 2x}}\right] = 0$

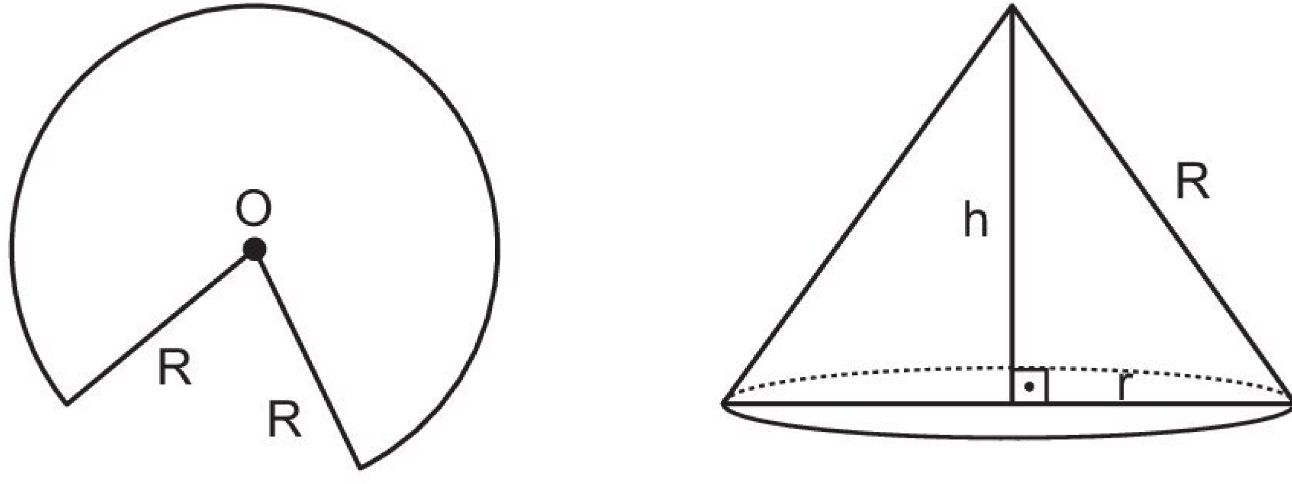
$\Rightarrow \sqrt{1 - 2x} = \frac{x}{\sqrt{1 - 2x}} \Rightarrow 1 - 2x = x \Rightarrow x = \frac{1}{3}, \; 1 - x = \frac{2}{3}$

I. Doğru, Çevre = $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$

II. Doğru, III. Yanlış

Cevap D

4.



Yarıçapı R olan daire biçimindeki bir kağıttan bir daire dilimi kesilerek atılıyor. Geriye kalan daire diliminin kesik uçları birleştirilerek bir koni elde ediliyor. Elde edilen koninin taban yarıçapı r yüksekliği h dır.

Koninin hacminin maksimum olması için $\frac{R}{h}$ oranı kaç olmalıdır? (Dairenin yarıçapı olan R elde edilen koninin yanal ayrıtı olur.)

A) 2 B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

Koninin hacmi = $\boxed{\frac{1}{3}\pi r^2 h}$ *ve* $\boxed{R^2 - h^2 = r^2}$

$f(h) = \frac{1}{3}\pi.(R^2 - h^2).h$ $\qquad f(h) = \frac{\pi}{3}(R^2.h - h^3)$

$f'(h) = \frac{\pi}{3}(R^2 - 3h^2) = 0 \Rightarrow R^2 = 3h^2$

$R = \sqrt{3}\,h$

$\frac{R}{h} = \sqrt{3}$

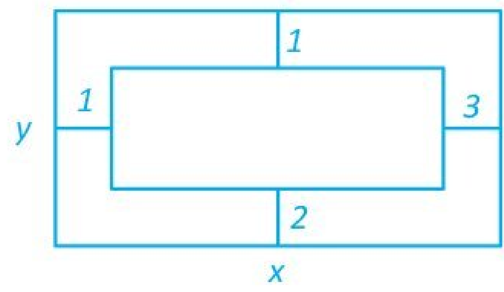
Cevap: B

5. Alanı 108 m^2 olan dikdörtgen biçimindeki bir tarlanın sol ve sağ kenarlarından sırasıyla 1m ve 3m boşluk bırakılacak, üst ve alt kenarlarından sırasıyla 1m ve 2m boşluk bırakılacaktır.

Bahçenin geriye kalan kısmında domates yetiştirilecektir.

Buna göre, bahçenin domates yetiştirilecek kısmının alanı en çok kaç m^2 olur?

A) $40\sqrt{2}$ B) 60 C) $30\sqrt{3}$ D) $36\sqrt{2}$ E) 48



$(x - 4)(y - 3) = A(x)$

$(x - 4)(\frac{108}{x} - 3) = A(x)$

$108 - \frac{4.108}{x} - 3x + 12 = A(x)$

$A'(x) = \frac{4.108}{x^2} - 3 = 0$

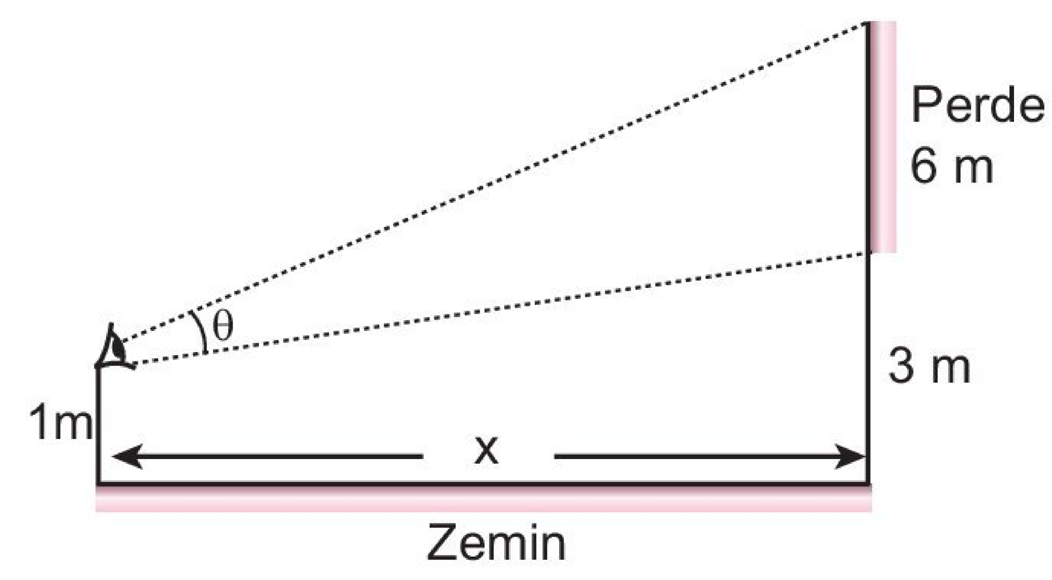
$\frac{4.108}{x^2} = 3$

$x = 12$

$y = \frac{108}{12} = 9$ $\qquad A = (12 - 4)(9 - 3) = 8.6 = 48$

Cevap E

6.

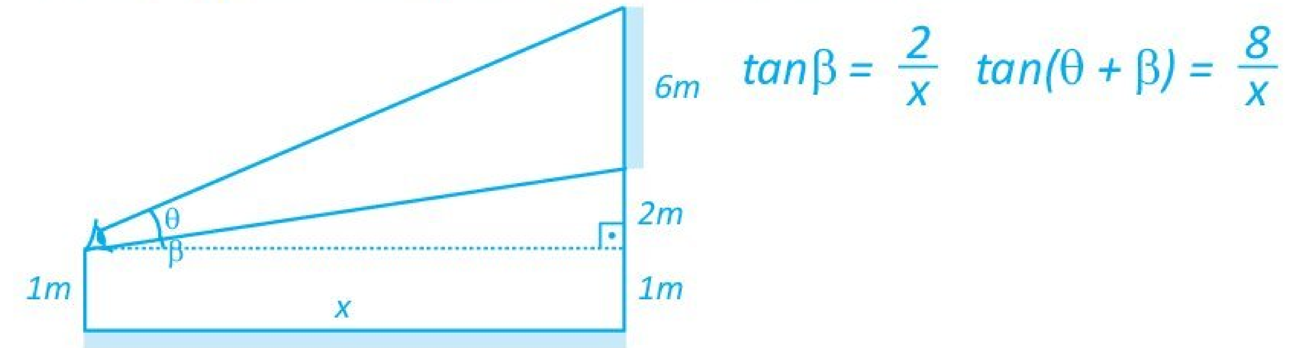


Bir sinema salonunda oturan bir kişinin gözleri zeminden 1 metre yukarıdadır. Sinema salonunun perdesinin alt köşesi zeminden 3 metre üst köşesi zeminden 9 metre yukarıdadır. (Perdenin yüksekliği 6 metredir.)

Salonda oturan kişinin görme açısının maksimum olması için perdeden kaç metre ilerde oturması gerekir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) $2\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{2}$

Görme açısının max, olması için tanθ max olmalıdır.



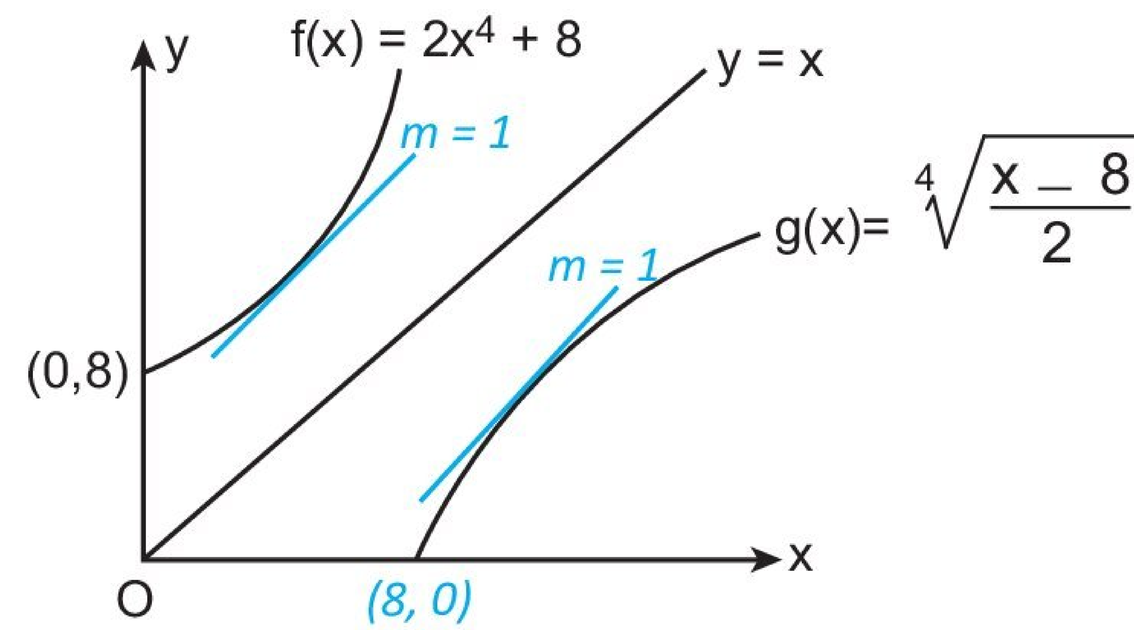
$\tan\beta = \frac{2}{x}$ $\qquad \tan(\theta + \beta) = \frac{8}{x}$

$\tan(\theta + \beta) = \dfrac{\tan\theta + \frac{2}{x}}{1 - \tan\theta.\frac{2}{x}} = \frac{8}{x} \Rightarrow \boxed{\tan\theta = \frac{6x}{x^2 + 16}}$ *max olmalı*

$f'(x) = \dfrac{6(x^2 + 16) - (2x.6x)}{(x^2 + 16)^2} = 0 \Rightarrow 6x^2 + 96 - 12x^2 = 0 \Rightarrow x = 4$

Cevap C

7.



$f(x) = 2x^4 + 8$ ve $g(x) = \sqrt[4]{\frac{x - 8}{2}}$

eğrileri veriliyor.

f(x) üzerindeki A(v, p) ve g(x) üzerindeki B(r, m) noktaları eğrilerin birbirine en yakın olduğu noktalardır.

Buna göre, $\frac{r}{v^3}$ oranı kaçtır?

A) 65 B) 64 C) 63 D) 62 E) 61

Bir fonksiyon ile fonksiyonun tersi y = x doğrusuna göre simetriktir. Birbirlerine en yakın olduğu noktalar y = x doğrusuna paralel olan yani eğimi 1 sayısına eşit olan doğrular üzerindedir.

$f'(x) = 8x^3 = 1$ $\qquad x^3 = \frac{1}{8}$ $\qquad \boxed{x = \frac{1}{2}}$

$A\left(\frac{1}{2}, \frac{65}{8}\right)$
$B\left(\frac{65}{8}, \frac{1}{2}\right)$ $\Rightarrow \frac{r}{V^3} = \dfrac{\frac{65}{8}}{\frac{1}{8}} = 65$

Cevap: A

1.B 2.D 3.D 4.B 5.E 6.C 7.A



BELİRSİZ İNTEGRAL

I. Diferansiyel Kavramı

F(x) fonksiyonunun türevi f(x) iken

$$\frac{d}{dx}(F(x)) = f(x)$$

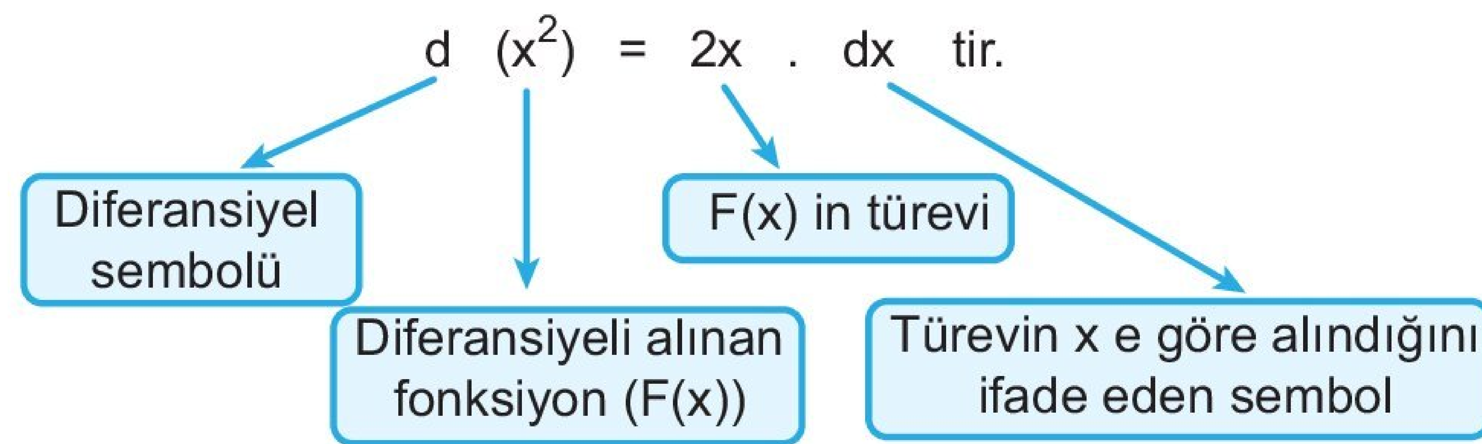
eşitliğini yazabiliyoruz. Bu eşitliği

d(F(x)) = f(x) . dx

biçiminde yazdığımızda

d(F(x)) ifadesine F(x) in diferansiyeli denir.

Örneğin, x^2 nin diferansiyeli



Örnek 1

Aşağıdaki eşitliklerden hangisi yanlıştır?

A) $d(x^3) = 3x^2 . dx$

B) $d(m^4) = 4m^3 . dm$

C) $d(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}dx$

D) $d(5b^2) = 10b . db$

E) $d(2x) = x^2 . dx$

E şıkkında d(2x) = 2 . dx olmalıydı. *Cevap: E*

II. Belirsiz İntegral

F(x) fonksiyonunun diferansiyeli f(x) . dx olsun. Bu durumda diferansiyeli f(x)dx olan fonksiyon F(x) + c dir. (c integral sabiti) Örneğin, x^2, $x^2 + 3$, $x^2 – 5$ ... $x^2 + c$ fonksiyonlarının tamamının diferansiyeli 2x . dx tir. O halde "diferansiyeli 2xdx olan fonksiyon nedir?" sorusuna net bir cevap veremeyiz. Bu yüzden diferansiyeli 2xdx olan fonksiyon $x^2 + c$ dir.

> Diferansiyeli verilen fonksiyonu bulma işlemine belirsiz integral işlemi denir ve

$\int f(x)dx$ ile gösterilir.

$\left(\int f(x)dx\text{: diferansiyeli } f(x)dx \text{ olan fonksiyon}\right)$

d(F(x)) = f(x)dx iken

$\int f(x)dx = F(x) + c$ dir.

Örneğin;

$$d(x^3) = 3x^2dx \Rightarrow \int 3x^2dx = x^3 + c$$

$$d(x^5 + 4) = 5x^4 \cdot dx \Rightarrow \int 5x^4dx = x^5 + c$$

$$d\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}dx \Rightarrow \int\left(-\frac{1}{x^2}\right)dx = \frac{1}{x} + c$$

Not

> $n \neq -1$ ve $n \in Q$ olmak üzere, $\int x^n \cdot dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ dir.

(Q : Rasyonel sayılar kümesi)

Örnek 2

$\int x^4dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4x^3 + c$ B) $x^3 + c$ C) $\frac{x^5}{5} + c$

D) $\frac{x^4}{4} + c$ E) $\frac{x^3}{3} + c$

$\int x^4dx = \frac{x^{4+1}}{4+1} + c = \frac{x^5}{5} + c$ *Cevap: C*



Örnek 3

$\int \sqrt{x}\,dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x\sqrt{x}+c$ B) $\frac{x}{2}+c$ C) $\sqrt{x}+c$ D) $\frac{3}{2}x\sqrt{x}+c$ E) $\frac{2}{3}x\sqrt{x}+c$

$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

$\int \sqrt{x}\,dx = \int x^{\frac{1}{2}}dx) = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}+c$

$= \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+c$

$= \frac{2}{3}x\sqrt{x}+c$

Cevap: E

Not

- $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $\int a \cdot f(x)dx = a\int f(x)dx$ tir.
- f ve g sürekli iki fonksiyon olmak üzere,
  $\int (f(x) \mp g(x))dx = \int f(x)dx \mp \int g(x)dx$ tir.

Örnek 4

$\int (x^3 - 2x^2)dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^4 - 2x^3 + c$ B) $x^4 - x^3 + c$ C) $\frac{x^4}{4} - \frac{2}{3}x^3 + c$ D) $\frac{x^2}{2} - 4x + c$ E) $3x^2 - 4x + c$

$\int (x^3 - 2x^2)dx = \frac{x^4}{4} - 2\cdot\frac{x^3}{3} + c$

Cevap: C

Örnek 5

$g(x) = \int \left(3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)dx$ ve g(1) = 6 olduğuna göre, g(4) kaçtır?

A) 58 B) 60 C) 62 D) 68 E) 74

$g(x) = x^3 - \sqrt{x} + c$

$g(1) = 6 \Rightarrow 1 - 1 + c = 6 \Rightarrow c = 6$

$g(x) = x^3 - \sqrt{x} + 6$

$g(4) = 4^3 - \sqrt{4} + 6 = 68$

Cevap: D

Not

- $\frac{d}{dx}\int f(x)dx = f(x)$ tir.
- $d\int f(x)\cdot dx = f(x)\cdot dx$ tir.
- $\int d(f(x)) = f(x) + c$ dir.

Örnek 6

$\int f(x)dx = x^2 + 4x + c$ olduğuna göre, f(3) değeri kaçtır?

A) 12 B) 10 C) 3 D) –6 E) –8

Her iki tarafın türevi $\left(\frac{d}{dx}\right)$ alınırsa

$\frac{d}{dx}\int f(x)dx = \frac{d}{dx}(x^2 + 4x + x)$

f(x) = 2x + 4 bulunur.

Bu durumda f(3) = 2 . 3 + 4 = 10 olur.

Cevap: B

Örnek 7

$f(x) = \int d\left(\frac{4x}{x+1}\right)$ ve f(1) = –2 olduğuna göre, f(–3) değeri kaçtır?

A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) 4 E) $\frac{9}{2}$

$f(x) = \int d\left(\frac{4x}{x+1}\right) = \frac{4x}{x+1} + c$ dir.

$f(1) = \frac{4\cdot 1}{1+1} + x = -2 \Rightarrow c = -4$

$f(x) = \frac{4x}{x+1} - 4 \Rightarrow f(-3) = \frac{4\cdot(-3)}{-3+1} - 4 = 6 - 4 = 2$

$f(-3) = 2$ dir.

Cevap: A

Örnek 8

c bir gerçel sayıdır.

$\int xf(x)\cdot dx = x^4 - 4x^3 + c$

olduğuna göre, f(x) fonksiyonunun yerel minimum değeri kaçtır?

A) –11 B) –9 C) 0 D) 1 E) 5

Her iki tarafın türevi $\left(\frac{d}{dx}\right)$ alınırsa

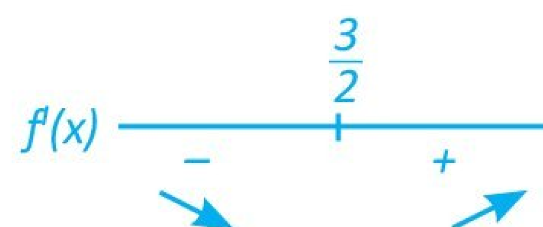
$\frac{d}{dx}\int xf(x)dx = \frac{d}{dx}(x^4 - 4x^3 + c)$

$xf(x) = 4x^3 - 12x^2$

$f(x) = 4x^2 - 12x$

$f'(x) = 8x - 12$

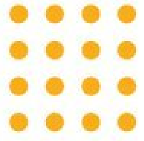
$f'(x) = 0 \Rightarrow 8x - 12 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$



$x = \frac{3}{2}$ de yerel minimum var.

$f\left(\frac{3}{2}\right) = 4\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 12\cdot\frac{3}{2} = 9 - 18 = -9$

Cevap: B



Örnek 9

f(x) fonksiyonunun türevi f'(x) olmak üzere,

$f'(x) = 3x^2 - 6x + 4$ ve

$f(-1) = 3$

veriliyor.

Buna göre, f(1) değeri kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 11 D) 13 E) 15

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + c$

$f(-1) = (-1)^3 - 3 \cdot (-1)^2 + 4(-1) + c$

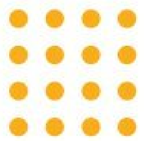
$= -1 - 3 - 4 + c = 3$

$c = 11$

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 11$

$f(1) = 1 - 3 + 4 + 11 = 13$ olur.

Cevap: D



Örnek 10

$\int \frac{\sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt{x}} dx$ **integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{3}{4}\sqrt[4]{x^3} - \sqrt{x} + c$ B) $\frac{6}{5}\sqrt[6]{x^5} + 2\sqrt{x} + c$

C) $\frac{4}{3}\sqrt[5]{x^4} + 2\sqrt{x} + c$ D) $\frac{5}{4}\sqrt[5]{x^4} + 2\sqrt{x} + c$

E) $\frac{5}{3}\sqrt[6]{x^5} - \sqrt{x} + c$

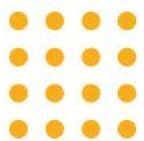
$$= \int \left(\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = \int \left(x^{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} \right) dx$$

$$= \int \left(x^{-\frac{1}{6}} + x^{-\frac{1}{2}} \right) dx$$

$$= \frac{x^{-\frac{1}{6}+1}}{-\frac{1}{6}+1} + \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + c$$

$$= \frac{6}{5}\sqrt[6]{x^5} + 2\sqrt{x} + c$$

Cevap: B



Örnek 11

I. $\int a\,da = a + c$

II. $\int e\,da = ea + c$

III. $\int y\,a\,da = y\frac{a^2}{2} + c$

eşitliklerinden hangileri doğrudur?

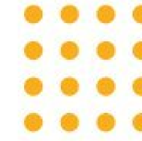
A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III

D) I ve II E) Yalnız III

I. $\int a\,da = \frac{a^2}{2} + c$ dir. I Yanlış.

II ve III doğru

Cevap: C



Örnek 12

Türevlenebilir f(x) fonksiyonu,

$\int f(x)dx = -x^4 + x^3 + mx^2 - 6x + 4$ eşitliğini sağlamaktadır.

f(x) fonksiyonunun x = 1 de yerel maksimumu olduğuna göre yerel minimum noktasının apsisi kaçtır?

A) –3 B) $-\frac{5}{2}$ C) –2 D) $-\frac{1}{2}$ E) 1

$$\frac{d}{dx}\left(\int f(x)dx\right) = \frac{d}{dx}(-x^4 + x^3 + mx^2 - 6x + 4)$$

$f(x) = -4x^3 + 3x^2 + 2mx - 6$

$f'(x) = -12x^2 + 6x + 2m$

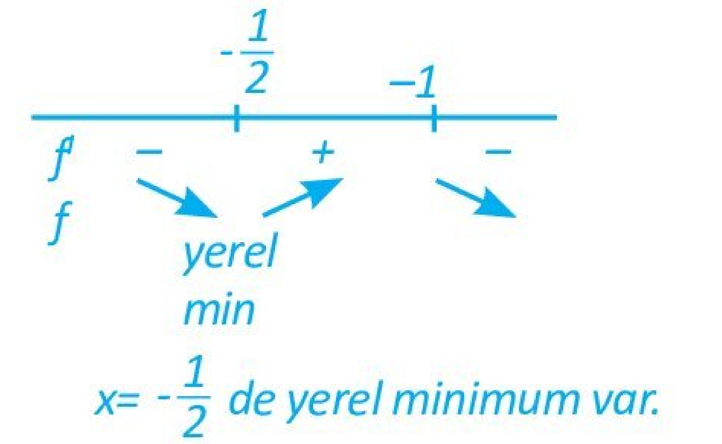
$f'(1) = 0 \Rightarrow -12 + 6 + 2m = 0$

$2m = 6$

$m = 3$

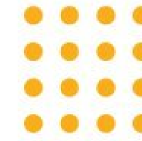
$f'(x) = -6(2x^2 - x - 1)$

$f'(x) = -6(2x + 1)(x - 1)$



$x = -\frac{1}{2}$ de yerel minimum var.

Cevap: D



Örnek 13

$\int \frac{x^3 + 8}{x^2 - 2x + 4} dx$ **ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

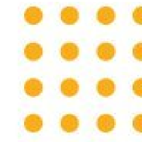
A) $\frac{x^2}{2} + 2x + c$ B) $\frac{x^2}{2} - 2x + c$ C) x + c

D) $(x + 2)^2 + c$ E) $\frac{x^2}{2} + 4x + c$

$$\int \frac{x^3 + 8}{x^2 - 2x + 4} dx = \int \frac{(x + 2)\cancel{(x^2 - 2x + 4)}}{\cancel{x^2 - 2x + 4}} dx$$

$$= \int (x + 2) dx = \frac{x^2}{2} + 2x + c$$

Cevap: A



Örnek 14

$f(x) = \int x^2 \cdot g'(x)dx + 2\int xg(x)dx$

$f(1) = g(1) = 2$ ve $g(2) = -4$

olduğuna göre, f(2) kaçtır?

A) –2 B) –6 C) –12 D) –15 E) –16

$f(x) = \int (x^2 \cdot g'(x) + 2x \cdot g(x))dx$

$= \int (x^2 \cdot g(x))dx$

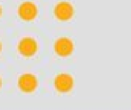
$f(x) = x^2 \cdot g(x) + c$

$f(1) = 1 \cdot g(1) + c \Rightarrow 2 = 2 + c \Rightarrow c = 0$

$f(x) = x^2 \cdot g(x)$

$f(2) = 2^2 \cdot g(2) = 4 \cdot (-4) = -16$ olur.

Cevap: E



Örnek 15

$\int f(x) \cdot g(x)dx = x^3 - 4x^2 + 6x + c$ **ve f(2) = –4 olduğuna göre, g(2) değeri kaçtır?**

A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

Her iki tarafın türevi alınırsa

$f(x) . g(x) = 3x^2 - 8x + 6$

$f(2) . g(2) = 3 . 2^2 - 8.2 + 6$

$(-4) . g(2) = 2$

$g(2) = -\frac{1}{2}$

Cevap: B

Örnek 16

P(x) bir polinom olmak üzere,

$\int (x+2) \cdot P(x)dx = x^4 - x^3 + ax - 6$ eşitliği veriliyor.

Buna göre, P(x) in katsayılar toplamı kaçtır?

A) $\frac{40}{3}$ B) 14 C) 15 D) 16 E) $\frac{49}{3}$

$\frac{d}{dx}\left(\int (x+2)P(x)dx\right) = \frac{d}{dx}(x^4 - x^3 + ax - 6)$

$(x+2)P(x) = 4x^3 - 3x^2 + a$

$O = -32 - 12 + a = 0$

$a = 44$

$3 . P(1) = 4 . 1^3 - 3 . 1^2 + 44$

$3 . P(1) = 4 - 3 + 44$

$P(1) = \frac{45}{3}$ ... $P(1) = 15$

Cevap: C

Örnek 17

$f(x) = \int d(\ln x)$ **ve** $f(e^3) = -1$ **olduğuna göre,** $f(e^{-2})$ **kaçtır?**

A) –6 B) –4 C) –1 D) 2 E) 3

$f(x) = \ln x + c$

$f(e^3) = \ln e^3 + c = -1$

$3 + c = -1$

$c = -4$

$f(e^{-2}) = \ln e^{-2} - 4 = -2 - 4 = -6$

Cevap: A

Örnek 18

Uygun şartlarda tanımlı f(x) ve g(x) fonksiyonları için,

- $f(x) = \int \frac{x^2}{x^2+1}dx$
- $g(x) = \int \frac{dx}{x^2+1}$
- g(1) = g(2) = 2 ve f(1) = 5

eşitlikleri veriliyor. Buna göre, f(2) değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$f(x) = \int \frac{x^2+1-1}{x^2+1}dx = \int \left(1 - \frac{1}{x^2+1}\right)dx$

$f(x) = \int dx - \int \frac{dx}{x^2+1}$

$f(x) = x - g(x) + c$

$f(1) = 1 - 2 + c = 5 \Rightarrow c = 6$

$f(x) = x - g(x) + 6 \Rightarrow f(2) = 2 - g(2) + 6$

$= 6$

Cevap: B

Örnek 19

$\int \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}dx$ **integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{3}{2}\sqrt{x} + x + c$ B) $\frac{2}{3}\sqrt{x} - x + c$

C) $2x\sqrt{x} - x + c$ D) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} - x + c$

E) $\frac{3}{2}x\sqrt{x} + x + c$

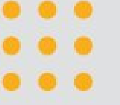
$\int \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}dx = \int \frac{(\sqrt{x})^2 - 1}{\sqrt{x}+1}dx = \int \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1}dx$

$= \frac{2}{3}x\sqrt{x} - x + c$

Cevap: D

Örnek Cevapları

1.E	2.C	3.E	4.C	5.D	6.B	7.A	8.B	9.D	10.B
11.C	12.D	13.A	14.E	15.B	16.C	17.A	18.B	19.D	



1. $\int (3x^2 - 4x + 5) \cdot dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x^2 - 4x + 5$
B) $x^3 - 2x^2 + 5x + c$
C) $x^3 - x^2 + 5x$
D) $\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 5x + c$
E) $6x - 4$

$\int (3x^2 - 4x + 5)\,dx = 3 \cdot \frac{x^3}{3} - 4 \cdot \frac{x^2}{2} + 5x + c$

$= x^3 - 2x^2 + 5x + c$

Cevap B

2. $\int x \cdot f(x) \cdot dx = x^3 - x^2 + 3x - 1$

olduğuna göre, f(1) değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

$x \,.\, f(x) = 3x^2 - 2x + 3$

$1 \,.\, f(1) = 3 - 2 + 3$

$f(1) = 4$ *bulunur.*

Cevap C

3. $\int \frac{3x^3 - 2x^2}{x} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^3 - x^2 + c$
B) $x^3 - x^2 + x + c$
C) $3x^2 - 2x + c$
D) $x^3 - x^2 + \frac{1}{x} + c$
E) $3x^3 - 2x^2 + c$

$= \int (3x^2 - 2x)\,dx = 3 \cdot \frac{x^3}{3} - 2 \cdot \frac{x^2}{2} + c$

$= x^3 - x^2 + c$ *bulunur.*

Cevap A

4. $f(x) = \int (x^5 + x^4) d\left(-\frac{1}{x}\right)$

olduğuna göre, f(1) – f(–1) işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

$\int \frac{x^2(x^3 + x^2)}{x^2} dx = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + c$

$f(1) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + c$

$-\ f(-1) = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + c$

$f(1) - f(-1) = \frac{2}{3}$

Cevap C

5. $\frac{d}{dx} \int \frac{x^3 + 1}{x + 1} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x^2$
B) $x^2 - x + 1$
C) $\frac{x^3 + 1}{x + 1} + c$
D) $\frac{x^4 + x}{x^2 + 1}$
E) $\frac{x^2 + 1}{x + 1} + c$

$\frac{d}{dx} \int \frac{x^3 + 1}{x + 1} dx = x^2 - x + 1$ *bulunur.*

Cevap B

6. $f(x) = \int d(\sin 2x)$

fonksiyonu veriliyor.

f(0) = 1 olduğuna göre, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

$f(x) = \int d(\sin 2x) \Rightarrow f(x) = \sin 2x + c$

$f(0) = 0 + c = 1 \Rightarrow f(x) = \sin 2x + 1 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 + 1 = 2$

Cevap E

7. x e göre türevi 2y + a olan fonksiyon aşağıdaki integrallerden hangisi ile bulunur?

A) $a + \int 2y\,dy$
B) $2y + a \int dy$
C) $\int \frac{d}{dx}(2y + a)$
D) $\int (2y + a)dx$
E) $\int (2y + a)dy$

$\frac{df}{dx} = 2y + a \Rightarrow f(x) = (2y + a)dx$

Cevap D

8. $\int d(3x^2 - 5)$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\int d(3x^2 + 1)$
B) $\int d(x^3 - 5x)$
C) $3x^2 - 5x + c$
D) $x^3 - 5x + c$
E) $3x^2 + 5x + c$

$I = \int 6x\,dx = 3x^2 + c$ *dir.*

A seçeneğindeki $\int d(3x^2 + 1) = \int 6x\,dx = 3x^2 + c$

Cevap A

9. $f(x) = \frac{d}{dx}\int \frac{x+3}{x-1}dx$

olduğuna göre, f(5) kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 12

$f(x) = \frac{d}{dx}\int \frac{x+3}{x-1} \cdot dx$

$f(x) = \frac{x+3}{x-1}$ olur. $\Rightarrow f(5) = \frac{5+3}{5-1} \Rightarrow f(5) = 2$ bulunur.

Cevap B

10. f: R → R fonksiyonu her noktada türevli ve

$f'(x) = 2x + 1$

$f(1) = 7$

olduğuna göre, f(2) kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

$\int f'(x)dx = \int (2x+1)dx$

$f(x) = x^2 + x + c$ olur.

$f(1) = 7 \Rightarrow 2 + c = 7 \Rightarrow c = 5$ olur.

$f(x) = x^2 + x + 5$

$f(2) = 4 + 2 + 5 = 11$ bulunur.

Cevap C

11. $\int \frac{f(x)}{x}dx = x^3 - x + 5$

olduğuna göre, f'(1) değeri kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

$\int \frac{f(x)}{x}dx = x^3 - x + 5$

$\Rightarrow \frac{d}{dx}\int \frac{f(x)}{x} \cdot dx = \frac{d}{dx}(x^3 - x + 5)$

$\Rightarrow \frac{f(x)}{x} = 3x^2 - 1 \Rightarrow f(x) = 3x^3 - x$

$\Rightarrow f'(x) = 9x^2 - 1 \Rightarrow f'(1) = 9 \cdot 1^2 - 1 \Rightarrow f'(1) = 8$ bulunur.

Cevap B

12. $f'(x) = 6x^2 + 2x + 5$

$f(0) = 4$

olduğuna göre, f(–2) değeri kaçtır?

A) –18 B) –16 C) –14 D) –12 E) –10

$f(x) = 2x^3 + x^2 + 5x + 4 \Rightarrow f(-2) = -16 + 4 - 10 + 4 = -18$

Cevap A

13. $\int (2x+1)dy$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + 3x + c$ B) $x^2 + x + 5$ C) $2x^2 + x + 4$

D) $2xy + y + c$ E) $(2x + 3)y + c$

y ye göre integral aldığımızda

Sonuç : $(2x + 1)y + c = 2xy + y + c$

Cevap D

14. f: R → R fonksiyonu her noktada türevli olmak üzere,

$f'(x) = 2x + 3$

$f(2) = 11$

olduğuna göre, f(5) değeri kaçtır?

A) 32 B) 39 C) 41 D) 47 E) 53

$\int f'(x)\,dx = \int (2x+3)\,dx$

$f(x) = x^2 + 3x + c$ olur.

$f(2) = 11 \Rightarrow 4 + 6 + c = 11 \Rightarrow c = 1$ bulunur.

$f(5) = 5^2 + 15 + 1 \Rightarrow f(5) = 41$ bulunur.

Cevap C

15. $f''(x) = 6x - 2$

$f'(0) = 1$

$f(0) = 1$

olduğuna göre, f(2) değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$\int f''(x)\,dx = \int (6x - 2)\,dx \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 2x + c$ olur.

$f'(0) = 1 \Rightarrow c = 1$ olur.

$f'(x) = 3x^2 - 2x + 1$ bulunur.

$\int f'(x) \cdot dx = \int (3x^2 - 2x + 1) \cdot dx$

$f(x) = x^3 - x^2 + x + c_1$ olur. $\Rightarrow f(0) = 1 \Rightarrow c_1 = 1$ olur.

$f(x) = x^3 - x^2 + x + 1$ bulunur. $f(2) = 8 - 4 + 2 + 1 \Rightarrow f(2) = 7$ bulunur.

Cevap E

16. $f(x) = x^2 + x + 1$

olduğuna göre, x = 2 için f(x) fonksiyonunun diferansiyeli aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 3dx B) 4dx C) 5dx

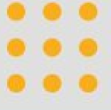
D) 6dx E) 7dx

$f'(x) = 2x + 1$ ise $f(x)$ fonksiyonunun diferansiyeli $(2x + 1)\,dx$ olur.

$x = 2$ için $5dx$ bulunur.

Cevap C

1.B 2.C 3.A 4.C 5.B 6.E 7.D 8.A 9.B 10.C 11.B 12.A 13.D 14.C 15.E 16.C



1. $f(x) = \int (\sin x + \cos x)\,dx$

olduğuna göre, $f'(\pi)$ değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

$f'(x) = \sin x + \cos x$

$f'(\pi) = \sin\pi + \cos\pi = 0 + (-1) = -1$ bulunur.

Cevap A

2. $f(x) = \int (x^6 + 2x^3)\,dx$

olduğuna göre, $f'''(-1)$ değeri kaçtır?

A) 18 B) 16 C) 14 D) 12 E) 10

$f'(x) = x^6 + 2x^3$

$f''(x) = 6x^5 + 6x^2$

$f'''(x) = 30x^4 + 12x$

$f'''(-1) = 30 - 12 = 18$

Cevap A

3. $\int x^2 f(x)\,dx = 12x^4 + 6x^3 + 24x + 5$

olduğuna göre, $\int f(x)\,dx$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $24x^2 + 18x - \frac{24}{x} + c$ B) $24x^2 + 16x - \frac{12}{x} + c$

C) $24x^2 + 12x - \frac{8}{x} + c$ D) $12x^2 + 18x - \frac{16}{x} + c$

E) $12x^2 + 8x - \frac{24}{x} + c$

$x^2 . f(x) = 48x^3 + 18x^2 + 24$

$f(x) = 48x + 18 + 24 . x^{-2}$

$\int f(x) = 24x^2 + 18x - \frac{24}{x} + c$

Cevap A

4. $P(x) = \int (x-4)^3 (5x - 12)\,dx$

olduğuna göre, P(3) – P(5) işleminin sonucu kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

$x - 4 = u$

$dx = du$

$P(x) = \int u^3 (5u + 8)\,du$

$P(x) = \int (5u^4 + 8u^3)\,du = u^5 + 2u^4 + c$

$P(x) = (x-4)^5 + 2(x-4)^4 + c$

$P(3) = -1 + 2 + c$

$-\ P(5) = 1 + 2 + c$

$P(3) - P(5) = \boxed{-2}$

Cevap A

5. $f''(x) = 2x + 1$

$f'(2) = 7$

$f(0) = 2$

olduğuna göre, f(–1) değeri kaçtır?

A) $\frac{19}{6}$ B) $\frac{17}{6}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{11}{6}$ E) $\frac{7}{6}$

$f'(x) = x^2 + x + c$

$f'(2) = 4 + 2 + c = 7$

$f'(x) = x^2 + x + 1$

$f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + 2$

$f(-1) = -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 1 + 2 = \frac{3}{2} - \frac{1}{3} = \frac{7}{6}$

Cevap E

6. $f(x) = \int d\left(\frac{3x+2}{4x-5}\right)$

fonksiyonu A(1, –5) noktasından geçmektedir.

Buna göre, $\frac{d}{dx}(f^{-1}(x))$ fonksiyonunun x = 1 için değeri kaçtır?

A) –27 B) –25 C) –23 D) –21 E) –19

$f(x) = \frac{3x+2}{4x-5} + c \Rightarrow f(1) = \frac{5}{-1} + c = -5 \Rightarrow c = 0$

$f(x) = \frac{3x+2}{4x-5} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{5x+2}{4x-3} \Rightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{5x+2}{4x-3}\right) = \frac{-15-8}{(4x-3)^2}\Big|_{x=1} = -23$

Cevap C

7. Gerçek sayılarda tanımlı $y = f'(x)$ fonksiyonunun her bir noktasındaki teğetinin eğimi apsisinin 6 katıdır.

$y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği A(1, 5) noktasından ve $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği B(1, 4) noktasından geçmektedir.

Buna göre, y = f(x) fonksiyonunun düşey ekseni kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

$f''(x) = 6x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + c$

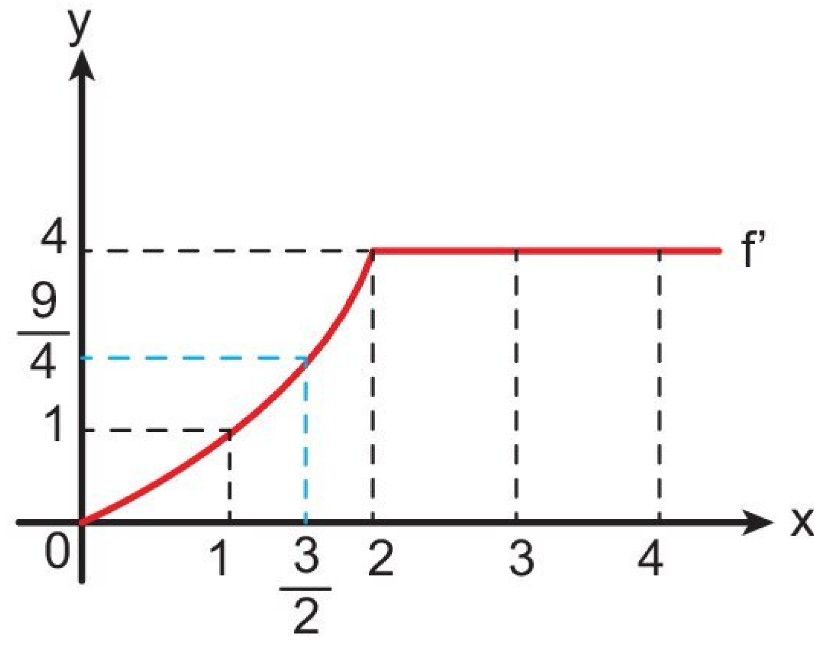
$f'(1) = 3 + c = 5 \quad c = 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2$

$f(x) = x^3 + 2x + c \Rightarrow f(1) = 3 + c = 4 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow f(x) = x^3 + 2x + 1$

$\Rightarrow f(0) = 1$

Cevap E

8. Aşağıda sürekli bir f fonksiyonunun birinci türevinin parabol ve doğrudan oluşan grafiği verilmiştir.



f(1) = 1 olduğuna göre, f(3) değeri kaçtır?

A) 7 B) $\frac{22}{3}$ C) $\frac{23}{3}$ D) 8 E) $\frac{25}{3}$

x		2
f'(x)	x^2	4
f(x)	$\frac{x^3}{3} + c$	$4x + p$

$f(1) = \frac{1}{3} + c = 1 \Rightarrow c = \frac{2}{3}$

$f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{3}$

$f(2) = \frac{10}{3} = 8 + p$

$\Rightarrow p = -\frac{14}{3}$

$\Rightarrow f(3) = 12 - \frac{14}{3} = \frac{22}{3}$

Cevap B

9. $P(x) = \int (2x + 4)(3x + 6)dx$

olduğuna göre, P(1) – P(–1) işleminin sonucu kaçtır?

A) 48 B) 52 C) 56 D) 60 E) 64

$P(x) = \int (6x^2 + 24x + 24)dx = 2x^3 + 12x^2 + 24x + c$

$P(1) = 2 + 12 + 24 + c$

$-\ P(-1) = -2 + 12 - 24 + c$

$P(1) - P(-1) = 4 + 0 + 48 = 52$

Cevap B

10. $h(x) = \int 3x^2 \cdot f(2x)dx + \int 2x^3 f'(2x)dx$

$h(1) = 5 + f(2)$

$f(4) = \frac{1}{4}$

olduğuna göre, h(2) değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$h(x) = \int d\left(x^3 \cdot f(2x)\right) = x^3 \cdot f(2x) + c \qquad h(1) = f(2) + c = 5 + f(2) \Rightarrow \boxed{c = 5}$

$h(x) = x^3 \cdot f(2x) + 5 \Rightarrow h(2) = 8 \cdot \frac{1}{4} + 5 = 7$

Cevap D

11. $f(x) = \int x^2 \ln x\, dx$ fonksiyonuna x = e apsisli noktadan çizilen teğetin üzerinde rastgele seçilen A ve B noktaları işaretleniyor.

Buna göre A ve B noktaları arasındaki ortalama değişim hızı kaçtır?

A) $-\frac{1}{e}$ B) –1 C) 0 D) e E) e^2

$f'(x) = x^2 \ln x \Rightarrow f'(e) = e^2$

Cevap E

12. $\int (4x^3 + 2y)dx + \int (4x^3 + 2y)dy$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^3(x + 4y) + y(2x + y) + c$

B) $2x^4 + 2y^2 + c$

C) $x^4 + 2x^3 + 3xy^2 + c$

D) $x^4 + x^3y + x^2y^2 + c$

E) $x^4 + x^2y^3 + xy^2 + c$

$x^4 + 2yx + 4x^3y + y^2 + c$

$x^3(x + 4y) + y(2x + y) + c$

Cevap A

1.A 2.A 3.A 4.A 5.E 6.C 7.E 8.B 9.B 10.D 11.E 12.A



BELİRSİZ İNTEGRAL

I. Değişken Değiştirme Yöntemi

$d([f(g(x))]) = f'(g(x)) \cdot g'(x)dx$ olduğundan $\int f'(g(x)) \cdot g'(x) \cdot dx$ şeklindeki integralleri alırken yaşanabilecek zorluklara karşı $u = g(x)$ dönüşümü yapılarak integral daha sade bir biçime dönüştürülebilir.

$\int f'(g(x))g'(x)dx$ integrali

$u = g(x)$

$du = g'(x)dx$ dönüşümü ile $\int f'(u)du$ integraline dönüştürülür.

$\int f'(u)du = f(u) + c$

$= f(g(x)) + c$

Örnek 1

$\int (x+2)^7 dx$ **integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{(x+2)^6}{6} + c$ B) $7(x+2)^6 + c$ C) $\frac{(x+2)^8}{8} + c$

D) $x^8 + x^7 + x^5 + c$ E) $\frac{x^8}{8} + 32x + c$

$u = x + 2 \Rightarrow du = 1 . dx$

$\int (x+2)^7 dx = \int u^7 \cdot du = \frac{u^8}{8} + c$

$= \frac{(x+2)^8}{8} + c$

Cevap: C

Örnek 2

$\int (x^2+5)^6 \cdot x \cdot dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{(x^2+5)^7}{7} + c$ B) $\frac{2(x^2+5)^7}{7} + c$ C) $\frac{(x^2+5)^7}{7 \cdot x} + c$

D) $\frac{(x^2+5)^7}{14} + c$ E) $\frac{(x^2+5)^7}{28} + c$

$x^2 + 5 = u$ $du = 2xdx$

$x \cdot dx = \frac{du}{2}$

$= \int u^6 \cdot \frac{du}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^7}{7} + c = \frac{1}{14}(x^2+5)^7 + c$

Cevap: D

Örnek 3

$\int \frac{x^5 \cdot dx}{\sqrt{x^6+1}}$ **integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\sqrt{x^6+1} + c$ B) $\frac{1}{3}\sqrt{x^6+1} + c$ C) $\frac{1}{2}\sqrt{x^6+1} + c$

D) $\frac{1}{6}\sqrt{x^6+1} + c$ E) $\frac{1}{12}\sqrt{x^6+1} + c$

$x^6 + 1 = u \Rightarrow du = 6x^5dx \Rightarrow x^5 \cdot dx = \frac{du}{6}$

$= \int \frac{\frac{du}{6}}{\sqrt{u}} = \frac{1}{6}\int \frac{du}{\sqrt{u}} = \frac{1}{6} 2\sqrt{u} + c$

$= \frac{1}{3}\sqrt{x^6+1} + c$

Cevap: B

Örnek 4

$\int \frac{dx}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^3}$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{(\sqrt{x}+1)^2}+c$ B) $\frac{1}{(\sqrt{x}+1)^2}+c$

C) $\frac{3}{(\sqrt{x}+1)^4}+c$ D) $-\frac{3}{(\sqrt{x}+1)}+c$

E) $-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}+c$

$\sqrt{x}+1=u \Rightarrow du=\frac{1}{2\sqrt{x}}dx$

$=\int \frac{2}{u^3}du = 2\cdot\frac{u^{-2}}{-2}+c = -\frac{1}{(\sqrt{x}+1)^2}+c$

Cevap: A

> $\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a}\cdot\frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1}+c$

Örnek 5

$\int (2x-3)^3 dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{(2x-3)^4}{4}+c$ B) $\frac{(2x-3)^4}{8}+c$ C) $\frac{(2x-3)^2}{2}+c$

D) $(x^2-3x)^4+c$ E) $\frac{(x^2-3x)^4}{4}+c$

$\int (2x-3)^3 dx = \frac{(2x-3)^4}{8}+c$

Cevap: B

Örnek 6

$\int \frac{x\cdot dx}{\sqrt{x+1}}$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{x+1}+c$ B) $\frac{1}{\sqrt{x+1}}+c$

C) $\sqrt{(x+1)^3}+c$ D) $\frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3}-2\sqrt{x+1}+c$

E) $\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}}-(x+1)^{\frac{1}{2}}+c$

$u=x+1 \Rightarrow x=u-1$ $\int \frac{(u-1)du}{\sqrt{u}}$

$du=dx$

$\int \left(\sqrt{u}-\frac{1}{\sqrt{u}}\right)du = \frac{2}{3}u\sqrt{u}-2\sqrt{u}+c$

$=\frac{2}{3}(x+1)\sqrt{x+1}-2\sqrt{x+1}+c$

Cevap: D

Örnek 7

$\int f'(f(x))\cdot f'(x)dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f'(f(x))+c$ B) $f(f'(x))+c$ C) $(fof)(x)+c$

D) $f^2(x)+c$ E) $\frac{f^2(f(x))}{2}+c$

$u=f(x) \Rightarrow du=f'(x)dx$

$\int f'(u)du = f(u)+c = f(f(x))+c$

$=(fof)(x)+c$

Cevap: C

Örnek 8

$\int \frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x}+1}dx$ integralinde $x=t^6$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $6\int t^7 dt$ B) $7\int t^5 dt$ C) $\int \frac{4t^3}{t+1}dt$

D) $\int \frac{6t^5}{t+1}dt$ E) $\int \frac{6t^7}{t+1}dt$

$\int \frac{\sqrt{t^6}+\sqrt[3]{t^6}}{\sqrt[6]{t^6}+1}\cdot 6\cdot t^5\cdot dt$ *$x=t^6$*

$dx=6.t^5.dt$

$=\int \frac{t^3+t^2}{t+1}\cdot 6\cdot t^5 dt = \int \frac{t^2(t+1)}{t+1}6\cdot t^5 dt$

$=6\int t^7 dt$

Cevap: A

Örnek 9

$\int \frac{2dx}{4x^2+4x+1}$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{2x+1}+c$ B) $\frac{1}{2x+1}+c$ C) $\frac{2}{2x+1}+c$

D) $-\frac{1}{(2x+1)^3}+c$ E) $\frac{1}{(2x+1)^3}+c$

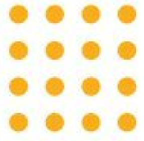
$=\int \frac{2dx}{(2x+1)^2}$ *$2x+1=u$*

$du=2\cdot dx$

$\Rightarrow \int \frac{du}{u^2} = \int u^{-2}du = \frac{u^{-1}}{-1}+c$

$=-\frac{1}{2x+1}+c$

Cevap: A



Örnek 10

$\int 3 \cdot f^2(x) \cdot f^{I}(x)dx$ **integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

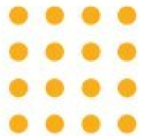
A) 3f(x) + c B) 6f(x) + c C) $f^3(x)$ + c

D) $\frac{f^3(x)}{3} + c$ E) $2f^3(x)$ + c

f(x) = u du = f'(x)dx

$\int 3u^2 du = 3 \cdot \frac{u^3}{3} + c = u^3 + c = f^3(x) + c$

Cevap: C



Örnek 11

Uygun şartlarda tanımlı f(x) ve g(x) fonksiyonları için

$f(x) = \int g^{I}(x^4) \cdot x^3 dx$ olmak üzere,

g(1) = –8, f(1) = 2 ve g(16) = 4 eşitlikleri veriliyor. Buna göre, f(2) kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 5 D) 7 E) 8

$x^4 = u$ $du = 4x^3dx$

$f(x) = \int g^{I}(u)\frac{du}{4} = \frac{1}{4}g(u) + c$

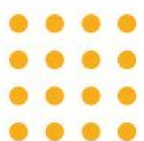
$f(x) = \frac{1}{4}g(x^4) + c$

$f(1) = \frac{1}{4}(-8) + c = 2 \Rightarrow c = 4$

$f(x) = \frac{1}{4}g(x^4) + 4 \Rightarrow f(2) = \frac{1}{4}g(16) + 4$

$f(2) = 5$

Cevap: C



Örnek 12

$\int x^3(x-1)(x-2)^3dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3}(x^2-2x)^4 + c$ B) $\frac{1}{8}(x^2-2x)^8 + c$

C) $\frac{1}{4}(x^2-2x)^3 + c$ D) $\frac{1}{4}(x^2-2x)^4 + c$

E) $\frac{1}{8}(x^2-2x)^4 + c$

$\int x^3(x-2)^3(x-1)dx = \int (x^2-2x)^3(x-1)dx$

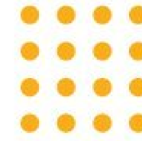
$x^2 - 2x = u \Rightarrow du = 2(x-1)dx$

$(x-1)dx = \frac{du}{2}$

$= \int u^3 \cdot \frac{du}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^4}{4} + c$

$= \frac{1}{8}(x^2-2x)^4 + c$

Cevap: E



Örnek 13

$\int \frac{(\sqrt{x}+2)^3}{\sqrt{x}}dx$ **integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(\sqrt{x}+2)^4 + c$ B) $\frac{2}{3}(\sqrt{x}+2)^4 + c$

C) $\frac{3}{2}x \cdot (\sqrt{x}+2)^4 + c$ D) $\frac{1}{2}(\sqrt{x}+2)^4 + c$

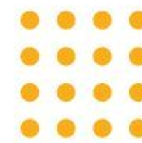
E) $\frac{1}{2}x(\sqrt{x}+2)^4 + c$

$u = \sqrt{x} + 2$

$du = \frac{1}{2\sqrt{x}}dx \Rightarrow 2du \cdot \frac{dx}{\sqrt{x}}$

$2\int u^3 du = 2 \cdot \frac{u^4}{4} + c = \frac{1}{2}(\sqrt{x}+2)^4 + c$

Cevap: D



Örnek 14

$f(x) = 10\int x\sqrt{x+3}\,dx$ ve $f(-3) = 2$

olduğuna göre, f(1) kaçtır?

A) –30 B) –24 C) –12 D) –10 E) –5

$x + 3 = u \Rightarrow du = dx$

$x = u - 3$

$10\int (u-3)\sqrt{u}\,du = 10\int (u^{\frac{3}{2}} - 3u^{\frac{1}{2}})du$

$= 10 \cdot \frac{u^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} - 30\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$

$= 4 \cdot u^2\sqrt{u} - 20u\sqrt{u} + c$

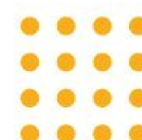
$f(x) = 4 \cdot (x+3)^2\sqrt{x+3} - 20(x+3) + c$

$f(-3) = c = 2$

$f(1) = 4 \cdot 4^2\sqrt{4} - 20 \cdot 4 \cdot \sqrt{4} + 2$

$= 128 - 160 + 2 = -30$

Cevap: A



Örnek 15

$f(x) = \int \frac{g^{I}(x)}{g^2(x)}dx$, $g(2) = \frac{1}{2}$, $g(3) = \frac{1}{4}$ ve $f(2) = 6$

olduğuna göre, f(3) kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$g(x) = u$ $f(x) = \int \frac{du}{u^2} = -\frac{1}{u} + c$

$du = g^{I}(x)dx$ $f(x) = -\frac{1}{g(x)} + c$

$x = 2 \Rightarrow f(2) = -\frac{1}{g(2)} + c \Rightarrow 6 = -\frac{1}{\frac{1}{2}} + c \Rightarrow c = 8$

$x = 3 \Rightarrow f(3) = -\frac{1}{\frac{1}{4}} + 8 = 4$

Cevap: C

Örnek 16

$\int \frac{\sqrt{\sqrt{x}+1}}{\sqrt{x}}dx$ **integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{2}{3}\sqrt{\sqrt{x}+1}+c$

B) $\frac{4}{3}(\sqrt{x}+1)\sqrt{\sqrt{x}+1}+c$

C) $\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{2}+c$

D) $\frac{3}{2\sqrt{\sqrt{x}+1}}+c$

E) $\sqrt{\sqrt{x}+1}+c$

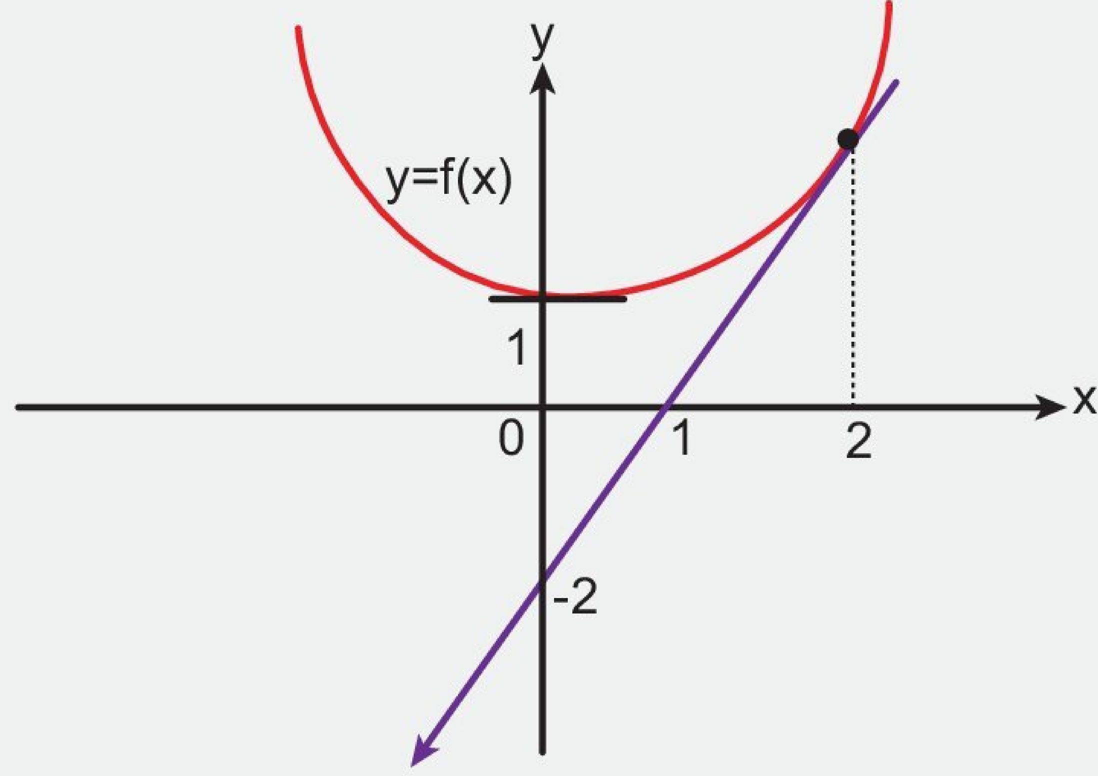
$u=\sqrt{x}+1 \Rightarrow du=\frac{1}{2\sqrt{x}}dx$

$=\int \sqrt{u}\cdot 2du=\frac{4}{3}u\sqrt{u}+c$

$=\frac{4}{3}(\sqrt{x}+1)\sqrt{\sqrt{x}+1}+c$

Cevap: B

Örnek 17



Yukarıdaki grafikte y = f(x) eğrisi ile x = 0 ve x = 2 noktalarındaki teğetleri verilmiştir.

$g(x)=\int(4f(x)-2f''(x))f'(x)dx$

ve g(0) = 3 olduğuna göre, g(2) kaçtır?

A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 5

$g(x)=2f^2(x)-(f'(x))^2+c$

$g(0)=2f^2(0)-(f'(0))^2+c=3$

$2-0+c=3 \Rightarrow c=1$

$g(2)=2.f^2(2)-(f'(2))^2+1=2.2^2-2^2+1=5$

Cevap: E

Örnek 18

$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}dx$ **integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\sqrt{f(x)}+c$ B) $2\sqrt{f(x)}+c$ C) $\frac{\sqrt{f(x)}}{2}+c$

D) $\frac{1}{\sqrt{f(x)}}+c$ E) $f(x)-\sqrt{f(x)}+c$

$f(x)=u \Rightarrow du=f'(x)dx$

$=\int \frac{du}{\sqrt{u}}=2\sqrt{f(x)}+c$

Cevap: B

Örnek 19

$4\int\left(\frac{1}{x^2}+1\right)^3\cdot\frac{1}{x^3}\cdot dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(\frac{1}{x^2}+1\right)^4+c$ B) $\left(\frac{1}{x^2}+1\right)^3+c$ C) $2\cdot\left(\frac{1}{x^2}+1\right)^4+c$

D) $-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x^2}+1\right)^4+c$ E) $-2\left(\frac{1}{x^2}+1\right)^3+c$

$u=\frac{1}{x^2}+1 \Rightarrow du=\frac{-2}{x^3}dx \Rightarrow \frac{dx}{x^3}=-\frac{du}{2}$

$=4\int u^3\left(-\frac{du}{2}\right)=-2\int u^3du=-2\frac{u^4}{4}+c$

$=-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x^2+1}\right)^4+c$

Cevap: D

Örnek 20

$2\int f(x)f'(x)dx=\int f'(x)\cdot g(x)dx+\int f(x)\cdot g'(x)dx$

f(1) = 6, g(1) = 2 ve f(2) = 4 olduğuna göre, g(2) kaçtır?

A) –2 B) –4 C) –6 D) –8 E) –10

$u=f(x)$

$2\int \underbrace{f(x)}_{u}\cdot\underbrace{f'(x)dx}_{du}=u^2+c$

$\int f'(x)\cdot g(x)dx+\int f(x)\cdot g'(x)dx=\int(f'(x)g(x)+f(x)g'(x))dx$

$=f(x)\cdot g(x)+c$

$f^2(x)=f(x)\cdot g(x)+c$

$36=6\cdot 2+c \Rightarrow c=24$

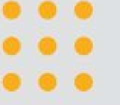
$4^2=4\cdot g(2)+24 \Rightarrow -8=4\cdot g(2)$

$g(2)=-2$ dir.

Cevap: A

Örnek Cevapları

1.C	2.D	3.B	4.A	5.B	6.D	7.C	8.A	9.A	10.C
11.C	12.E	13.D	14.A	15.C	16.B	17.E	18.B	19.D	20.A



1. $\int 21\cdot(3x-1)^6dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $7\,.\,(x-1)^7+c$
B) $6\,.\,(3x-1)^7+c$
C) $14\,.\,(3x-1)^7+c$
D) $2\,.\,(3x-1)^7+c$
E) $(3x-1)^7+c$

$\int 21\cdot(3x-1)^6\cdot dx = 21\cdot\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{3x-1}{7}\right)^7+c$

$=(3x-1)^7+c$ *bulunur.*

Cevap E

2. $\int 4\cdot(x^2-3x)^3\cdot(2x-3)\cdot dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x^2-3x)^4+c$
B) $4.(x^2-3x)^4+c$
C) $(x^2-3x)^3+c$
D) $\frac{1}{4}.(x^2-3x)^4+c$
E) $4.(2x-3)^4+c$

$x^2-3x=u$ *olsun.*
$(2x-3)\,.\,dx=du$ *olur.*

$\int 4\cdot(x^2-3x)^3\cdot(2x-3)\cdot dx=\int 4\cdot u^3\cdot du$

$=4\cdot\frac{u^4}{4}+c=u^4+c$ *olur.*

$=(x^2-3x)^4+c$ *bulunur.*

Cevap A

3. $f(x)=\int\left(x-\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{1}{x^2}\right)dx$ ve

f(1) = 4 olduğuna göre f(–1) değeri kaçtır?

A) –2 B) $-\frac{1}{4}$ C) 2 D) 4 E) 16

$x-\frac{1}{x}=u \quad du=\left(1+\frac{1}{x^2}\right)dx$

$\int udu=\frac{u^2}{2}+c\Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+c$

$f(1)=0+c=4\Rightarrow c=4$

$f(-1)=\frac{1}{2}(-1+1)+4=4$

Cevap: D

4. $\int 6\cdot f^5(x)\cdot f'(x)dx$

ifadesinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[f(x)]^5+c$
B) $\frac{[f(x)]^5}{5}+c$
C) $[f(x)]^6+c$
D) $6\cdot[f(x)]^6+c$
E) $\frac{[f(x)]^6}{6}+c$

$f(x)=u$ *olsun.*
$f'(x)\,dx=du$ *olur.*

$\int 6.f^5(x)\cdot f'(x)\,dx=\int 6u^5\,du=6.\frac{u^6}{6}+c=u^6+c$

$=[f(x)]^6+c$ *bulunur.*

Cevap C

5. $\int\frac{x+4}{(x+1)^3}dx$ **integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{x+4}{(x+1)^2}+c$
B) $-\frac{1}{x+1}-\frac{3}{2(x+1)^2}+c$
C) $\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{3}{(x+1)^3}+c$
D) $\frac{1}{x+1}-\frac{2}{(x+1)^2}+c$
E) $-\frac{1}{x+1}+\frac{4}{3(x+1)^3}+c$

$x+1=u \quad x+4=u+3 \quad du=dx$

$=\int\frac{u+3}{u^3}du=\int\frac{1}{u^2}du+3\int u^{-3}du$

$=-\frac{1}{u}-\frac{3}{2u^2}+c$

$=-\frac{1}{x+1}-\frac{3}{2(x+1)^2}+c$

Cevap: B

6. $\int\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x+1}}dx$ **integralinde $x=u^6-1$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?**

A) $\int u^6du$
B) $6\int\frac{du}{u^3}$
C) $6\int\frac{du}{u^2}$
D) $3\int u^3du$
E) $6\int u^6du$

$x=u^6-1 \quad dx=6u^5du$

$\int\frac{\sqrt{u^6}}{\sqrt[3]{u^6}}6u^5du=\int\frac{u^3}{u^2}6u^5du$

$=6\int u^6du$

Cevap: E

7. $\int \frac{6}{\sqrt{x+3}-\sqrt{x-1}}dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x+3)\sqrt{x+3}+(x-1)\sqrt{x-1}+c$

B) $(x+3)^{\frac{2}{3}}+(x-1)^{\frac{2}{3}}+c$

C) $(x+3)^{\frac{4}{3}}+(x-1)^{\frac{4}{3}}+c$

D) $(x+3)\sqrt{x+3}-(x-1)\sqrt{x-1}+c$

E) $(x+3)^{\frac{2}{3}}-(x+1)^{\frac{2}{3}}+c$

$I=\frac{6}{4}\int(\sqrt{x+3}+\sqrt{x-1})dx=\frac{3}{2}\left[\frac{(x+3)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+\frac{(x-1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right]$

$I=(x+3)(\sqrt{x+3})+(x-1)(\sqrt{x-1})+c$ Cevap A

8. $f:\mathbb{R}^+\longrightarrow\mathbb{R}$

$f(x)=2\ln(x^2+1)-4\ln(x^3+x)+5\ln(x)$ ile verilen $y=f(x)$ fonksiyonu için $g(x)=\int e^{f(x)}dx$ fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre, g(2) – g(1) ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{15}$ C) $\frac{3}{20}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{2}{5}$

$f(x)=\ln\left(\frac{(x^2+1)^2\cdot x^5}{x^4\cdot(x^2+1)^4}\right)=\ln\left(\frac{x}{(x^2+1)^2}\right)$

$e^{f(x)}=\frac{x}{(x^2+1)^2}$ $g(x)=\int\frac{xdx}{(x^2+1)^2}$ $x^2+1=u$

$g(x)=\frac{1}{2}\int\frac{du}{\mu^2}$ $du=2xdx$

$g(x)=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{4}\right)+c$

$g(x)=-\frac{1}{2(x^2+1)}+c$

$f(2)-f(1)=-\frac{1}{10}-\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}-\frac{1}{10}=\frac{3}{20}$ Cevap: C

9. $f(x)\,.\,f'(x)=4x+2$

eşitliği veriliyor.

f(1) = 3 olduğuna göre, f(4) kaçtır?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

$\int f(x)f'(x)dx=\int(4x+2)dx$

$\int udu=2x^2+2x+c$ $\frac{f^2(x)}{2}=2x^2+2x+c$

$f^2(x)=4x^2+4x+2c$ $f^2(1)=8+2c=9\Rightarrow 2c=1$

$f^2(x)=4x^2+4x+1\Rightarrow$ ya $f(x)=2x+1$ ya da $f(x)\neq-2x-1$

$f(4)=9$ Cevap B

10. $f(x)=\int\frac{g'(x)}{g^2(x)}dx$

olmak üzere, $f(1)=g(1)=2$ ve $g(2)=-1$ dir.

Buna göre, f(2) değeri kaçtır?

A) $\frac{5}{2}$ B) 3 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) 5

$g(x)=u$ $du=g'(x)dx$

$f(x)\int\frac{du}{u^2}=-\frac{1}{u}+c\Rightarrow f(x)=-\frac{1}{g(x)}+c$

$f(1)=g(1)=2\Rightarrow 2=-\frac{1}{2}+c\Rightarrow c=\frac{5}{2}$

$f(2)=-\frac{1}{g(2)}+\frac{5}{2}=\frac{7}{2}$ Cevap: C

11. $\int\frac{15x^9}{\sqrt{x^5+9}}dx$

integralinde $k=\sqrt{x^5+9}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $12\int(k^2-9)dk$ B) $6\int(k^2-9)dk$

C) $4\int(k^2-9)dk$ D) $12\int(k^2+9)dk$

E) $6\int(k^2+9)dk$

$\sqrt{x^5+9}=k$

$x^5+9=k^2$

$5x^4dx=2kdk$

$I=\int\frac{3.x^5.5x^4dx}{\sqrt{x^5+9}}=3\int\frac{(k^2-9)2kdk}{k}=6\int(k^2-9)dk$

Cevap B

12. $\int x^3d(x^{-2})$ **integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-3x+c$ B) $-\frac{4}{x}+c$ C) $-2x+c$

D) $\frac{1}{4}x^3+c$ E) $\frac{1}{3}x^4+c$

$d(x^{-2})=-2\frac{1}{x^3}dx$

$\int x^3\cdot\frac{-2}{x^3}dx=-2\int dx$

$=-2x+c$

Cevap: C

1.E 2.A 3.D 4.C 5.B 6.E 7.A 8.C 9.B 10.C 11.B 12.C

1.

- Bir firmanın hiç üretim yapmasa bile (kira, vergi ... türünden) yaptığı giderler firmanın genel giderleridir.
- Bir firmanın TOPLAM MALİYET FONKSİYONU üretim esnasında yapılan giderleri ifade eden fonksiyon ile genel giderlerin toplanması ile bulunur.

Örneğin; x adet ürünü elde etmek için x^2₺ harcaması gereken ve genel giderleri 3000₺ olan bir firmanın toplam maliyet fonksiyonu $x^2 + 3000$ liradır.

- Maliyet fonksiyonunun türevi "MARJİNAL MALİYET" dir.

Sevil Hanım'ın sahibi olduğu gömlek atölyesinde aylık genel giderler 4000₺ dir.

- x adet gömlek üretimindeki marjinal maliyet $10 + \frac{x}{500}$ ₺/adettir.

Buna göre, bir ay içinde 500 gömlek üreten bu atölyenin toplam maliyeti kaç liradır?

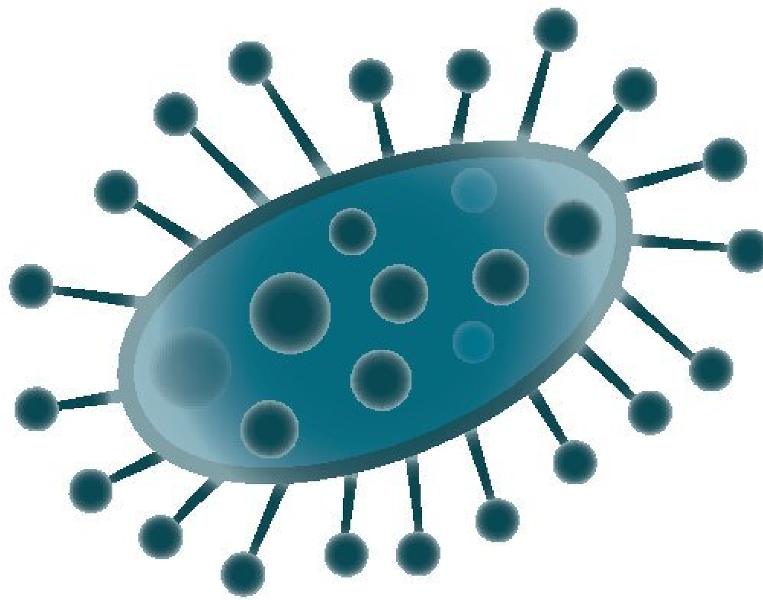
A) 8250 B) 8750 C) 9250 D) 9750 E) 10250

$M(x) = \int \left(10 + \frac{x}{500}\right) dx = 10x + \frac{x^2}{1000} + c$

$M(x) = 10x + \frac{x^2}{1000} + 4000$

$M(500) = 5000 + 250 + 4000 = 9250$ Cevap C

2.



Belli bir ortamda başlangıçta 50 bakteri vardır.

t hafta türünden olmak üzere, bu ortamdaki bakteri sayısının artış hızı $100(t^2 - 2)$ adet/hafta olduğuna göre, başlangıçtan 3 hafta sonra ortamda kaç bakteri bulunur?

A) 750 B) 650 C) 550 D) 450 E) 350

$N(t) = 100 \int (t^2 - 2)\,dt = 100\left(\frac{t^3}{3} - 2t\right) + c$

$N(t) = 100\left(\frac{t^3}{3} - 2t\right) + 50$

$N(3) = 100(9 - 6) + 50 = 350$ Cevap E

3.

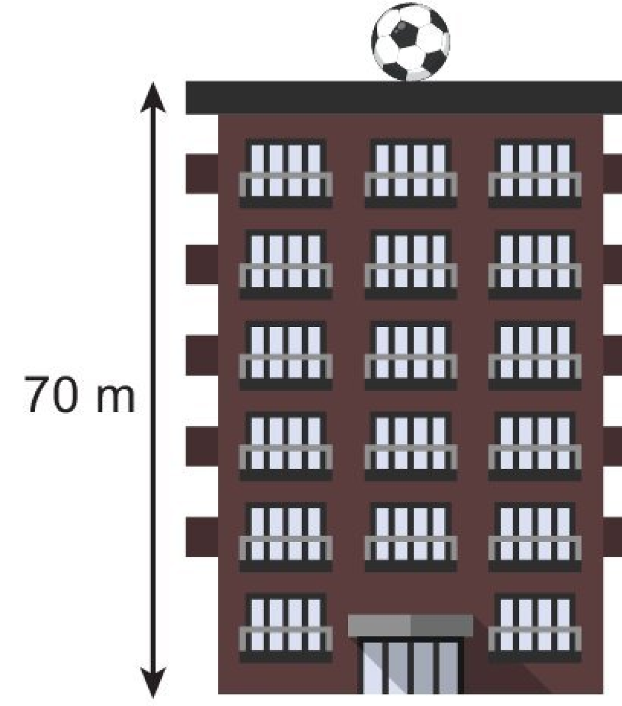
S(t) : Bir cismin konum zaman denklemi

V(t) : Bir cismin hız zaman denklemi

a(t) : Bir cismin ivme zaman denklemi

$V(t) = \int a(t)dt$ $S(t) = \int V(t)dt$

- Yukarı yön pozitif kabul edilerek yerçekimi ivmesi $a(t) = -9{,}8$ m/sn^2 dir.



Yerden 70 m yüksekte bulunan bir binanın terasından yukarı doğru fırlatılan bir topun ilk hızı 49 m/sn dir. Top yerçekimi ivmesi etkisinde en yüksek noktaya çıktıktan sonra tekrar aynı noktaya geri düşmüştür.

Buna göre,

I. Topun hız denklemi $V(t) = 49 - 9{,}8t$ dir.

II. Top 5 saniyede maksimum yüksekliğe çıkar.

III. Topun konum denklemi $S(t) = 49t - 4{,}9t^2 + 70$ dir.

IV. Top fırlatıldıktan 1 saniye sonra yerden 114,1 metre yüksekte olur.

ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

Hepsi doğrudur.

I. $V(t) = \int (-9{,}8)\,dt = (-9{,}8)t + c \Rightarrow V(t) = (-9{,}8)t + 49$

II. Hız = 0 için yükseklik en çok olur.

$(-9{,}8)t + 49 = 0 \Rightarrow t = 5$

III. $S(t) = \int [(-9{,}8)t + 49]dt = (-4{,}9)t^2 + 49t + c$

$\Rightarrow S(t) = (-4{,}9)t^2 + 49t + 70$

IV. $S(1) = -4{,}9 + 49 + 70 = 114{,}1$ Cevap A

4. **$y = f(x)$ için $f'(x) = f^3(x)$ ve $f(1) = \frac{1}{2}$ olduğuna göre, $f(-1)$ kaç olabilir?**

A) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

$\frac{dy}{dx} = y^3 \Rightarrow \frac{1}{y^3}dy = dx$

$\Rightarrow -\frac{1}{2y^2} = x + c$

$f(1) = \frac{1}{2} \Rightarrow -2 = 1 + c \Rightarrow c = -3$

$f(-1) = k \Rightarrow -\frac{1}{2k^2} = -1 - 3 \Rightarrow k^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow k = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

Cevap: B

1. $\displaystyle\int \frac{3x^5}{\sqrt{x^3+1}}dx$

integralinde $k=\sqrt{x^3+1}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int (k^2-1)dk$ B) $2\int (k^2-1)dk$

C) $3\int (k^2-1)dk$ D) $2\int (k^2+1)dk$

E) $3\int (k^2+1)dk$

$k^2 = x^3+1$

$2kdk = 3x^2dx$

$\displaystyle\int \frac{x^3}{\sqrt{x^3+1}}3x^2dx = \int \frac{k^2-1}{k}.2kdk = 2\int (k^2-1)dk$

Cevap B

2. $\displaystyle\int x\sqrt{x^2+2}\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3}\cdot\sqrt{x^2+2}+c$ B) $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{x^2+2}+c$

C) $\sqrt{x^2+2}+c$ D) $\frac{1}{2}\cdot(x^2+2)\sqrt{x^2+2}+c$

E) $\frac{1}{3}\cdot(x^2+2)\sqrt{x^2+2}+c$

$x^2+2=u$ olsun. $2x.dx=du \Rightarrow x.dx=\frac{du}{2}$ olur.

$\displaystyle\int \sqrt{x^2+2}\cdot x\cdot dx = \int \sqrt{u}\cdot\frac{du}{2} = \frac{1}{2}\int u^{\frac{1}{2}}\cdot du$

$\displaystyle= \frac{1}{2}\cdot\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+c = \frac{1}{3}\cdot u^{\frac{3}{2}}+c = \frac{1}{3}\cdot u\sqrt{u}+c$

$= \frac{1}{3}\cdot(x^2+2)\cdot\sqrt{x^2+2}+c$ bulunur.

Cevap E

3. $\displaystyle\int \frac{24}{\sqrt{x+9}-\sqrt{x-7}}dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x+9)^{\frac{5}{4}}+(x-7)^{\frac{5}{4}}+c$ B) $(x+9)^{\frac{4}{3}}+(x-7)^{\frac{4}{3}}+c$

C) $(x+9)^{\frac{3}{2}}+(x-7)^{\frac{3}{2}}+c$ D) $(x+9)^{\frac{2}{3}}+(x-7)^{\frac{2}{3}}+c$

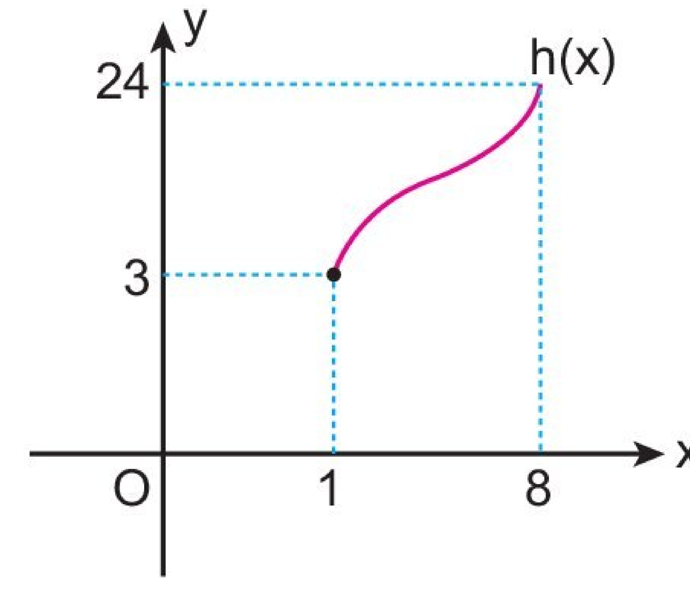
E) $(x+9)^{\frac{1}{2}}+(x-7)^{\frac{1}{2}}+c$

$f(x) = \frac{24}{16}\int(\sqrt{x+9}+\sqrt{x+7})dx$

$f(x) = \frac{3}{2}\left(\frac{(x+9)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+\frac{(x-7)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right) = (x+9)\sqrt{x+9}+(x-7)\sqrt{x-7}+c$

Cevap C

4.



Şekilde h(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$f(x) = \int x^2h'(x^3)dx$

$f(2) = 10$

olduğuna göre, f(1) değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$x^3 = u$

$3x^2dx = du$

$x^2dx = \frac{1}{3}du$

$f(x) = \int h'(u).\frac{1}{3}du = \frac{1}{3}h(u)+c$

$f(x) = \frac{1}{3}h(x^3)+c$

$f(2) = \frac{h(8)}{3}+c = \frac{24}{3}+c = 10$

$f(x) = \frac{1}{3}h(x^3)+2 \Rightarrow f(1) = \frac{3}{3}+2 = 3$

Cevap C

5. $\displaystyle\int \frac{\ln\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}}dx$

integralinde $u=\sqrt[3]{x}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int \ln u\,du$ B) $\int 2\ln u\,du$ C) $\int 3\ln u\,du$

D) $\int \frac{\ln u}{u}du$ E) $\int \frac{2\ln u}{u}du$

$\sqrt[3]{x}=u \Rightarrow x=u^3 \Rightarrow dx=3u^2du$

$\Rightarrow \int \frac{\ln u}{u^2}.3u^2du \Rightarrow \int 3\ln u\,du$

Cevap C

1.B 2.E 3.C 4.C 5.C

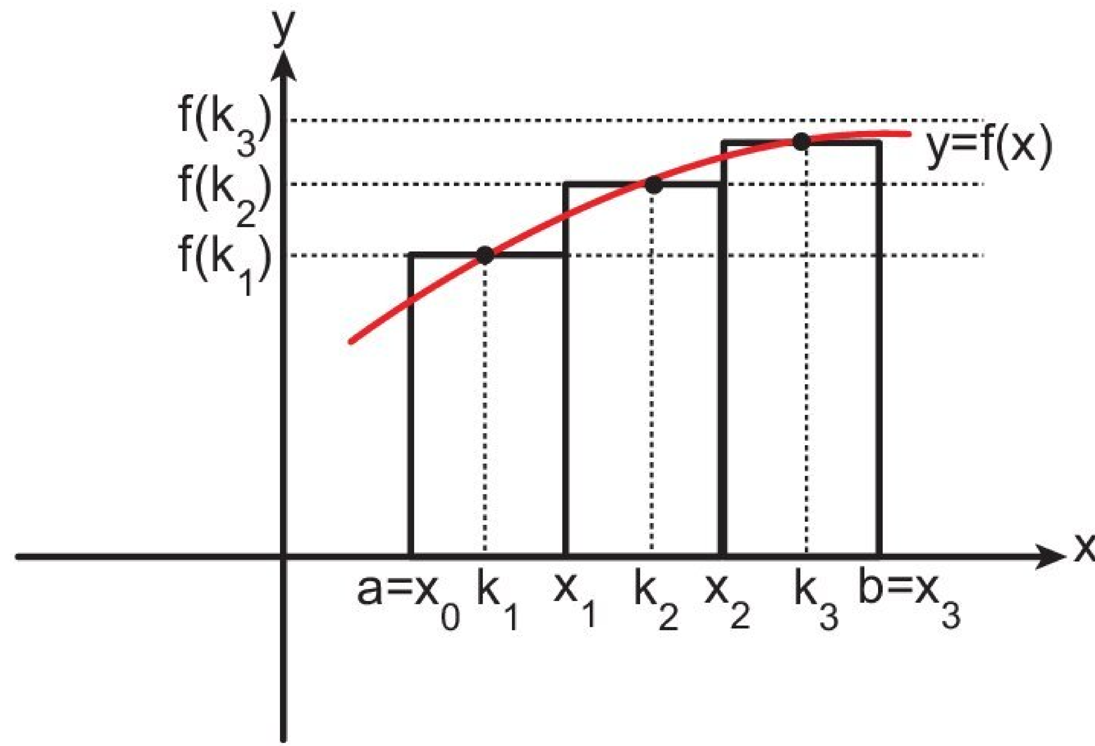


BELİRLİ İNTEGRAL

I. Bir Fonksiyonun Grafiği ile x ekseni arasında kalan sınırlı bölgenin alanının Riemann Toplamı yardımıyla yaklaşık olarak hesaplanması:

[a, b] aralığında pozitif tanımlı y = f(x) fonksiyon eğrisi ile x ekseni arasında kalan bölgelerin alanlarının yaklaşık olarak hesaplanmasında Riemann toplamı yöntemi kullanılır.

- Bu yöntemde [a, b] aralığı uygun alt aralıklara bölünerek elde edilen dikdörtgenlerin alanları toplanır.



Şekilde [a, b] aralığı 3 alt aralığa bölünerek bu alt aralıkların elemanları olan k_1, k_2 ve k_3 kullanılarak elde edilen dikdörtgenlerin alanları toplamı hesaplandığında gerçek alana yaklaşık bir değer elde edilir.

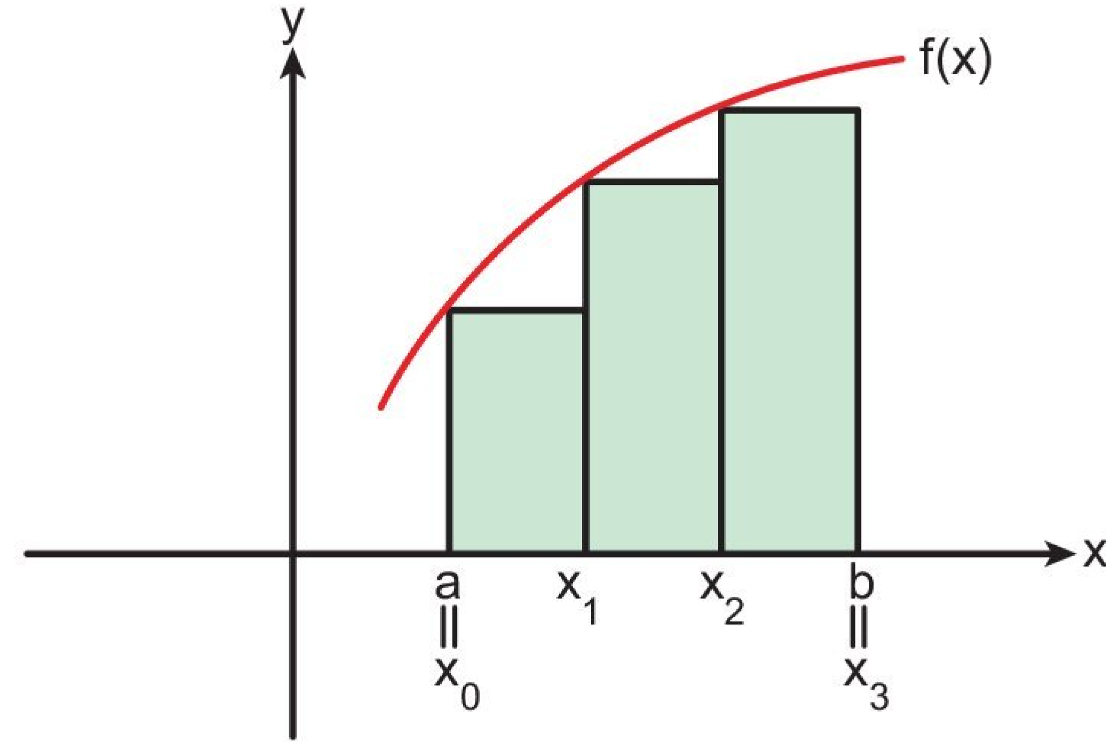
$S \cong (x_1 - a) \,.\, f(k_1) + (x_2 - x_1) \,.\, f(k_2) + (b - x_2)\, f(k_3)$

$x_{n+1} - x_n = \Delta x_n$ olursa

$S \cong f(k_1) \,.\, \Delta x_1 + f(k_2) \,.\, \Delta x_2 + f(k_3)\, \Delta x_3$ bulunur.

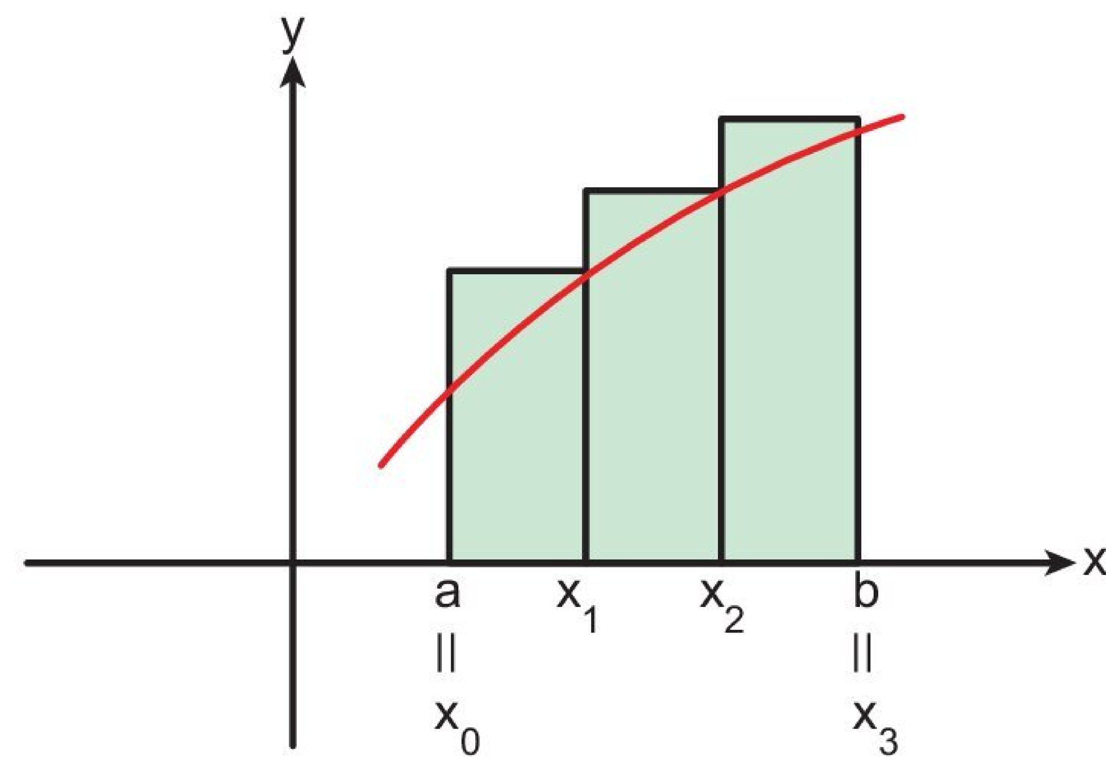
- Aralık sayısı arttıkça gerçek alana daha yakın sonuçlar elde edilir.
- k_n sayıları, x_{n-1} seçilirse elde edilen toplama **Riemann Alt Toplamı**, x_n seçilirse elde edilen toplama **Riemann Üst Toplamı** denir.

Riemann Alt Toplamı



Alan $\cong f(x_0) \,.\, \Delta x_0 + f(x_1)\, \Delta x_1 + f(x_2) \,.\, \Delta x_2$

Riemann Üst Toplamı



Alan $\cong f(x_1) \,.\, \Delta x_1 + f(x_2) \,.\, \Delta x_2 + f(x_3) \,.\, \Delta x_3$

- Eğer her bir aralık eşit genişlikte seçilirse Δx_i yerine n eşit aralık için $\Delta x = \dfrac{b-a}{n}$ kullanılır.

Örneğin, uygun f(x) fonksiyon eğrisinin [1, 5] aralığında x ekseni ile arasında kalan bölgenin alanı

i) Riemann alt toplamı ile

$\Delta x = \dfrac{5-1}{n} = \dfrac{4}{n}$ olmak üzere,

$$\text{Alan} \cong f(1)\cdot\frac{4}{n} + f\left(1+\frac{4}{n}\right)\frac{4}{n} + \ldots + f\left(1+(n-1)\frac{4}{n}\right)\cdot\frac{4}{n}$$

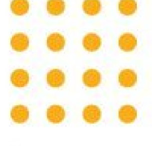
$$= \sum_{k=0}^{n-1} f\left(1+k\cdot\frac{4}{n}\right)\cdot\frac{4}{n}$$

ii) Riemann üst toplamı ile

$$\text{Alan } A \cong f\left(1+\frac{4}{n}\right)\cdot\frac{4}{n}+f\left(1+2\cdot\frac{4}{n}\right)\cdot\frac{4}{n}+\ldots f\left(1+n\cdot\frac{4}{n}\right)\cdot\frac{4}{n}$$

$$=\sum_{k=1}^{n} f\left(1+k\cdot\frac{4}{n}\right)\cdot\frac{4}{n}$$

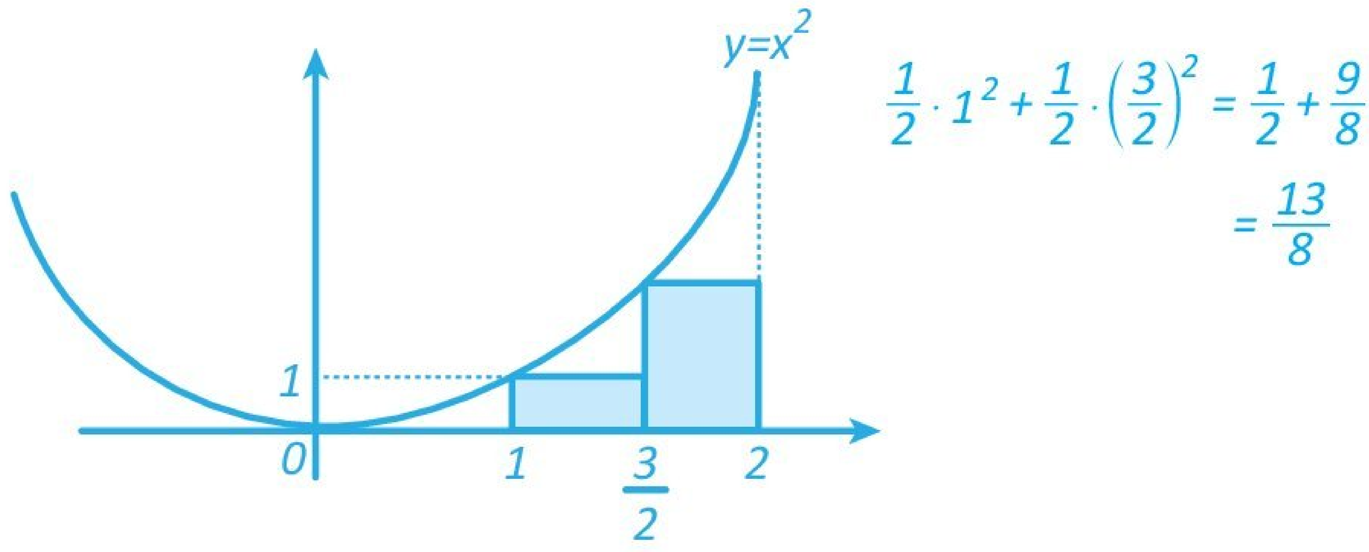
şeklinde hesaplanır.



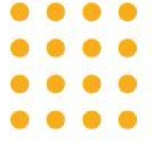
Örnek 1

$y = x^2$ eğrisinin [1, 2] aralığında x ekseni ile arasında kalan bölgenin alanı, 2 eşit alt aralık kullanarak Riemann alt toplam yöntemi ile kaç birimkare bulunur?

A) $\frac{7}{4}$ B) $\frac{13}{8}$ C) $\frac{7}{3}$ D) $\frac{15}{7}$ E) $\frac{16}{7}$



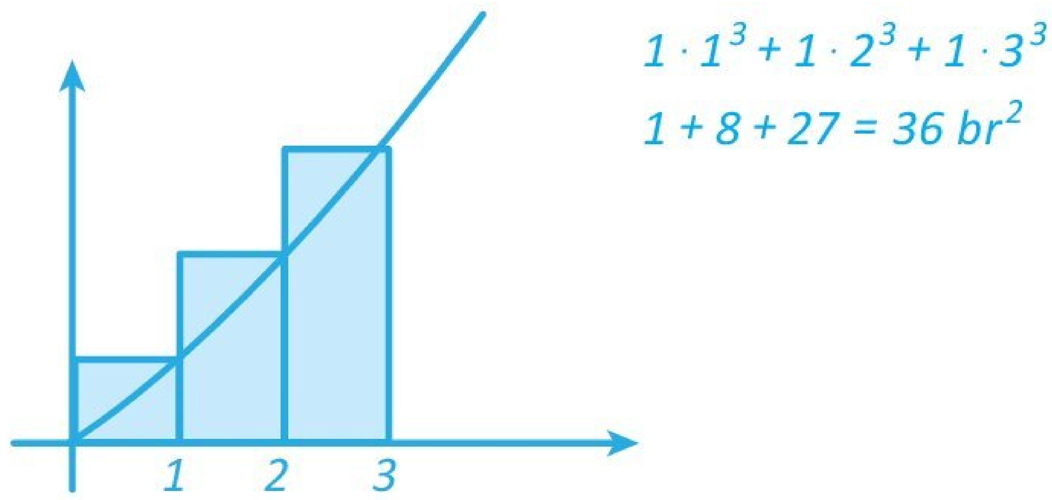
Cevap: B



Örnek 2

$y = x^3$ eğrisinin [0, 3] aralığında x ekseni ile arasında kalan bölgenin alanı, 3 eşit alt aralık kullanarak Riemann üst toplam yöntemi ile kaç birimkare bulunur?

A) 28 B) 30 C) 32 D) 36 E) 37

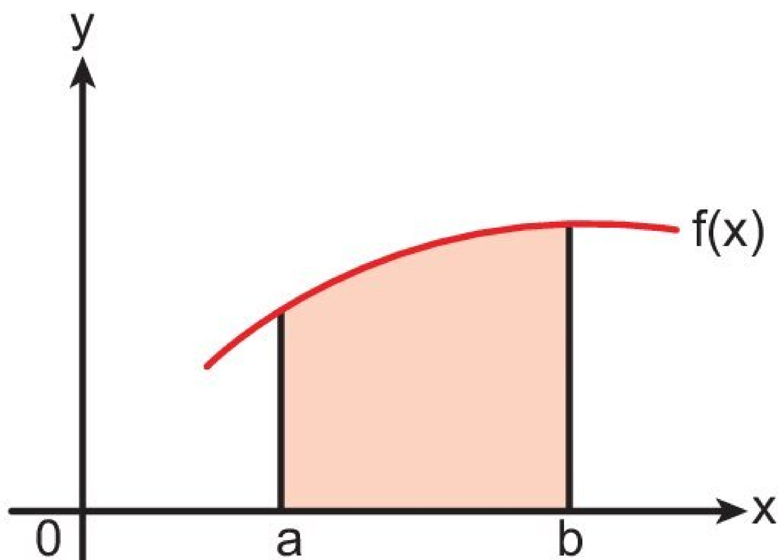


Cevap: D

II. Riemann Toplamından Belirli İntegrale Geçiş

$\sum_{k=1}^{n}\triangle x f(x_k)$ Riemanın toplamında n nin sonsuza yaklaşması durumunda elde edilen değer gerçek alanı verir.

Yani,



$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\triangle x\cdot f(x_k)=S \text{ olur.}$$

Bu limit değerine, f fonksiyonunun [a, b] aralığındaki belirli integrali denir.

$$\lim_{x\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\triangle x\cdot f(x_k)=\int_a^b f(x)dx \text{ biçiminde ifade edilir.}$$

> f(x) fonksiyonu [a, b] aralığında sürekli ve $F'(x) = f(x)$ olmak üzere,
> $$\int_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a) \text{ dır.}$$

$$f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{F(x_0+h)-F(x_0)}{h}$$

$h = \Delta x$ olursa

$n\to\infty$

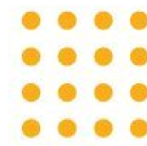
$h\to 0$

$$f(x_0)\cdot\triangle x+f(x_1)\triangle x+\ldots+f(x)\cdot\triangle x_n$$

$$f(x_0)\cdot\triangle x+f(x_1)\triangle x+\ldots+f(x)\cdot\triangle x_n$$

$$\lim_{h\to 0}\left(\frac{F(x_0+h)-F(x_0)}{\not h}\cdot\not h+\frac{F(x_1+h)-f(x)}{\not h}\cdot\not h+\ldots+\frac{F(x_n+h)-f(x_n)}{\not h}\right)$$

$$F(x_n)-F(x_0)=F(b)-F(a)$$



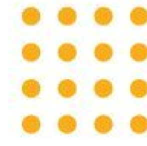
Örnek 3

$\int_{-2}^{1}(3x^2+2)dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 9 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

$=(x^3+2x)\Big|_{-2}^{1}=(1^3+2\cdot 1)-((-2)^3+2\cdot(-2))=3-(-8-4)=15$

Cevap: E



Çıkmış Soru 1

a bir gerçel sayı olmak üzere,

$$\int_1^3(3x^2+2ax+a)dx=56$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

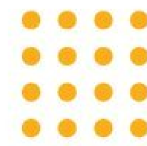
2022 AYT

$(x^3+ax^2+ax)\Big|_1^3=(27+9a+3a)-(1+a+a)$

$56=26+10a$

$3=a$

Cevap: A



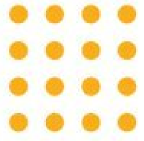
Örnek 4

$\int_4^9\frac{dx}{\sqrt{x}}$ **integralinin değeri kaçtır?**

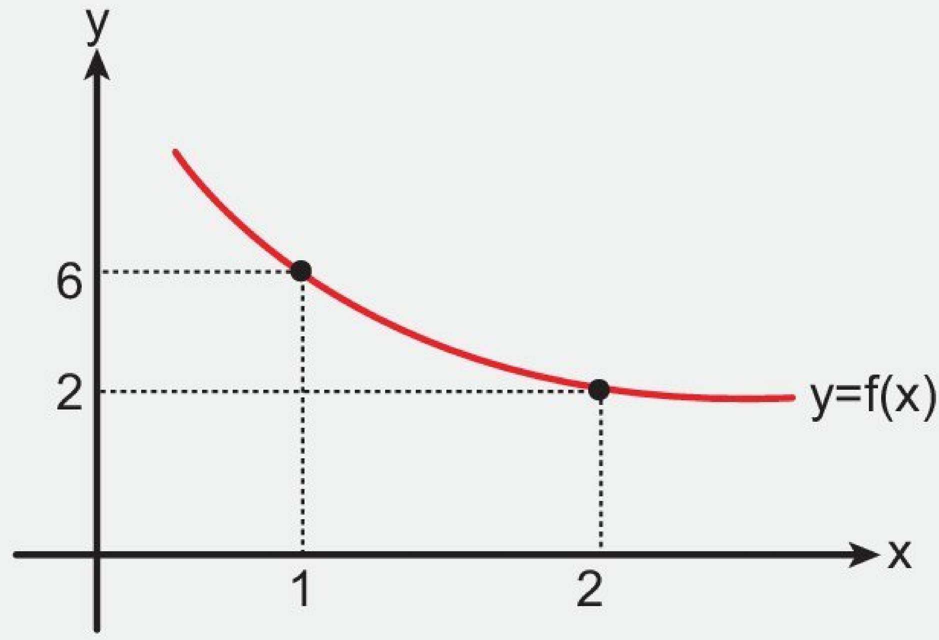
A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) 4 E) $\frac{9}{2}$

$\int_4^9\frac{dx}{\sqrt{x}}=2\sqrt{x}\Big|_4^9=2\cdot\sqrt{9}-2\cdot\sqrt{4}=6-4=2$

Cevap: A



Örnek 5



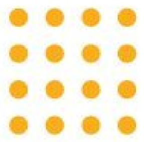
Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğine göre,

$\int_1^2 f'(x)dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 2 B) 1 C) –2 D) –3 E) –4

$\int_1^2 f'(x)dx = f(x)\Big|_1^2 = f(2) - f(1) = 2 - 6 = -4$

Cevap: E



Örnek 6

$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}$ **integralinin değeri kaçtır?**

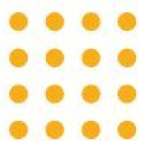
A) 4 B) $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{4\sqrt{2}-4}{3}$ D) $\frac{3\sqrt{2}-1}{3}$ E) 6

$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} = \int_0^1 (\sqrt{x+1}-\sqrt{x})dx = \left(\frac{2}{3}(x+1)\sqrt{x+1} - \frac{2}{3}x\sqrt{x}\right)\Big|_0^1$

$(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})$

$= \left(\frac{2}{3}2\sqrt{2} - \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{2}{3} - 0\right) = \frac{4\sqrt{2}-4}{3}$

Cevap: C



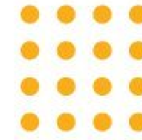
Örnek 7

$\int_3^4 d(2^{x-1})$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 33 B) 32 C) 12 D) 6 E) 5

$\int_3^4 d(2^{x-1}) = 2^{x-1}\Big|_2^4 = 2^3 - 2 = 6$

Cevap: D



Örnek 8

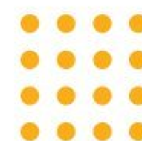
$\int_1^9 \sqrt{x}\,dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 12 B) 15 C) $\frac{52}{3}$ D) 18 E) $\frac{56}{3}$

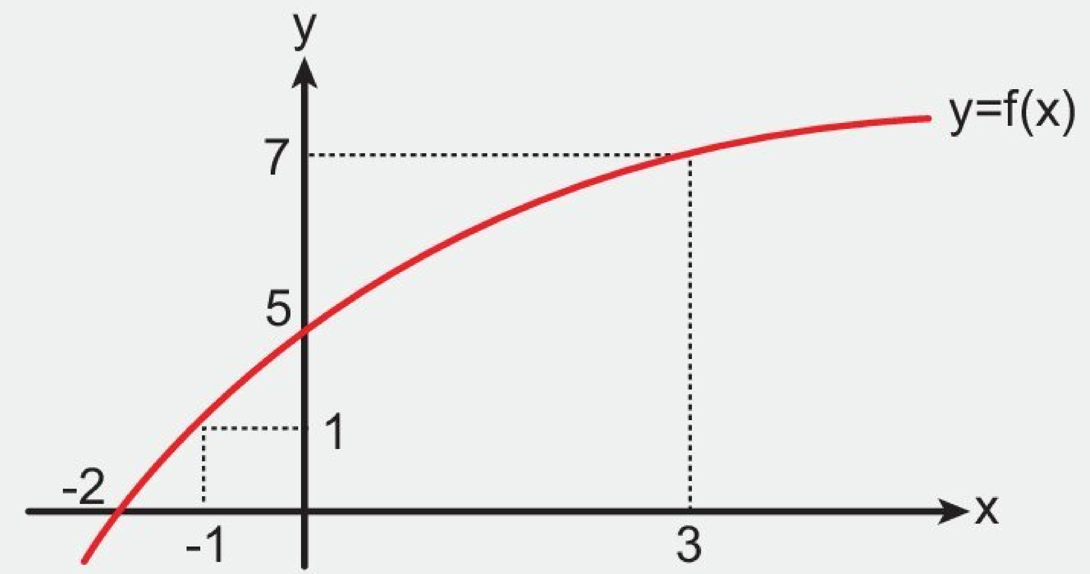
$\int_1^9 \sqrt{x}\cdot dx = \frac{2}{3}x\sqrt{x}\Big|_1^9 = \frac{2}{3}9\sqrt{9} - \frac{2}{3}1\sqrt{1}$

$= 18 - \frac{2}{3} = \frac{52}{3}$

Cevap: C



Örnek 9



Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğine göre,

$\int_{-1}^3 f^2(x)\cdot f'(x)dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 96 B) 102 C) 108 D) 114 E) 120

$\int_{-1}^3 f^2(x)\cdot f'(x)dx$

u = f(x)

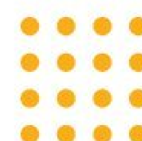
du = f'(x)dx

x = –1 u = 1

x = 3 u = 7

$= \frac{u^3}{3}\Big|_1^7 = \frac{7^3}{3} - \frac{1^3}{3} = 114$

Cevap: D



Örnek 10

$\int_{-2}^0 (x+2)^3dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –4 B) –2 C) 4 D) 6 E) 12

$\frac{(x+2)^4}{4}\Big|_{-2}^0 = \frac{2^4}{4} - \frac{0^4}{4} = 4$

Cevap: C

Örnek 11

$\int_2^6 f(4x)dx = A$ olduğuna göre, $\int_8^{24} f(x)dx$ integralinin A cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{A}{4}$ B) $\frac{A}{2}$ C) 2A D) 4A E) 8A

$\int_2^6 f(4x)dx = A$

$u = 4x$

$du = 4 \cdot dx \Rightarrow dx = \frac{du}{4}$

$x = 2 \Rightarrow u = 8$

$x = 6 \Rightarrow u = 24$

$\int_8^{24} f(u)\frac{du}{4} = A \Rightarrow \int_8^{24} f(u)du = 4 \cdot A \Rightarrow \int_8^{24} f(x) \cdot dx = 4A$

Cevap: D

Örnek 12

$$\frac{d}{dx}\left(\int_1^5 \frac{x^3}{(x^4+1)^3}dx\right)$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 1 C) $\frac{1}{(x^4+1)^4}$

D) $-\frac{x^3}{(x^4+1)^4} + c$ E) $\frac{x^4}{(x^4+1)^4} + c$

$\int_1^5 \frac{x^3}{(x^4+1)^3}dx = k \in \mathbb{R}$

iken $\frac{d}{dx}(k) = 0$ olur.

Cevap: A

Örnek 13

$\int_{-1}^{3} \sqrt{2x+3}\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 8 B) $\frac{26}{3}$ C) 9 D) 10 E) $\frac{32}{3}$

$u = 2x+3$

$du = 2dx$

$x = -1 \Rightarrow u = 1$

$x = 3 \Rightarrow u = 9$

$\int_1^9 \sqrt{u}\frac{du}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} u\sqrt{u}\Big|_1^9$

$= \frac{1}{3}(9\sqrt{9} - 1\sqrt{1})$

$= \frac{1}{3}(27-1) = \frac{26}{3}$

Cevap: B

Örnek 14

$$12\int_1^3 (3x-7)^3 \cdot dx$$

integralinde u = 3x – 7 dönüşümü yapıldığında hangi integral elde edilir?

A) $3\int_{-4}^{1} u^4du$ B) $\int_{-4}^{2} u^2du$ C) $\int_{-1}^{3} \frac{u^3}{3}du$

D) $\int_{-3}^{2} u^3du$ E) $4\int_{-4}^{2} u^3du$

$u = 3x - 7$

$du = 3 . dx$

$x = 1 \Rightarrow u = -4$

$x = 3 \Rightarrow u = 2$

$12\int_{-4}^{2} u^3 \frac{du}{3} = 4\int_{-4}^{2} u^3 \cdot du$

Cevap: E

Örnek 15

$$\int_1^2 2xdx = \int_2^4 axdx$$

olduğuna göre, a değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

$x^2\Big|_1^2 = a\frac{x^2}{2}\Big|_2^4$

$4 - 1 = a(8-2)$

$3 = a \cdot 6$

$a = \frac{1}{2}$

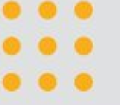
Cevap: B

Örnek Cevapları

1.B	2.D	3.E	4.A	5.E	6.C	7.D	8.C	9.D	10.C
11.D	12.A	13.B	14.E	15.B					

Çıkmış Soru Cevapları

1.A



1. $\int_2^3 3x^2 dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 15 B) 17 C) 19 D) 20 E) 25

$= x^3 \big|_2^3 = 3^3 - 2^3 = 27 - 8 = 19$

Cevap: C

2. $\int_0^1 \frac{xdx}{(x^2+1)^3}$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{16}$

$x^2 + 1 = u$

$du = 2xdx$

$xdx = \frac{du}{2}$

$\frac{1}{2}\int_1^2 \frac{du}{u^3} = -\frac{1}{4u^2}\Big|_1^2$

$= -\frac{1}{16} - \left(-\frac{1}{4}\right)$

$= \frac{3}{16}$

Cevap: E

3. $\int_4^{16} \sqrt{x} \cdot d(\sqrt{x})$

integralinin değeri kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$\sqrt{x} = u \quad du = d(\sqrt{x})$

$x = 4 \Rightarrow u = 2$

$x = 16 \Rightarrow u = 4$

$\Rightarrow \int_2^4 udu = \frac{u^2}{2}\Big|_2^4$

$= 8 - 2 = 6$

Cevap: A

4. $\int_0^1 (x^4+1)^3 \cdot x^3 \cdot dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{9}{16}$ B) $\frac{11}{16}$ C) $\frac{13}{16}$ D) $\frac{15}{16}$ E) $\frac{17}{16}$

$x^4 + 1 = u$

$du = 4x^3 dx$

$x^3 dx = \frac{du}{4}$

$x = 0 \Rightarrow u = 1$

$x = 1 \Rightarrow u = 2$

$\int_1^2 u^3 \cdot \frac{du}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{u^4}{4}\Big|_1^2$

$= \frac{1}{16}(16 - 1)$

$= \frac{15}{16}$

Cevap: D

5. $\int_0^1 x(x^2+1)^2 dx$

integralinin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{6}$ D) 1 E) $\frac{7}{6}$

$x^2 + 1 = u$ olsun

$2x\,dx = du \Rightarrow xdx = \frac{1}{2} du$

$\int_1^2 u^2 \cdot \frac{1}{2} du = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^3}{3}\Big|_1^2 = \frac{1}{6}(8 - 1) = \frac{7}{6}$

Cevap E

6. $\int_1^2 d\left(\frac{x^3+1}{x+1}\right)$

integralinin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$\int_1^2 d\left(\frac{x^3+1}{x+1}\right) = \frac{x^3+1}{x+1}\Big|_1^2 = 3 - 1 = 2$ bulunur.

Cevap B

7. $\dfrac{d}{dx}\left(\int_{7}^{77} \dfrac{x+3}{x+1}\,dx\right)$

integralinin sonucu kaçtır?

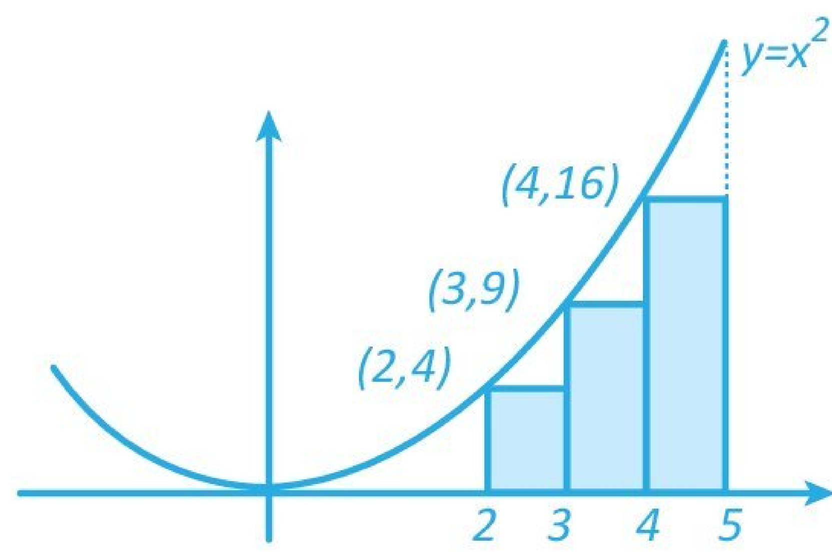
A) 0 B) 1 C) 7 D) 10 E) 77

$\dfrac{d}{dx}\left(\int_{7}^{77} \dfrac{x+3}{x+1}\,dx\right) = 0$ *olur.*

Cevap A

8. **y = x^2 fonksiyonunun [2, 5] aralığında 3 eşit aralığa bölünerek elde edilen Riemann alt toplamının değeri kaçtır?**

A) 25 B) 28 C) 29 D) 32 E) 33



$\triangle x = \dfrac{5-2}{3} = 1$

$4 . 1 + 9 . 1 + 16 . 1 = 29$

Cevap: C

9. $a \neq 0$ ve $a \neq 1$ olmak üzere a bir gerçel sayıdır.

$\int_{a}^{a^2} a \cdot x\,dx = 4 \int_{a^2}^{a^3} a\,dx$ **eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 7 E) 8

$\dfrac{a}{2}(a^4 - a^2) = 4a(a^3 - a^2)$

$a^2(a-1)(a+1) = 8a^2(a-1)$

$a + 1 = 8$

$a = 7$

Cevap D

10. $\int_{0}^{1} \dfrac{x}{\sqrt{9+16x^2}}\,dx$

integralinin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{8}$

$u = 9 + 16x^2 \Rightarrow du = 32x dx$

$x = 0 \Rightarrow u = 9$

$x = 1 \Rightarrow u = 25$

$\int_{9}^{25} \dfrac{du}{32\sqrt{u}} = \dfrac{1}{16}\sqrt{u}\Big|_{9}^{25}$

$= \dfrac{1}{16}(5-3) = \dfrac{1}{8}$

Cevap A

11. $\int_{0}^{2} \sqrt{x^2+3x+6} \cdot (4x+6)\,dx$

integralinin sonucu kaçtır?

A) $\frac{4}{3}(64 - 6\sqrt{6})$ B) $\frac{4}{3}\cdot(16 - \sqrt{6})$

C) $\frac{4}{3}\cdot(48 - 3\sqrt{6})$ D) $\frac{2}{3}\cdot(24 - \sqrt{6})$

E) $\frac{3}{2}\cdot(18 - 2\sqrt{6})$

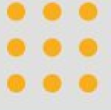
$\int \sqrt{x^2+3x+6} \cdot 2(2x+3)\,dx = \int \sqrt{u} \cdot 2\,du$

$2 \cdot \int u^{\frac{1}{2}}\,du = 2 \cdot \dfrac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Rightarrow \dfrac{4}{3}\cdot(x^2+3x+6)^{\frac{3}{2}}\Big|_{0}^{2}$

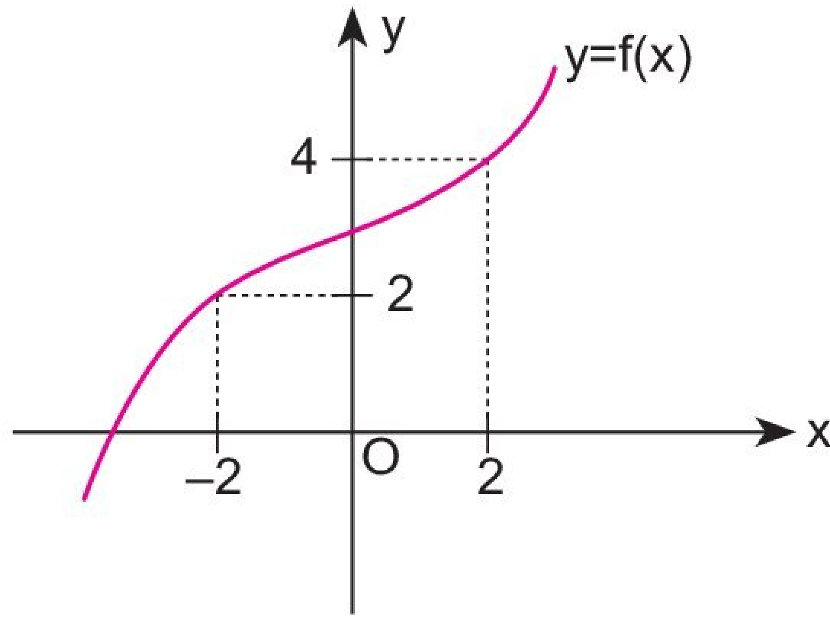
$\dfrac{4}{3}\left([16]^{\frac{3}{2}} - [6]^{\frac{3}{2}}\right) = \dfrac{4}{3}\cdot(64 - 6\sqrt{6})$ *bulunur.*

Cevap A

1.C 2.E 3.A 4.D 5.E 6.B 7.A 8.C 9.D 10.A 11.A



1.



Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\int_{-2}^{2} f^2(x) f'(x)\,dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) 16 B) $\frac{56}{3}$ C) 20 D) $\frac{65}{3}$ E) 24

f(x) = u olsun. f'(x) dx = du olur.

$\int f^2(x)\cdot f'(x)\,dx = \int u^2\,du = \frac{u^3}{3}$

$= \frac{f^3(x)}{3}\Big|_{-2}^{2} = \frac{f^3(2)}{3} - \frac{f^3(-2)}{3} = \frac{4^3}{3} - \frac{2^3}{3} = \frac{56}{3}$ *bulunur.* *Cevap B*

2. y = f(x) fonksiyonuna x = 4 ve x = 13 apsisli noktalardan çizilen teğetler yatay ekseni sırasıyla eksenin pozitif tarafı ile 45° ve 135°'lik açı yapacak biçimde kesmektedir.

Buna göre, $\int_{1}^{4} f''(3x+1)\,dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) –2 B) –1 C) $-\frac{2}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) 1

1) f'(4) = 1 ve. f'(13) = –1

2) 3x + 1 = u $dx = \frac{1}{3}du$

3) $\int_{1}^{4} f''(3x+1)\,dx = \int_{4}^{13} f''(u)\frac{1}{3}du = \frac{1}{3}[f'(13) - f'(4)] = \frac{1}{3}[-1-1] = -\frac{2}{3}$

Cevap C

3. $\int_{8}^{10} (2x+4)\left(\frac{1}{2}x-4\right)^3 dx$

integralinde $k = \frac{1}{2}x - 4$ dönüşümü yapılırsa elde edilen integral aşağıdakilerden hangisi olur?

A) $16\int_{0}^{1}(k^4+5k^3)\,dk$ B) $8\int_{0}^{1}(k^4+5k^3)\,dk$

C) $16\int_{0}^{1}(2k^5-5k^4)\,dk$ D) $8\int_{0}^{1}(2k^5-3k^4)\,dk$

E) $4\int_{0}^{1}(2k^5-3k^4)\,dk$

1) $\frac{1}{2}x - 4 = k$

$x = 2k + 8$

$dx = 2dk$

2) $x = 10 \Rightarrow k = 1$

$x = 8 \Rightarrow k = 0$

3) $I = \int_{0}^{1}(4k+20).k^3.2\,dk$

$I = \int_{0}^{1} 8.(k+5).k^3\,dk$

$I = \int_{0}^{1} 8.(k^4+5k^3)\,dk$

Cevap B

4. $\int_{2}^{\sqrt[3]{9}} (x^2+2x+4)^3(x-2)^3x^2\,dx$

integralinin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{12}$

$\int_{2}^{\sqrt[3]{9}} (x^3-8)^3x^2\,dx = \int_{u=0}^{u=1} u^3\cdot\frac{1}{3}du = \frac{u^4}{12}\Big|_0^1 = \frac{1}{12}$

Cevap E

5. $\int_{-1}^{62} \frac{x+\sqrt{x+2}}{\sqrt[3]{x+2}}\,dx$

integralinde x + 2 = k^6 dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{0}^{62}(k^6+k^3-1)\,dk$ B) $4\int_{0}^{2}(k^9+k^3-2)\,dk$

C) $\int_{1}^{2}(k^6+k^3-2)\,dk$ D) $6\int_{1}^{2}(k^9+k^6-2k^3)\,dk$

E) $3\int_{1}^{2}(k^9+k^6-k^3)$

$x + 2 = k^6$

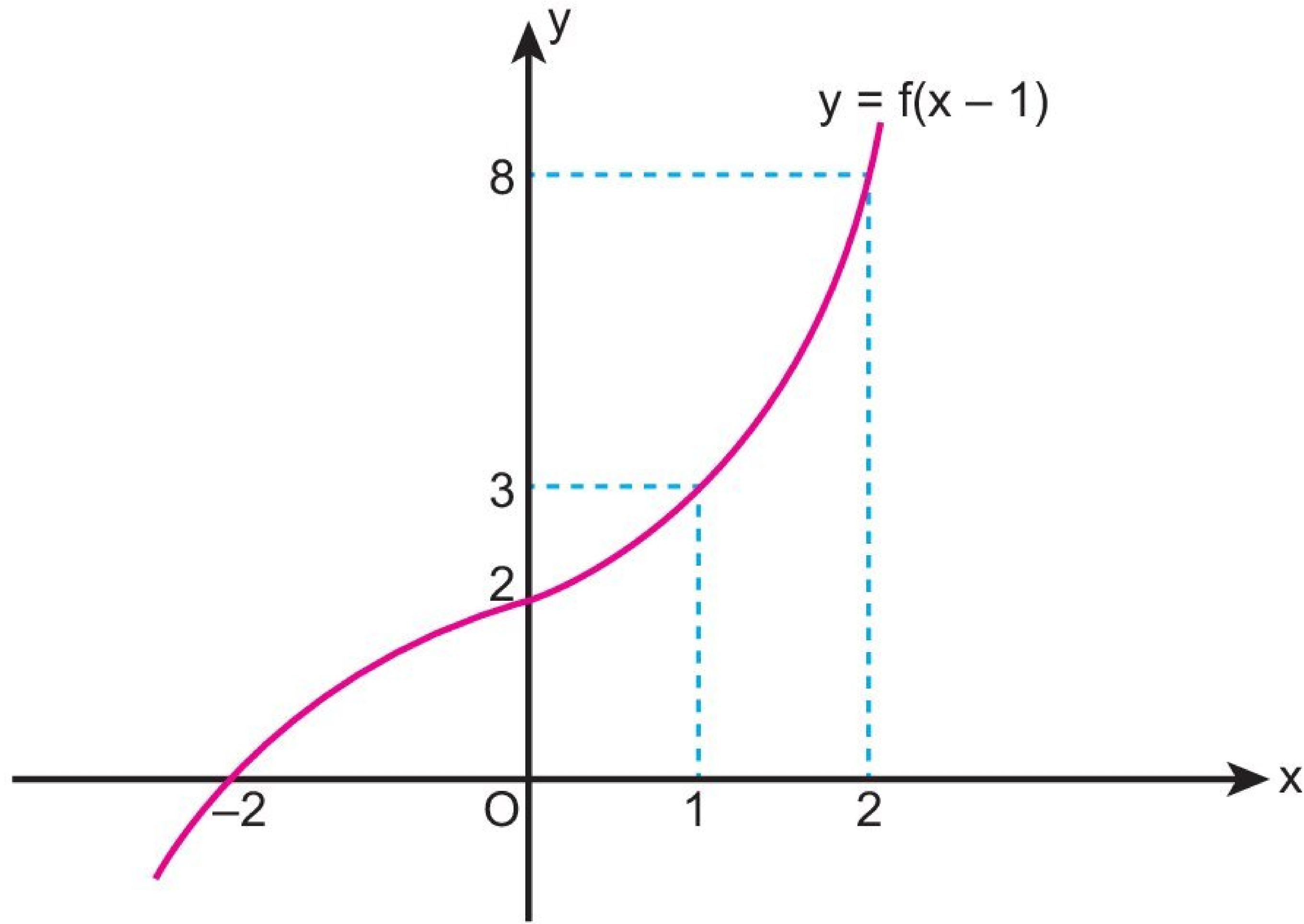
$dx = 6k^5\,dk$

$I = \int_{1}^{2}\frac{(k^6-2)+k^3}{k^2}6k^5\,dk$

$I = 6\int_{1}^{2}(k^9+k^6-2k^3)\,dk$

Cevap D

6.



Şekilde y = f(x – 1) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_0^2 f'(1-2x)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Noktaları y = f(x – 1) fonksiyonunda sağlatalım: f(–3) = 0, f(1) = 8

$1-2x=u$

$-2dx=du$

$dx=-\frac{1}{2}du$

$$\int_1^{-3} f'(u)\left(-\frac{1}{2}\right)du = -\frac{1}{2}(f(-3)-f(1))$$

$$= -\frac{1}{2}(0-8) = 4$$

Cevap D

7. $\int_1^3 d\left(\frac{x+1}{x+7}\right)$

integralinin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{20}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{3}{20}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

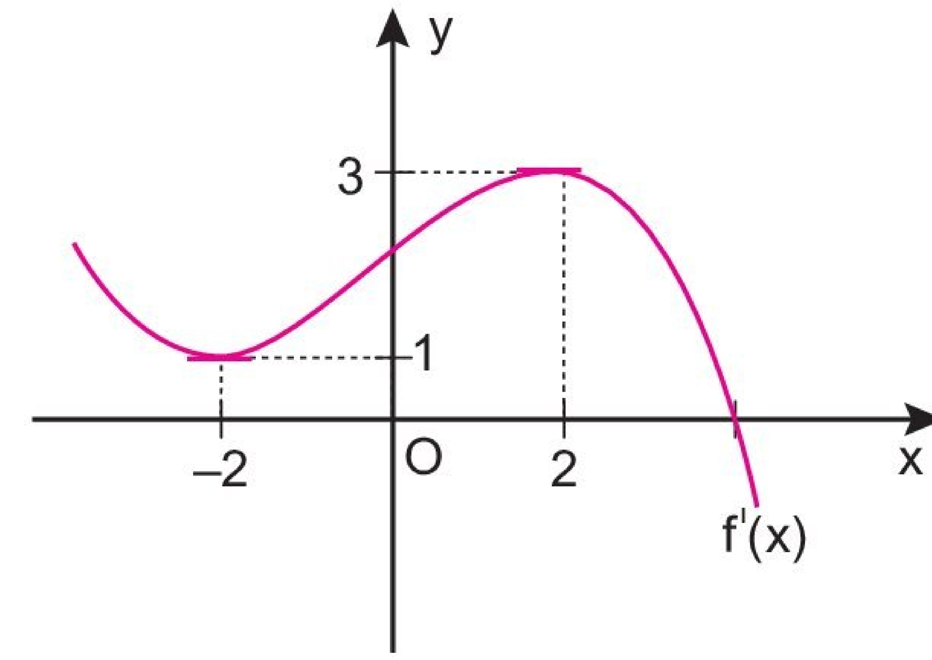
$$\int_1^3 d\left(\frac{x+1}{x+7}\right) = \frac{x+1}{x+7}\Big|_1^3$$

$$= \frac{4}{10} - \frac{2}{8}$$

$$= \frac{2}{5} - \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$$ *bulunur.*

Cevap C

8.



Şekilde y = f '(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

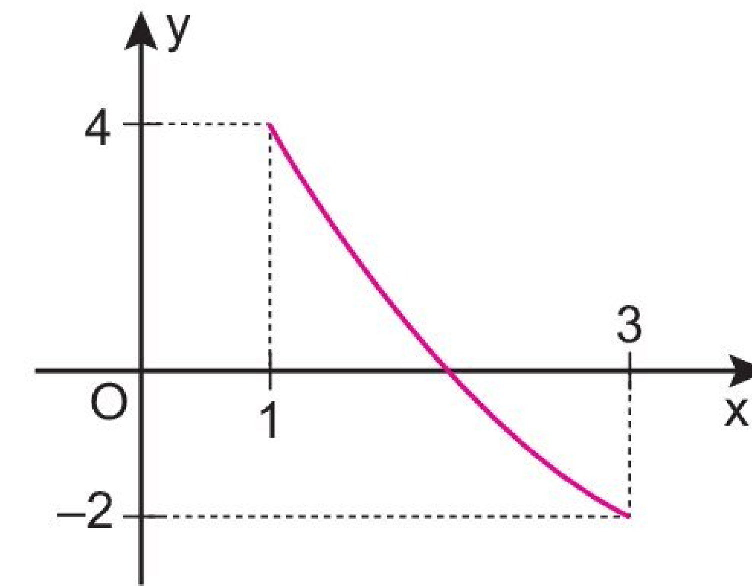
Buna göre, $\int_{-2}^{2} f'(x).f''(x)\,dx$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) 2 B) 4 C) 5 D) 8 E) 10

$$I = \int_1^3 u\,du = \frac{1}{2}u^2\Big|_1^3 = \frac{1}{2}(9-1) = 4$$

Cevap B

9.



Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_1^3 (x.f'(x) + f(x))\,dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

A) 8 B) 6 C) –6 D) –8 E) –10

$$\int_1^3 d\,(x.f(x)) = [x.f(x)]\Big|_1^3 = 3.f(3) - f(1) = -6 - 4 = -10$$

Cevap E

1.B 2.C 3.B 4.E 5.D 6.D 7.C 8.B 9.E



BELİRLİ İNTEGRAL

I. Belirli İntegralin Özellikleri

- $\int_a^a f(x)dx = 0$
- $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$
- a < c< b olmak üzere, $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$
- $\int_a^b k\cdot f(x)dx = k\cdot \int_a^b f(x)dx$
- $\int_a^b [f(x)\mp g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \mp \int_a^b g(x)dx$
- f(x) tek fonksiyon iken $\int_{-a}^a f(x)\cdot dx = 0$
- f(x) çift fonksiyon iken $\int_{-a}^a f(x)dx = 2\cdot \int_0^a f(x)dx = 2\int_{-a}^0 f(x)dx$

Örnek 1

$$\int_2^3 \left(x - \frac{1}{x}\right)dx + \int_2^3 \left(3x^2 + x + \frac{1}{x}\right)dx$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 21 D) 24 E) 28

$= \int_2^3 \left(x - \frac{1}{x} + 3x^2 + x + \frac{1}{x}\right)dx = \int_2^3 (3x^2 + 2x)dx$

$= (x^3 + x^2)\Big|_2^3 = (3^3 + 3^2) - (2^3 + 2^2)$

$= 36 - 12$

$= 24$

Cevap: D

Örnek 2

$$\int_{-2023}^{2023} (x^5 - 3x^3 + 6x - 2)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) -8092 B) -4046 C) 0 D) 2023 E) 8092

$= \underbrace{\int_{-2023}^{2023} \underbrace{(x^5 - 3x^3 + 6x)}_{\text{tek fonk.}}dx}_{0} + \int_{-2023}^{2023} (-2)dx = -2x\Big|_{-2023}^{2023}$

$= -2(2023 - (-2023))$

$= -8092$

Cevap: A

Örnek 3

$$\int_1^5 f'(2x)dx = 8 \text{ ve } f(2) + f(10) = 12$$

olduğuna göre, f(2) . f(10) çarpımının değeri kaçtır?

A) –28 B) –24 C) –6 D) 12 E) 18

$2x = u \quad du = 2dx$

$x = 5 \Rightarrow u = 10$

$\int_1^5 f'(2x)dx = \int_2^{10} f'(u)\frac{du}{2} = \frac{1}{2}f(u)\Big|_{u=2}^{u=10}$

$x = 1 \Rightarrow u = 2$

$= \frac{1}{2}(f(10) - f(2)) = 8$

$f(10) - f(2) = 16$

$f(2) + f(10) = 12$

Ortak çözüm: f(10) = 14 ve f(2) = –2

Bu durumda f(2) . f(10) = (–2) . 14 = –28

Cevap: A



Örnek 4

$$\int_{-1}^{2}(x^2+2x)(x+1)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{49}{4}$ B) $\frac{51}{4}$ C) 15 D) $\frac{63}{4}$ E) 16

$x^2+2x=u$

$du=(2x+2)dx \Rightarrow (x+1)dx=\frac{du}{2}$

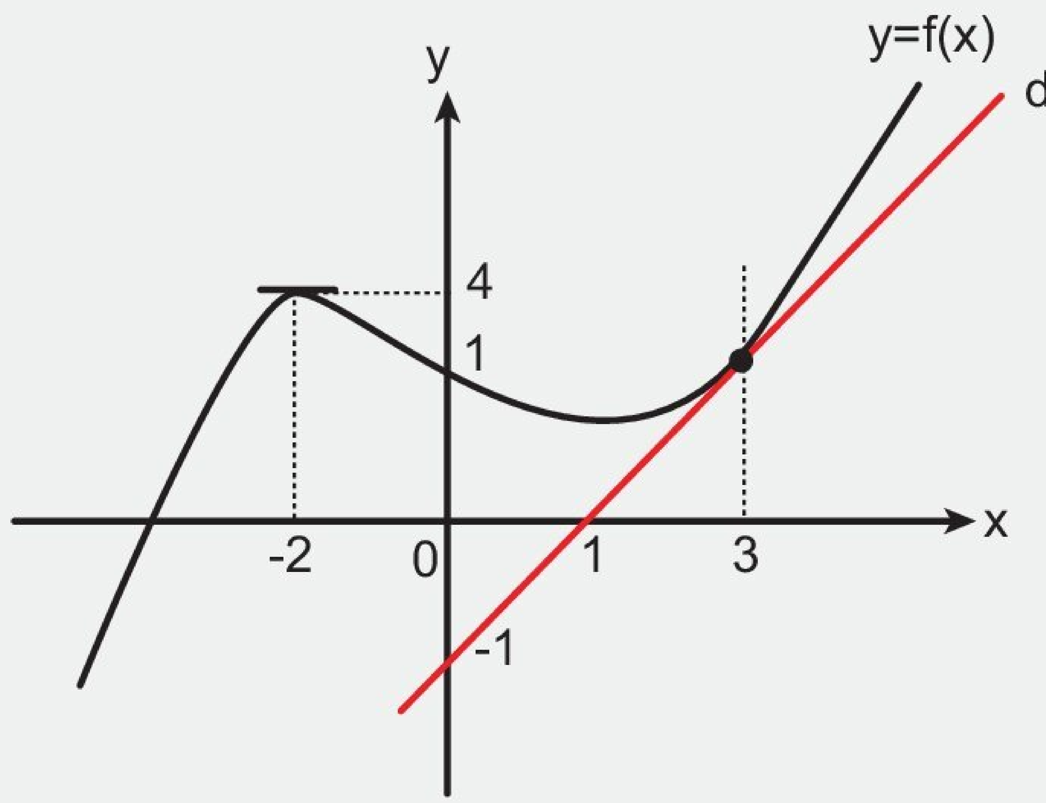
$x=-1 \Rightarrow u=-1$

$x=2 \Rightarrow u=8$ $\int_{-1}^{2}(x^2+2x)(x+1)dx=\int_{-1}^{8}u\frac{du}{2}$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{u^2}{2}\right)\Big|_{-1}^{8}=\frac{1}{4}(8^2-(-1)^2)=\frac{63}{4}$

Cevap: D

Örnek 5



Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğinde fonksiyon eğrisine x = 3 te çizilen teğet doğrusu eksenleri (1, 0) ve (0, –1) noktalarında kesiyor.

Buna göre, $\int_{-2}^{3}f''(x)\cdot f'(x)dx=k\cdot\int_{0}^{3}f'(x)dx$ **eşitliğini sağlayan k değeri kaçtır?**

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

$m_d=f'(3)=1$

$d: -x+y=-1 \Rightarrow f(3)=2$

$\int_{-2}^{3}\underbrace{f''(x)\cdot \underbrace{f'(x)}_{u}\cdot dx}_{du}=k\cdot\int_{0}^{3}f'(3)=2$

$x=-2 \Rightarrow u=f'(-2)=0$

$x=3 \Rightarrow u=f'(3)=1$

$\frac{u^2}{2}\Big|_{0}^{1}=k\cdot f(x)\Big|_{0}^{3}$

$\frac{1}{2}-0=k(f(3)-f(0))$

$\frac{1}{2}=k\cdot(2-1)$

$k=\frac{1}{2}$

Cevap: B

II. Parçalı Tanımlı Fonksiyonların Belirli İntegrali

f(x) ve g(x) integrallenebilir iki fonksiyon ve $x_1 < x_2 < x_3$

olmak üzere,

$$m(x)=\begin{cases} f(x) & x<x_2 \\ g(x) & x_2 \le x \end{cases}$$

biçiminde tanımlı m(x) fonksiyonunun $[x_1, x_3]$ aralığındaki integrali:

$$\int_{x_1}^{x_3}m(x)dx=\int_{x_1}^{x_2}f(x)dx+\int_{x_2}^{x_3}g(x)dx \text{ olur.}$$

Örnek 6

$$f(x)=\begin{cases} x & , \ x<0 \\ x^2 & , \ 0\le x \end{cases}$$

olmak üzere, $\int_{-2}^{6}f(x)dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 60 B) 68 C) 70 D) 75 E) 81

$\int_{-2}^{6}f(x)dx=\int_{-2}^{0}xdx+\int_{0}^{6}x^2dx$

$=\frac{x^2}{2}\Big|_{-2}^{0}+\frac{x^3}{3}\Big|_{0}^{6}$

$=\frac{0^2}{2}-\frac{(-2)^2}{2}+\frac{6^3}{3}-\frac{0^3}{3}$

$=-2+72=70$

Cevap: C

Örnek 7

$$f(x)=\begin{cases} 3-2x & , \quad x<-1 \\ 3x^2+1 & , \ -1\le x<1 \\ \dfrac{1}{2\sqrt{x}} & , \quad 1<x \end{cases}$$

biçiminde tanımlı y = f(x) fonksiyonu için,

$\int_{-2}^{4}f(x)dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{17}{2}$ B) 9 C) $\frac{19}{2}$ D) 10 E) 11

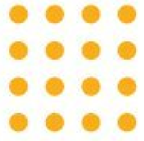
$\int_{-2}^{4}f(x)dx=\int_{-2}^{-1}(3-2x)dx+\int_{-1}^{1}(3x^2+1)dx+\int_{1}^{4}\frac{1}{2\sqrt{x}}dx$

$=(3x-x^2)\Big|_{-2}^{-1}+(x^3+x)\Big|_{-1}^{1}+(\sqrt{x})\Big|_{1}^{4}$

$=((-3-1)-(-6-4))+((1+1)-(-1-1))+\sqrt{4}-\sqrt{1}$

$=6+4+1=11$

Cevap: E



Örnek 8

$\int_{-2}^{1} |x|dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

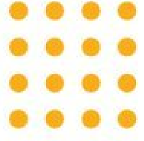
$|x| = \begin{cases} -x & x < 0 \\ x & 0 \leq x \end{cases}$ olduğundan

$\int_{-1}^{1} |x|dx = \int_{-2}^{0} (-x)dx + \int_{0}^{1} xdx$

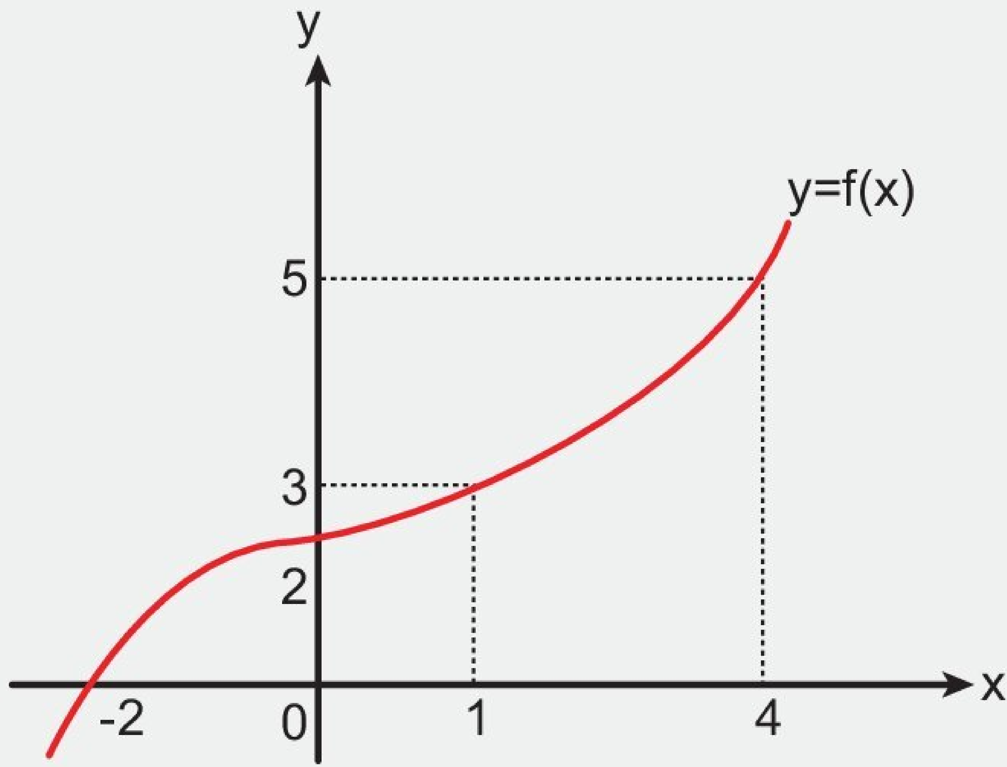
$= \left(\frac{-x^2}{2}\right)\Big|_{-2}^{0} + \left(\frac{x^2}{2}\right)\Big|_{0}^{1}$

$= 0 - (-2) + \frac{1}{2} - 0 = \frac{5}{2}$

Cevap: C



Örnek 9



Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğine göre,

$\int_{1}^{2} x \cdot f'(x^2)dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

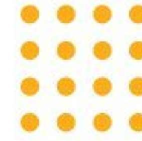
A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

$x^2 = u$, $du = 2xdx$, $x = 1 \Rightarrow u = 1$

$x = 2 \Rightarrow u = 4$

$\int_{1}^{4} f'(u)\frac{du}{2} = \frac{1}{2}f(u)\Big|_{1}^{4} = \frac{1}{2}(f(4) - f(1)) = \frac{1}{2}(5 - 3) = 1$

Cevap: A



Örnek 10

- $f'(x) = 3x^2 + 4x - 3$
- $f(1) = 7$

olduğuna göre, $\int_{-1}^{1} f(x)dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 13 B) $\frac{40}{3}$ C) $\frac{44}{3}$ D) 15 E) $\frac{46}{3}$

$f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + c$

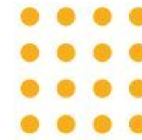
$f(1) = 1 + 2 - 3 + c = 7 \Rightarrow c = 7$

$\int_{-1}^{1} (x^3 + 2x^2 - 3x + 7)dx = \underbrace{\int_{-1}^{1} (x^3 - 3x)dx}_{0 \text{ tek}} + \int_{-1}^{1} \underbrace{(2x^2 + 7)}_{\text{çift}}dx$

$2\left(2\frac{x^3}{3} + 7x\right)\Big|_{0}^{1}$

$2 \cdot \left(\left(\frac{2}{3} + 7\right) - (0 + 0)\right) = \frac{46}{3}$

Cevap: E



Örnek 11

$\int_{0}^{5} |x - 2|dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{11}{2}$ B) 6 C) $\frac{13}{2}$ D) 7 E) $\frac{15}{2}$

$\int_{0}^{2} (-x + 2)dx + \int_{2}^{5} (x - 2)dx$

$= \left(-\frac{x^2}{2} + 2x\right)\Big|_{0}^{2} + \left(\frac{x^2}{2} - 2x\right)\Big|_{2}^{5}$

$= (-2 + 4) - (0 + 0) + \left(\frac{25}{2} - 10\right) - (2 - 4)$

$= 2 + \frac{5}{2} + 2 = \frac{13}{2}$

Cevap: C

Örnek 12

$\int_{-2}^{4} 3x|x+1|dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 81 B) 85 C) 86 D) 90 E) 91

$\int_{-2}^{-1} \underbrace{-3x(x+1)dx}_{-3x^2-3x} + \int_{-1}^{4} 3x(x+1)dx$

$\left(-x^3-\frac{3x^2}{2}\right)\Big|_{-2}^{-1} + \left(x^3+\frac{3x^2}{2}\right)\Big|_{-1}^{4}$

$\left(1-\frac{3}{2}\right)-(8-6)+\left((64+24)-\left(-1+\frac{3}{2}\right)\right)$

$-\frac{1}{2}-2+88-\frac{1}{2}=85$

Cevap: B

Örnek 13

$\int_{-1}^{3}\left(\frac{x}{|x|}+2\right)dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 7 B) 10 C) 11 D) 14 E) 15

$\int_{-1}^{0}(-1+2)dx+\int_{0}^{3}(1+2)dx$

$x\Big|_{-1}^{0} + 3x\Big|_{0}^{3}$

$0-(-1)+9-0=1+9=10$

Cevap: B

Çıkmış Soru 1

$$f(x)=\begin{cases} 2x-4, & 0\le x<1 \text{ ise} \\ -2, & 1\le x<4 \text{ ise} \\ x-6, & 4\le x\le 6 \text{ ise}\end{cases}$$

olduğuna göre, $\int_{0}^{6} f(x)dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) –11 B) –10 C) –9 D) –8 E) –7

2014 LYS

$\int_{0}^{1}(2x-4)dx+\int_{1}^{4}(-2)dx+\int_{4}^{6}(x-6)dx$

$(x^2-4x)\Big|_{0}^{1}+(-2x)\Big|_{1}^{4}+\left(\frac{x^2}{2}-6x\right)\Big|_{4}^{6}$

$(-3)+(-6)+(-2)=-11$

Cevap: A

Çıkmış Soru 2

a ve b gerçel sayılar olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde sürekli bir f fonksiyonu

$$f(x)=\begin{cases} 6-\frac{3x^2}{2} & x<2 \\ ax-b & x\ge 2\end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

$$\int_{0}^{4} f(x)dx=\int_{2}^{6} f(x)dx$$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2021 AYT

f(x) sürekli $\Rightarrow f(2^-)=f(2^+)=f(2)$

$0=2a-b \Rightarrow b=2a$

$\int_{0}^{2} f(x)dx+\cancel{\int_{2}^{4} f(x)dx}=\cancel{\int_{2}^{4} f(x)dx}+\int_{4}^{6} f(x)dx$

$\left(6x-\frac{x^3}{2}\right)\Big|_{0}^{2}=\left(a\frac{x^2}{2}-2ax\right)\Big|_{4}^{6}$

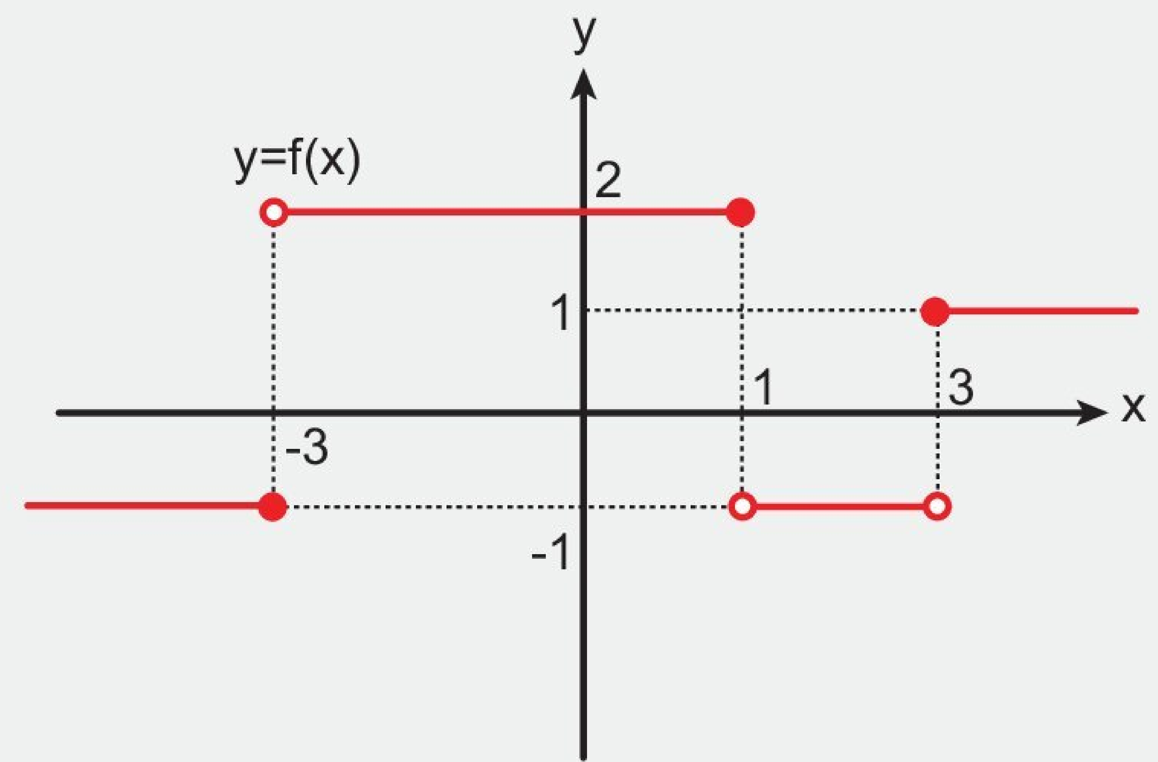
$12-4 = (18a-12a)-(8a-8a)$

$8=6a \Rightarrow a=\frac{4}{3} \Rightarrow b=\frac{8}{3}$

$a+b=\frac{12}{3}=4$

Cevap: D

Örnek 14



Yukarıda verilen y = f(x) fonksiyonunun grafiğine göre,

$$\int_{-3}^{3}\frac{2xf(x)}{|f(x)|}dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) –16 B) –5 C) 0 D) 7 E) 12

(–3, 1) de $f(x)>0 \Rightarrow |f(x)|=f(x)$

(1, 3) te $f(x)<0 \Rightarrow |f(x)=-f(x)$

$\int_{-3}^{3}\frac{2xf(x)}{|f(x)|}dx=\int_{-3}^{1}2xdx+\int_{1}^{3}-2xdx$

$=x^2\Big|_{-3}^{1}+(=x^2)\Big|_{1}^{3}$

$=(1)-(9)+(9)-(-1)$

$=-16$

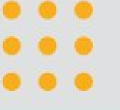
Cevap: A

Çıkmış Soru Cevapları

1. A 2. D

Örnek Cevapları

1.D 2.A 3.A 4.D 5.B 6.C 7.E 8.C 9.A 10.E 11.C 12.B 13.B 14.A



1. $\int_2^4 (2x+3)dx$

integralinin sonucu kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 24 D) 28 E) 34

$\int_2^4 (2x+3)\,dx = (x^2+3x)\Big|_2^4 = 28 - 10 = 18$ *bulunur.*

Cevap A

2. $\int_{-10}^{10} (x^7 - x^5 + x^3 - x)\,dx$

integralinin sonucu kaçtır?

A) –100 B) –10 C) 0 D) 10 E) 100

$\int_{-10}^{10} (x^7 - x^5 + x^3 - x)\,dx = 0$ *olur. (Tek fonksiyon)*

Cevap C

3. $\int_a^b (2x-1)\,dx = 30$ ve $b - a = 3$

olduğuna göre, a değeri kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 4 D) 7 E) 11

$\int_a^b (2x-1)\,dx = 30 \Rightarrow x^2 - x\Big|_a^b = 30$

$b^2 - b - a^2 + a = 30 \Rightarrow (b-a)\cdot(b+a) - (b-a) = 30$

$(b-a)\cdot(b+a-1) = 30 \Rightarrow 3\cdot(b+a-1) = 30$

$b + a - 1 = 10 \Rightarrow b + a = 11$ *olur.*

$b + a = 11$
$+\ b - a = 3$
$2b = 14 \Rightarrow b = 7$

$a + b = 11$
$a + 7 = 11 \Rightarrow a = 4$ *olur.*

Cevap C

4. $\int_0^3 (4x^3 - 3x^2 + 2x)\,dx$

integralinin sonucu kaçtır?

A) 57 B) 63 C) 71 D) 89 E) 107

$\int_0^3 (4x^3 - 3x^2 + 2x)\,dx = x^4 - x^3 + x^2\Big|_0^3 = 81 - 27 + 9 = 63$ *bulunur.*

Cevap B

5. $\int_a^b (2x+1)\,dx = 10$

$a - b = -2$

olduğuna göre, a değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$\int_a^b (2x+1)dx = x^2 + x\Big|_a^b = (b^2+b) - (a^2+a) = 10$

$b^2 - a^2 + b - a = 10 \Rightarrow (b-a).(b+a) + b - a = 10$

$(b-a).(b+a+1) = 10 \Rightarrow 2.(b+a+1) = 10$

$b + a = 4$ *olur.*

$b + a = 4$
$+\ a - b = -2$
$2a = 2 \Rightarrow a = 1$ *olur.*

Cevap A

6. $\int_0^1 (x-a)\,dx = -\frac{5}{2}$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

$\int_0^1 (x-a)dx = -\frac{5}{2} \Rightarrow \frac{x^2}{2} - ax\Big|_0^1 = -\frac{5}{2}$

$\left(\frac{1}{2} - a\right) - 0 = -\frac{5}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = a \Rightarrow a = 3$ *bulunur.*

Cevap D

7. $\int_{-2}^{1} |x-3|\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{11}{2}$ B) 6 C) 7 D) $\frac{19}{2}$ E) $\frac{21}{2}$

$\int_{-2}^{1} |x-3|dx = \int_{-2}^{1} (-x+3)dx = -\frac{x^2}{2} + 3x\Big|_{-2}^{1}$

$= \left(-\frac{1}{2} + 3\right) - (-2-6)$

$= \frac{5}{2} + 8$

$= \frac{21}{2}$ *bulunur.*

Cevap E

8. $f(x)=\begin{cases} x^2 & , x \le 6 \\ 36 & , x > 6 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_0^8 f(x)\,dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) 120 B) 124 C) 132 D) 136 E) 144

$\int_0^6 x^2\,dx + \int_6^8 36\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^6 + 36x\Big|_6^8 = 72 + 72 = 144$

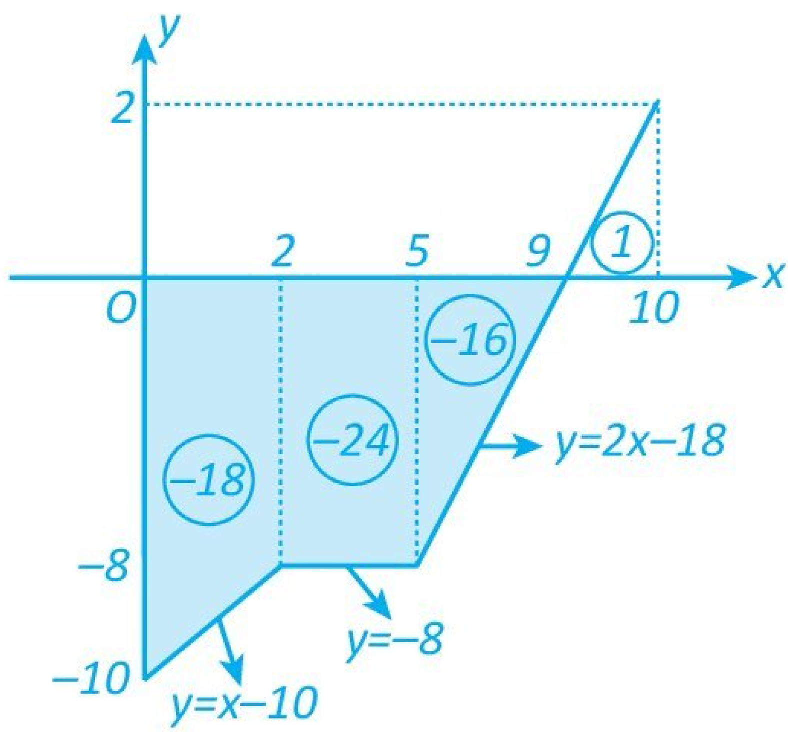
Cevap E

9. $f(x)=\begin{cases} x-10 & , x \le 2 \\ -8 & , 2 < x \le 5 \\ 2x-18 & , x > 5 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_0^{10} f(x)\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) –53 B) –54 C) –55 D) –56 E) –57



$I = -18 - 24 - 16 + 1 = -57$

Cevap E

10. $\int_1^2 \left(2 - f(\sqrt{3x-2})\right)dx = -6$

olduğuna göre, $\int_1^2 x f(x)\,dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

$2 - \int_1^2 f(\sqrt{3x-2})\,dx = -6$

$8 = \int_1^2 f(\sqrt{3x-2})\,dx$ olur.

$\sqrt{3x-2} = u$

$3x - 2 = u^2$

$3dx = 2u\,du$

$dx = \frac{2}{3}u\,du$

$\int_1^2 f(\sqrt{3x-2})\,dx = \int_1^2 f(u).\frac{2}{3}u$ dur.

$8 = \frac{2}{3}\int_1^2 x f(x)\,dx$

$12 = \int_1^2 x f(x)\,dx$

Cevap D

11. $\int_{-2\pi}^{2\pi} \left(x^{2021} + \tan x + \frac{1}{3\pi}\right)dx$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

$I = \int_{-2\pi}^{2\pi} \frac{1}{3\pi}dx = \frac{1}{3\pi}x\Big|_{-2\pi}^{2\pi} = \frac{1}{3\pi}.4\pi = \frac{4}{3}$

Cevap B

12. $\int_{-1}^{1} \frac{x^5-1}{x-1}\,dx$

integralinin sonucu kaçtır?

A) $\frac{46}{15}$ B) $\frac{43}{15}$ C) $\frac{40}{15}$ D) $\frac{36}{15}$ E) $\frac{34}{15}$

$I = \int_{-1}^{1} (x^4+x^3+x^2+x+1)\,dx = 2\int_0^1 (x^4+x^2+1)\,dx$

$I = 2\left(\frac{x^5}{5}+\frac{x^3}{3}+x\right)\Big|_0^1 = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3}+1\right) = \frac{46}{15}$

Cevap A

13. Gerçek katsayılı, üçüncü dereceden bir P(x) polinomunun sıfırları –2, –1 ve 1 dir.

P(0) = –4

olduğuna göre, $\int_0^1 P(x)\,dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) $-\frac{5}{2}$ B) $-\frac{17}{6}$ C) –3 D) $-\frac{19}{6}$ E) $-\frac{10}{3}$

$P(x) = 2(x+2)(x+1)(x-1)$

$\int_0^1 (2x^3+4x^2-2x-4) = \left(\frac{x^4}{2}+\frac{4}{3}x^3-x^2-4x\right)\Big|_0^1$

$= \frac{1}{2}+\frac{4}{3}-1-4 = -\frac{19}{6}$

Cevap D

1.A 2.C 3.C 4.B 5.A 6.D 7.E 8.E 9.E 10.D 11.B 12.A 13.D

1. $\int_0^4 (|x+1|+|x-2|)\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

$\int_0^4 |x+1|dx + \int_0^4 |x-2|dx = \int_0^4 (x+1)dx + \int_0^2 (-x+2)dx + \int_2^4 (x-2)dx$

$= \left(\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_0^4 + \left(-\frac{x^2}{2}+2x\right)\Big|_0^2 + \left(\frac{x^2}{2}-2x\right)\Big|_2^4 = 12+2+2 = 16$ *bulunur.*

Cevap D

2. $\int_3^6 \sin^2x\,dx - \int_6^3 \cos^2x\,dx$

integralinin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 9

$\int_3^6 \sin^2x\,dx - \int_6^3 \cos^2x\,dx = \int_3^6 \sin^2x\,dx + \int_3^6 \cos^2x\,dx$

$\int_3^6 (\sin^2x+\cos^2x)\,dx = \int_3^6 1\cdot dx = x\Big|_3^6 = 6-3 = 3$ *bulunur.*

Cevap C

3. $\int_{-5}^5 (x^3+\sin2x+\tan x)\,dx$

integralinin sonucu kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 5 E) 10

$\int_{-5}^5 (x^3+\sin2x+\tan x)\,dx = 0$ *olur. (Tek fonksiyon)*

Cevap B

4. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin x)\,dx$

integralinde u = π – x dönüşümü uygulanırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_\pi^{\frac{\pi}{2}} (\cos u + \sin u)\,du$ B) $\int_0^{\pi} (\cos u - \sin u)\,du$ du

C) $\int_\pi^{\frac{\pi}{2}} (\sin u - \cos u)\,du$ D) $\int_\pi^{\frac{\pi}{2}} (\cos u - \sin u)\,du$

E) $\int_0^{\pi} (\cos u + \sin u)\,du$

$u = \pi - x \Rightarrow du = -dx \Rightarrow -du = dx$ olur.

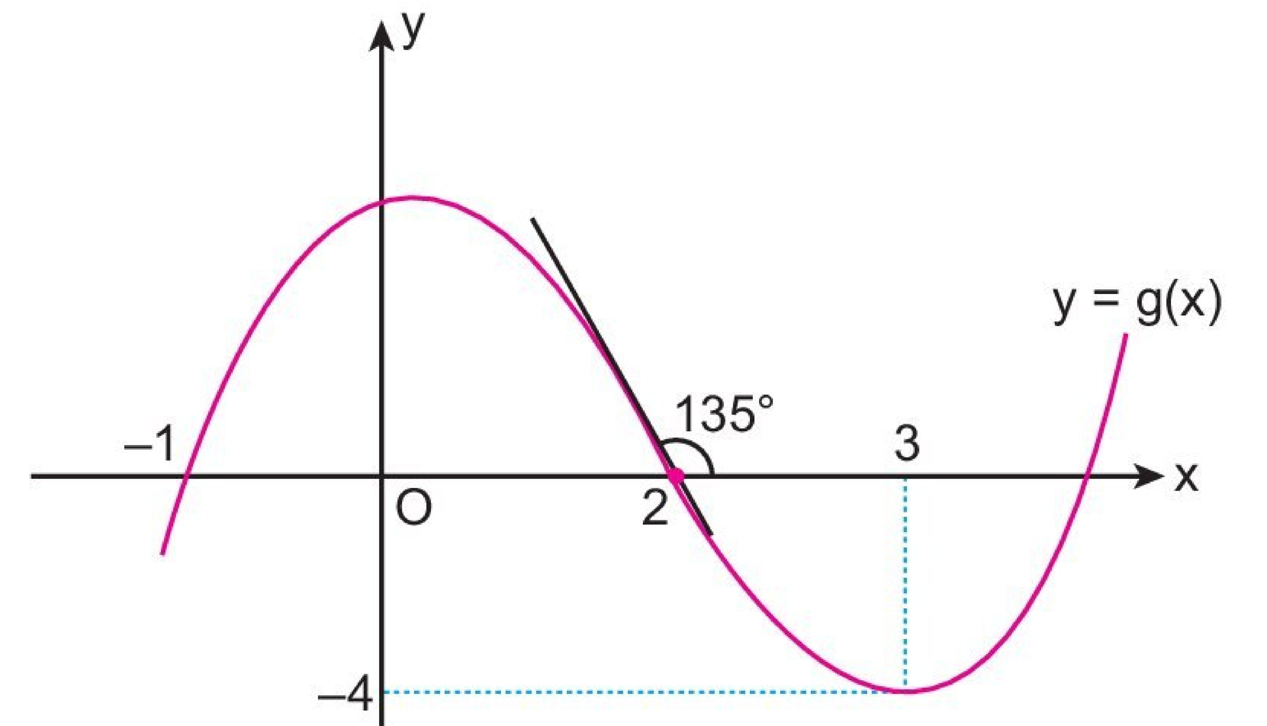
$x = 0$ için $u = \pi - 0 \Rightarrow u = \pi$ olur. $x = \frac{\pi}{2}$ için $u = \pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow u = \frac{\pi}{2}$ olur.

$\int_\pi^{\frac{\pi}{2}} (\cos(\pi-u) - \sin(\pi-u)]\cdot(-du)$

$\Rightarrow -\int_\pi^{\frac{\pi}{2}} (-\cos u - \sin u)\,du \Rightarrow \int_\pi^{\frac{\pi}{2}} (\cos u + \sin u)\,du$ *bulunur.*

Cevap A

5.



Şekilde y = g(x) fonksiyonu ve x = 2 apsisli noktasındaki teğeti verilmiştir.

$$f(x) = \begin{cases} g'(x), & x < 2 \\ g''(x), & x \geq 2 \end{cases}$$

biçiminde tanımlı f(x) fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{-1}^{1} f(2x+1)\,dx$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

$2x+1 = u$
$2dx = du$
$dx = \frac{1}{2}du$

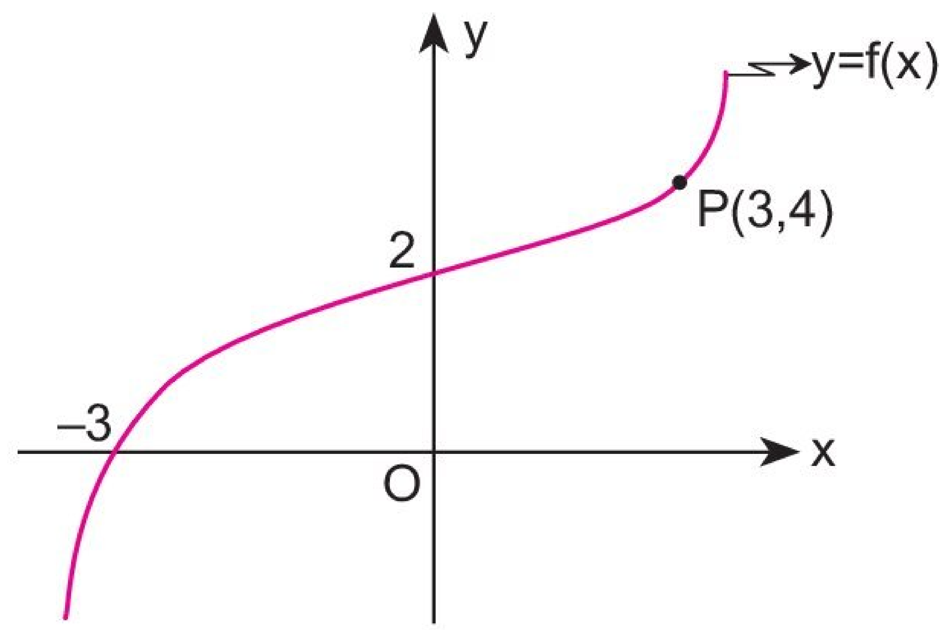
$I = \frac{1}{2}\int_{-1}^{3} f(u)\,du = \frac{1}{2}\int_{-1}^{2} g'(x)\,dx + \frac{1}{2}\int_{2}^{3} g''(x)\,dx$

$I = \frac{1}{2}[g(2) - g(-1)] + \frac{1}{2}[g'(3) - g'(2)]$

$I = \frac{1}{2}(0-0) + \frac{1}{2}(0-(-1)) = \frac{1}{2}$

Cevap C

6.



Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\int_{-3}^{3}(1+f'(x)).dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$\int_{-3}^{3}(1+f'(x))\,dx = \int_{-3}^{3}1\,dx + \int_{-3}^{3}f'(x)\,dx = x\Big|_{-3}^{3} + f(x)\Big|_{-3}^{3}$

$\Rightarrow (3-(-3)) + (f(3)-f(-3)) = 6 + (4-0) = 10$ *bulunur.*

Cevap E

7. $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & , x \le 3 \\ 4x-3 & , x > 3 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre,

$\int_{4}^{7} f(x-2)\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

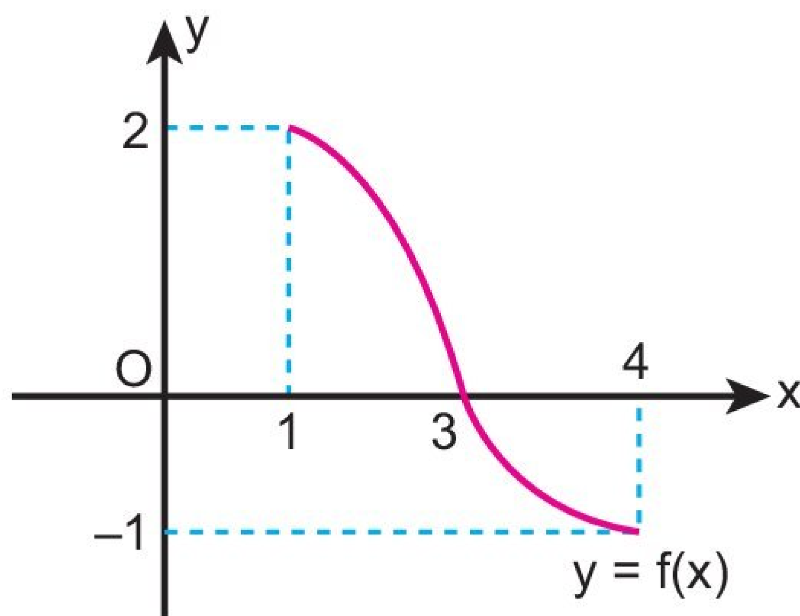
A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38

$I = \int_{2}^{5} f(u)\,du = \int_{2}^{5} f(x)\,dx = \int_{2}^{3}(2x+3)\,dx + \int_{3}^{5}(4x-3)\,dx$

$= (x^2+3x)\Big|_{2}^{3} + (2x^2-3x)\Big|_{3}^{5} = (18-10) + (35-9) = 8 + 26 = 34$

Cevap: C

8.



Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_{1}^{3} d\left(\frac{f(x)}{x}\right) + \int_{3}^{4} xf'(x)dx + \int_{3}^{4} f(x)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) –6 B) –4 C) –2 D) 0 E) 2

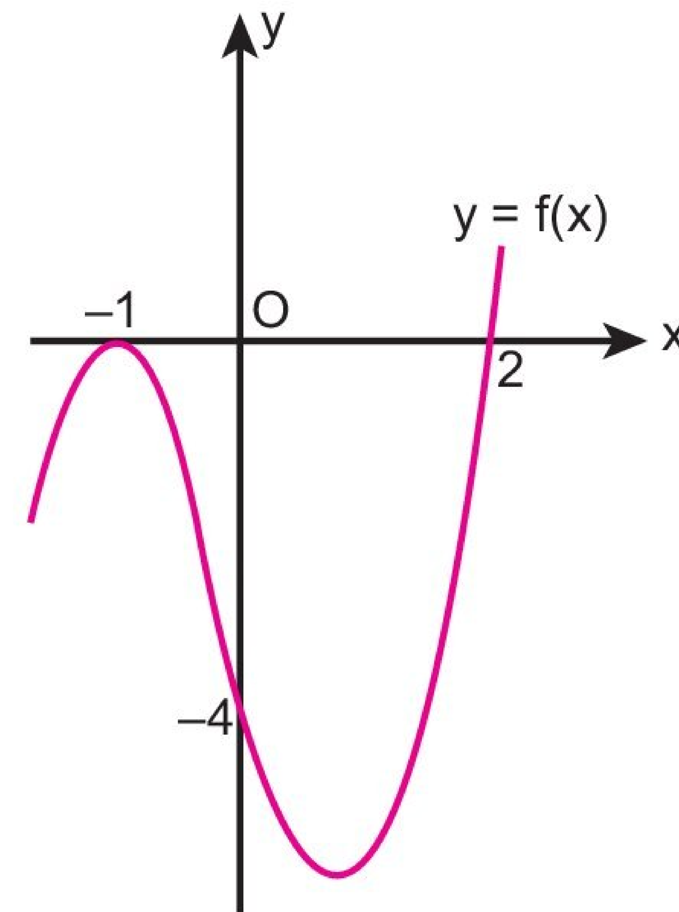
$\frac{f(3)}{3} - \frac{f(1)}{1} + \int_{3}^{4} d(x.f(x))$

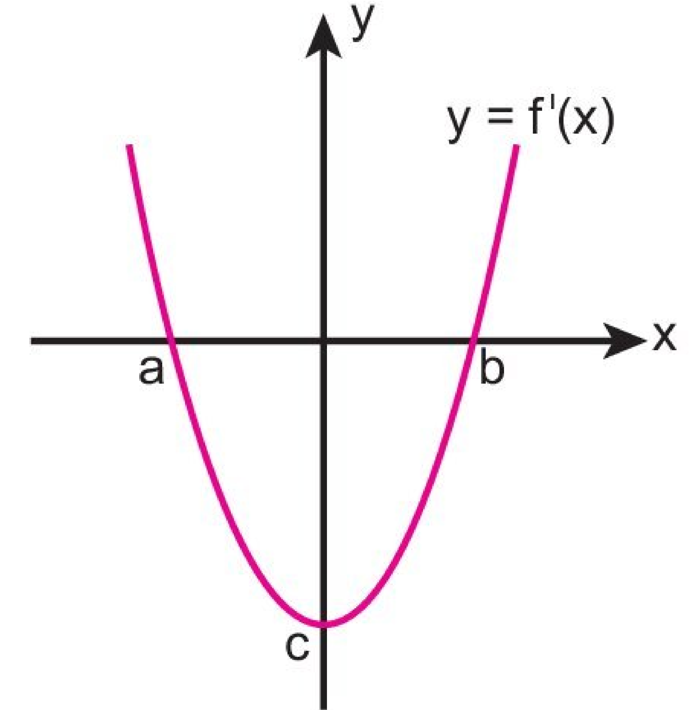
$0 - 2 + 4f(4) - 3f(3)$

$-2 + (-4) - 0 = -6$

Cevap A

9. Şekil I Şekil II





Şekil I de derecesi 3 olan y = f(x) polinom fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

- f(x) fonksiyonu x eksenine (–1, 0) da teğettir.
- f(x) fonksiyonu (2, 0) ve (0, –4) noktalarından geçmektedir.

Şekil II de y = f'(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

- Grafik eksenleri (a, 0), (b, 0) ve (0, c) noktalarında kesmektedir.

Buna göre,

I. $b - a - c = 8$

II. $\int_{0}^{2} f'(x)f''(x)dx = 144$

III. $\int_{0}^{2} (f''(x))(1+f'(x))dx = 164$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) Yalnız III

I. Doğru, $f(x) = a(x+1)^2(x-2)$ *ve* $f(0) = -4 \Rightarrow a = 2$

$f(x) = 2(x+1)^2(x-2)$ *ve* $f'(x) = 6x^2 - 6$ *olur.*

$b = 1,\ a = -1,\ c = -6 \Rightarrow b - a - c = 8$

II. Doğru,

$\int_{0}^{2}(6x^2-6)(12x)\,dx = \int_{-6}^{18} u\,du = \frac{u^2}{2}\Big|_{-6}^{18} = 162 - 18 = 144$

III. Yanlış,

$\int_{0}^{2} f''(x)\,dx + \underbrace{\int_{0}^{2} f'(x)f''(x)\,dx}_{144} = \underbrace{f'(2)}_{18} - \underbrace{f'(0)}_{(-6)} + 144 = 168$

Cevap B

1.D 2.C 3.B 4.A 5.C 6.E 7.C 8.A 9.B

İNTEGRALDE ALAN

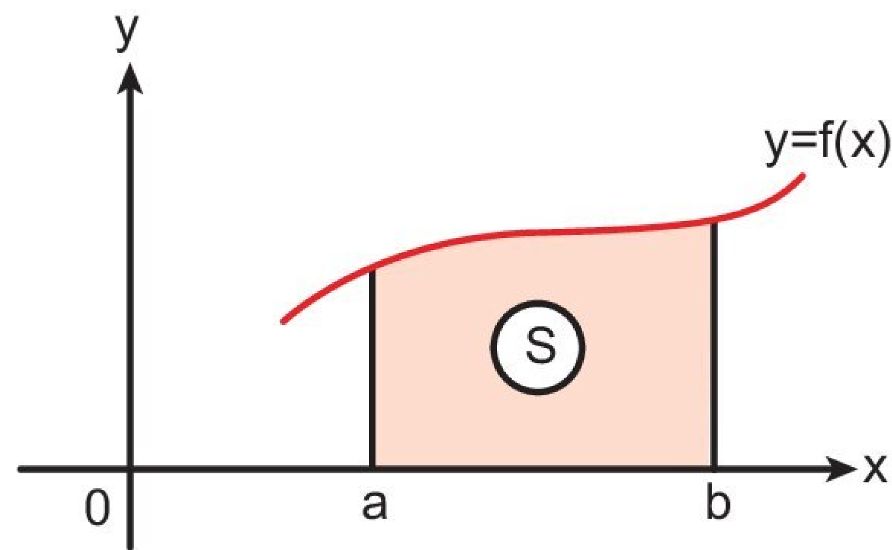
I. İntegralle Alan Uygulamaları

[a, b] aralığında pozitif değerli y = f(x) fonksiyonu ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanının

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} \triangle x \cdot f(x_k) = \int_a^b f(x)dx$$

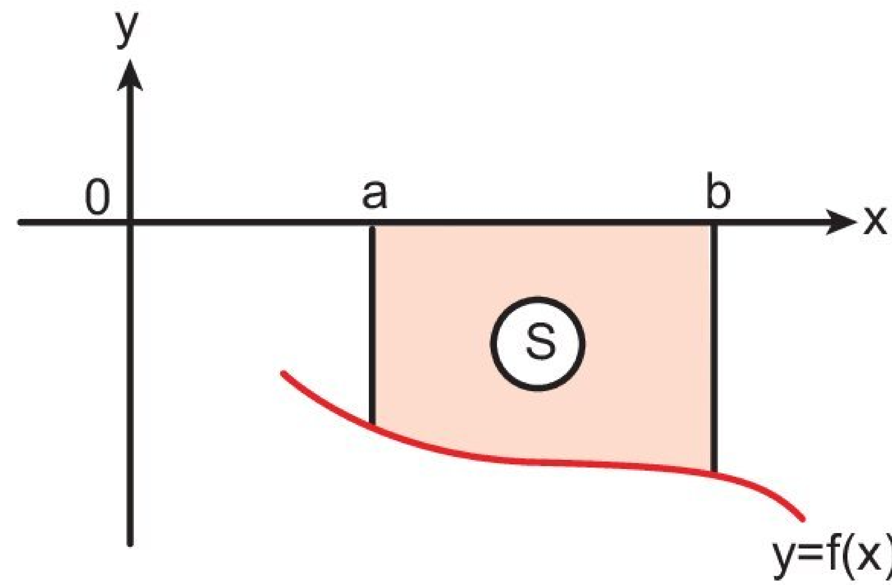
olduğunu biliyoruz.

> f(x) > 0 iken



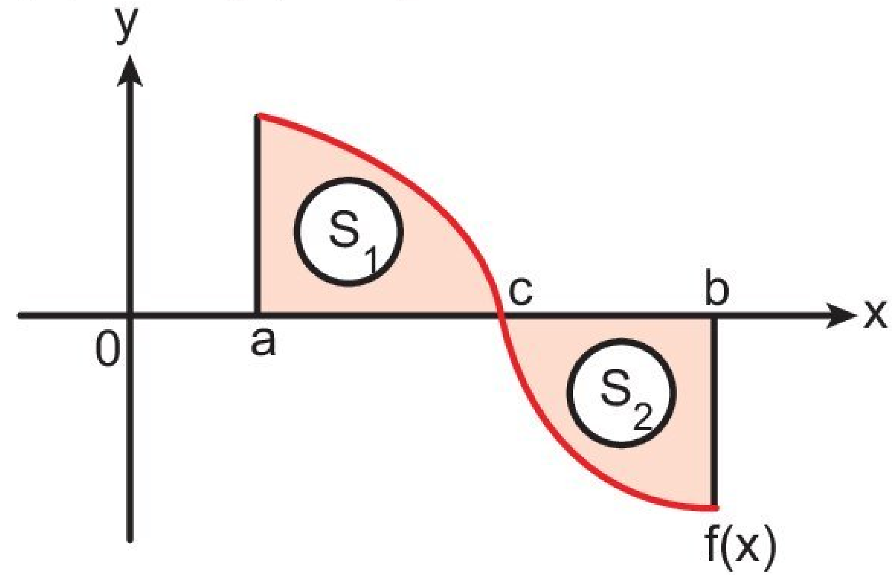
$S = \int_a^b f(x)dx$ tir.

> f(x) < 0 iken



$S = -\int_a^b f(x)dx$ tir.

> f(x) in değişen işareti olursa



$S_1 + S_2 = \int_a^c f(x)dx - \int_c^b f(x)dx$ tir.

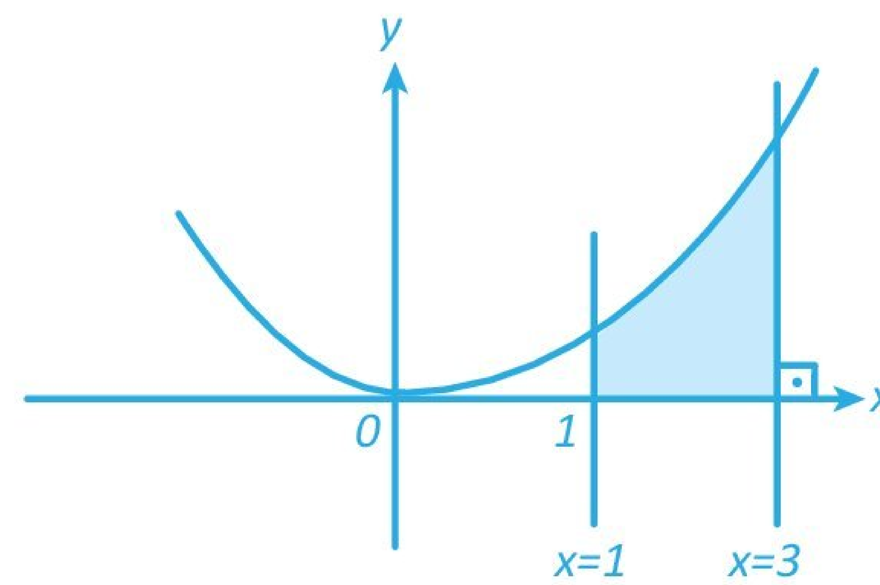
ya da

$\int_a^b f(x)dx = S_1 - S_2$ dir.

Örnek 1

$y = x^2$ eğrisi, x = 1, x = 3 ve y = 0 doğruları ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{55}{6}$ B) $\frac{15}{2}$ C) 8 D) $\frac{26}{3}$ E) 9



$S = \int_1^3 x^2 dx = \left.\frac{x^3}{3}\right|_1^3$

$= 9 - \frac{1}{3}$

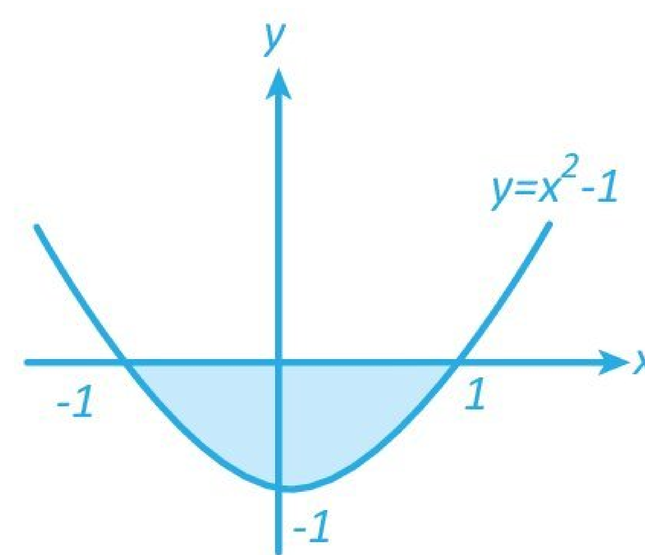
$= \frac{26}{3}\ br^2$

Cevap: D

Örnek 2

$y = x^2 - 1$ parabolü x ekseni ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 2 E) $\frac{7}{3}$



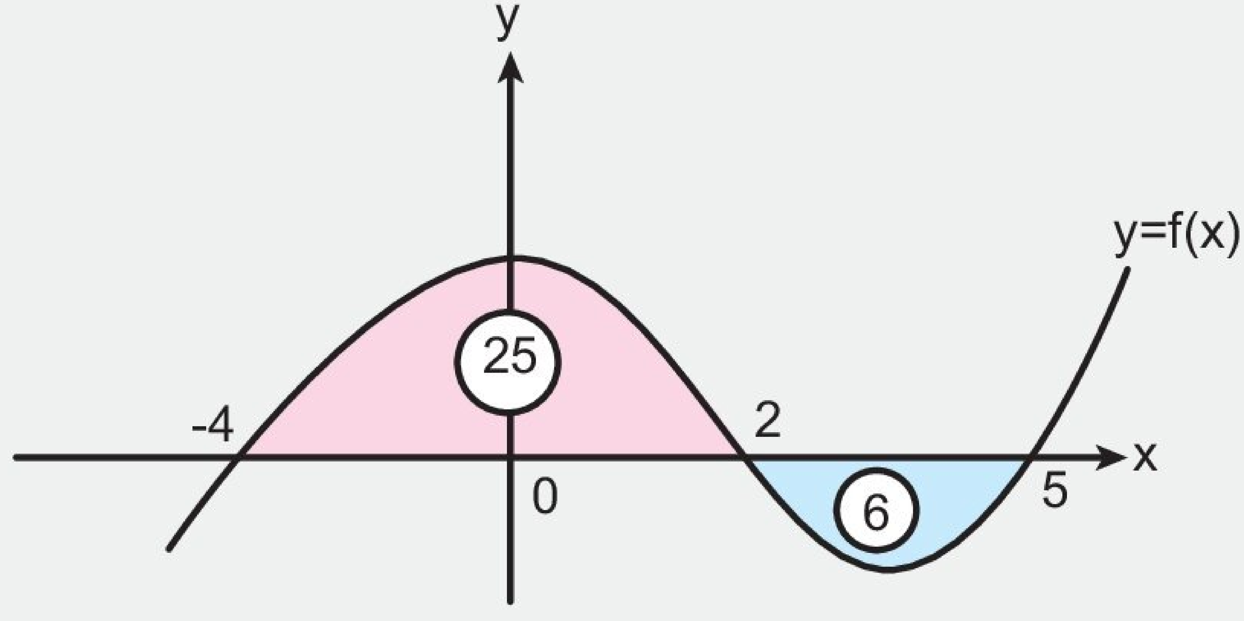
$S = -\int_{-1}^{1} (x^2 - 1)dx = -\left.\left(\frac{x^3}{3} - x\right)\right|_{-1}^{1}$

$= \left(\left(\frac{1}{3} - 1\right) - \left(-\frac{1}{3} + 1\right)\right)$

$= -\left(-\frac{2}{3} - \frac{2}{3}\right) = \frac{4}{3}\ br^2$

Cevap: B

Örnek 3



Yukarıdaki y = f(x) eğrisi ve x ekseni ile sınırlanan kırmızı ve mavi boyalı bölgelerin alanları sırasıyla 25 br^2 ve 6 br^2 olarak verilmiştir.

Buna göre, $\int_{-4}^{5} f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

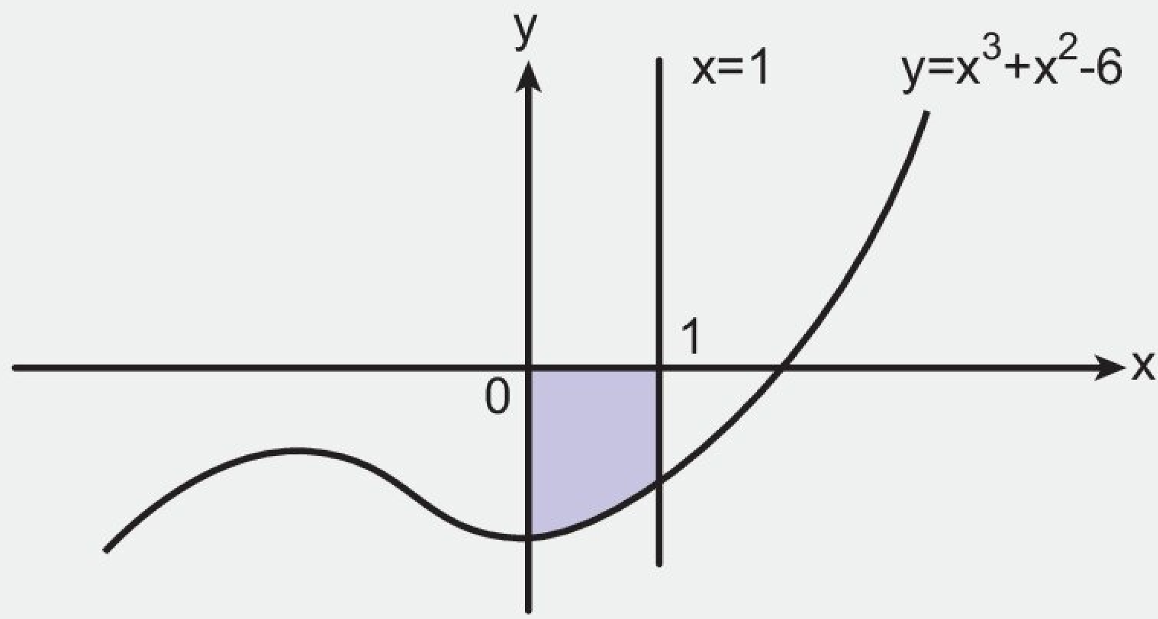
A) –19 B) 12 C) 19 D) 31 E) 52

$\int_{-4}^{5} f(x)dx = \int_{-4}^{2} f(x)dx + \int_{2}^{5} f(x)dx$

$25 - 6 = 19$

Cevap: C

Örnek 4



Yukarıda verilen $y = x^3 + x^2 - 6$ eğrisi, x = 1 doğrusu, x ekseni ve y ekseni ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{61}{12}$ B) $\frac{65}{12}$ C) $\frac{33}{4}$ D) 6 E) 7

$\int_{0}^{1} (x^3 + x^2 - 6)dx = -S$

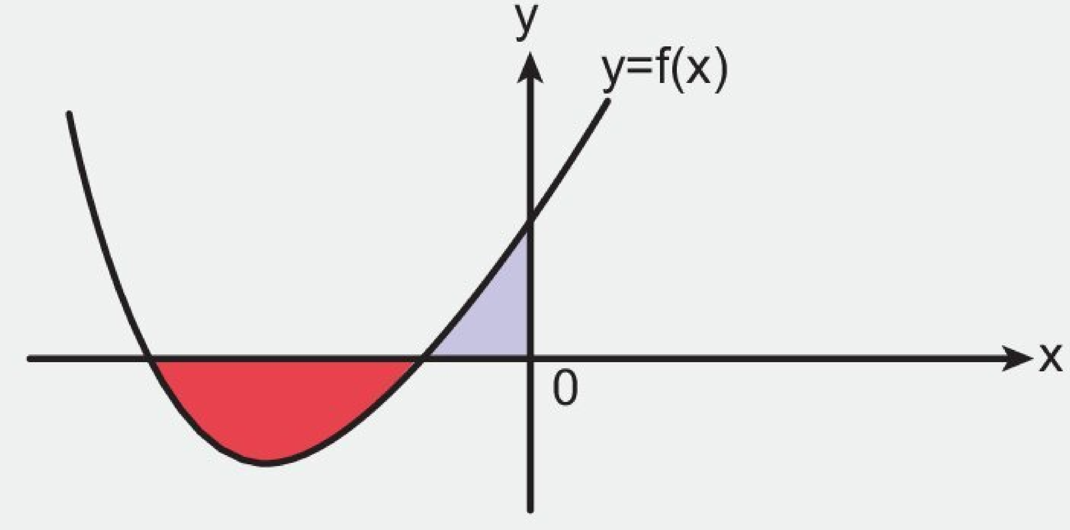
$-\left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 6x\right)\Big|_0^1 = S$

$-\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - 6\right) - 0 = S$

$\frac{65}{12} = S$

Cevap: B

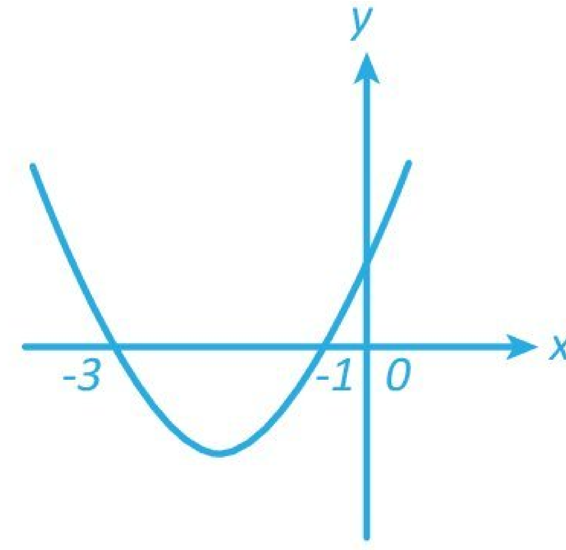
Örnek 5



Yukarıda $f(x) = x^2 + 4x + 3$ fonksiyonunun grafiği ve eksenlerle sınırlanan kırmızı ve mavi boyalı bölgeler verilmiştir.

Buna göre, kırmızı boyalı bölgenin alanı mavi boyalı bölgenin alanının kaç katıdır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$



$-K = \int_{-3}^{-1} (x^2 + 4x + 3) = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x\Big|_{-3}^{-1}$

$= \left(-\frac{1}{3} + 2 - 3\right) - (-9 + 18 - 9)$

$K = \frac{4}{3}$

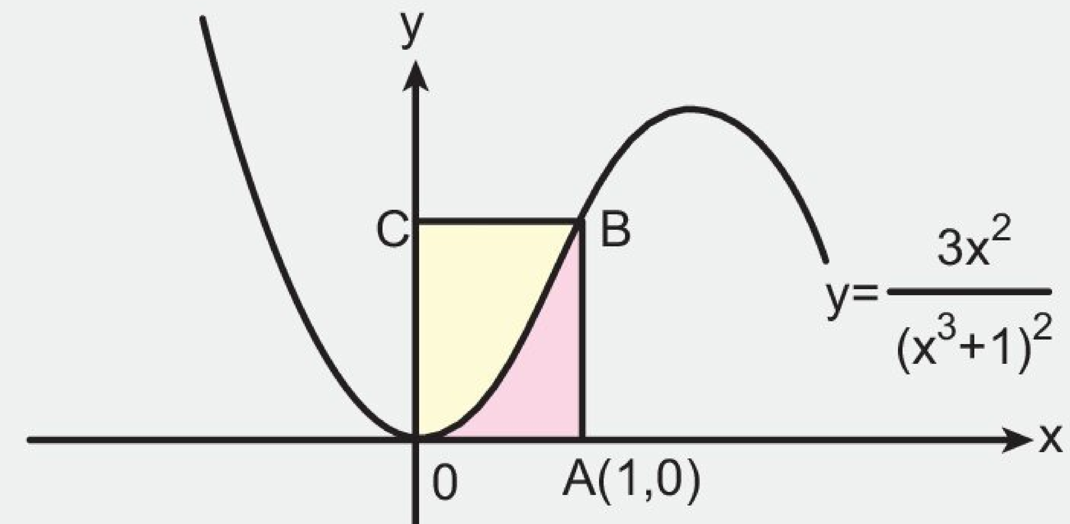
$M = \int_{-1}^{0} (x^2 + 4x + 3)dx = \left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x\right)\Big|_{-1}^{0}$

$= 0 - \left(-\frac{1}{3} + 2 - 3\right) = \frac{4}{3}$

$\frac{K}{M} = 1$

Cevap: C

Örnek 6



Yukarıdaki dik koordinat düzleminde bir bölümü verilen $y = \frac{3 \cdot x^2}{(x^3 + 1)^2}$ eğrisi ve OABC dikdörtgeni görülmektedir.

Eğri bir köşesi A(1, 0) olan dikdörtgeni biri kırmızı diğeri sarı boyalı iki bölgeye ayırmaktadır.

Buna göre, kırmızı bölgenin alanı, sarı bölgenin alanının kaç katıdır?

A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

$K = \int_{0}^{1} \frac{3x^2}{(x^3+1)^2}dx$ $u = x^3 + 1$, $du = 3x^2 dx$

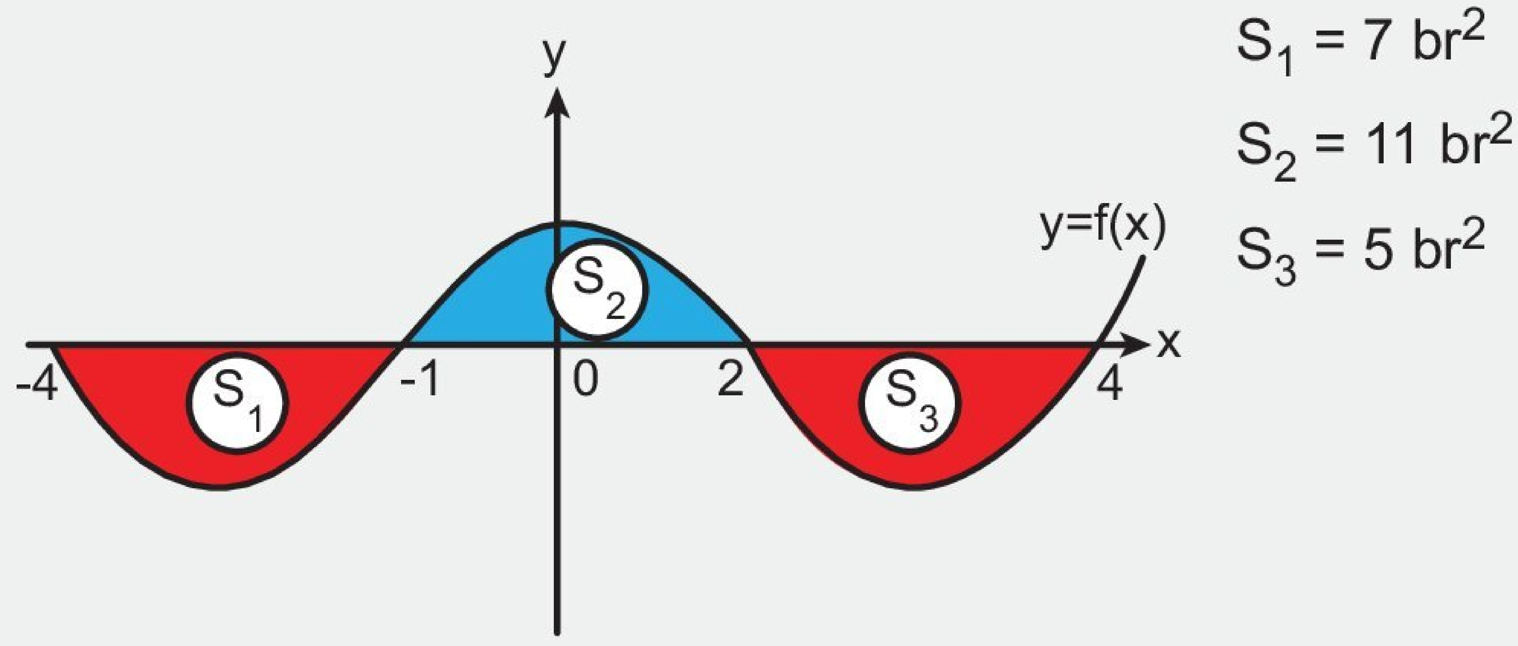
$= \int_{1}^{2} \frac{1}{u^2}du = -\frac{1}{4}\Big|_1^2 = -\frac{1}{2} - (-1) = \frac{1}{2}$

$B\left(1, \frac{3}{4}\right)$ Sarı $= 1 \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$C\left(0, \frac{3}{4}\right)$ $\frac{K}{S} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = 2$

Cevap: D

Örnek 7



$S_1 = 7\ br^2$

$S_2 = 11\ br^2$

$S_3 = 5\ br^2$

Yukarıda y = f(x) eğrisi ve x ekseni ile sınırlanan bölgeler ve alanları verilmiştir.

Buna göre, $\displaystyle\int_{-4}^{4} (|f(x)| - f(x))dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

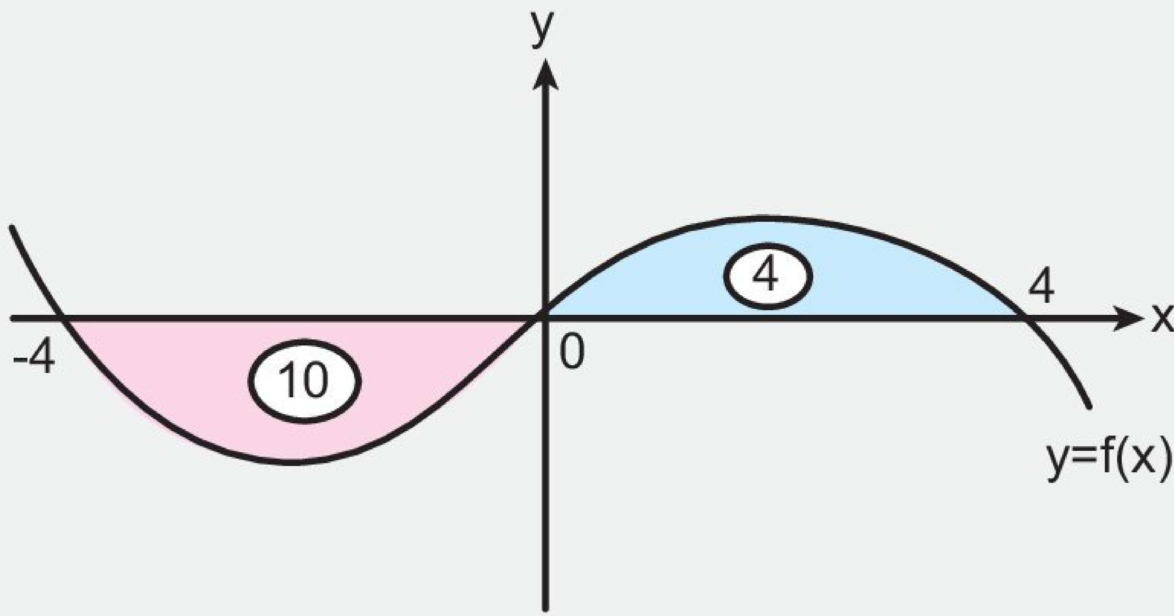
A) 24 B) 25 C) 28 D) 30 E) 32

$= S_1 + S_2 + S_3 - (-S_1 + S_2 - S_3) = 2(S_1 + S_3)$

$= 2 \cdot (7 + 5) = 24$

Cevap: A

Örnek 8



Yukarıda y = f(x) fonksiyonunun grafiği ve x ekseni ile sınırladığı iki bölgenin alanları verilmiştir.

Buna göre,

I. $\displaystyle\int_{-4}^{4} f(x)dx = 6$

II. $\displaystyle\int_{-4}^{4} |f(x)|dx = 14$

III. $\displaystyle\int_{-4}^{4} f(|x|)dx = 8$

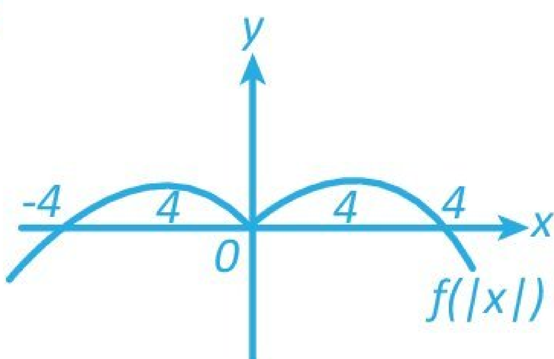
eşitliklerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) II ve III E) I ve II

I. $\displaystyle\int_{-4}^{4} f(x)dx = -10 + 4 = -6$ Yanlış

II. $\displaystyle\int_{-4}^{4} |f(x)|dx = 10 + 4 = 14$ Doğru

III.

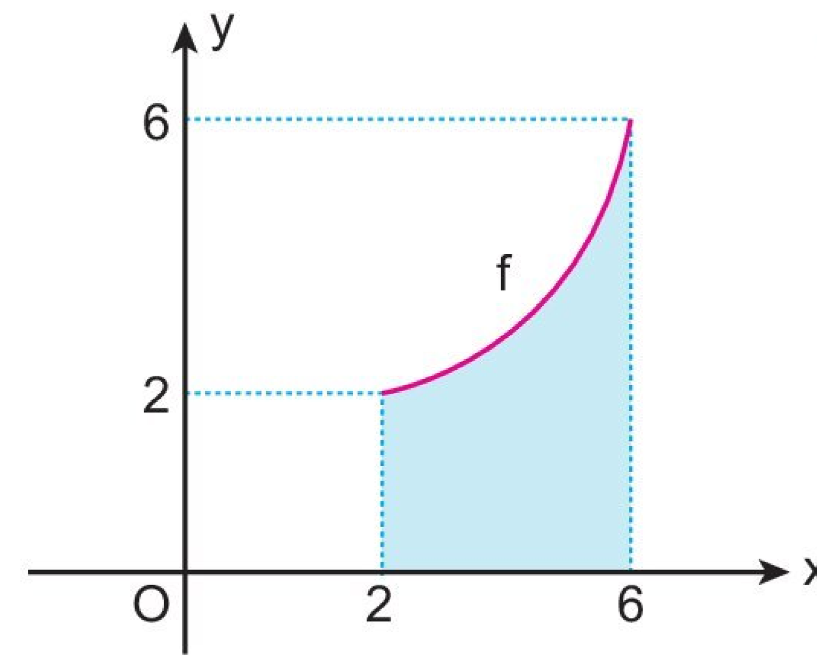


$\displaystyle\int_{-4}^{4} f(|x|)dx = 4 + 4 = 8$

Cevap: D

Çıkmış Soru 1

[2, 6] aralığı üzerinde tanımlı olan bire bir ve örten f fonksiyonunun grafiği şekilde veriliyor.



Boyalı bölgenin alanı 13 birimkare olduğuna göre,

$\displaystyle\int_{2}^{6} f^{-1}(x)dx$

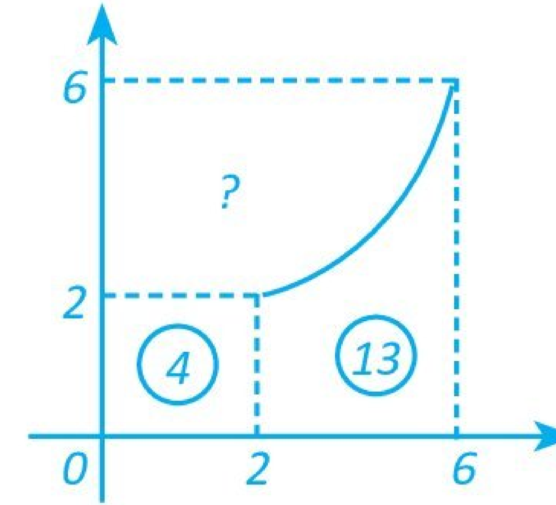
integralinin değeri kaçtır?

A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

2011 LYS

$4 + 13 + ? = 36$

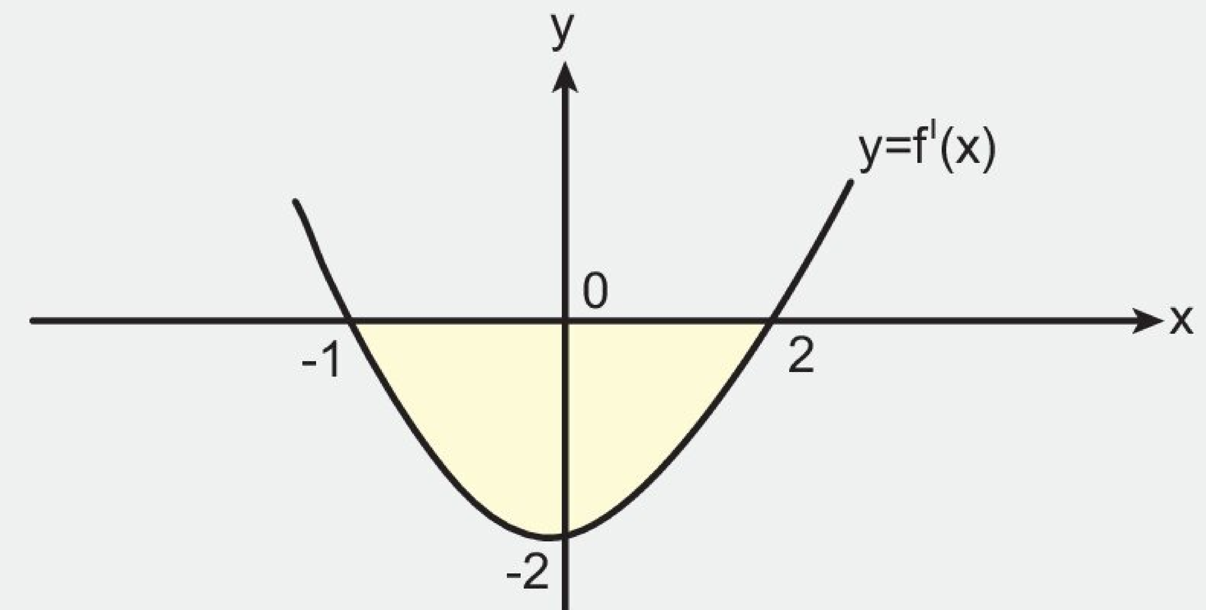
$? = 19$



Cevap B

Örnek 9

Aşağıda gerçek sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonunun birinci türevinin grafiği ile x ekseni arasında kalan sarı bölgenin alanı 8 br^2 dir.



Buna göre,

I. f(2) – f(–1) = –8 dir.

II. f(1) > f(2)

III. f(x) fonksiyonunun x = –1 de yerel maksimumu vardır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III D) I ve III E) I, II ve III

I. $\displaystyle\int_{-1}^{2} f'(x)dx = -8 \Rightarrow f(2) - f(-1) = -8$ Doğru

II. [–1, 2] de $f < 0$, f azalan $f(1) > f(2)$ Doğru

III. $x = -1$ de yerel maksimum var Doğru

-1; f': + 0 -

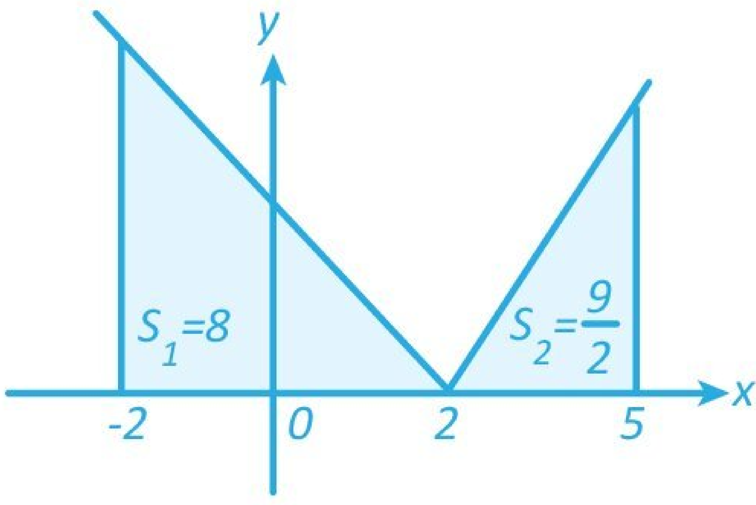
Cevap: E

> İntegralin alan anlamını kullanarak bazı belirli integral sorularının pratik çözümleri yapılabilir.

Örnek 10

$\int_{-2}^{5} |x-2|dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 8 B) 10 C) $\frac{21}{2}$ D) 12 E) $\frac{25}{2}$



$\int_{-2}^{5} |x-2|dx = 8 + \frac{9}{2} = \frac{25}{2}$

bulunur.

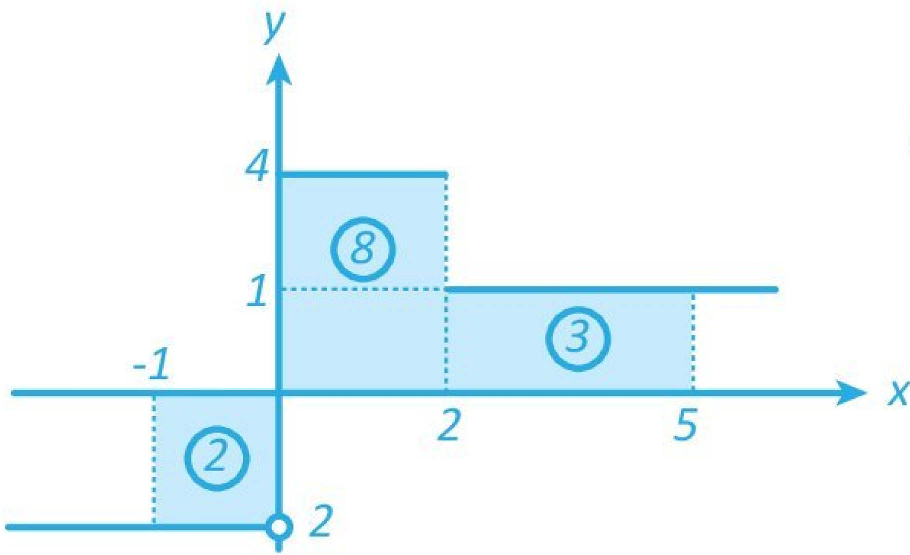
Cevap: E

Örnek 11

$$f(x) = \begin{cases} -2 & x < 0 \\ 4 & 0 \leq x < 2 \\ 1 & 2 \leq x \end{cases}$$

olduğuna göre, $\int_{-1}^{5} f(x)dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

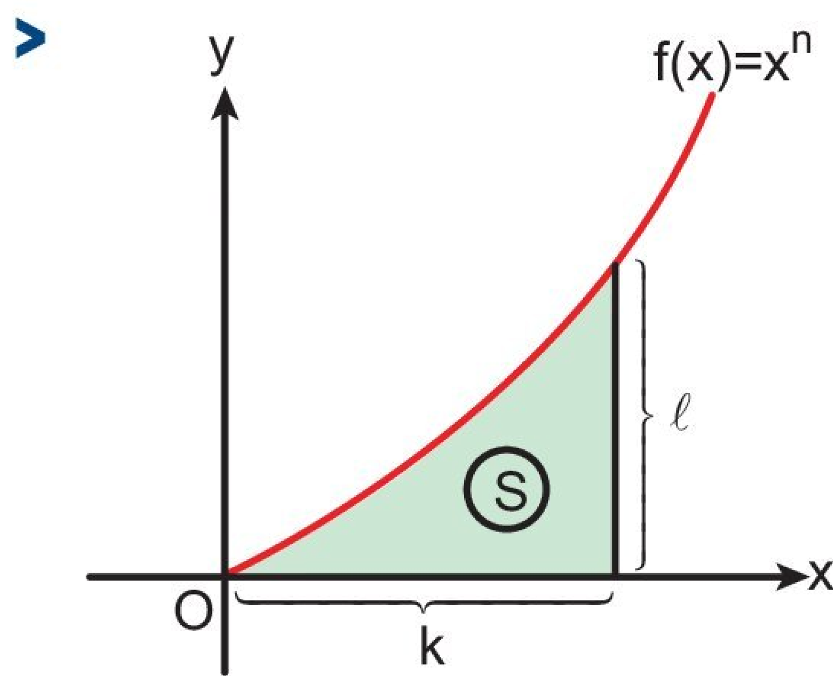
A) 8 B) 9 C) 10 D) $\frac{21}{2}$ E) $\frac{23}{2}$



$\int_{-1}^{5} f(x)dx = (-2) + 8 + 3 = 9$

Cevap: B

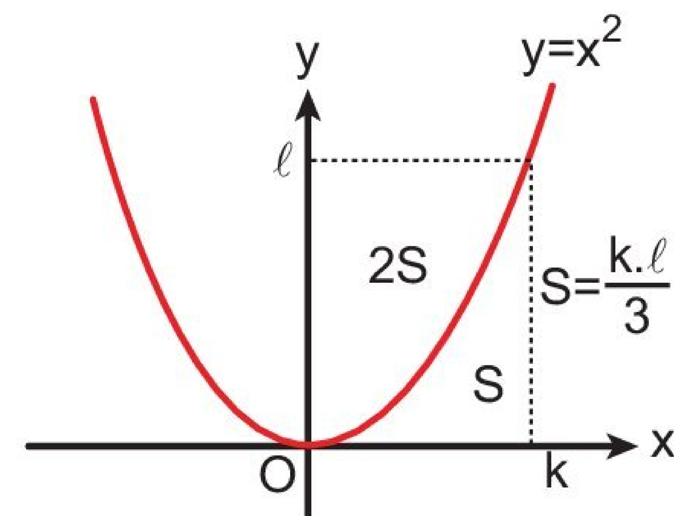
Pratik Olarak



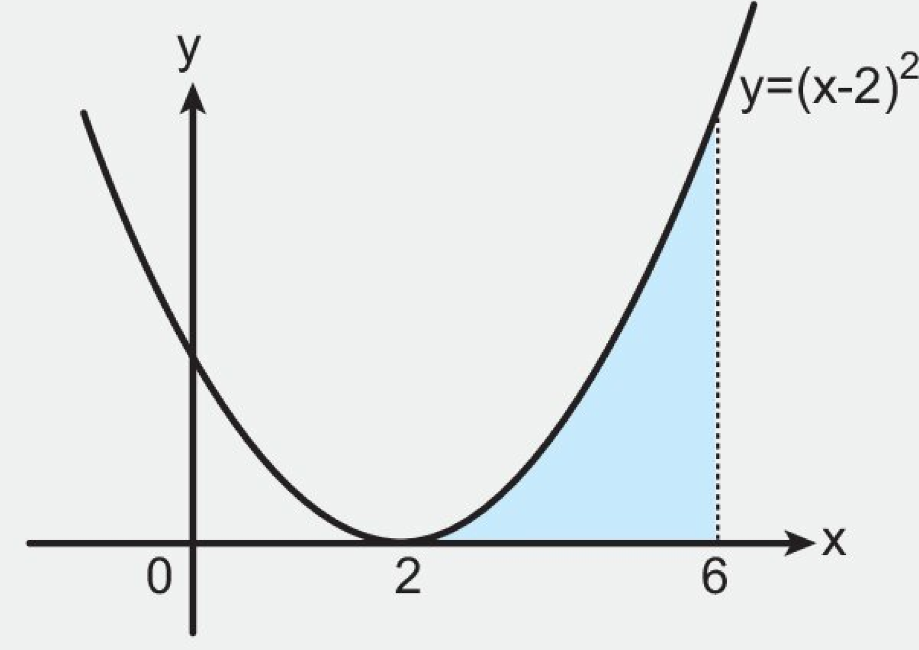
O : Eğrinin x eksenine teğet noktası

$S = \frac{k \cdot \ell}{n+1}$ dir.

Örneğin;

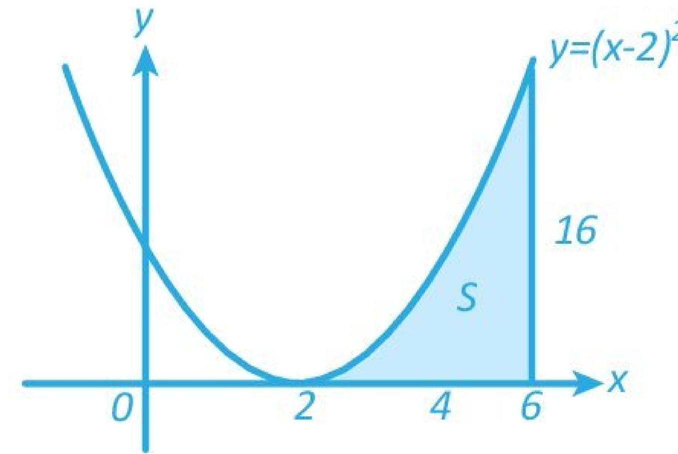


Örnek 12



Yukarıdaki şekilde verilen boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

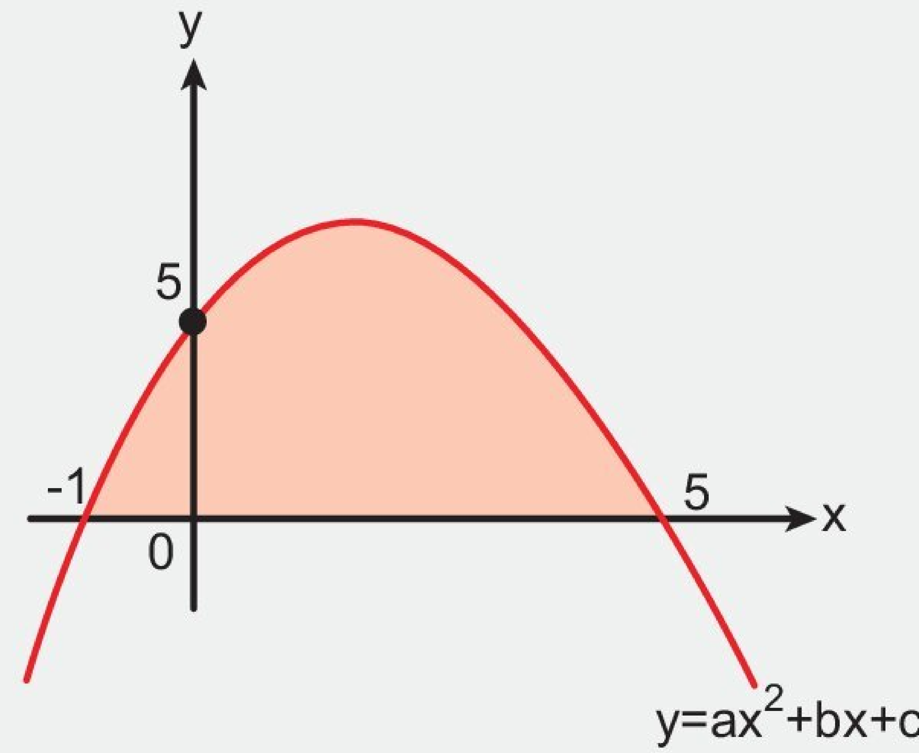
A) 20 B) 21 C) $\frac{64}{3}$ D) $\frac{65}{3}$ E) 24



$S = \frac{4 \cdot 16}{3} = \frac{64}{3}$

Cevap: C

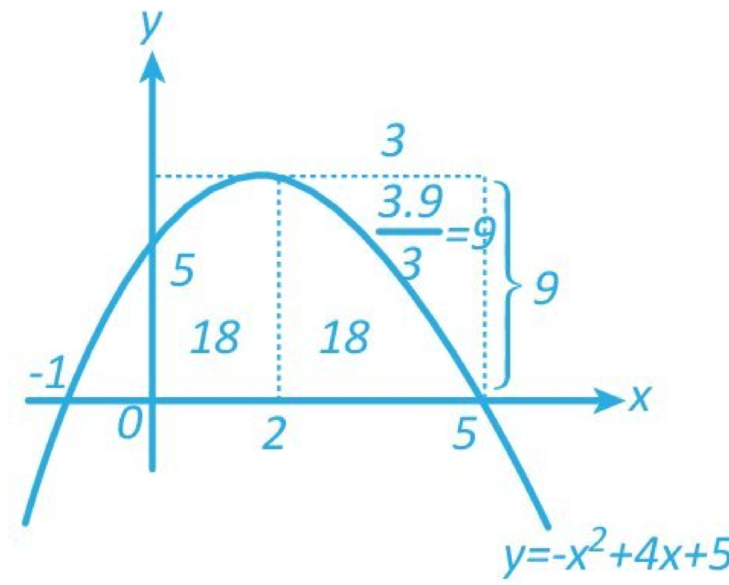
Örnek 13



Yukarıda eksenleri kestiği noktalar verilen parabolün x ekseni ile sınırladığı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 24 B) 28 C) 30 D) 36 E) 40

Parabolün eksenleri kestiği noktalardan faydalanarak önce denklemini, sonra tepe noktasının ordinatını bulmalıyız.



Alan = 36

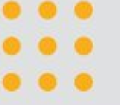
Cevap: D

Çıkmış Soru Cevapları

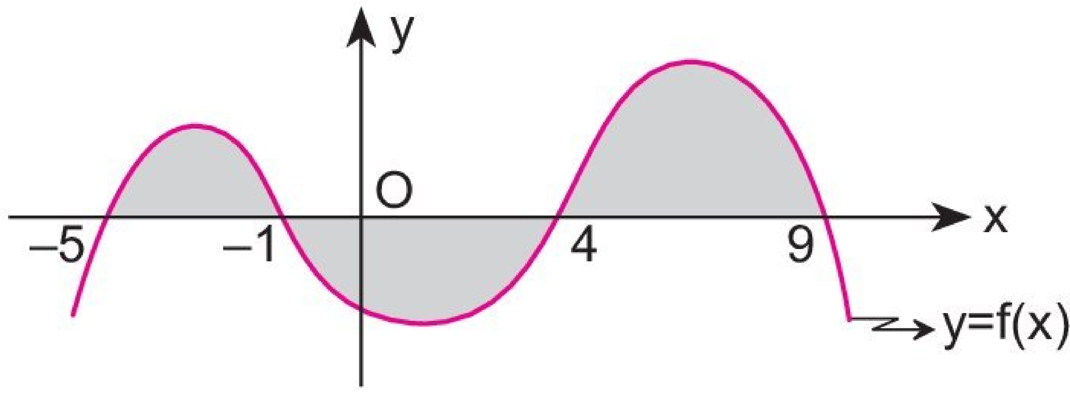
1. B

Örnek Cevapları

1.D 2.B 3.C 4.B 5.C 6.D 7.A 8.D 9.E 10.E 11.B 12.C 13.D



1.



Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\int_{-5}^{-1} f(x)\,dx = 7, \quad \int_{-1}^{4} f(x)\,dx = -8, \quad \int_{4}^{9} f(x)\,dx = 13$$

olduğuna göre, $\int_{-5}^{9} |f(x)|dx$ integralinin değeri kaçtır?

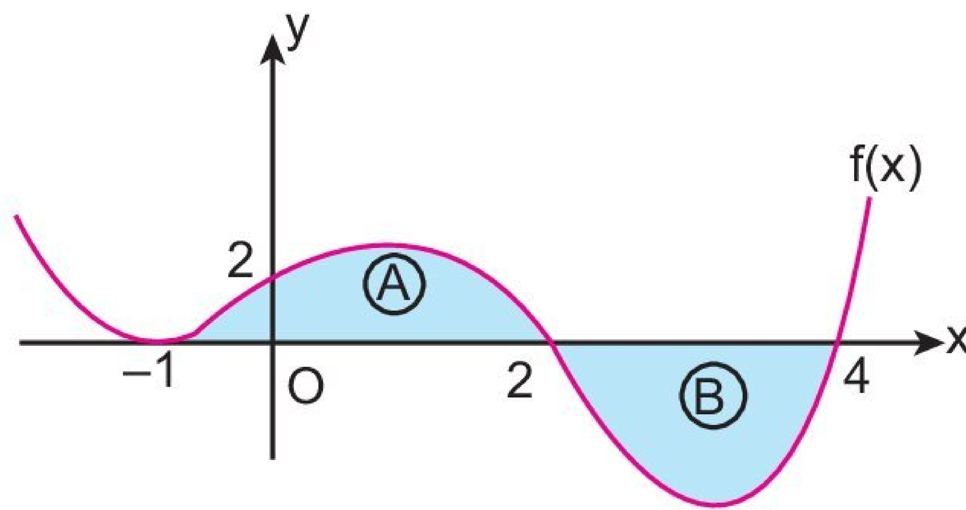
A) 12 B) 15 C) 20 D) 28 E) 34

$S_1 + S_2 + S_3 = \int_{-5}^{-1} f(x)\,dx - \int_{-1}^{4} f(x)\,dx + \int_{4}^{9} f(x)\,dx$

$= 7 - (-8) + 13$

$= 28$ br^2 bulunur. Cevap D

2.



Şekilde y = f(x) eğrisinin grafiği verilmiştir. A ve B boyalı bölgelerin alanlarını ifade etmektedir.

A < B olduğuna göre,

I. $\int_{-1}^{4} f(x)dx < 0$ II. $\int_{-3}^{2} f(x)dx > 0$

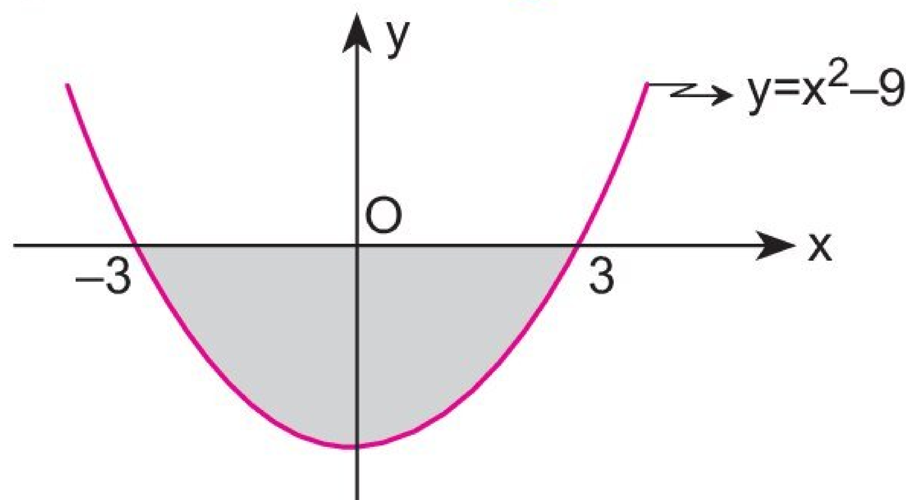
III. $\int_{-1}^{5} f(x)dx > 0$ IV. $\int_{4}^{0} f(x)dx > 0$

ifadelerinden kaç tanesi kesinlikle doğrudur?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

I, II. ve IV kesinlikle doğrudur. Cevap D

3.



Şekilde $y = x^2 - 9$ parabolü verilmiştir.

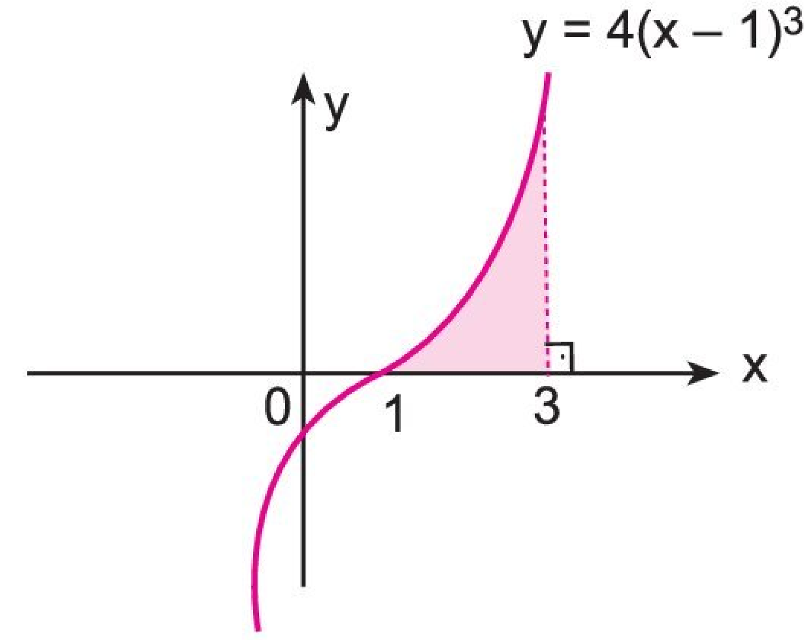
Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 12 B) 18 C) 36 D) 48 E) 54

$-\int_{-3}^{3} (x^2 - 9)\,dx = -\left(\frac{x^3}{3} - 9x\right)\Big|_{-3}^{3} = -[(9-27)-(-9+27)]$

$= 36$ br^2 bulunur. Cevap C

4.



Şekildeki boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

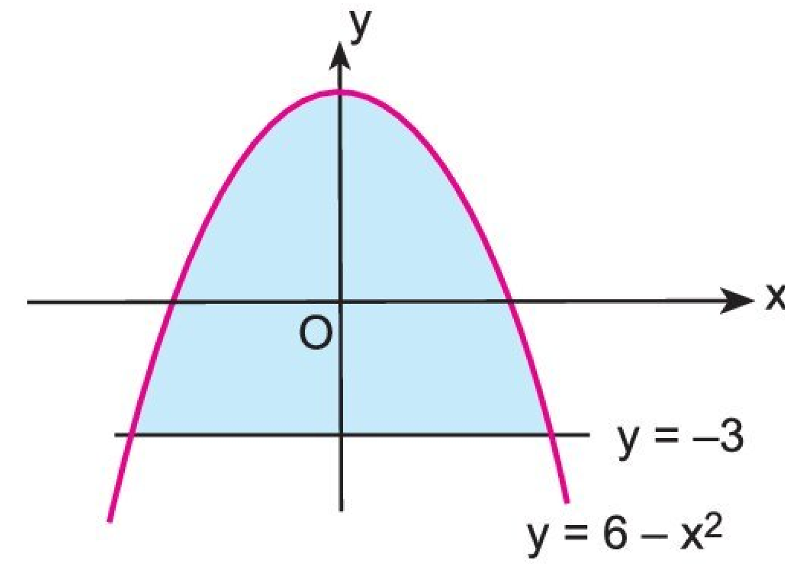
A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

1. Çözüm: $A = \frac{2.32}{4} = 16$

2. Çözüm: $A = \int_{1}^{3} 4(x-1)^3 dx = \int_{0}^{2} 4u^3 du \Rightarrow A = u^4\Big|_{0}^{2} = 16$

Cevap D

5.



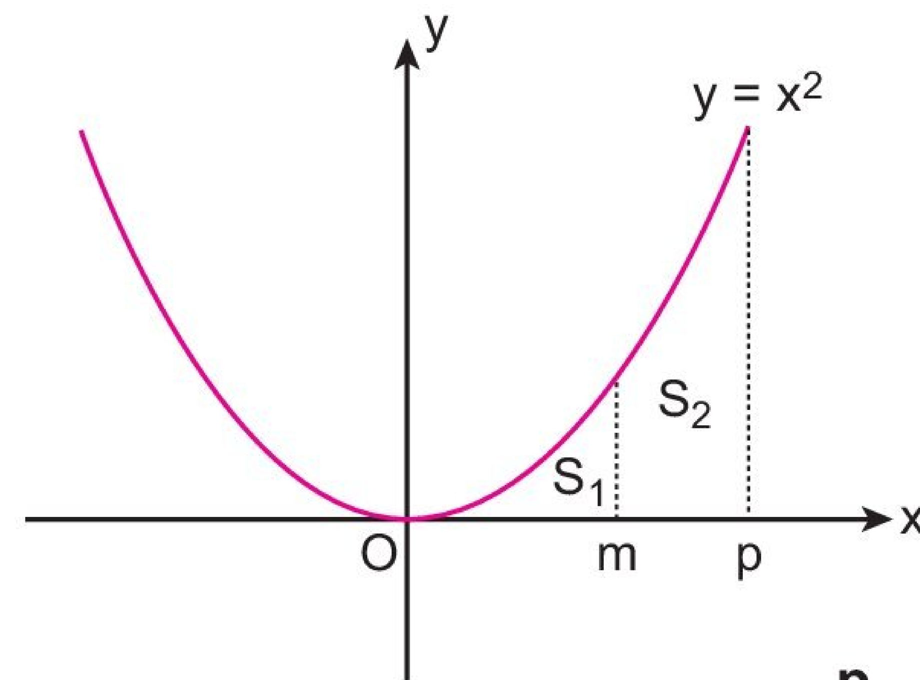
Şekildeki boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 24 B) 30 C) 36 D) 42 E) 48

$-3 = 6 - x^2 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$

$A = \int_{-3}^{3} [6 - x^2 - (-3)] = 2(9x - x^2)\Big|_{0}^{3} = 36$ Cevap C

6.



Şekilde $y = x^2$ parabolünün grafiği verilmiştir.

S_1 ve S_2 içinde bulundukları bölgelerin alanlarıdır.

$3 \cdot S_1 = 2 \cdot S_2$ olduğuna göre, $\frac{p}{m}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{\sqrt[3]{24}}{2}$ B) $\frac{\sqrt[3]{20}}{2}$ C) $\frac{\sqrt[3]{18}}{2}$ D) $\frac{\sqrt[3]{16}}{2}$ E) $\frac{\sqrt[3]{15}}{2}$

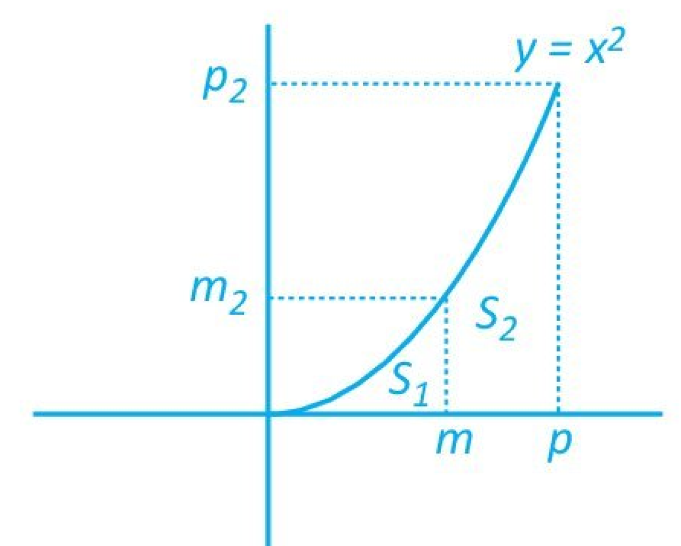
$S_1 = \frac{m^3}{3}$ $\quad S_1 + S_2 = \frac{p^3}{3}$

$S_2 = \frac{p^3 - m^3}{3}$ ve $S_2 = \frac{3}{2} S_1$

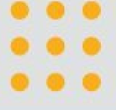
$\frac{p^3 - m^3}{3} = \frac{3}{2} \cdot \frac{m^3}{3}$

$p^3 = \frac{3}{2} m^3 + m^3 = \frac{5}{2} m^3$

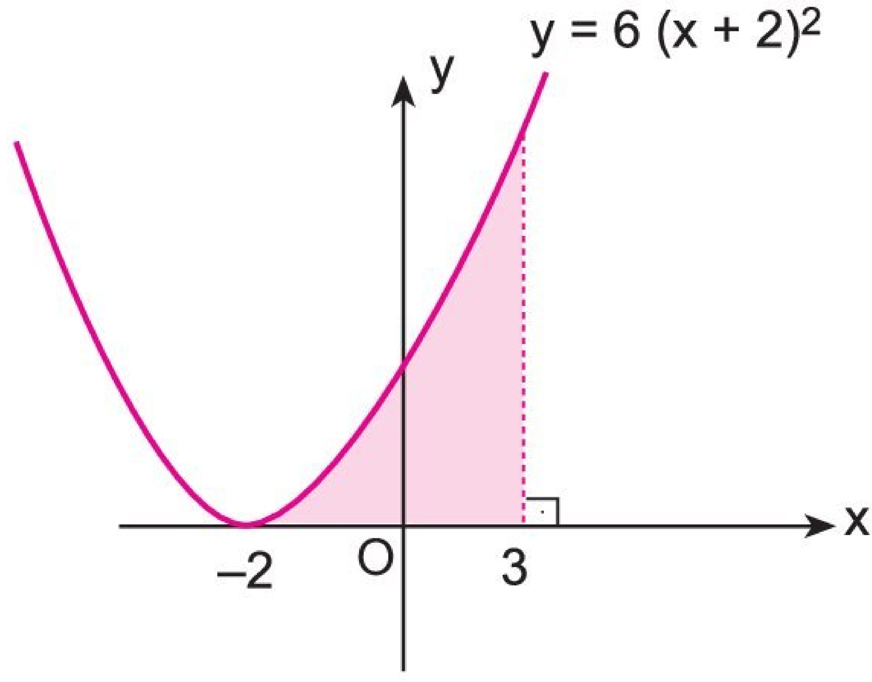
$p = m \cdot \sqrt[3]{\frac{5}{2}} \quad \frac{p}{m} = \frac{\sqrt[3]{20}}{2}$



Cevap B



7.



Şekildeki boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 150 B) 175 C) 200 D) 225 E) 250

1. çözüm: $A = \frac{5.6.25}{3} = 250$

2. çözüm: $A = \int_{-2}^{3} 6(x+2)^2 dx = \int_{0}^{5} 6u^2 du = 2u^3 \Big|_0^5 = 250$

Cevap E

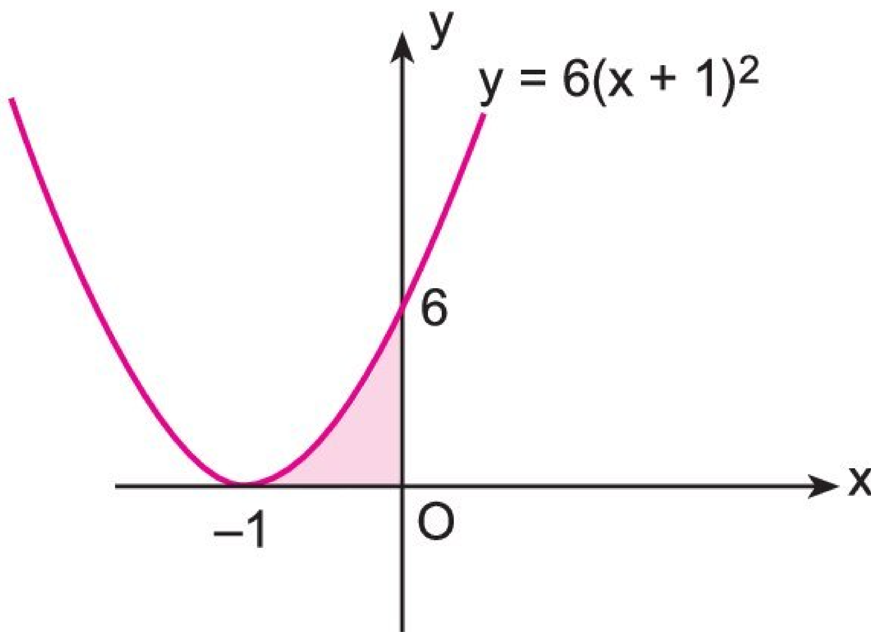
8. $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ **eğrisi, x = 1 ve x = 27 doğruları ile yatay eksen arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?**

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

$\int_1^{27} x^{-\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} \Big|_1^{27} = \frac{3}{2}(9-1) = 12$

Cevap C

9.



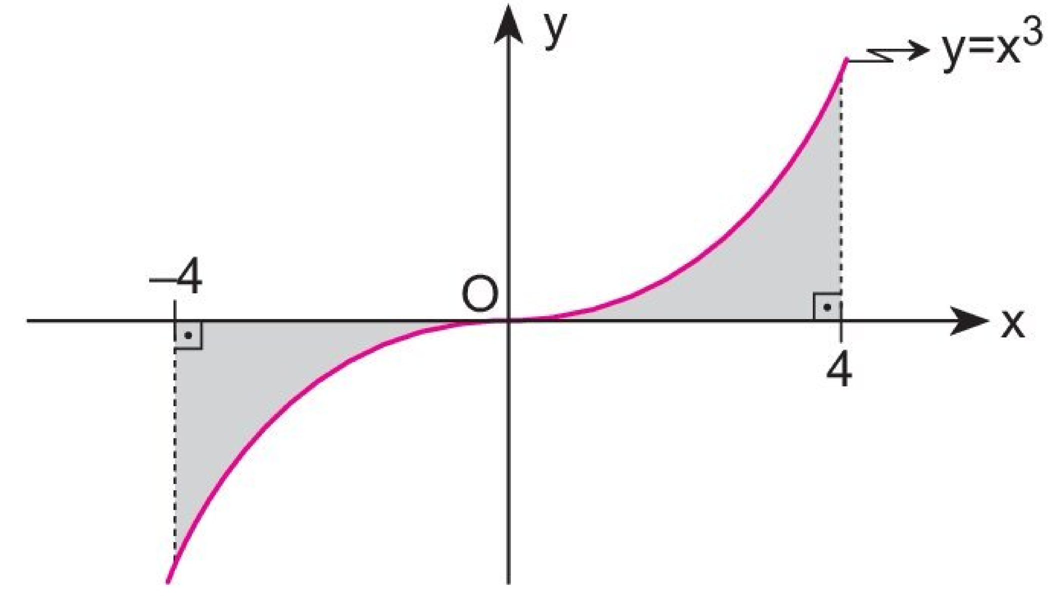
Şekildeki boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1. çözüm: $A = \frac{1.6}{3} = 2$

2. çözüm: $A = \int_{-1}^{0} 6(x+1)^2 dx = \int_0^1 6u^2 du = 2u^3 \Big|_0^1 = 2$ *Cevap: B*

10.



Şekilde $y = x^3$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

A) 16 B) 32 C) 64 D) 128 E) 256

Taralı alanlar simetrik olduğundan eşittir.

Taralı anlar toplamı $= 2 \cdot \int_0^4 x^3 dx$

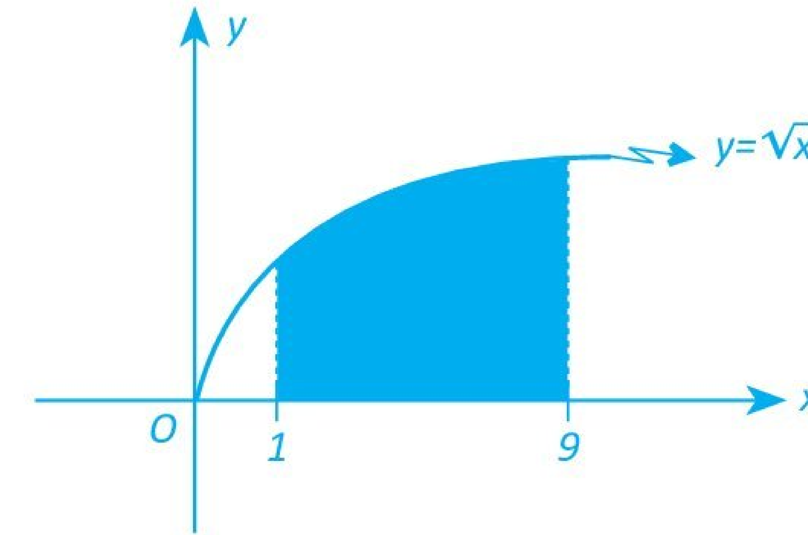
$= 2 \cdot \frac{x^4}{4} \Big|_0^4 = 2 \cdot \left(\frac{4^4}{4} - 0\right) = 128$ *br² bulunur.* *Cevap D*

11. $y = \sqrt{x}$ eğrisi,

x = 1 ve x = 9

doğruları ile x ekseni arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{50}{3}$ B) $\frac{52}{3}$ C) 18 D) $\frac{56}{3}$ E) $\frac{58}{3}$

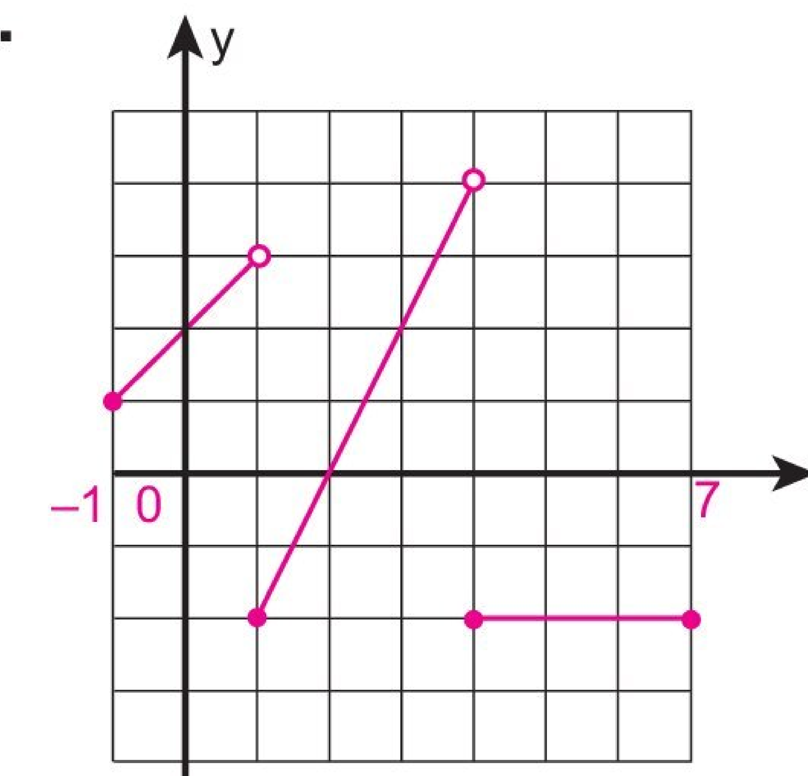


$\int_1^9 \sqrt{x}\, dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Big|_1^9 = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}$

$= \frac{2}{3} \cdot (27-1) = \frac{52}{3}$ *br² olur.*

Cevap B

12.



[–1, 7] aralığında tanımlı bir f fonksiyonunun grafiği birim karelere bölünen dik koordinat düzleminde şekildeki gibi verilmiştir.

Buna göre $\int_{-1}^{7} f(x)dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) –1

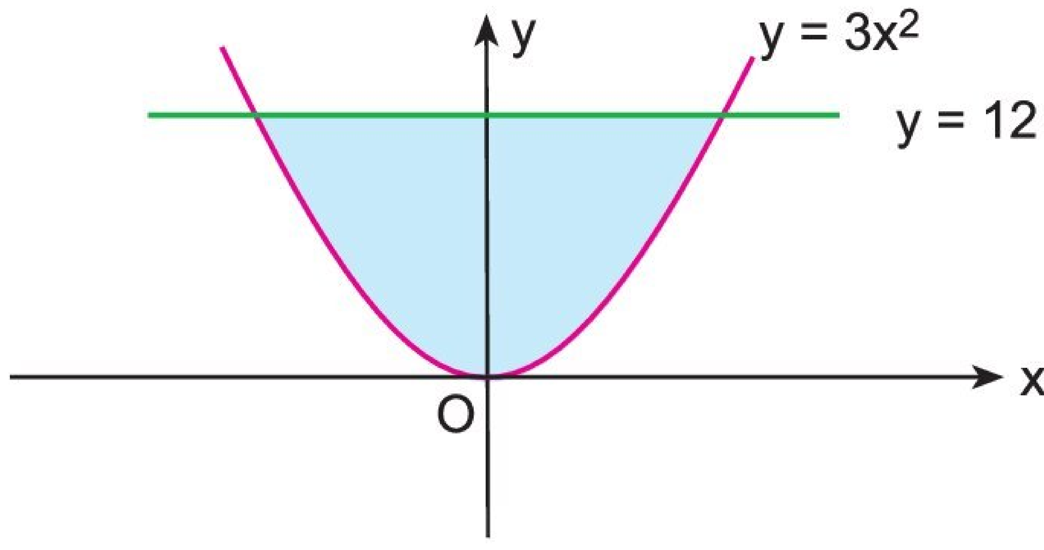
$\int_{-1}^{7} f(x)dx = \int_{-1}^{1} f(x)dx - \int_{1}^{2} f(x)dx + \int_{2}^{5} f(x)dx - \int_{5}^{7} f(x)dx$

$= \frac{(1+3).2}{2} - \frac{2.1}{2} + \frac{2.4}{2} - 3.2 = 4 - 1 + 4 - 6 = 1$ *bulunur.*

Cevap: C

1.D 2.D 3.C 4.D 5.C 6.B 7.E 8.C 9.B 10.D 11.B 12.C

1.



Şekildeki boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 20 B) 24 C) 28 D) 32 E) 36

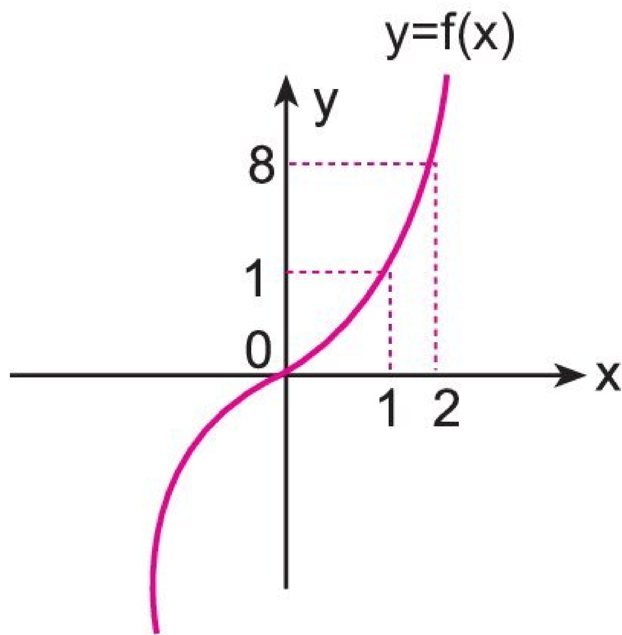
$3x^2 = 12 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$ ve $x = -2$ apsisli noktalarda kesişirler.

$A = \int_{-2}^{2} (12 - 3x^2)\,dx = 2(12x - x^3)\Big|_0^2 = 2(24-8) = 32$

2. Yöntem: $2 \cdot \frac{2}{3} 2 \cdot 12 = 32$

Cevap: D

2.



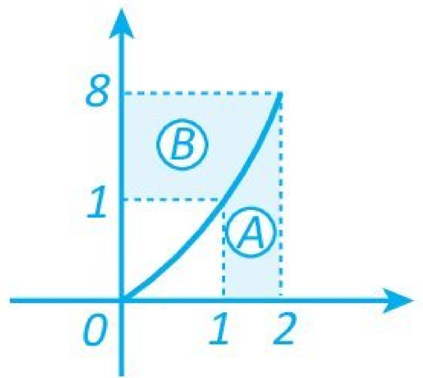
Şekildeki $f(x) = x^3$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$\int_1^2 f(x)\,dx + \int_1^8 f^{-1}(x)\,dx$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15



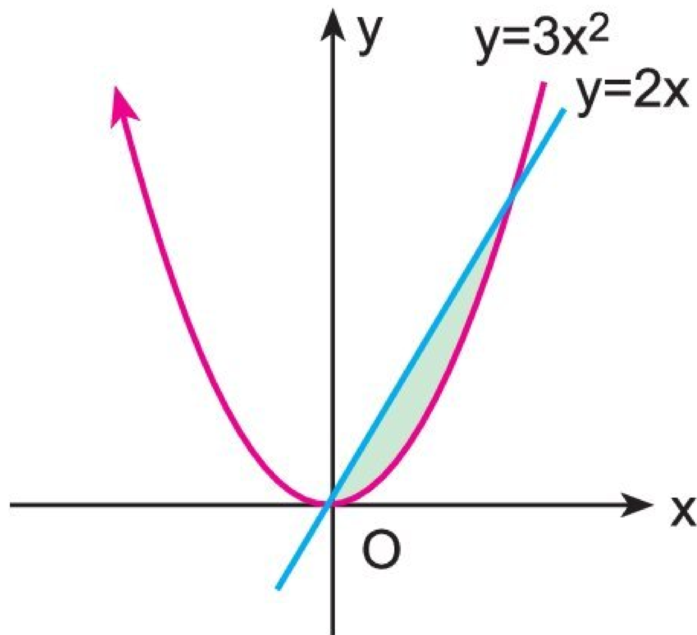
$A = \int_1^2 f(x)\,dx$

$B = \int_1^8 f^{-1}(y)\,dy = \int_1^8 f^{-1}(x)\,dx$

olduğu için, A + B = 2 . 8 – 1 . 1 = 15 dir.

Cevap: E

3.



Şekildeki boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{4}{27}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{7}{8}$ D) 1 E) $\frac{9}{8}$

1. Çözüm: $3x^2 = 2x \Rightarrow x = 0$ ve $x = \frac{2}{3} \Rightarrow A = \dfrac{\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3}}{6} = \frac{4}{27}$

2. Çözüm: $\int_0^{\frac{2}{3}} (2x - 3x^2)\,dx = (x^2 - x^3)\Big|_0^{\frac{2}{3}} = \frac{4}{9} - \frac{8}{27} = \frac{4}{27}$

Cevap: A

4. m sıfırdan farklı bir gerçek sayıdır.

$f(x) = mx^n$ fonksiyonu veriliyor.

$f(2x) = f'(x) \,.\, f''(x)$

eşitliği sağlanmaktadır.

Buna göre, $\int_0^{12} f^{-1}(y)\,dy$ **integralinin değeri kaçtır?**

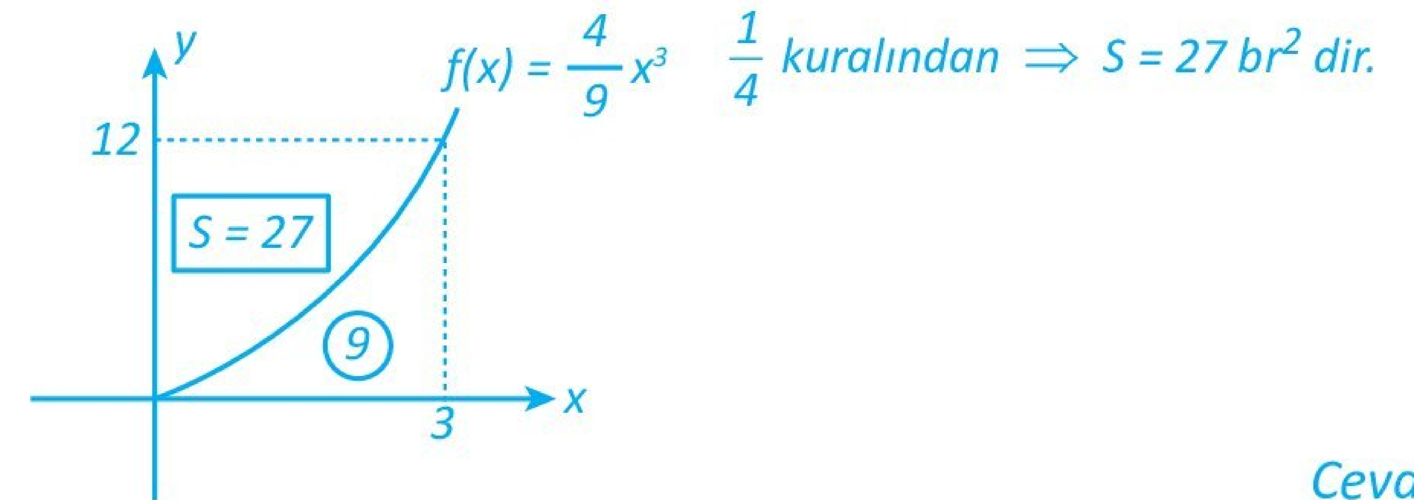
A) 9 B) 15 C) 21 D) 27 E) 33

$m(2x)^n = m \,.\, n \,.\, x^{n-1} \,.\, m \,.\, n \,.\, (n-1) \,.\, x^{n-2}$

$x^n = x^{n-1} \,.\, x^{n-2} \Rightarrow n = 2n - 3 \Rightarrow \boxed{n = 3}$

$m \,.\, 2^3 = m \,.\, 3 \,.\, m \,.\, 3 \,.\, 2$

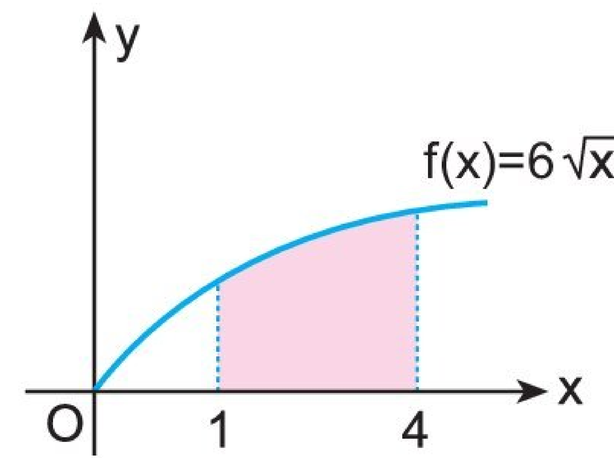
$8 = 18m \Rightarrow m = \frac{4}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{4}{9}x^3$



$f(x) = \frac{4}{9}x^3$ $\frac{1}{4}$ *kuralından* $\Rightarrow S = 27\ br^2$ *dir.*

Cevap D

5.



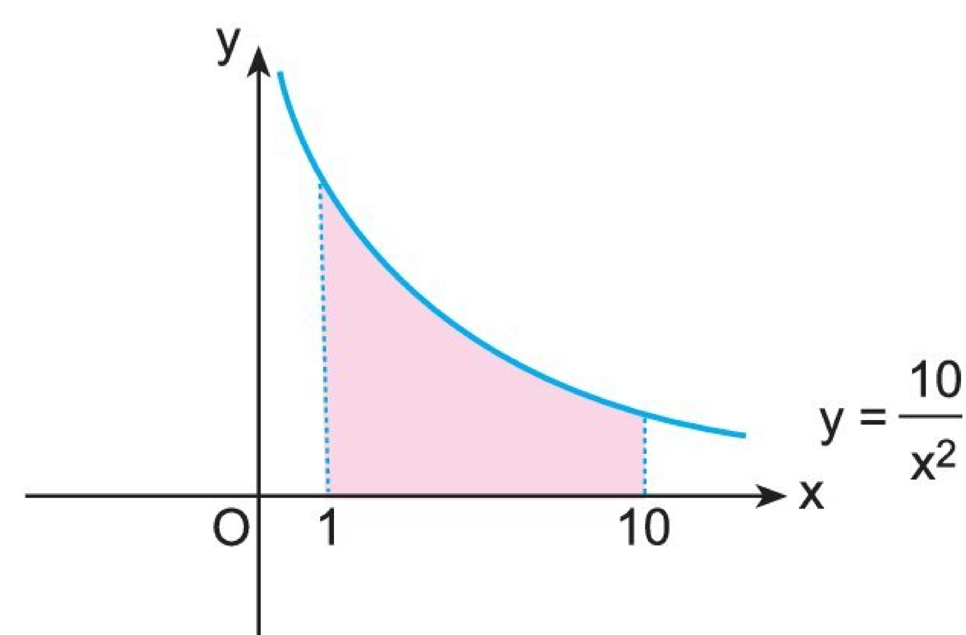
Şekildeki boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 28 B) 30 C) 32 D) 34 E) 36

$A = \int_1^4 6x^{\frac{1}{2}}\,dx = 4x^{\frac{3}{2}}\Big|_1^4 = 28$

Cevap: A

6.



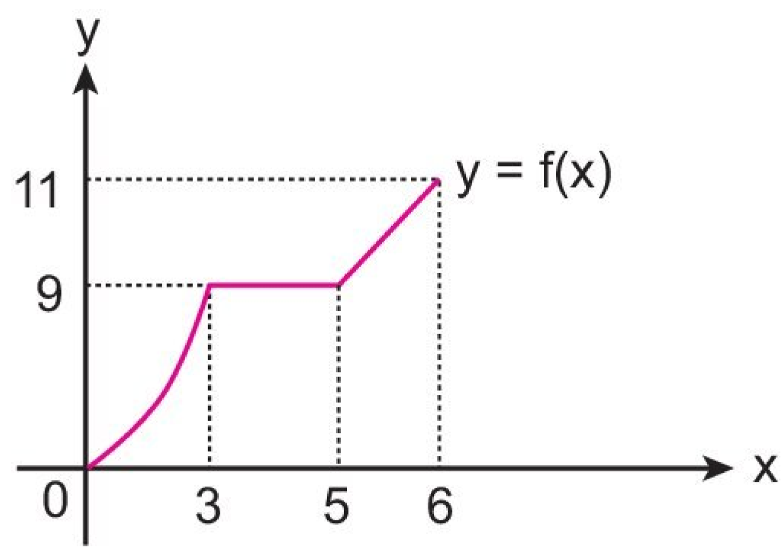
Şekildeki boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$A = \int_1^{10} 10x^{-2}\,dx = -\frac{10}{x}\Big|_1^{10} = -1 + 10 = 9$

Cevap: D

7.



Şekilde $y = x^2$ parabolü, sabit fonksiyon ve doğrusal fonksiyon biçiminde parçalı olarak tanımlanmış y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$A = \int_0^6 f(x)dx$ $\qquad$ $B = \int_0^{\sqrt{6}} f(x).f'(x)dx$

biçiminde tanımlanmıştır.

Buna göre, A – B işleminin sonucu kaçtır?

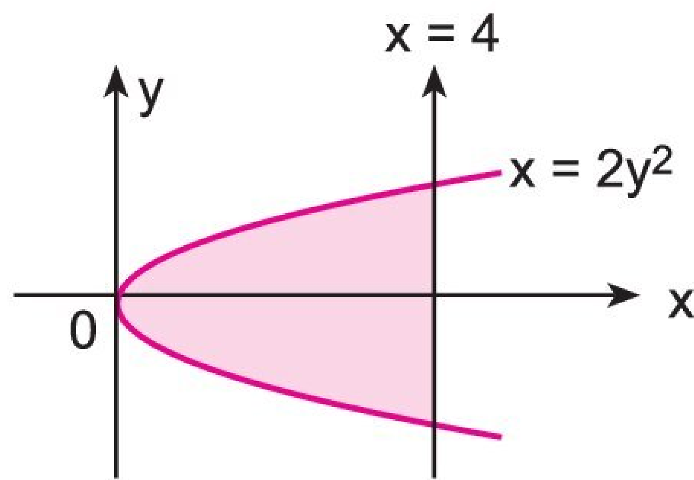
A) 19 $\quad$ B) 18 $\quad$ C) 17 $\quad$ D) 16 $\quad$ E) 15

1. $A = \frac{3.9}{3} + 2 \cdot 9 + \frac{9+11}{2} \cdot 1 = 37$

2. $\boxed{f(x) = u \quad f'(x)dx = du}$ $\quad$ x = 0 için u = 0 $\quad$ $x = \sqrt{6}$ için u = 6

$B = \int_0^6 u.du = \frac{u^2}{2}\Big|_0^6 = 18$ $\qquad$ 3. (37 – 18) = 19 $\qquad$ Cevap: A

8.



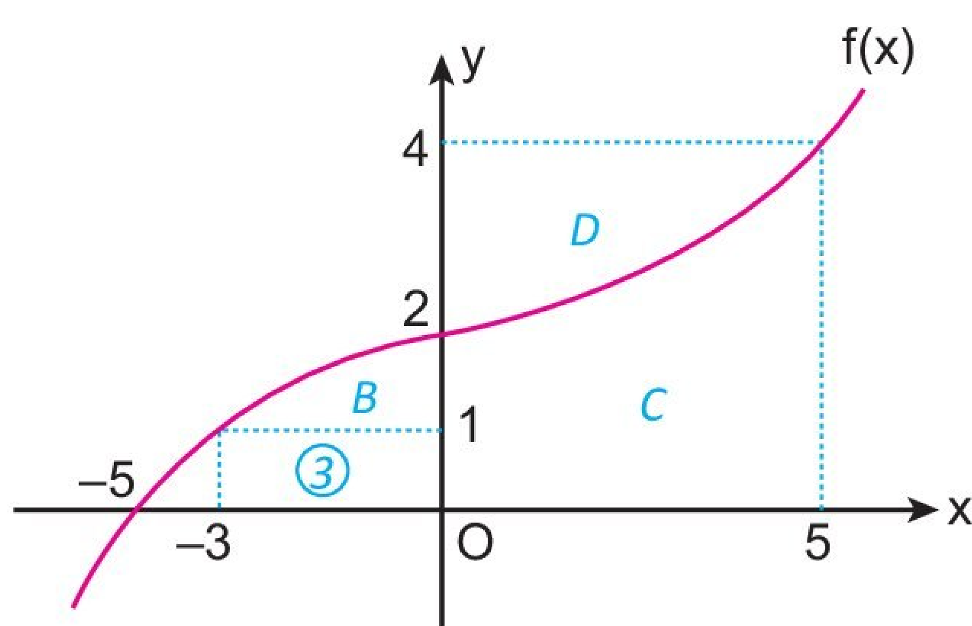
Şekildeki taralı bölgelerin alanları toplamı kaç birim karedir?

A) $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ $\quad$ B) $\frac{16}{3}$ $\quad$ C) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ $\quad$ D) $\frac{8}{3}$ $\quad$ E) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

$2y^2 = 4 \Rightarrow y = -\sqrt{2}$ ve $y = \sqrt{2}$ $\Big\}$ $A = 2 . \frac{2}{3} . (4 . \sqrt{2}) = \frac{16\sqrt{2}}{3}$

Cevap A

9.



Şekilde y = f(x) eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\int_{-3}^{5} f(x)dx + \int_{1}^{4} f^{-1}(x)dx$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 19 $\quad$ B) 21 $\quad$ C) 23 $\quad$ D) 25 $\quad$ E) 27

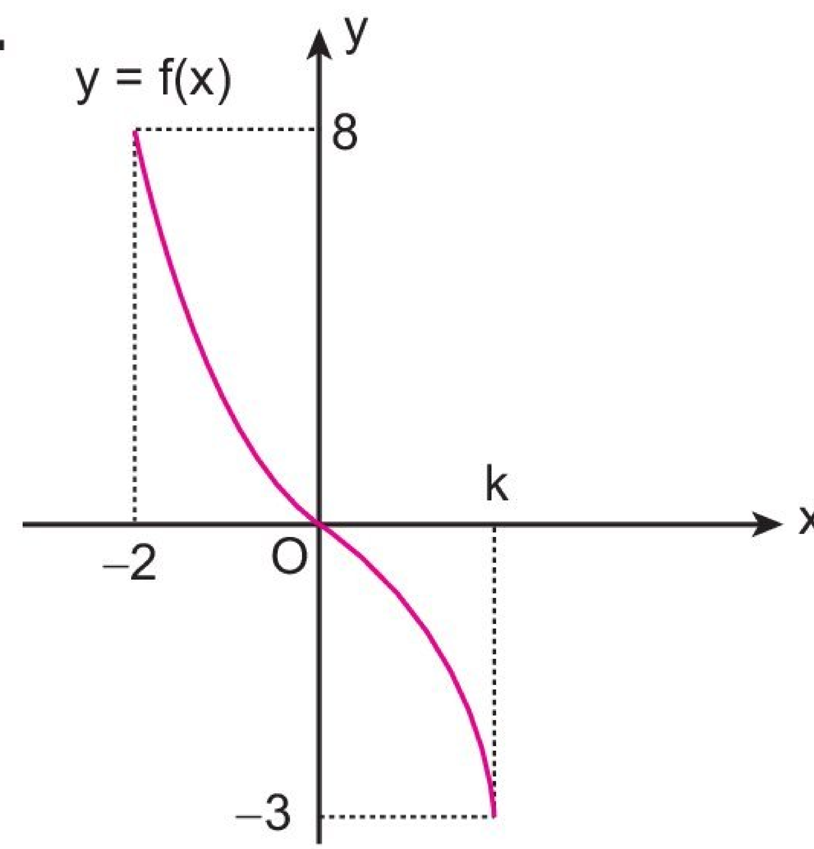
$\int_{-3}^{5} f(x)dx = 3 + B + C$

$\int_{1}^{4} f^{-1}(x)dx = -B + D$

Toplamı = 3 + C + D = 3 + 20 = 23

Cevap C

10.



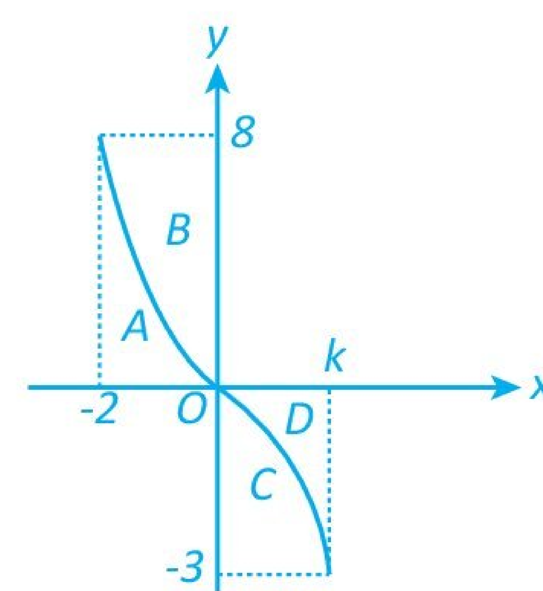
Şekilde f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$\int_{-3}^{8} f^{-1}(x)dx = -8$

$\int_{-2}^{k} f(x)dx = 4$

olduğuna göre, k değeri kaçtır?

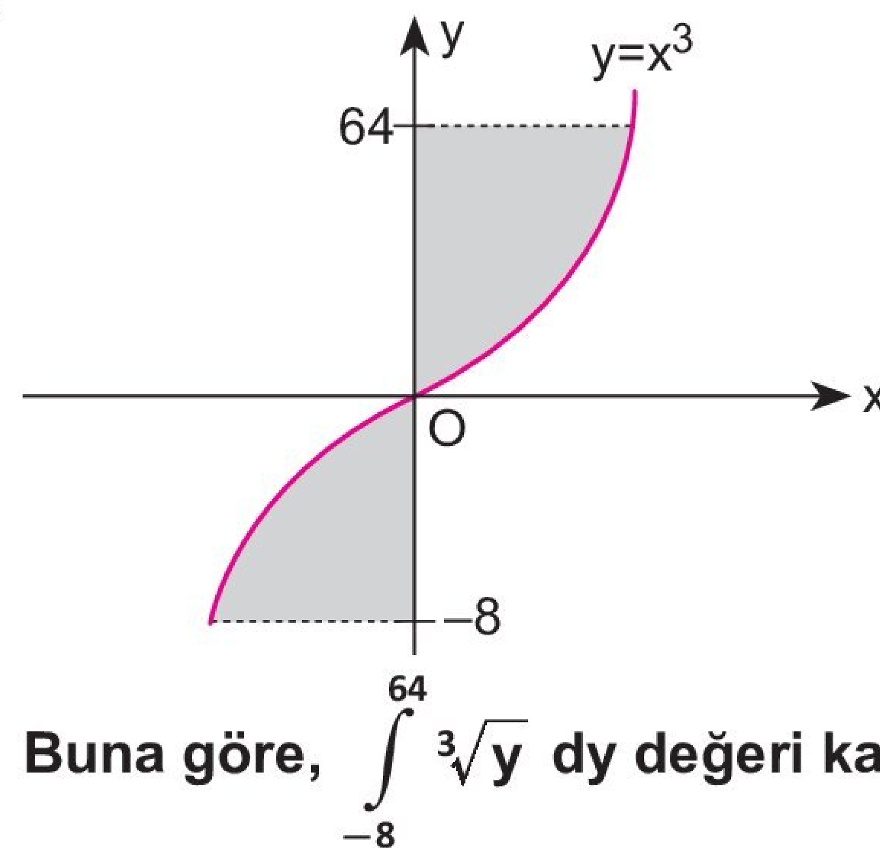
A) $\frac{1}{2}$ $\quad$ B) $\frac{4}{3}$ $\quad$ C) $\frac{7}{6}$ $\quad$ D) 2 $\quad$ E) $\frac{13}{6}$



C – B = –8
A – D = 4
(A + B) – (C + D) = 12
16 – 3.k = 12
$\frac{4}{3} = k$

Cevap B

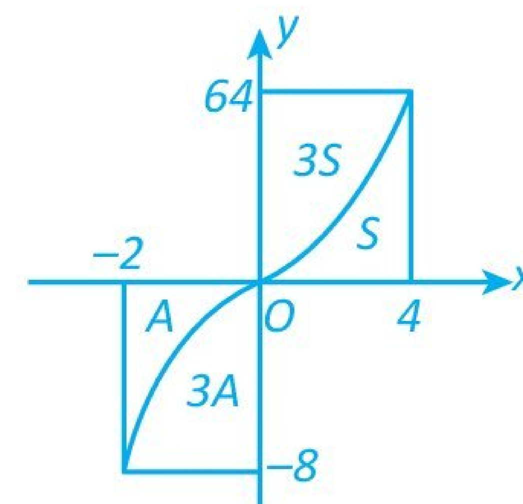
11.



Yanda $y = x^3$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\int_{-8}^{64} \sqrt[3]{y}\,dy$ **değeri kaçtır?**

A) 180 $\quad$ B) 188 $\quad$ C) 196 $\quad$ D) 200 $\quad$ E) 204



4S = 4 . 64 ⟹ 3S = 3 . 64 = 192

4A = 2 . 8 ⟹ 3A = 12

3S – 3A = 192 – 12 = 180

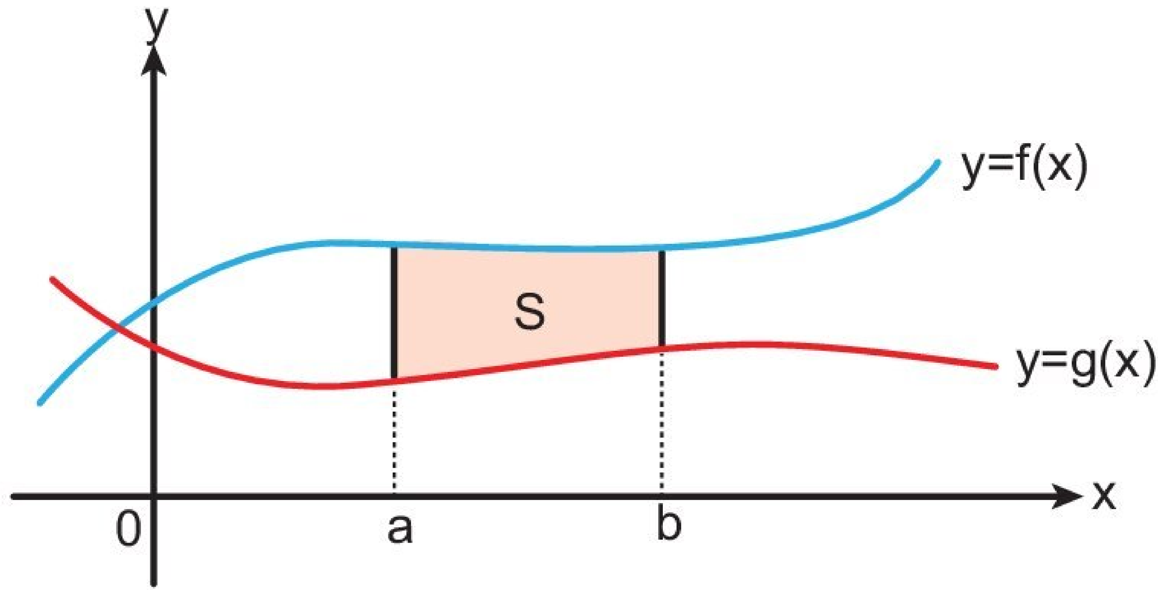
Cevap A

1.D 2.E 3.A 4.D 5.A 6.D 7.A 8.A 9.C 10.B 11.A



İNTEGRALDE ALAN

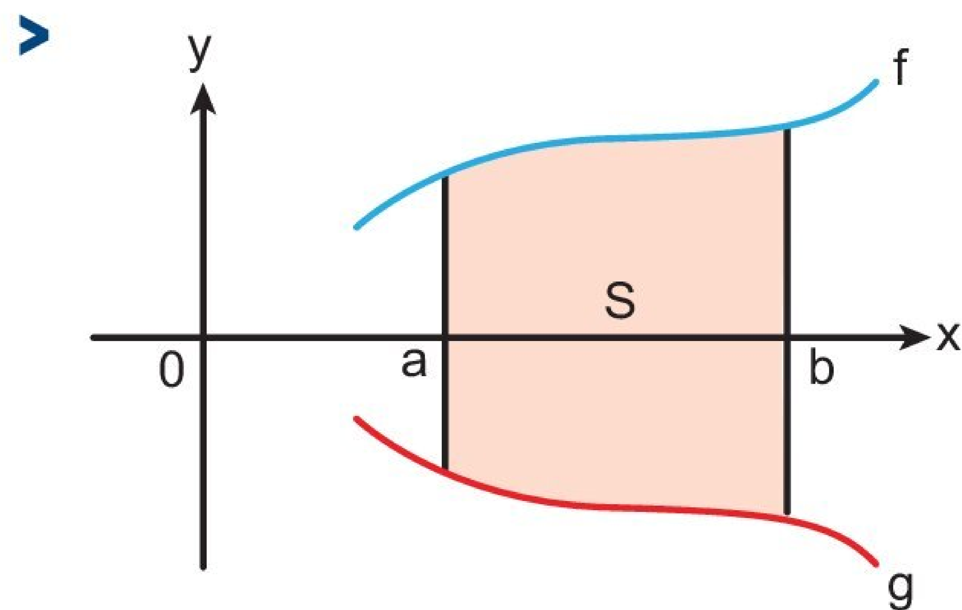
I. İki Fonksiyonun Grafiği Arasında Kalan Sınırlanan Bölgenin Alanı



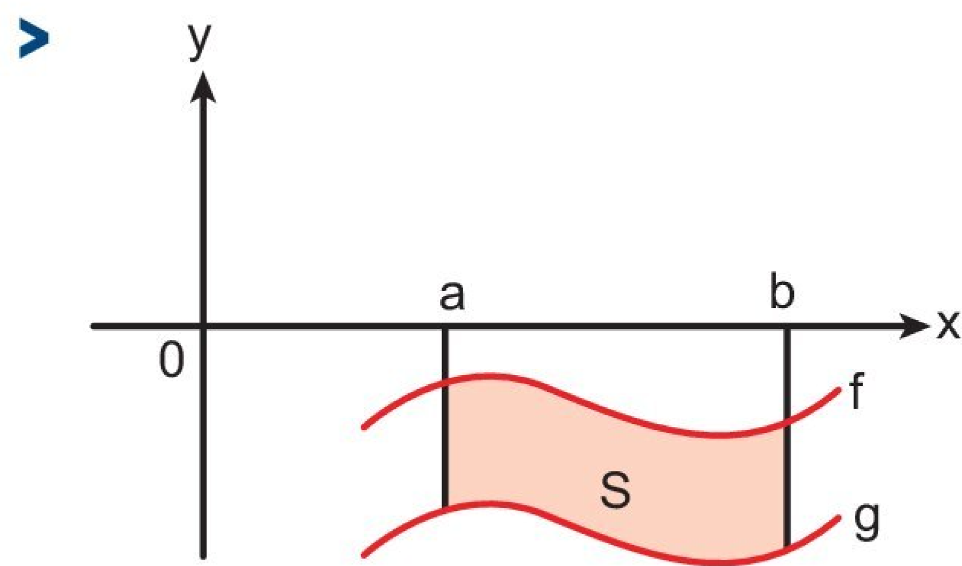
$S = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$ tir.

> $S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$

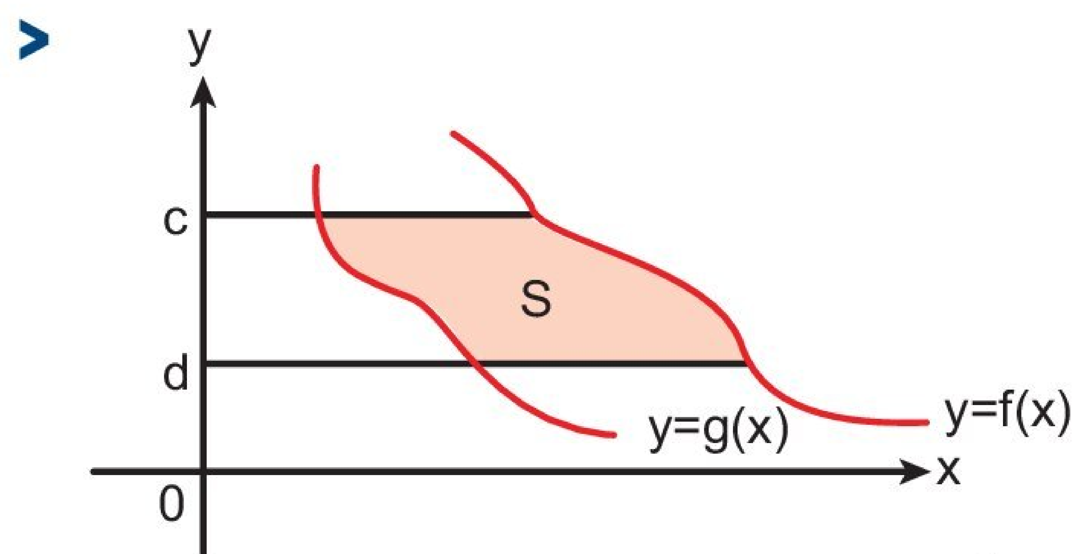
integralinde f(x) > g(x) olduğuna dikkat ediniz.



$S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$



$S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$

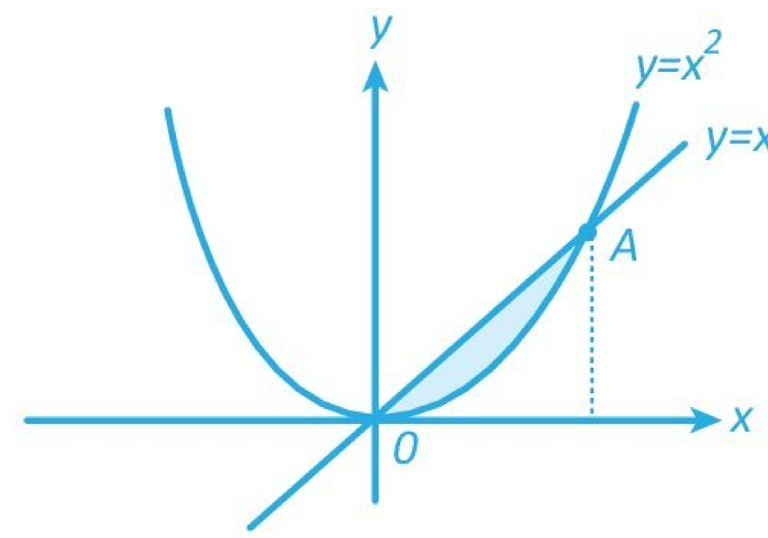


$S = \int_d^c \left(f^{-1}(y) - g^{-1}(y)\right)dy$ dir.

Örnek 1

$f(x) = x$ ve $g(x) = x^2$ fonksiyonları ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$



A noktası için ortak çözüm

$x^2 = x \Rightarrow x = 0$ ve $x = 1$ A(1, 1)

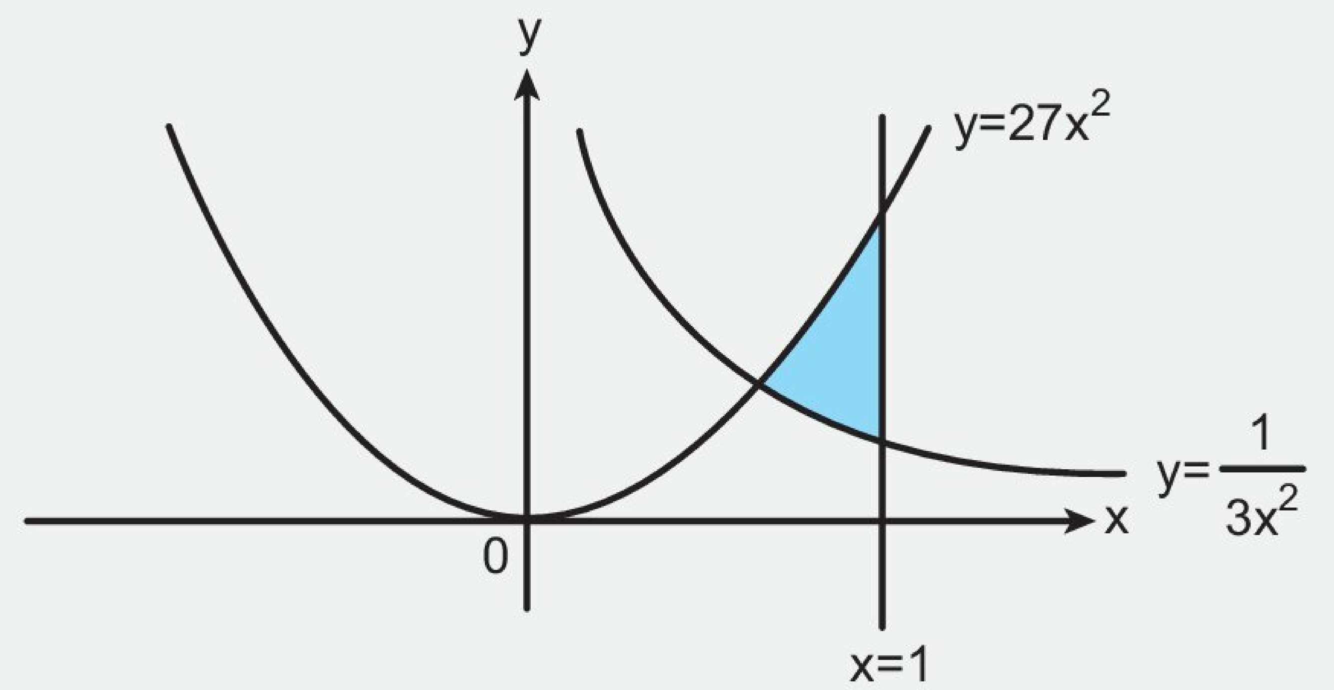
Taralı Alan=

$\int_0^1 (x - x^2)dx = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^1$

$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ br²

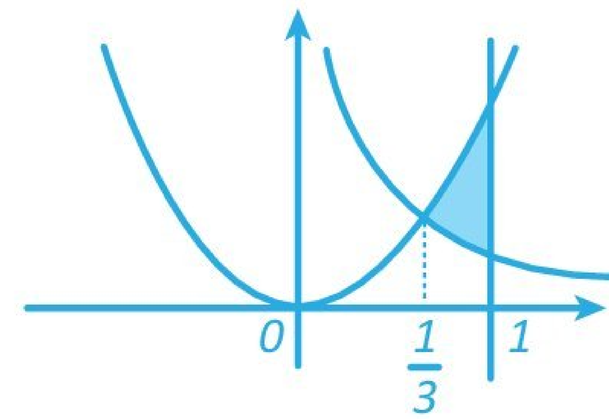
Cevap: C

Örnek 2



Yukarıda verilenlere göre taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{15}{2}$ B) 8 C) $\frac{25}{3}$ D) 9 E) $\frac{32}{3}$



$27x^2 = \frac{1}{3x^2} \Rightarrow x^4 = \frac{1}{81} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

$TA = \int_{\frac{1}{3}}^{1} \left(27x^2 - \frac{1}{3x^2}\right)dx = \left(9x^3 + \frac{1}{3x}\right)\Big|_{\frac{1}{3}}^{1}$

$= \left(9 + \frac{1}{3}\right) - \left(9 \cdot \frac{1}{27} + 1\right)$

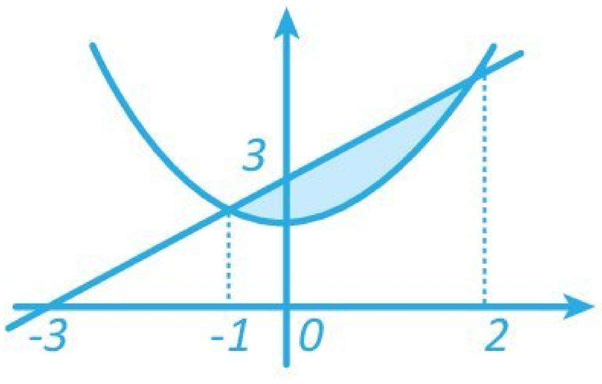
$= 9 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - 1 = 8$ br²

Cevap: B

Örnek 3

$y = x^2 + 1$ parabolü ile $y = x + 3$ doğrusunun sınırladığı kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{19}{6}$ B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{23}{6}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$



$x^2 + 1 = x + 3$

$x^2 - x - 2 = 0$

$(x-2)(x+1) = 0 \rightarrow x = -1$ ve $x = 2$

$TA = \int_{-1}^{2} ((x+3)-(x^2+1))dx$

$= \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 2x\right)\Big|_{-1}^{2}$

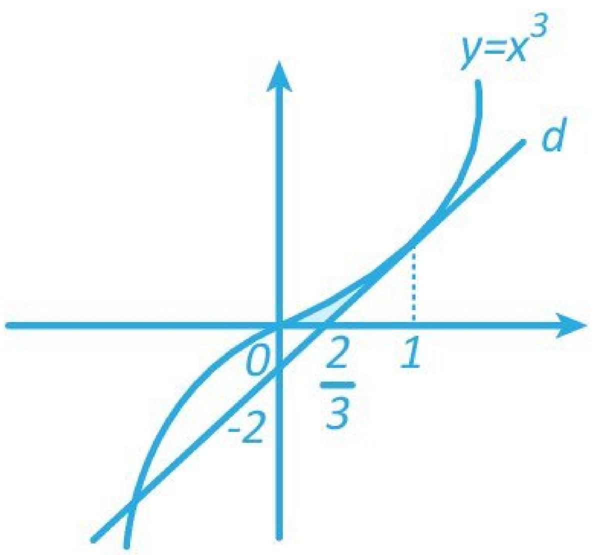
$= \left(2 - \frac{8}{3} + 4\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 2\right) = \frac{9}{2}$

Cevap: E

Örnek 4

$y = x^3$ eğrisinin $x = 1$ deki teğeti d doğrusudur. Buna göre, $y = x^3$ eğrisi, d doğrusu ve x ekseni ile 1. bölgede sınırlanan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$



$y' = 3x^2$

$m_d = 3$ $d: y - 1 = 3(x - 1)$

$y = 3x - 2$

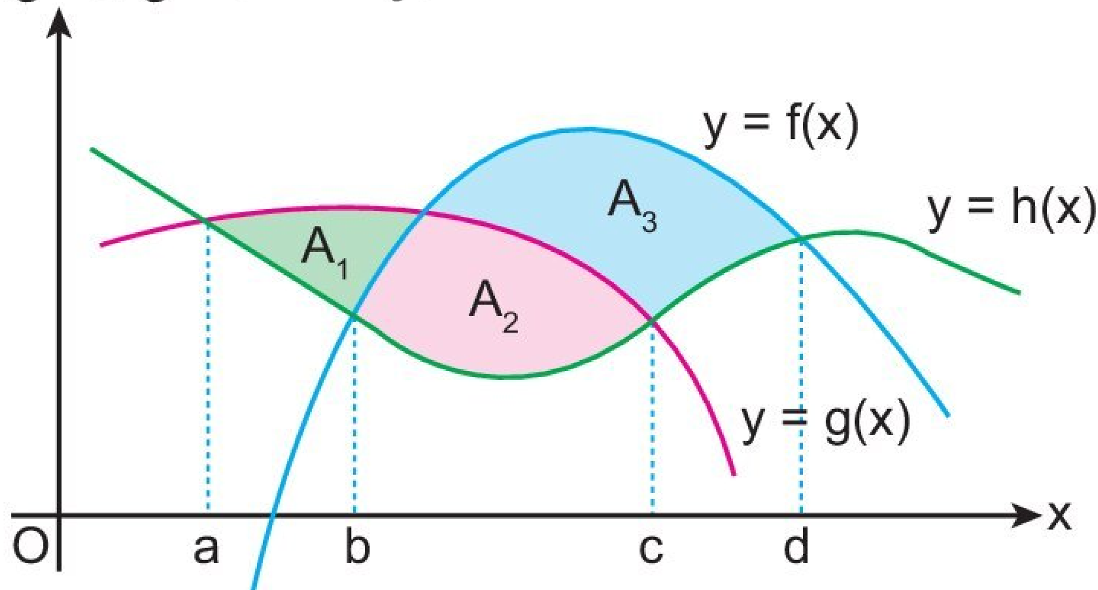
$TA = \int_0^1 x^3 dx - \frac{\frac{1}{3} \cdot 1}{2}$ üçgenin alanı

$TA = \frac{x^4}{4}\Big|_0^1 - \frac{1}{6} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$ br²

Cevap: A

Çıkmış Soru 1

Dik koordinat düzleminde f, g ve h fonksiyonlarının grafikleri aşağıda gösterilmiştir.



Şekilde gösterilen boyalı A_1, A_2 ve A_3 bölgelerinin alanları sırasıyla 1, 3 ve 9 birimkaredir.

Buna göre,

$$\int_a^c (h(x) - g(x))dx + \int_b^d (f(x) - h(x))dx$$

integralinin değeri kaçtır?

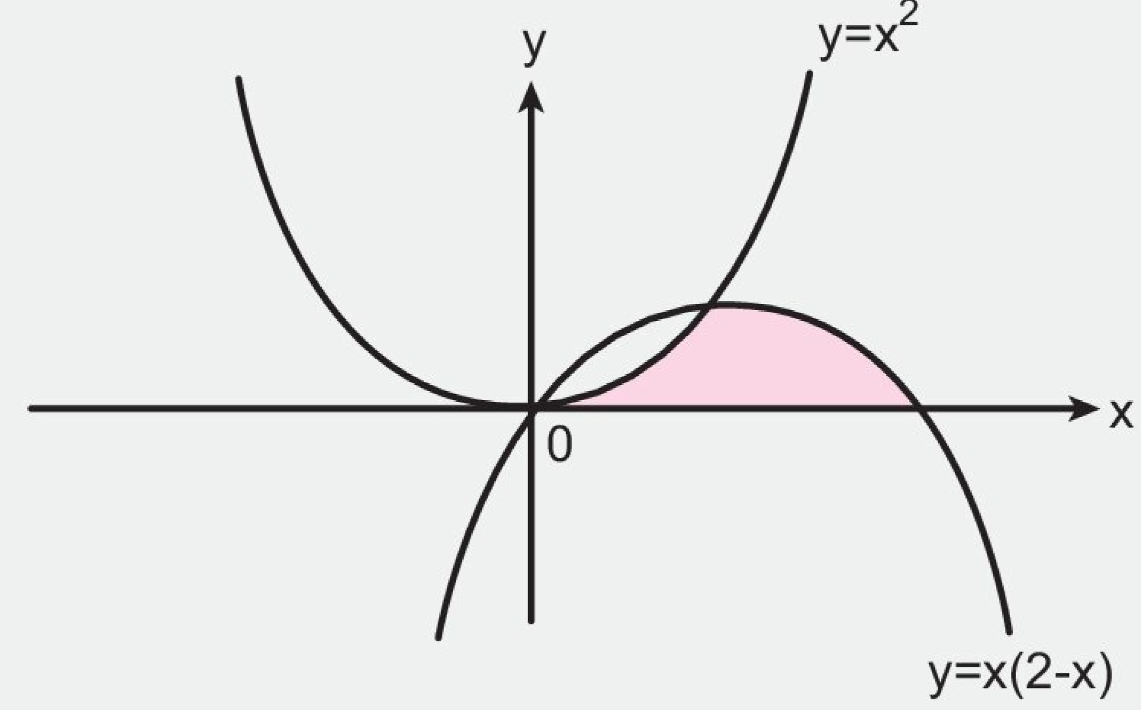
A) 5 B) 8 C) 12 D) 13 E) 17

2018 AYT

Sonuç $= -(A_1 + A_2) + (A_2 + A_3) = A_3 - A_1 = 9 - 1 = 8$ Cevap B

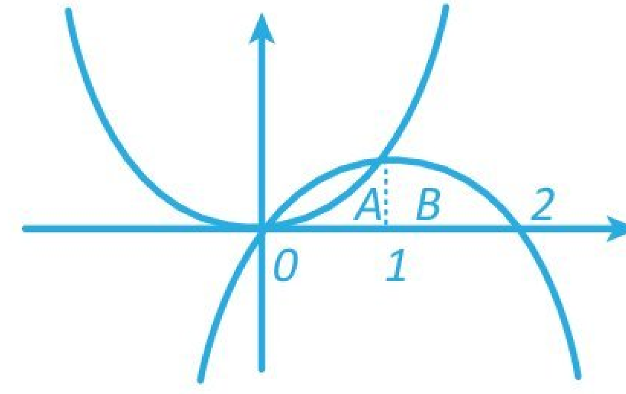
Örnek 5

Dik koordinat düzleminde $f(x) = x^2$ ve $g(x) = x(2 - x)$ fonksiyonlarının grafikleri ile x ekseni arasında kalan boyalı bölge aşağıda verilmiştir.



Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) 2



$y = x^2 = 2x - x^2 \Rightarrow 2x^2 = 2x$

$x = 0, x = 1$

$A = \int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{1}{3}$

$B = \int_1^2 (2x - x^2)dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_1^2$

$= \left(4 - \frac{8}{3}\right) - \left(1 - \frac{1}{3}\right)$

$= \frac{2}{3}$

$A + B = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$ br²

Cevap: B

Çıkmış Soru 2

a ve b pozitif gerçel sayılar olmak üzere, dik koordinat düzleminde

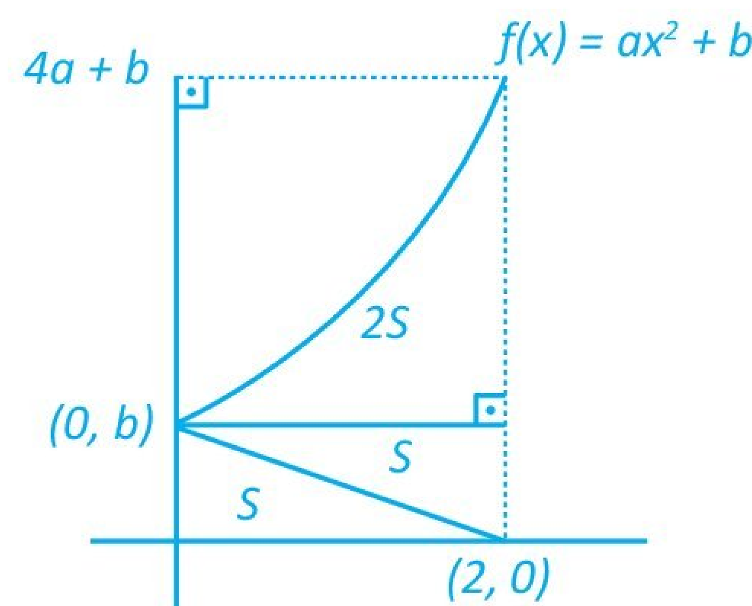
$y = ax^2 + b$

eğrisi ile x = 0, x = 2 ve y = 0 doğruları arasında kalan bölge, (2, 0) ve (0, b) noktalarından geçen doğru ile alanları oranı 3 olan iki bölgeye ayrılıyor.

Buna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

2018 AYT

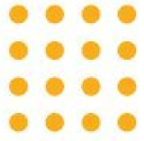


$2S = \frac{4a \cdot 2}{3} = 2 \cdot b$

$4a = 3b$

$\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$

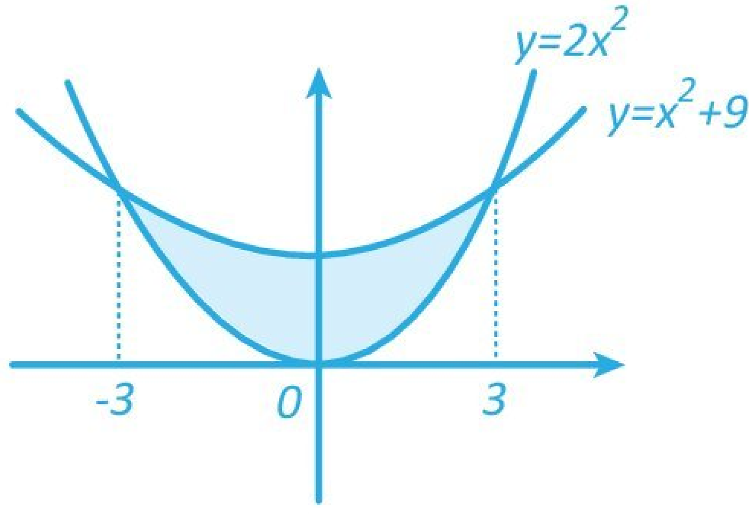
Cevap: C



Örnek 6

$y = 2x^2$ ile $y = x^2 + 9$ parabolleri arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 28 B) 30 C) 32 D) 36 E) 40



$2x^2 = x^2 + 9$

$x^2 = 9$

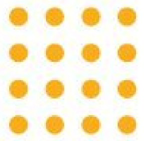
$x = \mp 3$

$TA = 2\int_0^3 (x^2 + 9 - 2x^2)dx$

$= 2 \cdot \int_0^3 (9 - x^2)dx = 2 \cdot \left(9x - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^3$

$= 2\left(\left(9 \cdot 3 - \frac{3^3}{3}\right) - (0 - 0)\right)$

$= 2 \cdot (27 - 9) = 36 \ br^2$ *Cevap: D*



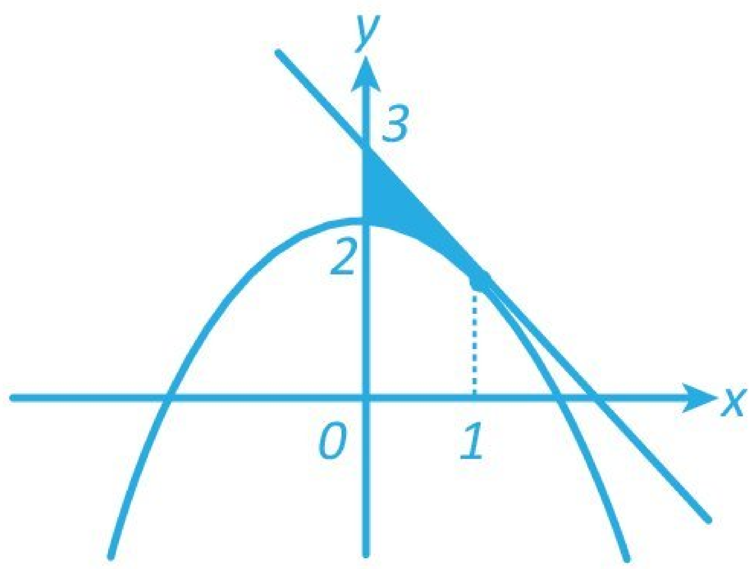
Örnek 7

$y = 2 - x^2$ parabolü ile $x = 1$ deki teğeti ve y ekseni ile sınırlanan bölgenin alanını veren integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_0^1 (x - 1)^2 dx$ B) $\int_0^1 (x + 1)^2 dx$

C) $\int_0^1 (-2x + 3)dx$ D) $\int_0^1 (x^2 - x - 1)dx$

E) $\int_0^1 (3 - 2x - x^2)dx$



$m_d = -2x|_{x=1} = -2$

$d: y - 1 = -2(x - 1)$

$y = -2x + 3$

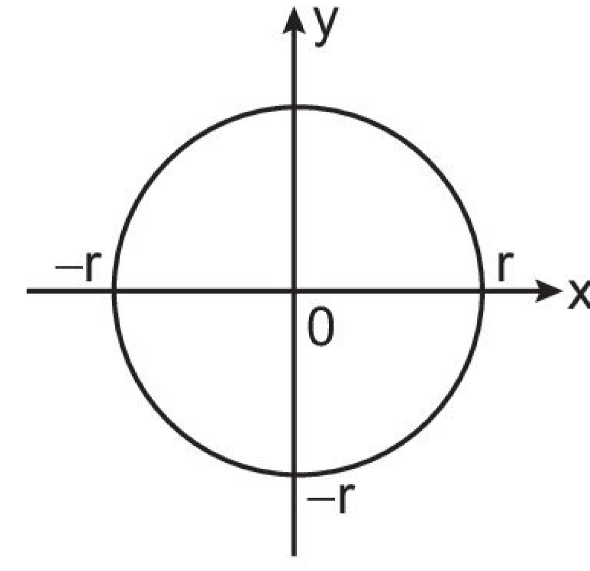
$TA = \int_0^1 [(-2x + 3) - (2 - x^2)]dx$

$TA = \int_0^1 (x^2 - 2x + + 1)dx = \int_0^1 (x - 1)^2 dx$

Cevap: A

II. İntegral İle Dairenin Alanı

$x^2 + y^2 = r^2$ denklemi merkezi orijin, yarıçapı r birim olan çember belirtir.

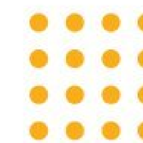


1) $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ denklemi çemberin üst yarısını,

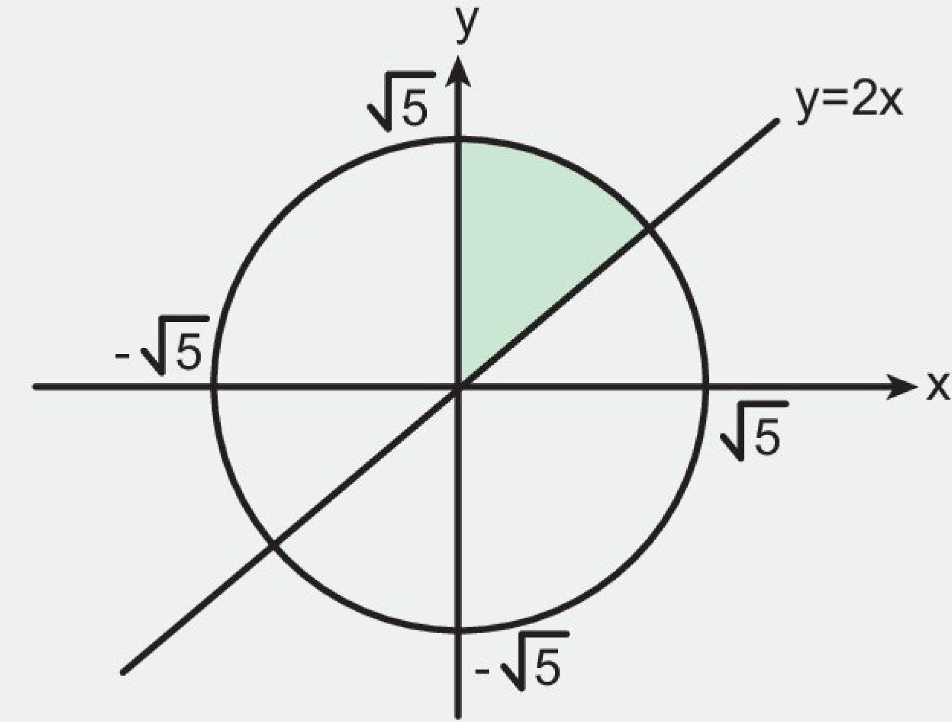
2) $y = -\sqrt{r^2 - x^2}$ denklemi çemberin alt yarısını ifade eder.

3) $x = \sqrt{r^2 - y^2}$ denklemi çemberin sağ yarısını

4) $x = -\sqrt{r^2 - y^2}$ denklemi çemberin sol yarısını ifade eder.



Örnek 8

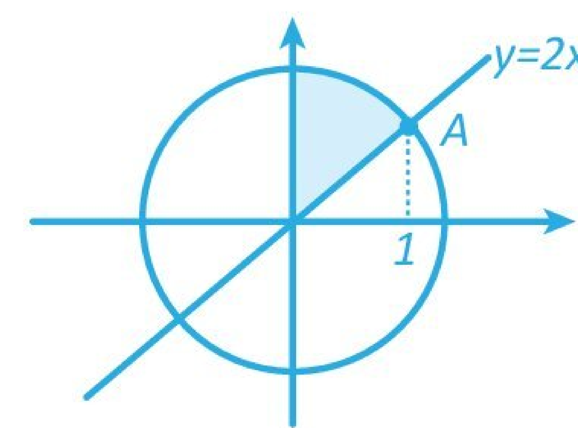


Yukarıdaki şekilde $x^2 + y^2 = 5$ çemberi, y ekseni ve $y = 2x$ doğrusu ile sınırlanan bölgenin alanını ifade eden integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_0^2 \left(\sqrt{5 - x^2} - \frac{x}{2}\right)dx$ B) $\int_0^{\sqrt{3}} (\sqrt{5 - x^2} - 2x)dx$

C) $\int_0^1 (\sqrt{5 - x^2} - 2x)dx$ D) $\int_0^{\sqrt{3}} (\sqrt{5 - x^2} - 2)dx$

E) $\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{5 - x^2} + 2x)dx$



$2x = \sqrt{5 - x^2}$

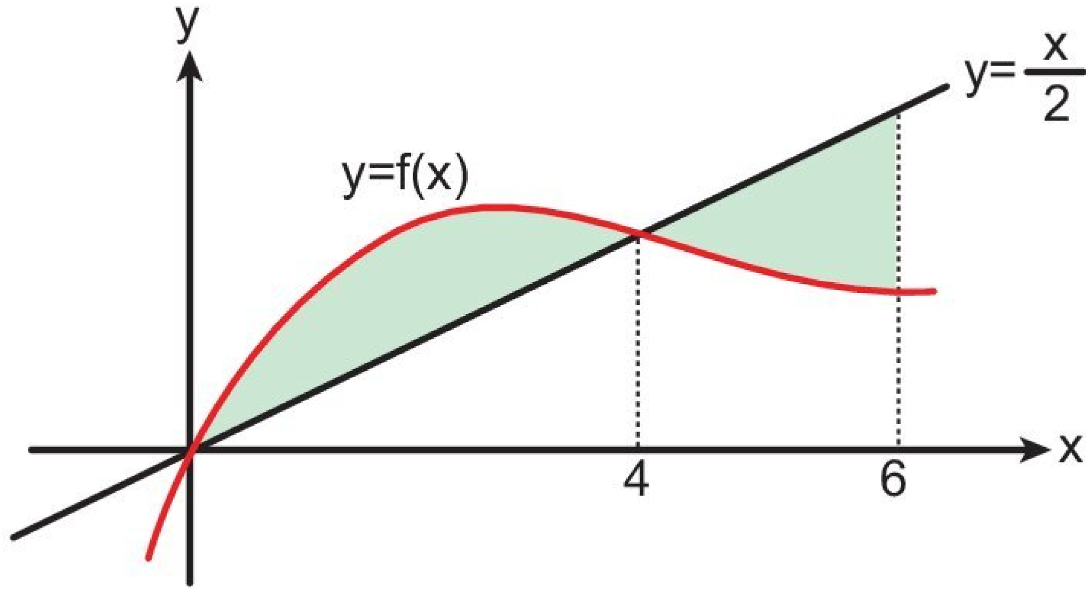
$4x^2 = 5 - x^2$

$5x^2 = 5$ $x = \mp 1$ $A(1, 2)$

$TA = \int_0^1 (\sqrt{5 - x^2} - 2x)dx$ *Cevap: C*

Çıkmış Soru 3

Dik koordinat düzleminde, $y = \frac{x}{2}$ doğrusu ile y = f(x) fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



$$\int_0^4 f(x)dx = 8$$

$$\int_4^6 f(x)dx = 3$$

olduğuna göre, boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

2019 AYT

$TA = \int_0^4 \left(f(x) - \frac{x}{2}\right)dx + \int_4^6 \left(\frac{x}{2} - f(x)\right)dx$

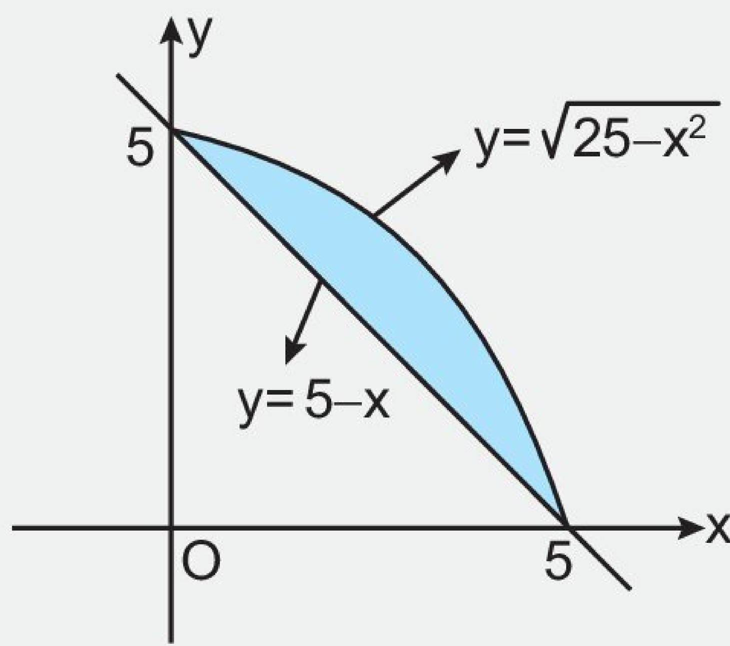
$= 8 - 3 \int_0^4 \frac{x}{2}dx + \int_4^6 \frac{x}{2}dx = 5 - \frac{x^2}{4}\Big|_0^4 + \frac{x^2}{4}\Big|_4^6$

$= 5 - 4 + (9 - 4)$

$= 6$

Cevap: D

Örnek 9



Yukarıdaki şekilde verilen taralı bölgenin alanını ifade eden integral aşağıdakilerden hangisidir?

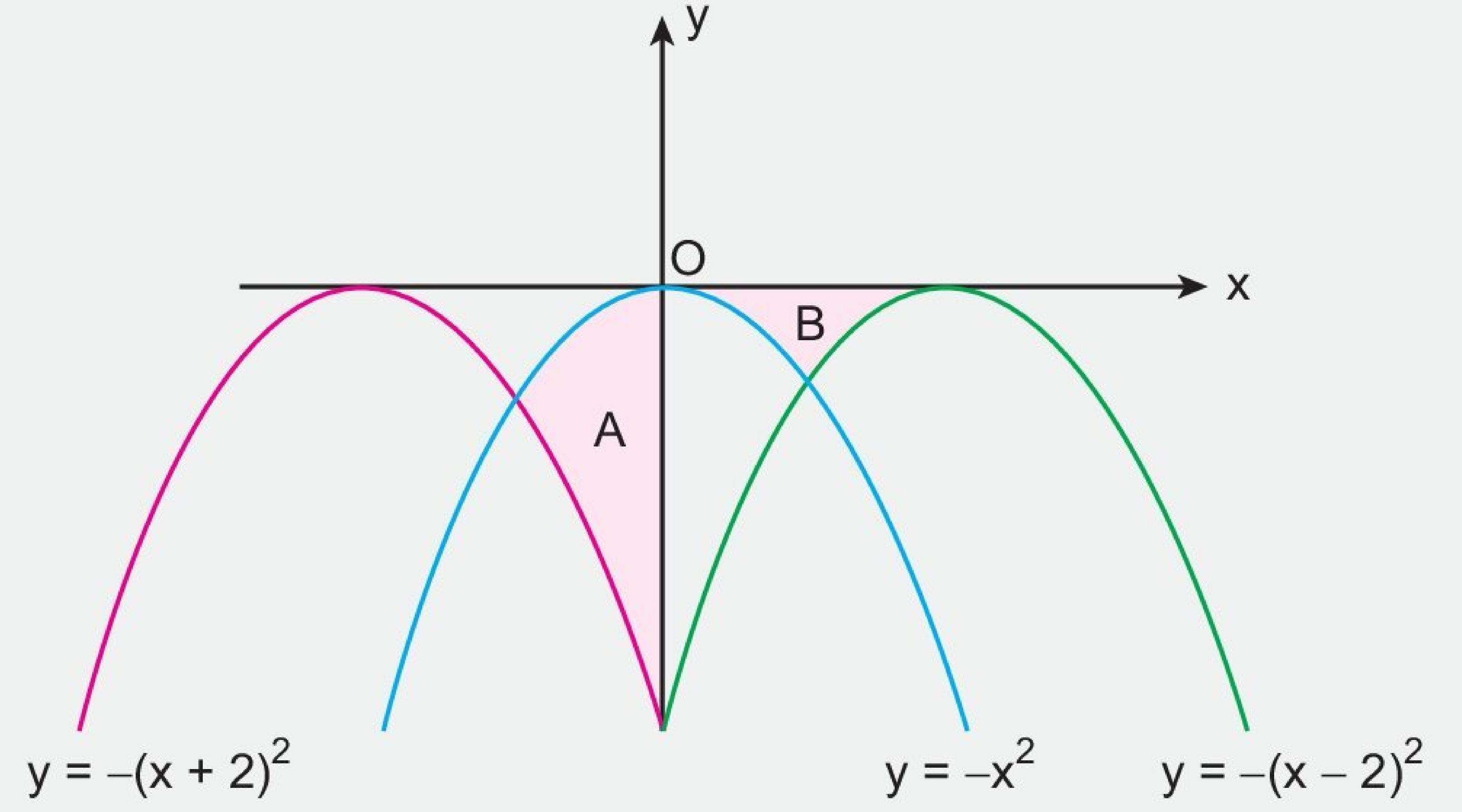
A) $\int_{-5}^{5} \left[\sqrt{25 - x^2} - (5 - x)\right]dx$ B) $\int_0^5 \left[(5 - x) - \sqrt{25 - x^2}\right]dx$

C) $\int_0^5 \left[(5 - x) + \sqrt{25 - x^2}\right]dx$ D) $\int_0^5 \left[\sqrt{25 - x^2} - (5 - x)\right]dx$

E) $\int_0^5 \sqrt{25 - x^2}\,dx$

Eğri ile doğru arasında kalan alan D seçeneğinde verilmiştir. *Cevap D*

Örnek 10



Şekilde $y = -(x + 2)^2$, $y = -x^2$ ve $y = -(x - 2)^2$ parabollerinin arasında kalan bölgelerin alanları A ve B birim kare olmak üzere taranmıştır.

Buna göre, A – B farkı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

Ortak çözümden kesim noktaları –1 ve 1 dir.

1. $A = \int_{-1}^{0} \left((-x^2) - [-(x+2)^2]\right)dx = \int_{-1}^{0} 4x + 4 = (2x^2 + 4x)\Big|_{-1}^{0} = 2$

2. Simetriden dolayı üçte bir kuralı ile $B = 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

3. Sonuç; $A - B = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$ *Cevap D*

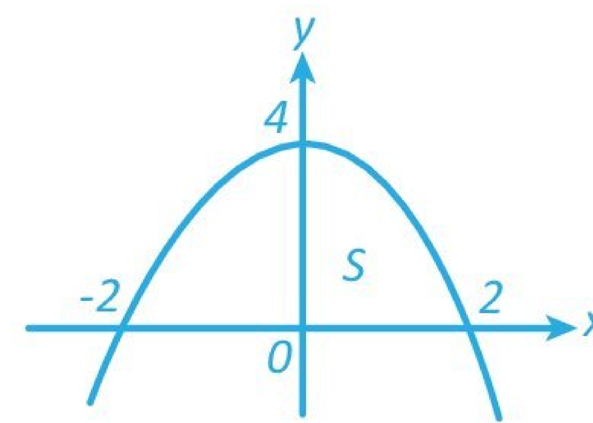
Örnek 11

a pozitif bir gerçek sayı olmak üzere,

$$\int_0^a (4 - x^2)dx$$

integralinin değeri <u>en çok</u> kaçtır?

A) 3 B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{11}{3}$ D) 4 E) $\frac{25}{6}$



a = 2 alınırsa integralin değeri S birimkare, a nın 2 den daha büyük ya da daha küçük değerleri için integralin değeri S değerinden küçük olur.

$S = \int_0^2 (4 - x^2)dx = \frac{16}{3}\,br^2$

Cevap: B

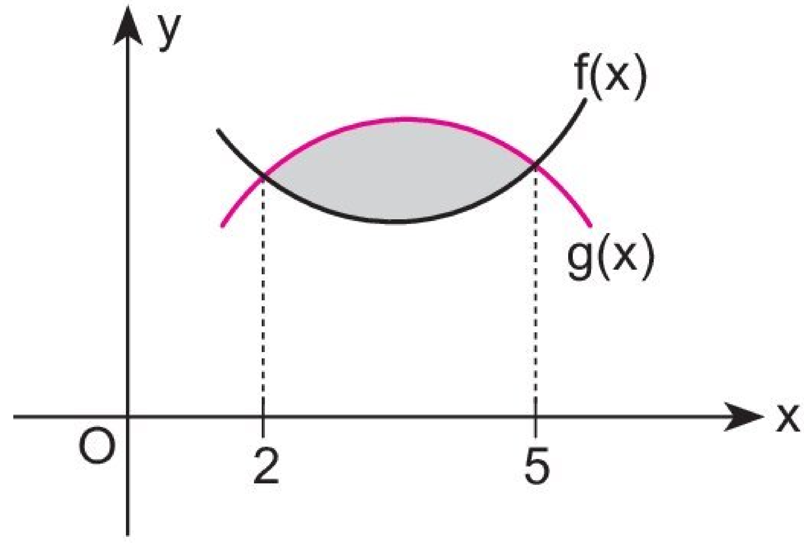
Çıkmış Soru Cevapları

1. B 2.C 3.D

Örnek Cevapları

1.C 2.B 3.E 4.A 5.B 6.D 7.A 8.C 9.D 10.D 11.B

1.



Yukarıda y = f(x) ve y = g(x) fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.

$$\int_2^5 f(x)\,dx = 16\ br^2$$

$$\int_2^5 g(x)\,dx = 24\ br^2$$

olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

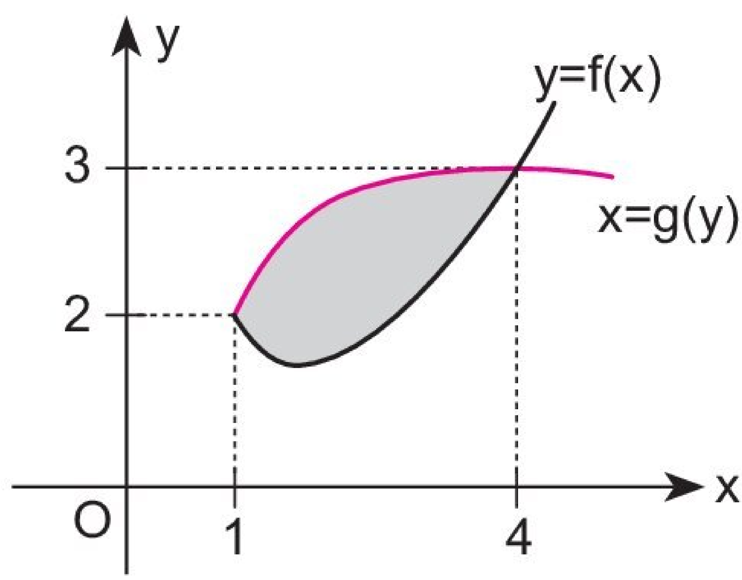
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Taralı alan $= \int_2^5 [g(x) - f(x)]dx = \int_2^5 g(x)\,dx - \int_2^5 f(x)\,dx$

$= 24 - 16 = 8\ br^2$ *olur.*

Cevap D

2.



Yanda y = f(x) ve x = g(y) fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.

Taralı bölgenin alanı 3 br^2

$$\int_1^4 f(x)\,dx = 5$$

olduğuna göre, $\int_2^3 g(y)\,dy$ **değeri kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$\int_1^4 f(x)\,dx + \int_2^3 g(y)\,dy + \text{taralı alan} = 4 \cdot 3 - 2 \cdot 1$

$5 + \int_2^3 g(y)\,dy + 3 = 10$

$\int_2^3 g(y)\,dy = 2$ *bulunur.*

Cevap A

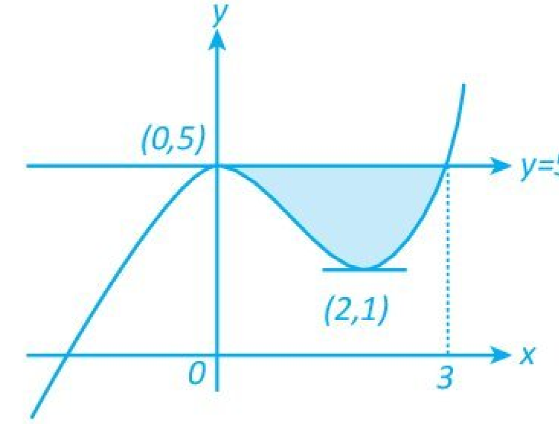
3. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$

fonksiyonuna yerel maksimum noktasında çizilen teğet ile f(x) fonksiyonunun grafiği arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) 15 B) $\frac{51}{4}$ C) $\frac{43}{4}$ D) $\frac{35}{4}$ E) $\frac{27}{4}$

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$

Y. max : (0, 5) ve Y. min : (2, 1)

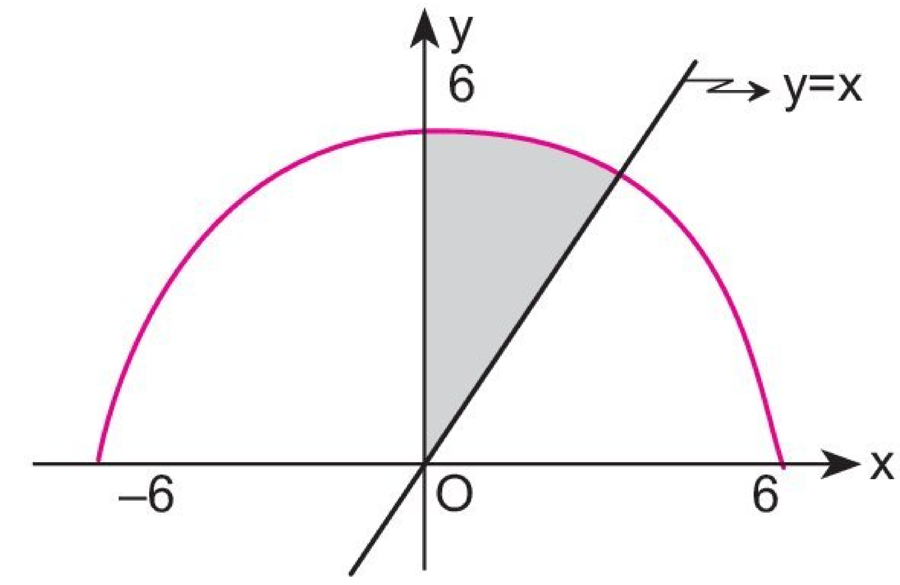


$A = \int_0^3 (3x^2 - x^3)dx = \left(x^3 - \frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^3$

$A = 27 - \frac{81}{4} = \frac{27}{4}$

Cevap: E

4.



Yukarıda O merkezli yarım çember ile y = x doğrusu verilmiştir.

Buna göre, taralı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

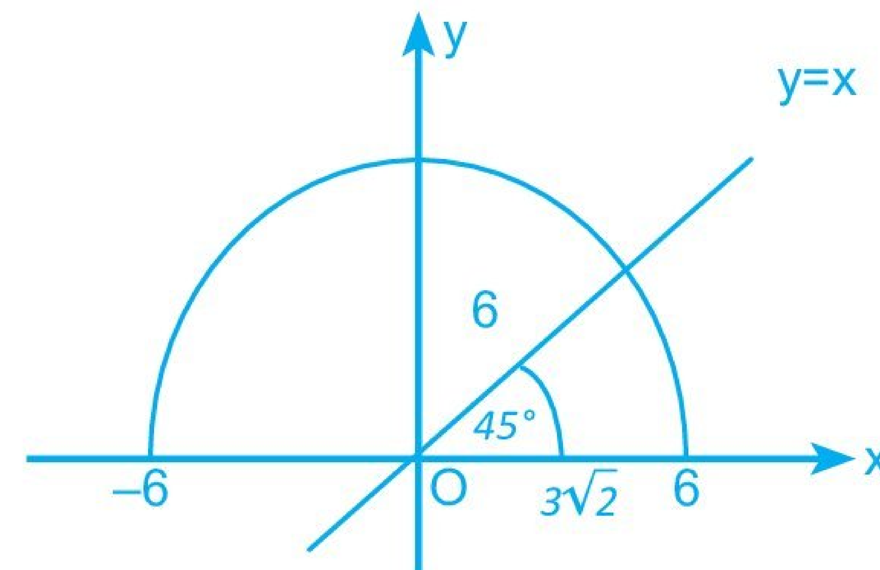
A) $\int_0^6 \sqrt{36 - x^2}\,dx$

B) $\int_0^6 \left(\sqrt{36 - x^2} - x\right)$

C) $\int_0^{3\sqrt{2}} \left(\sqrt{36 - x^2} - x\right)dx$

D) $\int_0^{3\sqrt{2}} \left(x - \sqrt{36 - x^2}\right)dx$

E) $\int_0^{3\sqrt{2}} \sqrt{36 - x^2}\,dx$



Çemberin denklemi

$x^2 + y^2 = 6^2$

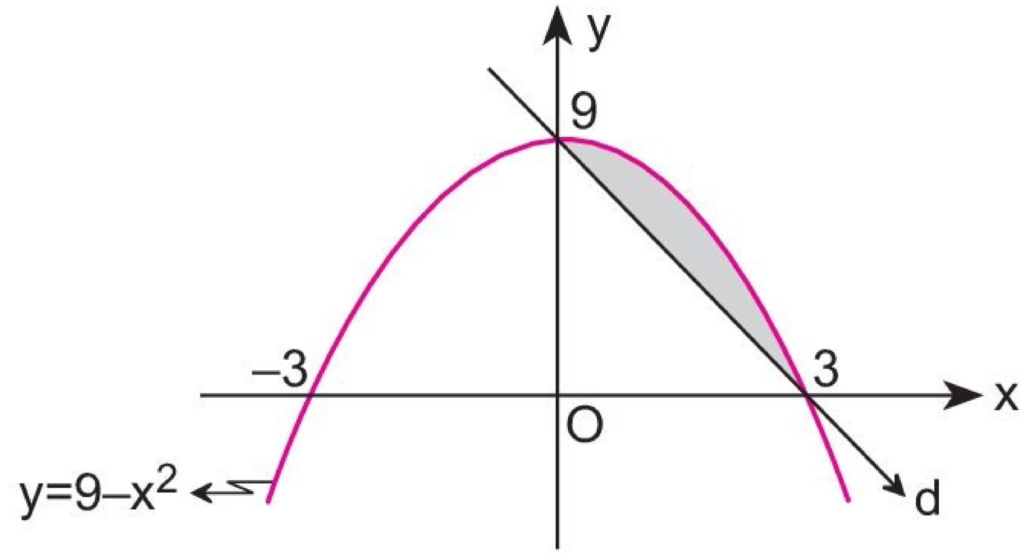
$y = \sqrt{36 - x^2}$ *olur.*

$\int_0^{3\sqrt{2}} \left(\sqrt{36 - x^2} - x\right)dx$

ile ifade edilir.

Cevap C

5.



Yukarıda $y = 9 - x^2$ parabolü ile d doğrusunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{9}{2}$ C) $\frac{27}{4}$ D) $\frac{27}{2}$ E) $\frac{54}{2}$

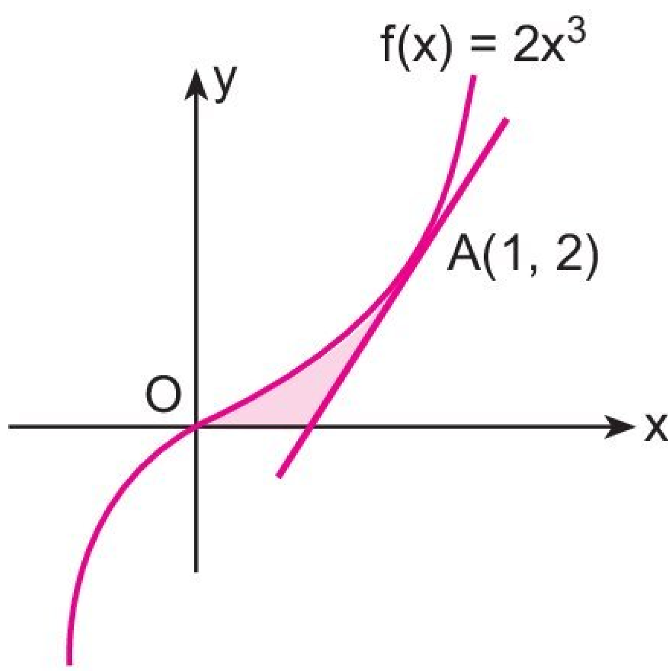
d doğrusunun denklemi $\frac{x}{3} + \frac{y}{9} = 1 \Rightarrow 3x + y = 9 \Rightarrow y = 9 - 3x$ *olur.*

Taralı alan = $\int_0^3 [(9 - x^2) - (9 - 3x)]\,dx$

$\int_0^3 (-x^2 + 3x)\,dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 3\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^3$

$= \left(-9 + \frac{27}{2}\right) - (0) = \frac{9}{2}$ *br² olur.* *Cevap B*

6.

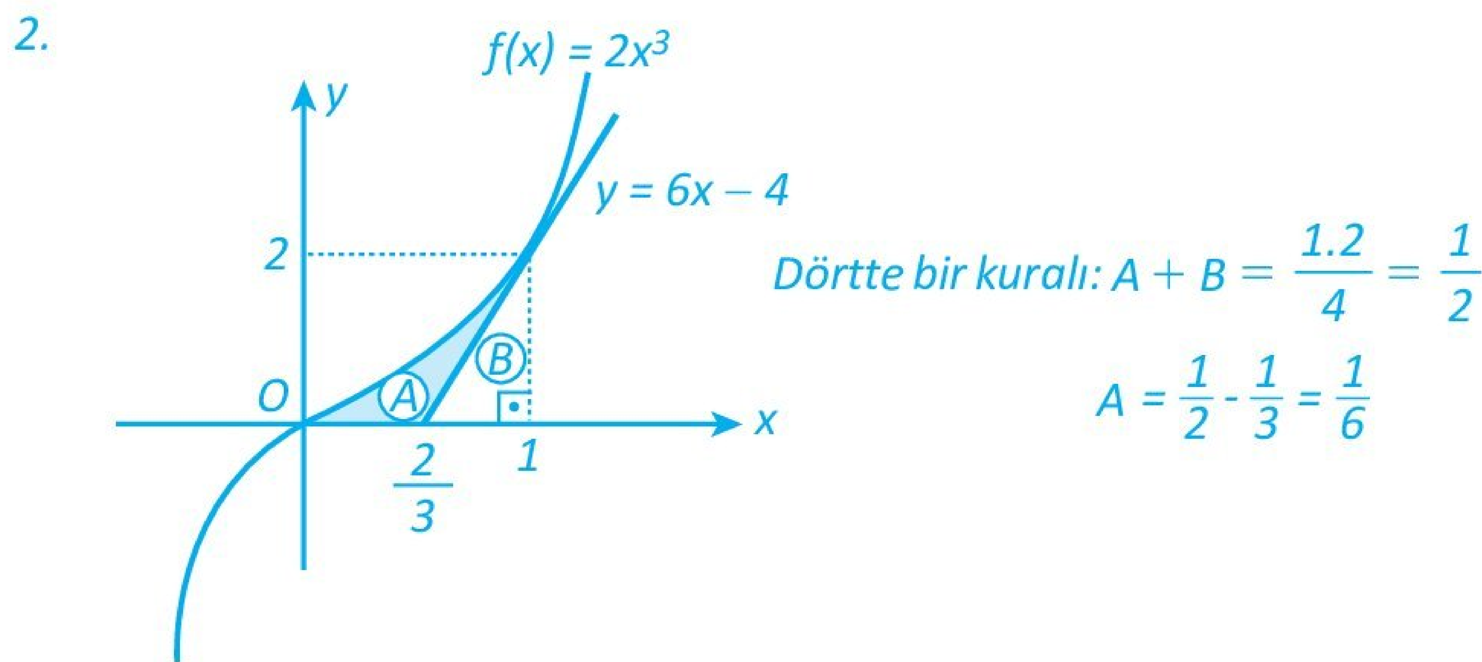


Şekildeki $f(x) = 2x^3$ eğrisi ile A (1, 2) noktasındaki teğeti ve x ekseni arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

1. $f'(x) = 6x^2$, $f'(1) = 6$ *eğim*
   $y - 2 = 6(x - 1)$
   $y = 6x - 4$ *doğrunun denklemi*
   Doğru x eksenini $x = \frac{2}{3}$ *te keser.*

2.



Dörtte bir kuralı: $A + B = \frac{1.2}{4} = \frac{1}{2}$

$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

3. *Çözüm 2:*

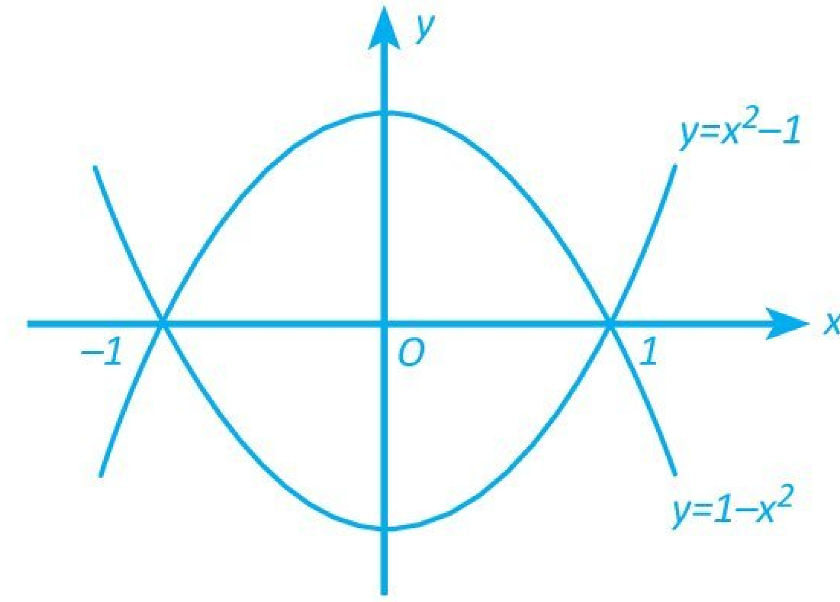
$A = \int_0^{\frac{2}{3}} 2x^3\,dx + \int_{\frac{2}{3}}^{1} (2x^3 - 6x + 4)\,dx \Rightarrow A = \frac{1}{6}$ *Cevap: A*

7. $y = x^2 - 1$

$y = 1 - x^2$

parabollerinin arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{16}{3}$ B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$



Taralı alan = $\int_{-1}^{1} [(1 - x^2) - (x^2 - 1)]\,dx$

$\int_{-1}^{1} (2 - 2x^2)\,dx = \left(2x - \frac{2x^3}{3}\right)\Big|_{-1}^{1}$

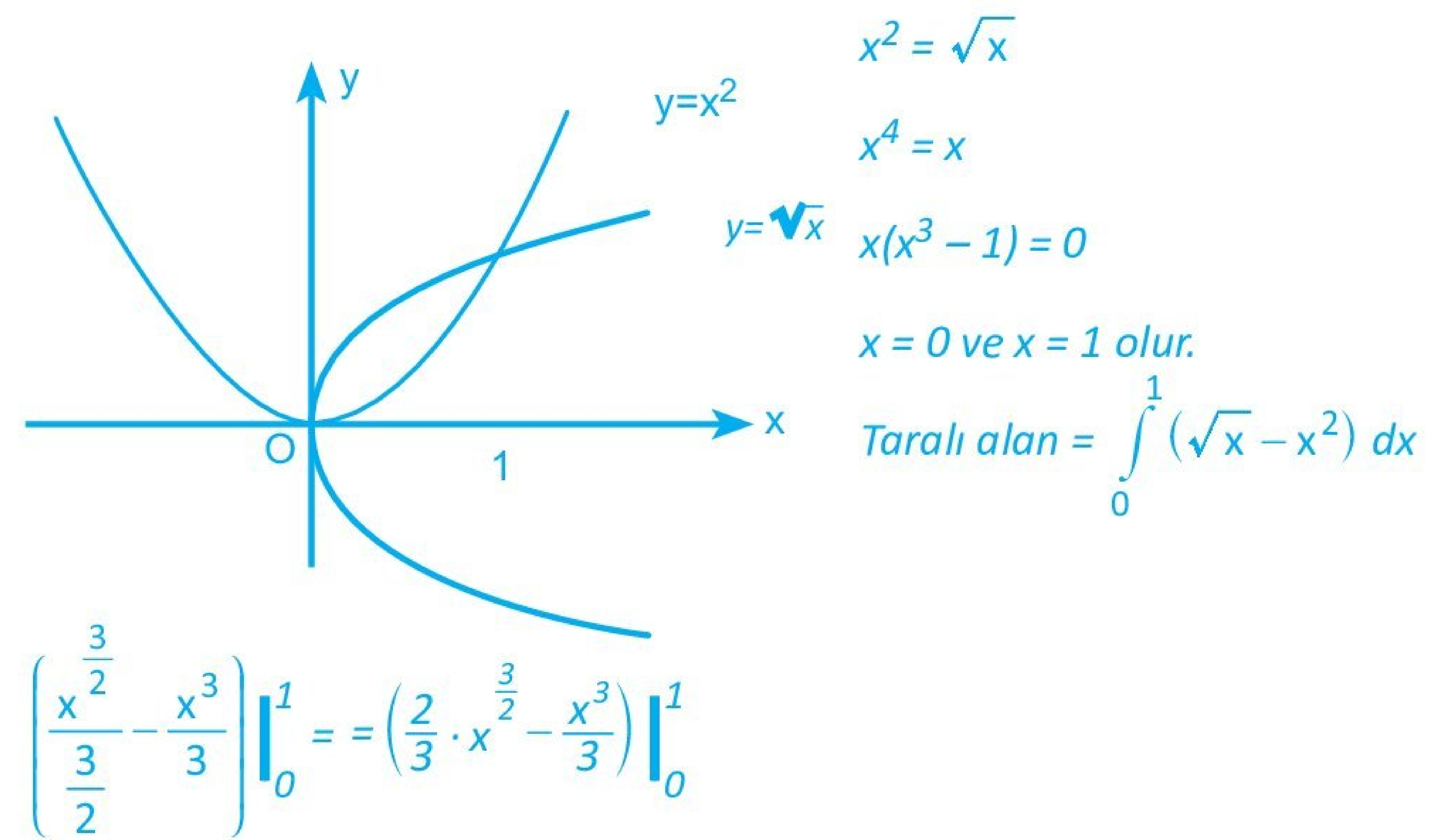
$\left[\left(2 - \frac{2}{3}\right) - \left(-2 + \frac{2}{3}\right)\right] = \frac{8}{3}$ *br² olur.* *Cevap B*

8. $y = x^2$

$y = \sqrt{x}$

eğrileri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1



$x^2 = \sqrt{x}$

$x^4 = x$

$x(x^3 - 1) = 0$

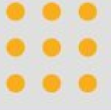
x = 0 ve x = 1 olur.

Taralı alan = $\int_0^1 (\sqrt{x} - x^2)\,dx$

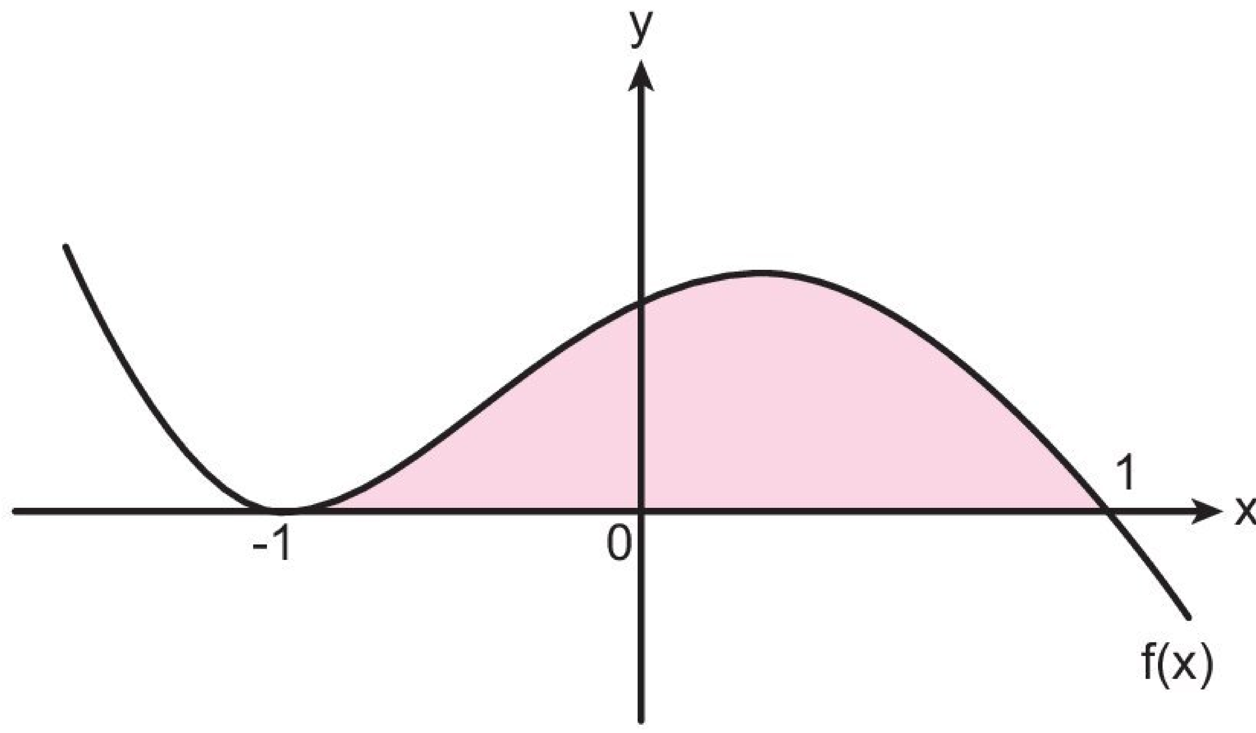
$\left(\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^1 = \left(\frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^1$

$= \left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) - 0\right] = \frac{1}{3}$ *br² bulunur.* *Cevap C*

1.D 2.A 3.E 4.C 5.B 6.A 7.B 8.C



1.



Yukarıda grafiği verilen f(x) üçüncü dereceden baş katsayısı –1 olan polinom fonksiyondur.

Fonksiyon eğrisi x eksenine x = –1 de teğet ve (1, 0) noktasından geçmektedir.

Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 2 E) $\frac{7}{3}$

$f(x) = -(x+1)^2(x-1)$

$= -x^3 - x^2 + x + 1$

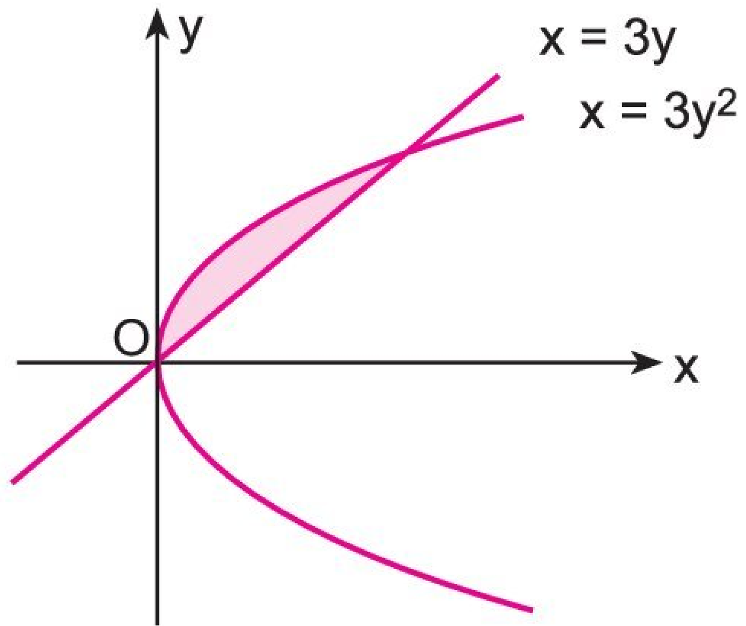
$TA = \int_{-1}^{1}(-x^3 - x^2 + x + 1)dx = \int_{-1}^{1}(-x^2 + 1)dx = \left(-\frac{x^3}{3} + x\right)\Big|_{-1}^{1}$

$= \left(-\frac{1}{3} + 1\right) - \left(\frac{1}{3} - 1\right) = 2 - \frac{2}{3}$

$= \frac{4}{3}$

Cevap: B

2.



Şekilde x = 3y doğrusu ile $x = 3y^2$ eğrisi arasında kalan bölge boyanmıştır.

Boyalı bölgenin alanı S birimkaredir.

I. $S = \frac{1}{2}$

II. $S = \int_{0}^{1}(3y - 3y^2)dy$

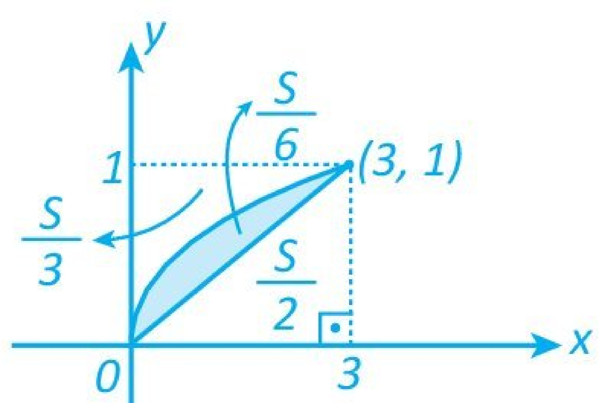
III. $S = \int_{0}^{3}\left(\sqrt{\frac{x}{3}} - \frac{x}{3}\right)dx$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III

D) II ve III E) I, II ve III

Not: Taralı alan dikdörtgenin alanının altıda birine eşittir.



$3y = 3y^2 \Rightarrow y = 0$ ve $y = 1$

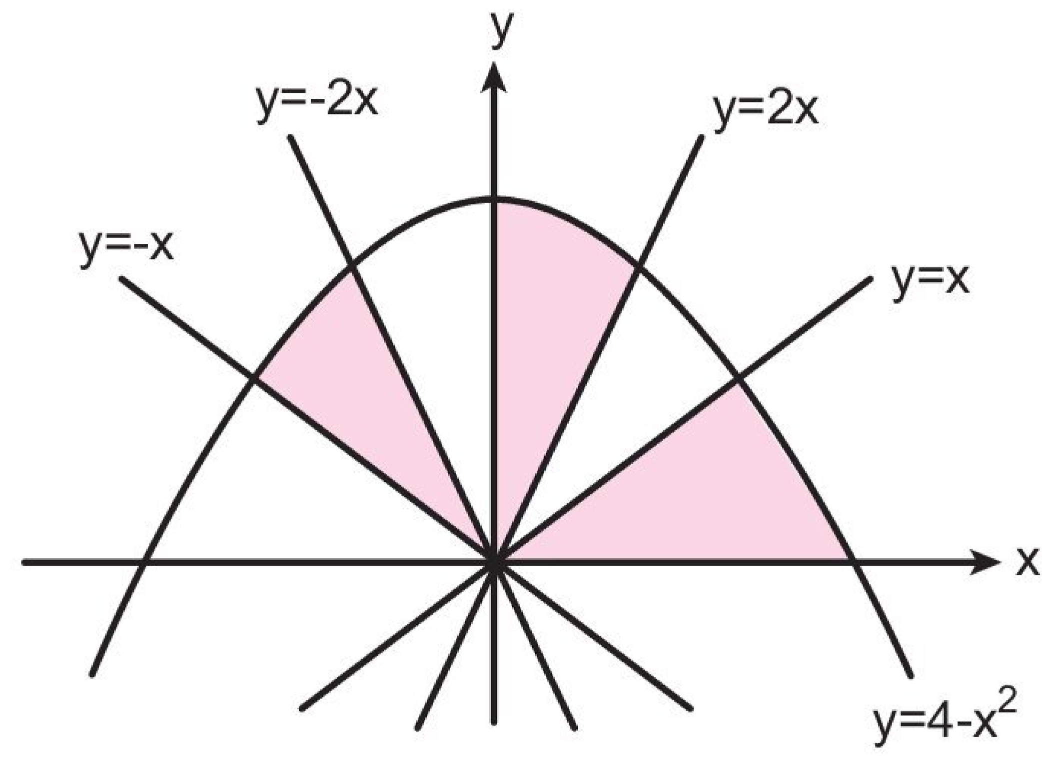
$A = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 3 = \frac{1}{2}$

I, II ve III doğrudur.

I, II ve III doğrudur.

Cevap E

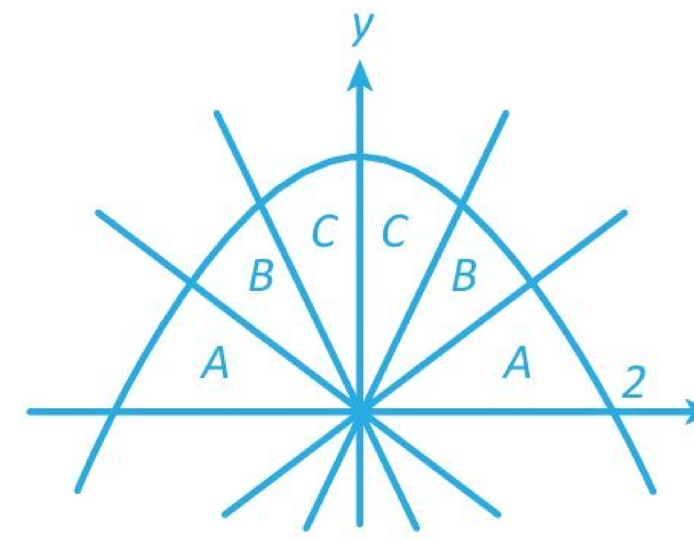
3.



Yukarıdaki şekilde $y = 4 - x^2$ parabolü y = x, y = 2x, y = –x ve y = –2x doğruları ile elde edilen bazı bölgeler boyanmıştır.

Buna göre, boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

A) $\frac{8}{3}$ B) 4 C) 5 D) $\frac{16}{3}$ E) $\frac{32}{3}$

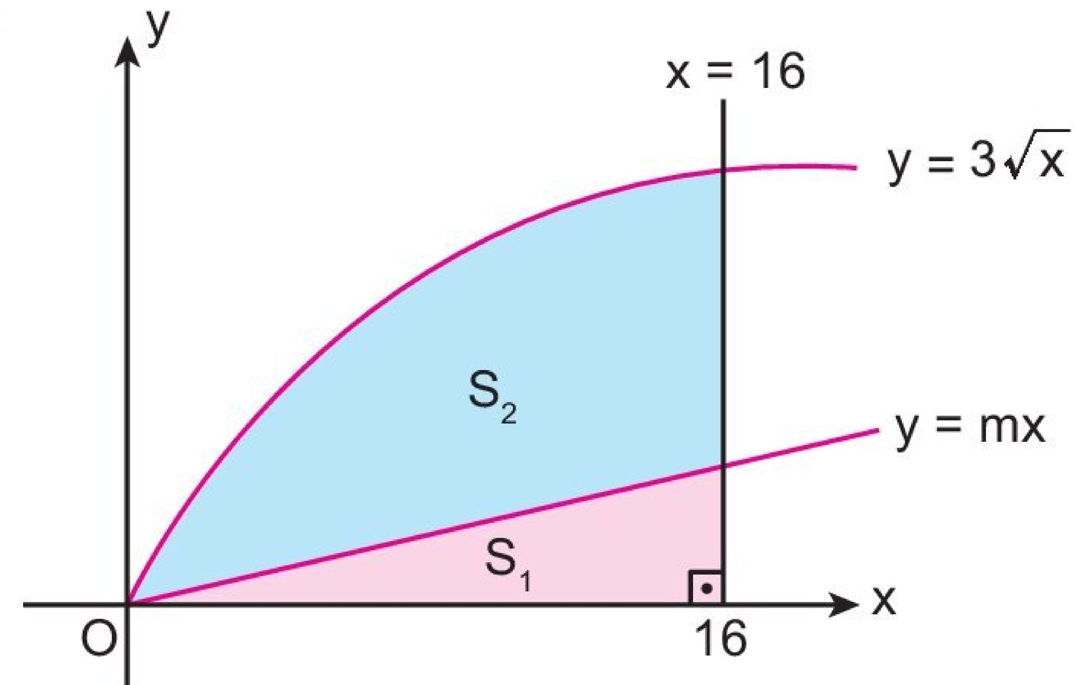


$A + B + C = \frac{2 \cdot 4}{3} \cdot 2$

$= \frac{16}{3}$

Cevap: D

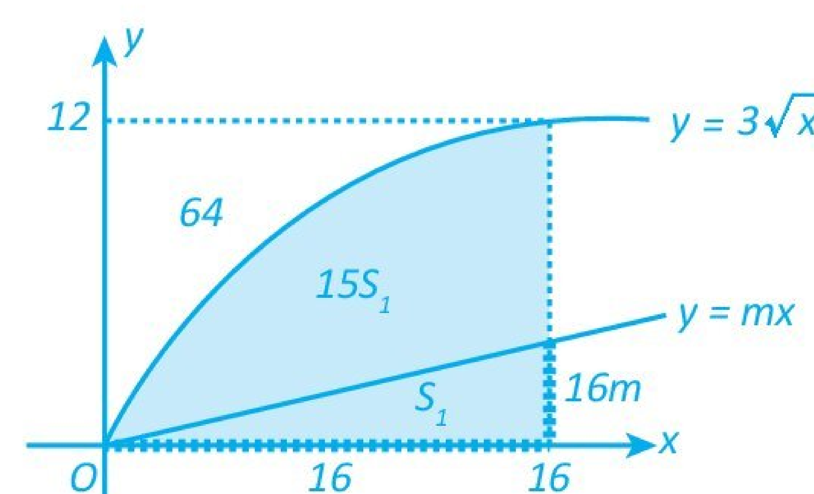
4.



Şekilde $y = 3\sqrt{x}$ eğrisi, x = 16 ve y = 0 doğruları ile sınırlanan bölge y = mx doğrusu ile S_1 ve S_2 alanlı iki bölgeye ayrılmıştır.

$S_2 = 15\ S_1$ olduğuna göre, m değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{15}$ E) $\frac{1}{16}$



$16S_1 = 128$

$S_1 = 8$

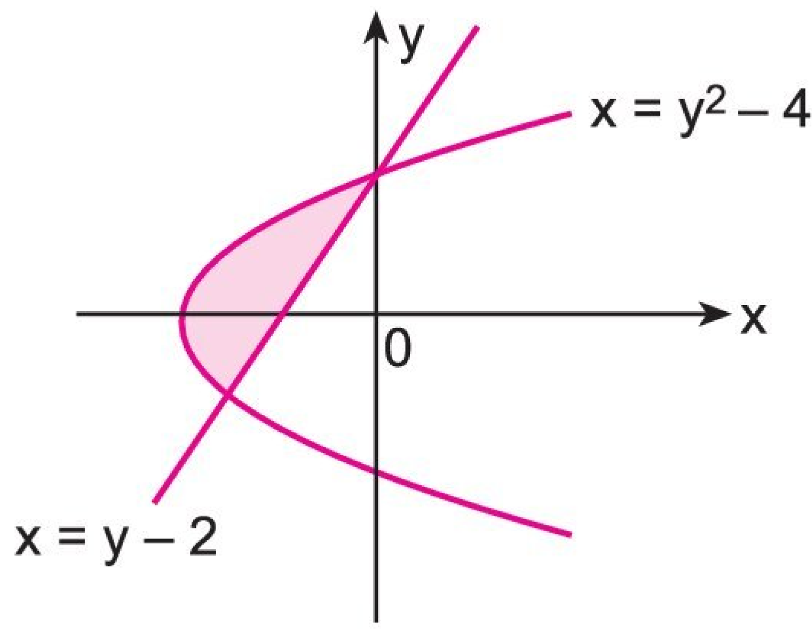
$8 = 16 \cdot 16m \cdot \frac{1}{2}$

$\frac{1}{16} = m$

Cevap: E

1.B 2.E 3.D 4.E

1.



Şekilde $x = y^2 – 4$ parabolü ile $x = y – 2$ doğrusu arasında kalan boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{9}{2}$ C) $\frac{21}{2}$ D) $\frac{83}{6}$ E) $\frac{125}{6}$

$y^2 - 4 = y - 2 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow y = -1$ ve $y = 2$

$A = \int_{-1}^{2} [(y-2)-(y^2-4)]dy = \int_{-1}^{2} (2+y-y^2)dy$

$A = \left(2y + \frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{3}\right)\Big|_{-1}^{2} = \left(4 + 2 - \frac{8}{3}\right) - \left(-2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)$

$A = 8 - 3 - \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$

Cevap B

2. $\int_{0}^{4\sqrt{2}} \left(\sqrt{64 - x^2} - x\right)dx$

integralinin sonucu kaçtır?

A) 2π B) 4π C) 6π D) 8π E) 10π

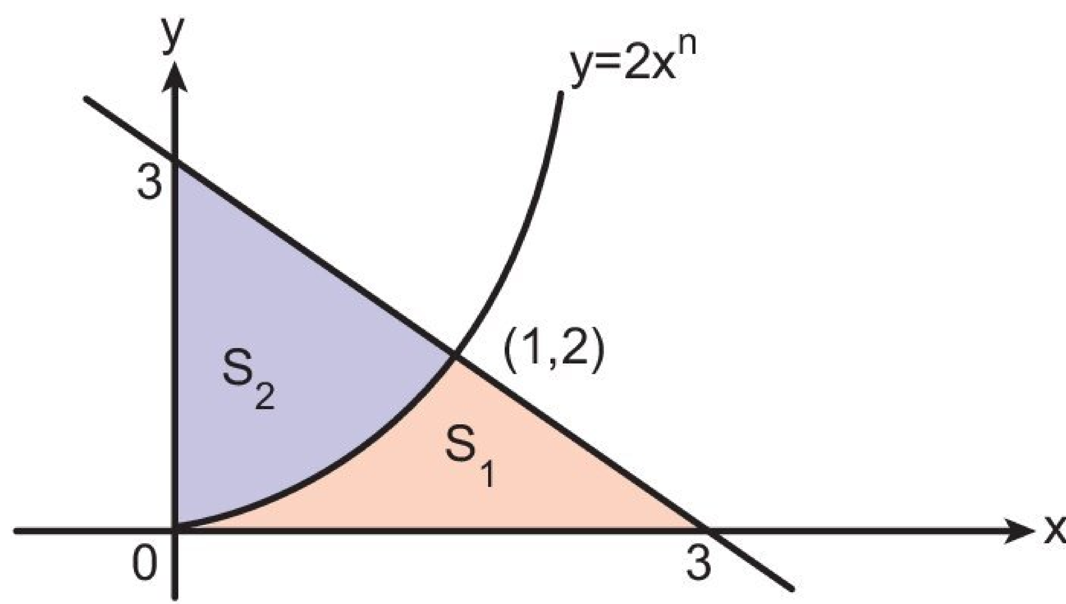
$\sqrt{64 - x^2} = x \Rightarrow x = 4\sqrt{2}$

45°lik daire diliminin alanı sorulmaktadır.

$A = \frac{\pi \cdot 8^2}{8} = 8\pi$

Cevap D

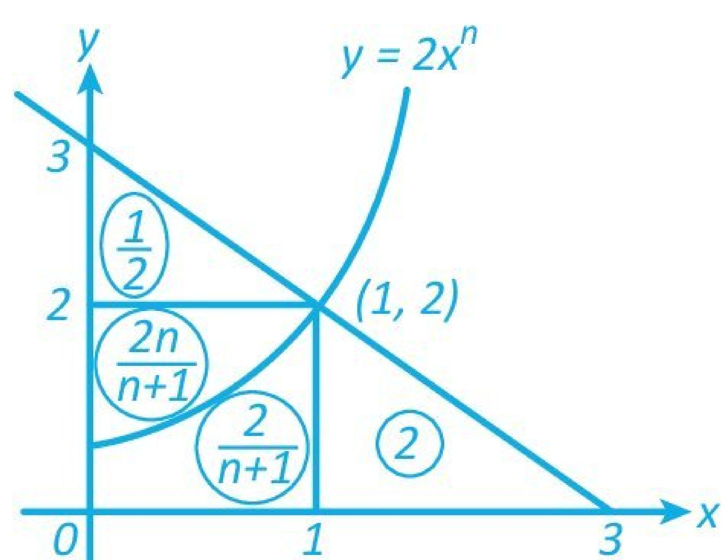
3. n pozitif bir tam sayı olmak üzere, dik koordinat düzleminde $x + y = 3$ doğrusu ve eksenler arasında kalan bölge $y = 2 \cdot x^n$ eğrisi ile şekildeki gibi iki bölgeye ayrılmıştır.



Şekilde S_1 alanı, S_2 alanından $\frac{5}{6}$ birimkare fazladır.

Buna göre, n değeri kaçtır?

A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 3 D) 4 E) $\frac{9}{2}$



$S_1 = \frac{2}{n+1} + 2,\quad S_2 = \frac{2n}{n+1} + \frac{1}{2}$

$S_1 - S_2 = \frac{2}{n+1} + 2 - \frac{2n}{n+1} - \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$

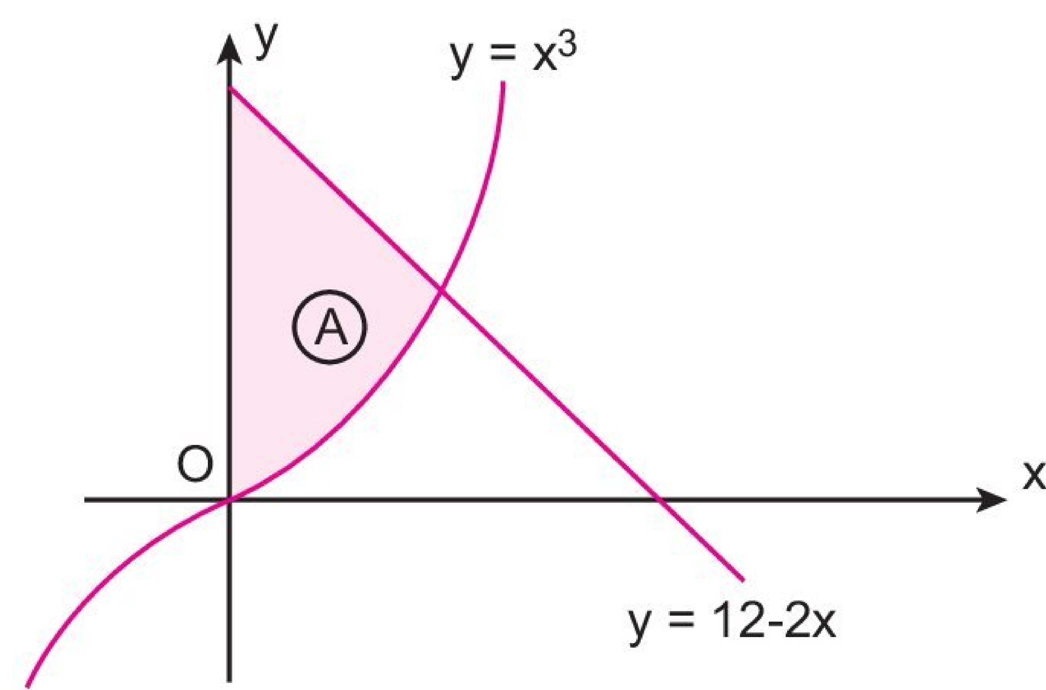
$\Rightarrow \frac{2-2n}{n+1} = -\frac{4}{6} \Rightarrow 12 - 12n = -4n - 4$

$16 = 8n$

$2 = n$

Cevap: A

4.



Şekilde verilen taralı bölgenin alanı

I. $\int_{0}^{2} (12 - 2x - x^3)dx$

II. $\int_{0}^{12} \left(\sqrt[3]{x} + 6 - \frac{x}{2}\right)dx$

III. $\int_{0}^{8} \sqrt[3]{x}\,dx + \int_{8}^{12} \left(6 - \frac{x}{2}\right)dx$

İntergallerinden hangileri ile ifade edilebilir?

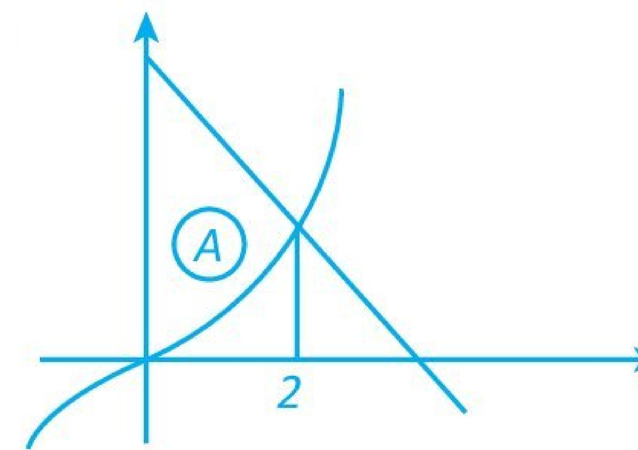
A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) I ve III

$x^3 = -2x + 12$

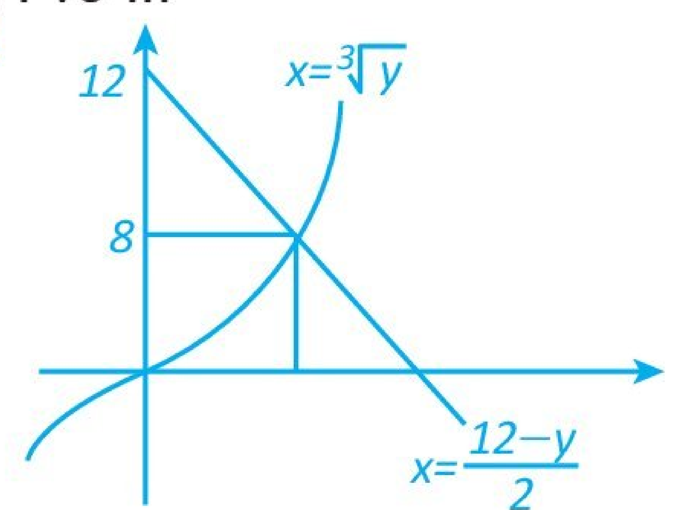
$x^3 + 2x - 12 = 0$

$x = 2$

I.



III.



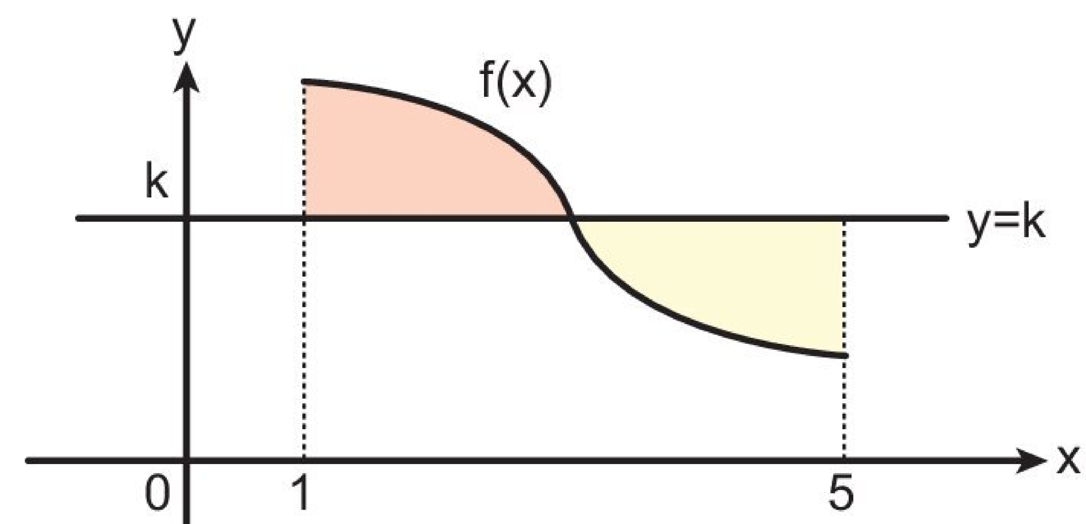
$A = \int_{0}^{8} \sqrt[3]{y}\,dy + \int_{8}^{12} \frac{12-y}{2}dy$

$A = \int_{0}^{8} \sqrt[3]{x}\,dx + \int_{8}^{12} \left(6 - \frac{x}{2}\right)dx$

I ve III doğrudur.

Cevap E

5.



Yukarıda grafikte turuncu bölgenin alanı, sarı bölgenin alanından 4 birimkare fazladır.

$\int_{0}^{2} f(2x+1)dx = 18$

olduğuna göre, k kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

$2x + 1 = u$

$du = 2dx$

$\frac{1}{2}\int_{1}^{5} f(x)du = 18 \Rightarrow \int_{1}^{5} f(u)du = 36$ br^2

Turuncu bölgenin alanı = T

Sarı bölgenin alanı = S

$\int_{1}^{5} (f(x) - k)dx = T - S = \int_{1}^{5} f(x)dx - \int_{1}^{5} kdx = 4 \Rightarrow kx\Big|_{1}^{5} = 32$

$k(5 - 1) = 32$

$k = 8$

Cevap: C

1.B 2.D 3.A 4.E 5.C